

MASTEROPPGAVE

Masterstudium i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikdidaktikk

*Utviklingen av problemløsning og utforskning i matematikkfaget i
læreplanene M87 til LK20*

*Developments of problem-solving and exploration in mathematics in the curricula from M87
to LK20*



OsloMet – storbyuniversitetet

Kristian Husa

SKUT5910

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier
Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Høsten 2023

FORORD

Når jeg ser tilbake på tiden jeg har brukt på å skrive denne masteroppgaven ved OsloMet, kan jeg ikke annet enn å føle meg takknemlig. Det har vært en veldig krevende periode full av lærerike utfordringer. Jeg er stolt over å ha nådd målstreken.

Å kombinere studier med jobb har ikke vært noen dans på roser. Det har krevd mye, men samtidig har det gjort arbeidet med oppgaven ekstra meningsfylt. Å kunne knytte sammen erfaringer fra jobb med akademisk teori har vært spennende og verdifullt.

En stor takk til mine foreldre og svigerforeldre. Uten deres hjelp med barnepass og motiverende ord, ville det vært mye vanskeligere å finne tid og ro til å skrive. Takk til min samboer for at du har vært en god motivator og forståelsesfull omkring mine prioriteringer det siste året.

Tusen takk til Lisa for hjelp med korrektur og strukturering av oppgaven. Jeg er veldig takknemlig. Og til slutt, takk til min veileder Anders Månsson for god veiledning og oppfølging. Alltid rolig og trygg.

Langhus, november 2023

Kristian Husa

Innholdsfortegnelse

FORORD	2
FIGURLISTE	4
SAMMENDRAG	6
ABSTRACT	8
1. INNLEDNING	10
1.1 Tema og bakgrunn	11
1.2 Problemløsning og forskningsspørsmål	13
1.3 Hvorfor er dette viktig å forske på?	14
1.4 Avgrensinger	15
1.5 Oppbygging	16
1.6 Begrepsavklaringer	17
1.6.1 Problemløsning	17
1.6.2 Utforskning	18
2. RELEVANTE RAMMEVERK OG LOVVERK	20
2.1 Opplæringsloven	20
2.1.1 Læreplaner og opplæringsloven	20
2.1.2 Overordnet del	20
3. TEORI	21
3.1 Tidligere forskning	21
3.2 Problemløsning i matematikk	23
3.3 Problemløsningsprosessen	24
3.4 Problemløsning og overføring	25
3.5 Utforskende matematikk	27
3.5.1 Inquiry	28
3.6 Dybdeløring	29
3.7 Læreplaner	32
3.7.1 Læreplanteorier	33
3.7.2 Læreplaners innhold og form	35
3.7.3 Mål i norske læreplaner og innføring av kompetansebegrepet	37
3.6 Et historisk blikk på «problemløsning» og «utforsking»	37
3.8 Presentasjon av analyserte dokumenter	39
4. METODE	45
4.1 Valg av forskningsdesign og metode	45
4.1.1 Dokumentanalyse	47
4.2 utfordringer med valgt metode	50
4.3 Utvalg av dokumenter	51
4.4 Innhenting av dokumenter	52

4.5 Analyseprosessen.....	53
4.6 Validitet og reliabilitet.....	56
4.7 Refleksjoner rundt egen rolle som forsker.....	60
4.8 Kildekritikk i dokumentanalyseprosessen.....	60
4.9 Etske overveielser.....	62
5. RESULTATER OG FUNN.....	64
5.1 Kort innledning.....	64
5.2 Problemløsning og utforskning i M87.....	64
5.3 Problemløsning og utforskning i L97.....	68
5.4 Problemløsning og utforskning i LK06.....	71
5.5 Problemløsning og utforskning i LK20.....	76
5.6 Oppsummering.....	81
6. DRØFTING.....	84
6.1 Kort innledning.....	84
6.2 Problemløsning og utforskning i M87.....	84
6.3 Problemløsning og utforskning i L97.....	86
6.4 Problemløsning og utforskning i LK06.....	88
6.5 Problemløsning og utforskning i LK20.....	90
6.6 Oppsummering.....	94
6.7 Hvordan har de pedagogiske prioriteringene knyttet til «problemløsning» og «utforskning» utviklet seg over tid i de fire siste læreplanene for 1.-7. trinn i matematikkundervisning?.....	96
6.8 Implementeringen av «utforskning» og «problemløsning»: Læreplaner, tolkningsutfordringer, og vurderingspraksis.....	107
7. OPPSUMMERING.....	112
7.1 Begrensninger og anbefalinger til videre forskning.....	114
7.2 Avsluttende refleksjoner.....	115
8. LITTERATURLISTE.....	117
9. VEDLEGG.....	123
VEDLEGG 1: Målene i L97 knyttet til problemløsning og utforskning.....	124
VEDLEGG 2: Målene i LK06 knyttet til problemløsning og utforskning.....	130
VEDLEGG 3: Målene i LK20 knyttet til problemløsning og utforskning.....	134

FIGURLISTE

Figur 1 Inquiry-syklus. Ulike aktiviteter (Fuglestad, 2010).....	29
Figur 2: Dybdelæring og overflatelæring (NOU 2014:7, s 36).....	32
Figur 3: Læreplaner og innhold.....	38
Figur 4: Målområder i L97.....	41

Figur 5: Hovedområder i LK06.....	43
Figur 6: Læreplaner og virkeperiode.....	52
Figur 7: Innholdsmål knyttet til problemløsning og utforskning i L97.....	71
Figur 8: Kompetansemål knyttet til problemløsning og utforskning i LK06.....	75
Figur 9: Komeptansemål knyttet til problemløsning og utforskning i LK20.....	80
Figur 10: Innholdsmål knyttet til problemløsning og utforskning i L97.....	95
Figur 11: Kompetansemål knyttet til problemløsning og utforskning i LK06.....	95
Figur 12: Kompetansemål knyttet til problemløsning og utforskning i LK20.....	95

SAMMENDRAG

I et moderne kunnskapssamfunn er problemløsningsegenskapet høyt verdsatt.

Samfunnsmessige endringer og teknologisk utvikling har radikalt endret både arbeidslivet og utdanningssystemet. I dag krever arbeidsmarkedet egenskaper som problemløsning og utforskning i samarbeid, i langt større grad enn tidligere. Dette skyldes i stor grad den økende kompleksiteten i arbeidsoppgaver og behovet for innovative løsninger på stadig mer komplekse problemer. Utdanningspolitikken har utviklet seg over tid for å reflektere samfunnets økende behov for kompetanser som kreativitet, problemløsning og samarbeid.

I denne dokumentanalysen ble det utført en grundig gjennomgang og analyse av fire norske læreplaner for å utforske utviklingen av de pedagogiske begrepene «problemløsning» og «utforskning» innenfor matematikkundervisningen. Metoden som ble benyttet i analysen omfattet valg av relevante læreplaner, systematisk gjennomgang av innhold, og identifisering av nøkkelbegreper og mål knyttet til «problemløsning» og «utforskning». Læreplaner som ble inkludert spente seg over ulike tidsperioder og omfattet M87, L97, LK06 og LK20. Disse læreplanene ble valgt på grunnlag av deres representativitet for ulike tidsepoker i det norske utdanningssystemet. Ved å inkludere flere læreplaner fra forskjellige perioder, kunne analysen kartlegge utviklingen av pedagogiske aspekter over tid og identifisere endringer i fokus og prioriteringer.

Resultatene fra dokumentanalysen avslørte betydelige endringer i måten «problemløsning» og «utforskning» ble behandlet i læreplanene. Mens M87 introduserte, men hadde begrenset omtale av disse aspektene og i hovedsak fokuserte på tradisjonell matematikkundervisning, ble det i senere læreplaner, spesielt LK06 og LK20, tydelig fremhevet betydningen av «problemløsning» og «utforskning» som integrerte elementer i matematikkundervisningen. Dette reflekterer en utvikling mot en mer helhetlig tilnærming til læring av matematikk, som inkluderer praktisk bruk av matematikk og kritisk tenkning. Denne innsikten kan være verdifull for beslutningstakere, lærere og forskere som arbeider med matematikkundervisning, da den gir et grunnlag for å forstå historiske endringer og utviklinger i utdanningssystemet. Det er tydelig at den nyeste norske læreplanen, LK20, ønsker å forberede elevene på de stadig skiftende utfordringene i samfunnet og arbeidslivet ved å gi dem verktøyene de trenger for å lykkes i en global kunnskapsøkonomi. Dette innebærer å utvikle evnen til selvstendig

problemløsning, samarbeid, kritisk tenkning og metakognisjon, som er avgjørende ferdigheter for livslang læring, og dybdelæring er et nøkkelbegrep i denne sammenhengen.

ABSTRACT

In a modern knowledge society, problem-solving skills are highly valued. Societal changes and technological advancements have radically transformed both the workforce and the education system. Today, the job market demands skills such as problem-solving and exploration in collaboration to a much greater extent than before. This is largely due to the increasing complexity of tasks at work and the need for innovative solutions to ever more complex problems. Education policy has evolved over time to reflect society's growing need for competencies such as creativity, problem-solving, and collaboration.

In this document analysis, a thorough review and analysis of four Norwegian curricula were conducted to explore the development of the pedagogical concepts of “problem-solving” and “exploration” within mathematics education. The method used in the analysis included selecting relevant curricula, systematically reviewing their content, and identifying key concepts and objectives related to “problem-solving” and “exploration”. The selected curricula spanned different time periods and included M87, L97, LK06, and LK20. These curricula were chosen based on their representativeness for different eras in the Norwegian education system. By including multiple curricula from different periods, the analysis could map the evolution of pedagogical aspects over time and identify changes in focus and priorities.

The results of the document analysis revealed significant changes in how “problem-solving” and “exploration” were addressed in the curricula. While M87 introduced these aspects, it primarily focused on traditional mathematics education. Later curricula, especially LK06 and LK20, clearly emphasized the importance of “problem-solving” and “exploration” as integrated elements of mathematics education. This reflects a shift towards a more whole approach to learning mathematics, including practical applications of mathematics and critical thinking. This insight can be valuable for decision-makers, teachers, and researchers working in mathematics education, as it provides a basis for understanding historical changes and developments in the education system. It is evident that the latest Norwegian curriculum, LK20, aims to prepare students for the ever-changing challenges in society and the workforce by equipping them with the tools they need to succeed in a global knowledge economy. This involves developing the ability for independent problem-solving, collaboration, critical

thinking, and metacognition, which are essential skills for lifelong learning, with deep learning being a key concept in this context.

1. INNLEDNING

I St. meld. nr 30 (2003-2004) ble det varslet en betydelig omveltning i styringen av det norske skolesystemet. Kunnskapsløftet innførte tydelige nasjonale mål samtidig som den ga skolene økt lokal autonomi og et sterkere fokus på resultatoppnåelse. Denne overgangen representerte et skifte fra tidligere modeller for mål- og innholdsregulering, til en større grad av mål- og resultatstyring (Bjørnsrud & Nilsen, 2021). Bakgrunnen for dette kan spores tilbake til flere hovedbegrunnelser. For det første gjennomgikk Norge på relativt kort tid en overgang fra å være et homogent samfunn til å bli mer mangfoldig, preget av økende etnisk, religiøs og kulturell diversitet. Denne endringen krevde tilpasninger i skolens struktur og innhold for å møte de ulike behovene, evnene og interessene til elevene (Aasen et al., 2012). For det andre stod utdanningssystemet overfor betydelige endringer i arbeidslivet. Utdanning og utdanningsnivå ble stadig viktigere, både for enkeltindividet og nasjonen som helhet. Etterspørselen etter utdanning og kunnskap som kunne møte behovene i et stadig skiftende arbeidsmarked økte (Aasen et al., 2012).

Den siste hovedbegrunnelsen var knyttet til nivået i den norske utdanningen i en globalisert verden. Globaliseringen førte til at nasjoner konkurrerte på et internasjonalt nivå, og kunnskap og kompetanse ble avgjørende for nasjonal konkurransevne i en global kunnskapsøkonomi. Resultatene fra PISA-undersøkelsen i 2000, som ble offentliggjort i desember 2001, avdekket at norske skoleelever presterte på et middelmådig nivå i lesing, matematikk og naturfag. Dette ble en avgjørende begivenhet i den skolepolitiske debatten og signaliserte et behov for en målrettet innsats for å forbedre grunnleggende ferdigheter og forberede elevene bedre for kravene i det fremtidige arbeidslivet (Aasen et al., 2012). Disse dynamikkene kulminerte i en omfattende omstrukturering av det norske skolesystemet, som ble reflektert i Kunnskapsløftet. Denne reformen la vekt på grunnleggende ferdigheter, inkludert problemløsning innen matematikk. Målet var å møte de skiftende samfunnsforholdene, forbedre elevenes kompetanse og styrke Norges posisjon i internasjonale sammenligninger. Det er i denne sammenhengen at fokuset på problemløsning i matematikk ble mer fremtredende.

Gjennom de siste tiårene har altså den norske skolen utviklet seg i stor grad. Den tradisjonelle tilnærmingen til undervisning og vurdering hvor lærerrollen var sentral, og læreplanene var relativt detaljerte og spesifikke, er til dels lagt bort for en skole hvor digitalisering, dybdeløring og elevenes medvirkning står som tydelige prinsipper for opplæringen (Ohlsson,

2011; Sawyer, 2014). Matematikkundervisningens dynamikk og utvikling har som rolle å gjenspeile behovene i samfunnet, og gi elevene en solid forståelse for faget. To sentrale aspekter i denne sammenhengen er utforskning og problemløsning. Utforskning gir elevene mulighet til å oppdage matematikken gjennom nysgjerrighet og eksperimentering, mens problemløsning styrker deres evne til å anvende matematikk for å håndtere virkelige utfordringer (Udir, 2021).

Fremtidens arbeidstakere, altså de nåværende elevene i grunnskolen og den videregående skolen i Norge, bør utvikle en rekke egenskaper når det gjelder problemløsning for å kunne håndtere de stadig mer komplekse utfordringene i arbeidslivet. OECD (2018) understreker nødvendigheten av å implementere aktive læringsmetoder og prioritere ferdigheter som kreativitet, problemløsning og samarbeid i norsk utdanning. Dette, i tillegg til spesifikk fagkunnskap, er viktige kompetanser å tilegne seg for å håndtere det arbeidslivet de skal møte en gang i fremtiden. Disse ferdighetene anerkjennes som vesentlige i dagens yrkesverden og forutsetter undervisningsmetoder som går utover tradisjonelle forelesninger (NOU 2020: 2, s. 100).

1.1 Tema og bakgrunn

I NOU 2015:8 *Framtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser* vektlegger utvalget betydningen av at skolen skal bidra til utviklingen av elevenes kompetanse innen utforskning og kreativ skapelse. Dette understøttes av argumenter om samfunnsmessig, kulturell og økonomisk verdi. Det fremheves at samfunnet har et betydelig behov for innovasjon, forskning og nyskaping, og at kompetanse innen kritisk tenkning og problemløsning er av stor viktighet. Spesielt i et stadig mer komplekst samfunn blir evnen til kritisk vurdering og problemløsning essensiell, og disse ferdighetene bør utvikles allerede fra grunnopplæringen. Dette inkluderer evnen til å stille utforskende spørsmål, analysere, og løse problemer i samarbeid med andre.

Kompetanseområdet «å utforske og skape» omfatter nøkkelegenskaper som kritisk tenkning og problemløsning. Dette innebærer evnen til å resonnerer og analysere, stille relevante spørsmål og anvende passende strategier for å løse problemer (NOU 2015: 8, s. 10). Sammenhengen mellom kritisk tenkning og problemløsning med kreativitet og innovasjon står også sterkt i NOU 2015:8, og utvalget definerer kreativitet som evnen til å være nysgjerrig, utholdende og fantasifull i løsningen av problemer. For å kunne håndtere

samfunnsutviklingen, fremhever utvalget at skolen må legge til rette for at elevene utvikler evnen til å utforske, oppdage nye muligheter og utvikle innovative løsninger. De poengterer også at kreativitet, innovasjon, kritisk tenkning og problemløsning er sentrale kompetanser som er relevante i en rekke fagområder, ikke bare innenfor matematikk, som denne oppgaven fokuserer på (NOU 2015:8, s. 33).

Utvalget anerkjenner altså at kreativitet, innovasjon, kritisk tenkning og problemløsning er ferdigheter som skolen bør bidra til at elevene utvikler. Dette begrunnes i det norske og internasjonale samfunnets behov for mennesker med kreative evner som kan bidra til arbeidslivet, samfunnet, etablere nye virksomheter og finne løsninger på komplekse samfunnsutfordringer. I et samfunn som er preget av forskningsbaserte tilnærminger, er en utforskende tilnærming til kunnskap viktig. I tillegg til å hjelpe individene i mestring av ulike livshendelser, fremhever utvalget at disse kompetansene også er viktige for å kunne håndtere kompleksiteten i samfunnet og den økte tilgangen til informasjon. Dette er avgjørende for å kunne gjøre kritiske vurderinger og håndtere ulike utfordringer og problemstillinger på arbeidsplassen, i samfunnet og i privatlivet (NOU 2015: 8, s. 31).

Lærerplaner må alltid forstås i lys av den samfunnsmessige konteksten de utarbeides i. Utdanningspolitikken speiler ofte både pedagogisk utvikling og forståelse, samt store og små samfunnsendringer. I min skoletid var matematikkundervisningen jeg deltok i preget av den tradisjonelle tilnærmingen. I denne formen for undervisning fungerte læreren som kilden til kunnskap, mens elevene i hovedsak inntok en passiv rolle som mottakere av informasjon. Vår hovedoppgave besto i å kopiere det læreren presenterte på tavlen, og det var et stort fokus på å memorere formler, standardalgoritmer og multiplikasjonstabeller. Det var en relativt begrenset vektlegging på å forstå grunnlaget for de regneoperasjonene vi utførte. I praksis betydde dette at dersom man husket det man hadde pugget, hadde man generelt gode forutsetninger for å lykkes i faget, selv om man kanskje ikke hadde en grundig forståelse for de anvendte metodene. Som elev hadde jeg en dyp interesse for matematikk og satte stor pris på mine matematikklærere. Jeg viet mye tid til å memorere formler og pugge innholdet i timene, noe som resulterte i gode resultater i matematikkfaget.

I min rolle som lærer har jeg gjennomgått en personlig reise når det gjelder min forståelse av matematikkundervisning. I mine egne skoledager følte jeg ofte at de matematiske prosedyrene jeg ble undervist i, manglet en dypere forklaring. Det var som om jeg fulgte oppskrifter uten å

forstå den underliggende matematiske logikken. Denne opplevelsen har ført til en dypere interesse for hvordan matematikk kan læres og undervises mer effektivt, med en sterkere vektlegging av utforskning og problemløsning.

Det var først da jeg begynte på lærerstudiet at jeg utviklet en dypere forståelse for matematikk. Jeg opplevde at algoritmene og formlene jeg tidligere hadde anvendt mekanisk, begynte å få en mer tydelig forklaring, og jeg fikk en ny innsikt i faget. Dette var i stor grad takket være undervisningstilnæringer som fremmet utforskning og problemløsning som sentrale elementer. Gjennom aktive læringsmetoder og problemorienterte oppgaver kunne jeg utforske matematikkens underliggende prinsipper på en måte som tidligere ikke hadde vært tilgjengelig for meg. Denne utviklingen har hatt en direkte innvirkning på min egen undervisning. Jeg har tatt med meg mye av denne nye forståelsen til klasserommet og har integrert aktiviteter som involverer elevene i problemløsning og utforskende matematikk som en sentral del av undervisningen. Jeg har sett hvordan disse tilnærmingene har hjulpet mine elever med å utvikle en dypere forståelse for matematikk, i motsetning til den mekaniske tilnærmingen jeg selv opplevde i skolen.

Det er derfor naturlig for meg å være interessert i å undersøke hvordan forståelsen av utforskning og problemløsning i matematikkundervisning har utviklet seg over tid. Dette inkluderer å utforske hvordan disse begrepene er representert i læreplanene de siste tiårene. Min erfaring viser at disse tilnærmingene har potensiale til å forbedre matematikkundervisningen betydelig, og jeg er nysgjerrig på hvordan de har utviklet seg som en respons på forskning og pedagogisk innsikt. På denne måten håper jeg at min undersøkelse vil bidra til å belyse betydningen av å inkludere utforskning og problemløsning i matematikkundervisningen, og kan videre belyse hvordan dette har utviklet seg over tid for å møte de stadig skiftende kravene i utdanningssystemet.

1.2 Problemløsning og forskningsspørsmål

I denne studien søker jeg å belyse utviklingen av undervisningspraksiser innenfor matematikkutdanning, med spesielt fokus på begrepene «problemløsning» og «utforskning». For å gi et tydeligere bilde av denne utviklingen vil jeg undersøke hvordan læreplanene M87, L97, LK06 og LK20 forholder seg til disse to begrepene på barnetrinnet, 1.-7. klasse.

Med utgangspunkt i den presenterte konteksten for oppgaven har jeg formulert følgende problemstilling: *Hvordan har fokuset på utforskende matematikk og problemløsning endret seg i matematikkundervisningens læreplaner for 1.-7. trinn i M87, L97, LK06 og LK20.*

For å utforske problemstillingen har jeg utarbeidet to forskningsspørsmål. De to forskningsspørsmålene som guider min undersøkelse, er som følger:

1) Hvordan blir begrepene «problemløsning» og «utforskning» i matematikkutdanning definert og beskrevet i læreplanene for 1. - 7. trinn?

I dette første spørsmålet vil jeg analysere læreplanenes språk og definisjoner for å avdekke hvordan de beskriver problemstillinger knyttet til problemløsning og utforskning. Gjennom en systematisk gjennomgang vil jeg avdekke hvordan disse konseptene er formulert og hvilke betydninger som legges til grunn i læreplanene.

2) Hvordan har de pedagogiske prioriteringene knyttet til «problemløsning» og «utforskning» utviklet seg over tid i de fire siste læreplanene for 1. - 7. trinn i matematikkundervisning?

Dette andre spørsmålet vil fokusere på de endringer som har skjedd i måten problemløsning og utforskning har blitt vurdert og vektlagt i matematikkundervisning i løpet av de siste årene. Jeg vil gjøre en tidsmessig sammenligning mellom de fire siste læreplanene for å identifisere skift i pedagogiske prioriteringer og utviklingen av undervisningsmetoder og tilnærminger. Gjennom denne analysen vil jeg kunne kartlegge hvordan vektleggingen av problemløsning og utforskning har endret seg over tid.

1.3 Hvorfor er dette viktig å forske på?

Karseth (2019) forklarer at de nasjonale læreplanene reflekterer sentrale karakteristiske trekk ved skolesystemet. Fagstruktur, elevgruppering, eksamensordninger og juridiske reguleringer danner grunnlaget for hvordan samfunnet, elever og lærere forstår formålet med utdanningen de er involvert i. Disse karakteristiske institusjonelle og organisatoriske elementene er innvevd i samfunnets normer, kognitive strukturer og lovgivningsmessige retningslinjer, og spiller en avgjørende rolle i implementeringen av en reform (Karseth, 2019, s. 75).

Undersøkelsen av utviklingen av «problemløsning» og «utforsking» i læreplanene fra M87 til LK20 er viktig av flere grunner. For det første er læreplanene sentrale styringsdokumenter som regulerer hva som skal undervises i skolene, og hvordan undervisningen skal gjennomføres. Derfor er det av største betydning at de er i takt med samfunnets behov og utvikling. Etersom samfunnet stadig er i endring, drevet av teknologiske fremskritt, kulturelle skift, økonomiske endringer og globale utfordringer, må læreplanene på mange måter være dynamiske, og være i stand til å forberede elevene på en stadig mer skiftende verden. Hvis ikke læreplaner følger samfunnsutviklingen vil det føre til at utdanningssystemet ikke oppfyller samfunnets behov, noe som igjen vil føre til at elevene ikke får de verktøyene de trenger for å lykkes i denne verden. Å undersøke hvordan læreplanene utvikler seg i lys av den samfunnsmessige konteksten er viktig for å sikre at utdanningssystemet oppfyller sitt mandat.

I tillegg gir læreplanene veiledning til lærere og skoler i deres daglige pedagogiske arbeid. Endringer i læreplanene reflekterer derfor endringer i pedagogiske mål og prioriteringer i utdanningssystemet og kan påvirke undervisningsmetoder og tilnærminger som lærere tar i bruk. Å undersøke utviklingen av «problemløsning» og «utforsking» i læreplanene gir innsikt i hvordan disse viktige pedagogiske aspektene har blitt vektlagt over tid, noe som også kan gi innsikt i hvordan de er blitt integrert i undervisningspraksis. Til slutt, ved å analysere hvordan læreplanene utvikler seg, kan man også identifisere eventuelle utfordringer eller mangler i måten «problemløsning» og «utforsking» er behandlet på i utdanningssystemet. Dette kan bidra til å informere fremtidige pedagogiske beslutninger og politikkutvikling for å styrke elevenes evner innenfor disse viktige områdene.

1.4 Avgrensinger

Det er viktig å merke seg visse avgrensninger i denne studien. For det første er analysen basert på tilgjengelige læreplaner, som er offentlige dokumenter. Disse dokumentene har status som forskrift og er dermed bindende for skolene. Selv om disse læreplanene gir retningslinjer for undervisning, kan det være variasjoner i hvordan de tolkes, kommuniseres og implementeres i praksis. Det avhenger av kompetanse og kapasitet hos lærere, skoler og skoleeiere, og av vurderingssystemer. Denne studien undersøker ikke den faktiske gjennomføringen av læreplanene i klasserommet, men fokuserer hovedsakelig på de formelle læreplanene som er utsendt av utdanningsmyndighetene. Dette inkluderer ikke andre ressurser, veiledninger eller pedagogiske tilnærminger som lærere kan bruke i tillegg til

læreplanene. Allikevel vil implementeringer av læreplaner med et økt fokus på problemløsning og utforskning drøftes i lys av relevant teori, samt samfunnets rammer i diskusjonsdelen av denne oppgaven. Denne studien tar altså ikke høyde for undervisningspraksisen som foregår rundt om i landet, men peker på innhold og form som har betydning for praksis i skolen.

Lærerplaner må alltid forstås i lys av den samfunnsmessige konteksten de utarbeides i. Dokumentene jeg har analysert dekker tidsintervallet 1987 og frem til i dag, og speiler naturlig nok også samfunnsutviklingen gjennom de siste tiårene. Dokumentene er nasjonale styringsdokumenter og gjelder for all matematikkundervisning på 1.-7. trinn i grunnskolen. Valg av dokumenter som inngår i analysen ble gjennomført med følgende kriterier: Det er kun offisielle læreplaner utsendt av utdanningsmyndighetene som ble inkludert. Det er kun læreplaner for faget matematikk fra 1987 til 2020 som inngår i analysen. Studien er en kvalitativ dokumentanalyse, og kvantitative aspekter av temaet er dermed ikke dekket.

1.5 Oppbygging

Oppgaven er delt inn i flere kapitler, hver med sitt eget fokus og formål. Kapittel 1 gir en introduksjon til masteroppgaven. Herunder gis en presentasjonen av tema, bakgrunnen, formål, problemstillingen og relevansen av studien. Avgrensninger er også presentert her. Kapittel 2 presenterer relevante lovverk og rammeverk som er gjeldende for de utvalgte dokumentene som skal analyseres. Dette er viktig å presentere, da det skaper en overordnet forståelse for konteksten læreplanene som skal analyseres befinner seg innenfor.

Kapittel 3 presenterer tidligere forskningsstudier som er relevante for å besvare oppgavens problemstilling. Den presenterte forskningen gir en oversikt over tidligere undersøkelser og funn og gir en bredere forståelse for hvordan man forstår «problemløsning» og «utforskning» i en historisk kontekst, samt viktigheten av begrepene i lys av samfunnsutviklingen. Den tidligere forskning bidrar også til å danne et grunnlag for analysen av læreplanene, og vil bli diskutert senere i denne studien. I kapittel 3 blir også teorigrunnet for dokumentanalysen presentert. Herunder introduseres relevante teorier knyttet til «problemløsning» og «utforskning», samt teori tilknyttet læreplaner.

Kapittel 4 presenterer det teoretiske rammeverket som danner grunnlaget for studien. Her presenteres sentrale teorier i forbindelse med utforskning, problemløsning, og læreplaner i matematikk. Det teoretiske rammeverket brukes som et verktøy for å analysere dokumentene i senere kapitler. Kapittel 5 er metodekapittelet og beskriver metodikken som er brukt i studien. Det inkluderer en detaljert beskrivelse av dokumentanalyse som metode, innsamlingsprosessen av valgte dokumenter, og analysemetoden. Kapittelet inneholder også informasjon om begrensninger, reliabilitet, validitet, kildekritikk og etiske overveielser. I kapittel 6 presenteres resultatene fra dokumentanalysen av læreplanene. Kapittelet er delt inn i underkapitler som speiler læreplanene som er analysert. Hvert underkapittel gir en grundig analyse av hvordan læreplanene behandler temaene utforskning og problemløsning i matematikk.

Kapittel 7 er diskusjonsdelen av oppgaven. Dette kapittelet sammenligner funnene fra analysekapittelet og diskuterer hvordan fokuset på utforskning og problemløsning i matematikk har utviklet seg i de ulike læreplanene. Kapittelet drøfter også eventuelle mønstre, likheter og ulikheter mellom læreplanene. Kapittelet er strukturert etter forskningsspørsmålene, samt etter funn fra analysen. I kapittel 8 oppsummeres hovedfunnene fra studien og forskningsspørsmålene besvares etter beste evne. Oppsummeringen gir også en refleksjon over implikasjonene av funnene for matematikkundervisning og læreplanutvikling. Kapittelet avsluttes med noen refleksjoner om fremtidig forskning innenfor dette feltet.

1.6 Begrepsavklaringer

Det har vært mange forsøk på å definere og forklare begrepene problemløsning og utforskende matematikk. For å etablere en felles forståelse og rammeverk for analysen av problemløsning og utforskning i matematikkundervisningen, er det viktig å starte med å avklare begrepene som ligger til grunn for denne oppgavens problemstilling. I dette delkapittelet vil jeg presentere ulike definisjoner av begrepene, samt forklare hvilke definisjon(er) jeg legger til grunn i denne oppgavens sammenheng.

1.6.1 Problemløsning

Schoenfeld (1992) definerer matematiske problemer som oppgaver som engasjerer elevene og vekker deres interesse. Disse oppgavene mangler en umiddelbar, kjent matematisk tilnærming for løsning, noe som utfordrer elevene til å utforske nye metoder og utvikle deres

problemløsningsferdigheter. Schoenfeld har bidratt til forståelsen av problemløsningsprosessen ved å fokusere på mer praktiske og empiriske aspekter. Han ser på denne prosessen som en dialog mellom problemløserens forkunnskaper, forsøkene som gjøres underveis og tankene som utvikles gjennom hele prosessen.

Ifølge Niss og Jensen (2002) er et matematisk problem et spørsmål som krever en matematisk undersøkelse for å finne svaret. Oppgaver som betraktes som rutineoppgaver, er ikke regnet som matematiske problemer. Hvorvidt en oppgave oppleves som et problem, kan variere fra person til person. Björkqvist (2003) legger til et viktig aspekt ved å vurdere om problemet oppleves som «eget» for den som løser det eller om det tilhører noen andre. Videre beskriver Björkqvist (2003) tradisjonell problemløsning som knyttet til oppgaver som trener spesifikke løsningsteknikker. Tekstoppgaver ble ofte som synonyme med problemløsning. Imidlertid har definisjonen av matematiske problemer utviklet seg for å være nærmere hverdagspråket, der problemet oppstår når løsningsmetoden er uklar i begynnelsen av oppgaven. Boesen (2006) legger vekt på at problemløsningskompetanse er nødvendig når man står overfor oppgaver der det ikke finnes kjente løsningsmetoder. Elevene må konstruere nye tilnærminger og anvende sin kunnskap i nye situasjoner.

I denne oppgavens sammenheng forstår jeg begrepet problemløsning i lys av de definisjonene som er presentert over, altså som en tilnærming til matematikken som innebærer å løse komplekse eller ukjente utfordringer og oppgaver, som involverer utforskning, kritisk tenkning, vurdering av løsninger og anvendelse av relevant kunnskap. Denne forståelsen vil ligge til grunn når jeg analyserer endringer i læreplaner og praksis knyttet til problemløsning i matematikkundervisningen. Problemløsning i matematikkundervisningen kan både brukes på praktiske, virkelighetsbaserte utfordringer og mer abstrakte, teoretiske problemer.

1.6.2 Utforskning

I sin evaluering av reformen i 1997 konstaterte Alseth et al. (2003) at problemløsning ble ansett som en prosess som involverte *utforskende* aktiviteter. Dette ble sett på som en arbeidsmåte som gjennomsyret læreplanen, noe som indikerte en viss forståelse av viktigheten av problemløsning i matematikkundervisningen. Utforskende undervisning har sitt opphav i det engelske begrepet «inquiry based teaching» (Fiskum & Korsager, 2017). Begrepet kan defineres som prosessen med å utforske et tema eller en problemstilling. Målet med den utforskende prosessen er at elevene både skal få større kunnskap om temaet som utforskes, og

utvikle ferdigheter som er viktige for tilegnelsen av kunnskap. Utforskning tar gjerne utgangspunkt i en oppgave eller en praktisk situasjon som fungerer som en katalysator for å oppdage og formidle matematiske sammenhenger (Fiskum & Korsager, 2017). Underveis i utforskningsprosessen søker man etter regelmessigheter og mønstre for å forsøke å utlede generelle prinsipper. Dette krever bruk av ulike representasjonsformer, samt innsats for å bevise og begrunne funnene, samtidig som man søker å avklare og spesifisere resultatene. Etter at oppgaven er løst, følger en evaluering hvor man reflekterer over om det kunne vært utført på alternative måter. Denne refleksjonsfasen gir anledning til å oppsummere hva som er lært og hvordan man kan bevege seg videre på veien til økt forståelse (Birkeland et al., 2018, s. 352 - 353).

I denne oppgavens sammenheng forstår jeg begrepet utforskning som en tilnærming som fremmer aktiv deltakelse og dypere forståelse av matematiske begreper og problemer, hvor man oppfordres til å stille spørsmål, eksperimentere, søke kunnskap, se etter sammenhenger, lete etter mønstre, og diskutere seg fram til en felles forståelse. Hensikten er ikke bare å finne riktig svar, men selve prosessen med å utvikle en dypere forståelse av matematikk ved å utforske hvorfor og hvordan matematiske begreper fungerer, slik både Fiskum & Korsager (2017), Alseth et al. (2003) og Birkeland et al. (2018) poengterer. Denne tilnærmingen legger vekt på fleksibilitet, variasjon og kreativ tenkning, da det sjelden er bare en riktig måte å løse matematiske problemer på. Denne forståelsen vil ligge til grunn når jeg analyserer endringer i læreplaner og praksis knyttet til utforskning i matematikkundervisningen.

2. RELEVANTE RAMMEVERK OG LOVVERK

2.1 Opplæringsloven

Opplæringsloven utgjør det sentrale lovverket for grunnskoleopplæringen i Norge. Loven regulerer rettigheter og plikter knyttet til opplæring, herunder utforming av læreplaner, innholdet i opplæringen, og hvilke mål som skal oppnås. Den utgjør en juridisk ramme som er av stor betydning for utviklingen av læreplaner i matematikk (Opplæringsloven, 1998).

2.1.1 Læreplaner og opplæringsloven

Læreplanverket består av overordnet del, fag- og timefordelingen og læreplaner i fag. Dette er forskrifter til opplæringsloven og skal styre innholdet i opplæringen. Ifølge Opplæringsloven skal læreplanene i grunnskolen være i samsvar med nasjonale mål for opplæringen. Dette innebærer at læreplanene må være utformet med tanke på å oppnå overordnede nasjonale målsetninger for opplæringen, herunder kompetansemål og faglige krav. Læreplanene i matematikk skal følge disse retningslinjene og være i tråd med opplæringslovens bestemmelser. Opplæringsloven pålegger også skoler og lærere en plikt til å tilpasse opplæringen til den enkelte elev. Dette innebærer at læreplanene må utformes slik at de gir rom for tilpasninger som tar hensyn til elevenes ulike behov, forutsetninger og evner. Læreplanene må altså gi rom for differensiering og tilrettelegging for å sikre at alle elever kan oppnå målene for faget (Opplæringsloven, 1998).

2.1.2 Overordnet del

Opplæringsloven fastsetter også at opplæringen skal bidra til elevenes allsidige utvikling og kompetanse. Dette fremkommer i overordnet del. Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen, er en del av læreplanverket, og utdyper verdigrunlaget i opplæringslovens formålsparagraf og de overordnede prinsippene for grunnopplæringen. Den ble fastsatt 1. september 2017 og trådte i kraft sammen med de nye læreplanene i fag høsten 2020. Dette innebærer at læreplanene i matematikk ikke bare må fokusere på rent faglige aspekter, men også ta hensyn til utvikling av elevenes kritiske tenkning, problemløsningskompetanse og utforskende evner. Opplæringsloven gir dermed et rammeverk som understreker betydningen av disse kompetansene i matematikkundervisningen (Utdanningsdirektoratet, 2020).

3. TEORI

Dette kapittelet har til hensikt å gi en omfattende oversikt over teoretiske perspektiver som er relevante for å forstå problemstillinger knyttet til problemløsning og utforskning i matematikkundervisningen. For å analysere og evaluere endringer i læreplanene over tid er det essensielt å utforske teoretiske rammeverk og konsepter som er sentrale for disse nøkkelbegrepene. Kapittelet vil presentere de mest betydningsfulle teoretiske perspektivene og tilnærmingene som har formet vår forståelse av problemløsning og utforskning i matematikkundervisning. Dette vil inkludere en grundig gjennomgang av George Polyas klassiske tilnærming til problemløsning, som har hatt en betydelig innvirkning på matematikkundervisningen og er fortsatt relevant i dagens pedagogiske landskap. Videre vil kapittelet belyse teorier og perspektiver knyttet til utforskning i matematikk og hvordan denne tilnærmingen gir muligheter for dybdelæring og oppdagelse. Dette vil bidra til å gi et rikt teoretisk rammeverk for analysen av endringer i læreplanene og undervisningspraksiser som vil bli utført senere i oppgaven. For å styrke dette teoretiske rammeverket ytterligere, vil kapittelet også innlede med en oversikt over tidligere forskningsstudier innenfor matematikkundervisningsfeltet. Dette vil gi en bredere forståelse av forskningsfeltet og bidra til å danne et solid grunnlag for å drøfte funn fra den påfølgende dokumentanalysen.

3.1 Tidligere forskning

Forskning innen matematikkundervisning har vært avgjørende for å belyse sentrale aspekter knyttet til utforskning og problemløsning i klasseromssammenheng. Denne forskningen har kastet lys over hvordan disse elementene påvirker læring og undervisning i matematikk, og den har også bidratt til å utvikle vår forståelse av disse begrepene. I dette kapittelet vil jeg presentere tidligere forskningsstudier som er relevante for problemstillingen i min oppgave og som har hjulpet med å forme vår forståelse av problemstillinger knyttet til matematikkundervisning. Den presenterte forskningen har til hensikt å gi en oversikt over tidligere studier og funn som hjelper oss å forstå begrepene i en historisk kontekst. Dette vil bidra til å plassere min egen forskning i en større sammenheng og gir en referanseramme for analysen av endringer i læreplanene. Ved å vurdere tidligere forskning innen matematikkundervisning, får vi også et bilde av kontinuitet og endring i undervisningspraksiser og pedagogiske prioriteringer. Dette vil legge grunnlaget for å forstå utviklingen i læreplanene og for å utføre en grundig dokumentanalyse senere i oppgaven.

I «Vurdering av matematisk problemløsning» undersøker Leer (2009) sammenhengen mellom fokuset på problemløsning i matematikk og eksamensoppgaver. Leer analyserte også tilnærmingen til problemløsning i Læreplanen for grunnskolen 1997 og Mønsterplanen fra 1987. Leer (2009) beskriver hvordan problemløsning i M87 ofte ble presentert som en sekvensiell oppskrift, liknende en oppskrift i en kokebok. Elever ble veiledet til å løse matematiske problemer gjennom ulike trinn, og denne tilnærmingen ble sammenlignet med George Polyas klassiske problemløsningsmetode. Videre konkluderte Leer med at L97 i hovedsak fokuserte på utforskende aktiviteter. Læreplanen oppfordret elevene til å oppdage sammenhenger, identifisere mønstre og løse problemer. Imidlertid bemerket hun at begrepet «problemløsning» kun ble nevnt én gang i læreplanen. Hennes definisjon av problemløsning inkluderte utforskende aktiviteter, hvor elevene skulle utforske ukjente situasjoner og oppdage matematiske sammenhenger uten bruk av kjente algoritmer eller eksisterende svar. Hun argumenterte også for at utforskende aktiviteter kunne omfatte prosjektarbeid, undersøkelser og eksperimenter.

I «Problemløsning i norske matematikklærebøker i matematikk» undersøkte Harder (2013) problemløsning i norske matematikkbøker i den videregående skolen. Studien inkluderte en analyse av læreplanene M87, L97 og LK06 i forhold til deres tilnærming til problemløsning. Harder (2013) merket seg at M87 hentet inspirasjon fra George Polyas tilnærming til problemløsning. Videre poengterte Harder (2013) at L97 fokuserte på nytteaspektet av matematikk og oppfordret elevene til å utforske sammenhenger, finne mønstre og løse problemer gjennom samarbeid. Avslutningsvis fant Harder (2013) at LK06 styrket problemstillingsposisjonen og anerkjente den som en viktig ferdighet i matematikkfaget.

Lødding et al. (2021) identifiserte en mangel på variasjon i matematikkundervisningen i sin evalueringsrapport om implementering av realfagsstrategien «Tett på realfag», til tross for funnene som er presentert over. Strategien innebar blant annet at barn og unges kompetanse i realfag skulle forbedres, at andelen barn og unge som presterte på lavt nivå i matematikk skulle reduseres, og at flere barn og unge skulle prestere på høyt og avansert nivå i realfag samt at barnehagelæreres og læreres kompetanse i realfag skulle forbedres. Til tross for disse målene og funnene fra forskningsstudiene over med tanke på fokus i læreplanene, fant Lødding et al. (2021) at matematikkundervisningen var preget av en tradisjonell tilnærming der læreren først gjennomgikk teorien og deretter viste eksempler som lignet oppgavene i læreboken. Deretter arbeidet elevene individuelt med oppgavene i boken, som ofte var knyttet

til prosedyrekunnskap (Kunnskapsdepartementet, 2015-2019). Lødding et al. (2021) konkluderte med at denne metoden begrenset mulighetene for kognitivt utfordrende og komplekse problemstillinger, samt at det var behov for en fornyelse av realfagene i grunnskolen for å sikre at elever og lærlinger oppnådde en sterk realfaglig kompetanse. Videre understreket Lødding et al. (2021) at dybdelæring, problemløsning og progresjon burde få større vekt enn tidligere.

I «Problemløsning i norske eksamensoppgaver i matematikk» adresserte Ottemo (2020) utfordringene knyttet til problemløsning i norske matematikkeksamener, og inkluderte en vurdering av hvordan Kunnskapsløftet fra 2006 behandlet problemstillingen. I samsvar med formålet til matematikkfaget i LK06, fremhevet Ottemo viktigheten av problemløsning som en sentral og vesentlig matematisk kompetanse. Han påpekte også problemstillingens rolle innen grunnleggende ferdigheter og dens betydning i matematikkundervisningen.

I en masteroppgave utførte Solvik og Sydtangen (2022) en sammenlignende analyse av læreplanene i matematikk fra M87 til LK20. Resultatene av studien indikerte at overgangen til LK20 hadde implikasjoner for matematikkundervisningen, og at LK20 i større grad vektla aspekter som kritisk tenkning og praktiske ferdigheter i matematikkundervisningen. Selv om det ikke var hovedtemaet i studien, ble det likevel identifisert et økt fokus på problemløsning og utforskende arbeid i LK20, som var i tråd med anbefalingene fra OECD (2018). Dette indikerer at selv om problemorientert tilnærming og utforskning ikke var hovedtemaet for studien, ble det observert en tendens mot økt vektlegging av slike tilnærminger i den nye læreplanen. Videre bemerket studien at både M87 og LK20 fremmet en helhetlig forståelse av faget med vekt på tverrfaglighet og læring, selv om det primære fokuset ikke var rettet mot utforskning og problemløsning. Studien gir dermed en viktig bakgrunn for å forstå utviklingen av matematikkundervisningen, og hvordan fokuset på visse pedagogiske aspekter kan endre seg over tid.

3.2 Problemløsning i matematikk

Stanic og Kilpatrick (1989) identifiserte tre hovedtemaer som gir ulike perspektiver på hva problemløsning i matematikk kan være. Det første temaet fokuserer på bruk av matematiske problemer som motivasjon i undervisningen. Her blir problemløsning betraktet som et middel for å utvikle indre motivasjon hos elevene og hjelpe dem med å utvikle læringsstrategier mens de arbeider med problemløsning. I dette perspektivet sees problemløsning som et verktøy for

å oppnå et mål, i stedet for å være målet i seg selv. Det andre temaet betrakter problemløsning som et sett av ferdigheter som en person trenger for å løse matematiske oppgaver. Dette perspektivet ble karakterisert av ideen om at problemløsning kunne læres som en samling strategier og tilnærminger for å håndtere ulike problemer. Det tredje temaet fokuserer på hvordan matematikere anvender sin kunnskap for å løse problemer. Stanic og Kilpatrick (1989) beskriver dette som «art of solving problems». Her retter oppmerksomheten seg mot hva matematikere gjør når de konfronteres med komplekse og utfordrende problemer, samt hvordan de til slutt bidrar til å berike matematikkfeltet med ny innsikt og kunnskap. Hvert av disse temaene gir verdifulle perspektiver på hva problemløsning i matematikk kan innebære. Å forstå disse perspektivene vil bidra til en mer nyansert tilnærming til problemstillingen når vi analyserer læreplanene i senere kapitler (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 781).

3.3 Problemløsningsprosessen

I studiet av problemløsning i matematikkundervisning har George Pólya, den berømte ungarske matematikeren, utviklet en velkjent strategi. Pólya (2004) betrakter problemløsning som en «ferdighet» som kan sammenlignes med svømming. For å bli dyktig i problemløsning, må man observere og etterligne hvordan andre løser problemer, og mestre denne ferdigheten gjennom praksis. Pólya identifiserte fire trinn i en typisk problemløsningsprosess, der hvert trinn er ledsaget av spesifikke strategiske spørsmål som veileder fremgangen (Birkeland et al., 2018; Hitching & Mørch, 2015). Botten, (2011) har utdypet leddene i prosessen, og forklarer hva som inngår i de fire fasene:

- 1) *Forstå problemet.* Dette trinnet handler om å klart definere og forstå problemstillingen. Noen ganger kan problemet tolkes på flere måter, og det er nødvendig å tydeliggjøre ens egen forståelse. Det kan også være nødvendig å finne flere løsninger som samsvarer med ulike tolkninger.
- 2) *Lag en plan.* Etter å ha forstått problemet, må man utvikle en plan for å finne en løsning. Planleggingen er ofte avgjørende for utfallet. Det er her man bestemmer hvordan man vil angripe problemet. Ofte ser man at elever prøver og feiler uten noen systematisk plan.
- 3) *Gjennomføring av planen.* Tradisjonelt har mye matematikkundervisning fokusert på dette trinnet, der elever blir introdusert for faste algoritmer og løsningsmetoder. Gjennomføringen av planen innebærer å bruke de valgte metodene for å finne en løsning.

4) *Vurder løsningen*. Denne delen av prosessen er like viktig som de foregående trinnene, men ofte forsømt i skolekonteksten. Her evalueres løsningen for å sikre at den er fornuftig og oppfyller kravene i oppgaven. Hvis resultatet ikke er som ønsket, kan man revurdere eller starte prosessen på nytt for å oppnå det ønskede resultatet.

Polyas tilnærming til problemløsning inkluderer også en rekke generelle ideer og spørsmål som kan hjelpe i løsningsprosessen. Dette inkluderer å bryte ned problemet i mindre deler, omformulere problemet, og vurdere om løsningen er unik eller om det finnes flere mulige løsninger (Botten, 2011).

Lester (1987) bemerker at evnen til å løse matematiske problemer utvikles gradvis over tid og krever mer enn bare matematisk kunnskap. Han peker på fem sentrale faktorer:

- 1) *Kunnskapsanskaffelse og bruk*. Dette omfatter både uformell og formell matematisk kunnskap, samt hvordan denne kunnskapen brukes og tilpasses til problemet som skal løses.
- 2) *Kontroll*. Kontroll dreier seg om organiseringen av ressurser og strategier for å håndtere matematiske situasjoner. Det inkluderer planlegging, overvåking og regulering av aktiviteter.
- 3) *Overbevisninger*. Disse omfatter individets matematiske verdensbilde og hvordan man tilnærmer seg matematikk og matematiske oppgaver. Tro påvirker holdninger, følelser og beslutninger i løsningsprosessen.
- 4) *Følelser*. Følelser og holdninger, som motivasjon, interesse og selvtillit, spiller en vesentlig rolle i problemløsning og kan påvirke prestasjonene.
- 5) *Sosiokulturelle sammenhenger*. Individets sosiale og kulturelle bakgrunn påvirker hvordan matematikk læres, forstås og brukes. Dette inkluderer både familiens og klasserommets innvirkning på læring og problemløsning (Lester, 1987).

3.4 Problemløsning og overføring

I forbindelse med matematikkundervisning i skolen er perspektivet på overføring av læring fra én kontekst til en annen knyttet til hvordan man ser på problemløsning. Ernest (1998) klassifiserer fire mulige perspektiver som gir innsikt i dette temaet:

- 1) *Bruksperspektivet*. Dette perspektivet fokuserer på bruk av matematiske begreper, metoder og problemløsning fra skolen i praktiske «brukssituasjoner» utenfor skolen. Læringen

gjennomgår en abstraksjonsprosess der den tilpasses skolekonteksten. Omvendt kan skolens abstrakte matematikk brukes til å løse konkrete praktiske problemer.

2) *Et kognitivistisk perspektiv.* Her benyttes matematisk kunnskap som er eksplisitt innlært i skolen, det vil si kontekstfri kunnskap, til å håndtere oppgaver importert fra eksterne kontekster. Oppgavene tilpasses skolekonteksten ved hjelp av standardiserte metoder. Overføringen består i å anvende tilegnet kunnskap på nye situasjoner i samfunnslivet eller arbeidslivet.

3) *Problemløsningsperspektivet.* Dette perspektivet vektlegger at elever tilegner seg viktig læring ved å anvende problemløsningsstrategier og heuristiske tilnærminger, som beskrevet av Pólya, ved å løse ikke-rutinemessige oppgaver. Observasjon av lærere som løser spesifikke problemer, samt eksplisitt undervisning i ulike tilnæringsmåter, fremmer læringen. Overføring innebærer å anvende tilegnet kompetanse på nye situasjoner i samfunn og arbeidsliv.

4) *"Situating Cognition"-perspektivet.* Dette perspektivet antar at matematisk kunnskap er delvis kontekstavhengig og ikke kan separeres fullstendig fra sin opprinnelige kontekst og bruk. Derfor er også overføring av denne kunnskapen begrenset (referert i Björkqvist, 2003).

Problemløsning spiller en vesentlig rolle i sammenheng med de ulike perspektivene på overføring av læring, men rollene varierer. Innenfor bruksperspektivet oppstår behovet for utvikling gjennom overføring når spesifikke problemer i naturen eller samfunnet krever mer avanserte matematiske begreper og metoder. I det kognitivistiske perspektivet fokuseres det på at elevene utvikler en bevisst tankegang og bruker tidligere erfaringer for å mestre komplekse situasjoner i ulike kontekster. Løsning av matematiske problemer i skolen betraktes som et middel for å fremme læring, mens evnen til å løse virkelige problemer er et langsiktig mål. I et problemløsningsperspektiv er selve problemløsningen et mål i seg selv. Dette innebærer undervisning ved hjelp av generelle prinsipper for problemløsning, som kan anvendes i en rekke ulike situasjoner. "Situating Cognition"-perspektivet vektlegger problemløsning i spesifikke kontekster og utfordrer mulighetene for å tilpasse kontekstene slik at de ikke oppfattes som fullstendig separate (Björkqvist, 2003, s. 53 - 54).

Videre peker Björkqvist (2003) på matematisk modellering som den mest omfattende formen for matematisk problemløsning. Denne tilnærmingen tar utgangspunkt i reelle problemområder i en ikke-skolemessig kontekst og involverer trinn som fører til økt forståelse eller praktisk nytte innenfor denne konteksten. Det dreier seg om erkjennelse av et problemområde, hvor man ønsker å forstå samt forklare noe, og det antas at en matematisk behandling kan bidra til dette. Man forenkler en situasjon og setter visse eksplisitte og implisitte kriterier for den. Denne situasjonen oversettes til matematikk ved å omdanne elementer og relasjoner til matematiske uttrykk og formler. Spørsmål om problemet uttrykkes matematisk, noe som leder til en matematisk modell. Innen denne modellen bruker man matematiske metoder for å nå konklusjoner, som også er matematisk formulert. Når man kommer fram til et svar, tolkes dette tilbake til den opprinnelige hensikten. Dersom løsningen er tilfredsstillende, kan man akseptere den. Hvis ikke, må modellen forkastes eller omarbeides.

3.5 Utforskende matematikk

Magdalene Lampert (1990) vektlegger at elevene bør lære å «gjøre» matematikk. Dette innebærer at ord som «tenke», «forklare», «kunne», «oppgave», «problem», og «svar» får en ny og dypere betydning, noe som har til hensikt å endre dynamikken mellom lærer og elev. I utforskende matematikk handler lærerens rolle mer om å skape egnede utforskningsoppgaver og problemer som engasjerer elevene. Lampert har undersøkt hvordan matematikkundervisning kan transformeres ved hjelp av inquiry-baserte tilnærminger og har fokusert på utviklingen av begrepsmessig forståelse (Birkeland et al., 2018, s. 344).

I et pedagogisk miljø forekommer altså utforskning som en dynamisk interaksjon mellom elever og mellom lærer og elever, i følge Lampert. Dette samspillet mener Lampert at muliggjør en utnyttelse av de ulike ressursene elevene besitter. De uttrykker og kommuniserer sine ideer på både verbale og skriftlige måter, benytter seg av symboler, formler, data, figurer og tabeller som verktøy. I likhet med andre fag er målsettingen at elevene skal kunne uttrykke seg selvstendig innenfor matematikkens rammer. Å utforske i det undersøkende landskapet skiller seg fra å arbeide innenfor oppgaveparadigmet. I oppgaveparadigmet, som ligner på tradisjonell undervisning, presenterer læreren nytt stoff, går deretter gjennom utvalgte oppgaver, og deretter løser elevene oppgavene, enten alene eller i samarbeid med andre. I motsetning til dette representerer det undersøkende landskapet et unikt tilnæringssett der

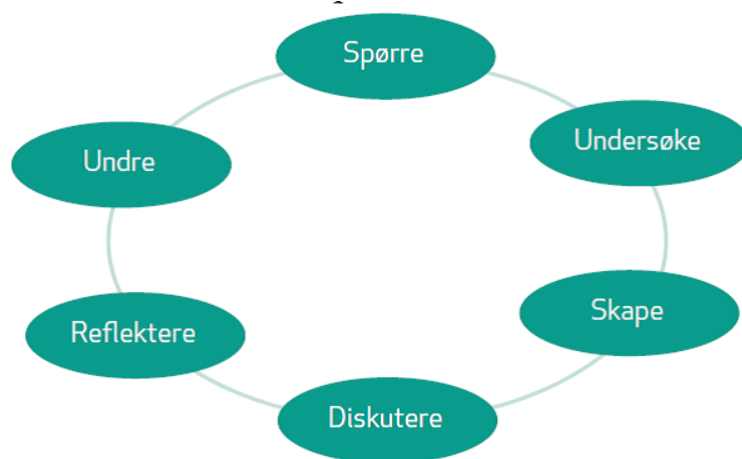
lærerens utfordrende spørsmål fungerer som startpunktet for å invitere elevene til å utforske på egen hånd (Skovsmose, 1998).

Ifølge Jaworski (2006) kan elever, ved å arbeide med aktiviteter basert på utforskning og spørsmål som oppfordrer til kritisk tenkning, utvikle en dypere forståelse av matematikk. Dette innebærer at de ikke bare vet hva de skal gjøre og hvordan, men også *hvorfor*. I tillegg til å ha praktisk kunnskap og bruke regler og algoritmer, forstår de også prinsippene bak og kan se generelle sammenhenger i matematikken (Jaworski, 2006). Ifølge Fuglestad (2010) er utforskende matematikk en tilnærming som kan fremme elevengasjement og kan styrke elevenes kritiske tenkning, noe som er avgjørende for elevers matematiske utvikling og læring. I en undervisning som bygger på utforskning, spiller gode spørsmål en avgjørende rolle for å stimulere elevenes nysgjerrighet og oppfordre dem til å stille flere spørsmål og utforske videre (Fuglestad, 2010).

Skovsmose og Säljö (2008) påpeker at elever må ønske å lære og engasjere seg i utforskningsprosesser, da ingen kan tvinges til dette. Det er viktig å forstå at elevene kan ha ulike motiver og intensjoner som påvirker deres deltakelse i læringsaktiviteter. Læreren bør derfor prøve å lede elevenes intensjoner mot aktiviteten ved å stille utfordrende spørsmål, for eksempel ved å bruke «hva hvis»-spørsmål. Dette kan øke sjansen for at elevene engasjerer seg i utforskningen og føler et ansvar for sin egen læring. «Hvorfor»-spørsmål kan også oppmuntre elevene til å begrunne sine tanker og reflektere over problemene de utforsker.

3.5.1 Inquiry

Begrepet inquiry handler om å stille spørsmål, undre seg, undersøke, utforske, eksperimentere og søke etter kunnskap. Lærerens rolle er å legge til rette for utforskningen, men det er elevene som utfører de utforskende. I utforskende undervisning er sammenhengen mellom ulike tilnærminger til faglig innhold avgjørende for læringsprosessen. Ifølge Fiskum & Korsager (2017) fremmer utforskende undervisning nysgjerrighet og krever kritisk tenkning, da elevene fungerer som forskere for å finne svar. Inquiry handler om å stille spørsmål, undersøke, utforske, undre, identifisere problemer og søke løsninger, og se kritisk på det en utforsker (Jaworski, 2010). Det er ikke en metode eller en prosedyre, men heller en tilnærming eller holdning (se figur 1).



Figur 1 Inquiry-syklus. Ulike aktiviteter (Fuglestad, 2010)

Spørre: Elevene uttrykker hva de lurer på dette stadiet. *Undersøke*: Elevene starter innsamling av informasjon, for eksempel ved å lese, eksperimentere, observere eller søke etter andre ressurser. *Skape*: Elevene kobler informasjonsbiter sammen og utvikler nye ideer og teorier. *Diskutere*: Elever diskuterer nye ideer med hverandre for å utvikle dem videre og sette dem inn i en sammenheng. *Reflektere*: Elevene ser tilbake og evaluerer spørsmål, undersøkelser og konklusjoner. *Undre*: Diskusjoner og refleksjoner kan føre til ytterligere undring og nye spørsmål som kan starte en ny runde i inquiry-syklusen (Fuglestad, 2010; Jaworski, 2010).

3.6 Dybdelæring

I St. Meld. nr. 28 (2015-2016) ble det fastslått at Norge er avhengig av samfunnsborgere med kunnskap og kompetanse for å møte fremtidens utfordringer. Det kunnskapsintensive og spesialiserte arbeidslivet, den raske teknologiske utviklingen og betydningen av en bred utdanning gjør det nødvendig for alle å utvikle solid faglig kompetanse i skolen. Dybdelæring ble fremhevet som en viktig tilnærming som står i kontrast til overflatelæring, som fokuserer på faktakunnskap uten sammenheng. Dybdelæring fører til økt læringseffekt, da elevene utvikler en helhetlig forståelse av faget, ser sammenhenger mellom ulike fag og kan anvende sin kunnskap til å løse problemer i nye sammenhenger (St. Meld 28, 2015 - 2016, s. 14).

Dybdelæring handler om at elevene gradvis utvikler sin forståelse av begreper og sammenhenger innenfor hvert fag, samtidig som de lærer å anvende faglige kunnskaper og ferdigheter i varierte og stadig mer komplekse sammenhenger (Sawyer, 2014). Dybdelæring, sett fra et kognitivt synspunkt, fokuserer spesielt på de grunnleggende elementene innenfor fagene og elevenes tidligere kunnskap. Det er opptatt av hvordan elevene kan utvikle mer

solide kunnskapsstrukturer innenfor fagene. Det kognitive perspektivets styrke ligger i hva som blir lært, hvordan læring oppstår, og hvordan denne læringen kan anvendes i ulike nye sammenhenger (Ohlsson, 2011).

Denne formen for læring innebærer å anvende kunnskaper og ferdigheter på ulike måter, slik at elevene over tid kan mestre ulike typer faglige utfordringer, både individuelt og i samspill med andre (Sawyer, 2014). Dybdelæring er på denne måten tett knyttet til begrepene problemløsning og utforskning. Når elevene arbeider med å utvikle en helhetlig forståelse av faglige konsepter, er problemløsning en naturlig del av prosessen. Gjennom å møte stadig mer komplekse oppgaver og varierte aktiviteter, blir de utfordret til å anvende sin forståelse for å løse problemer og utforske nye aspekter ved faget. Problemløsning er dermed en integrert del av dybdelæring, da det hjelper elevene med å se sammenhenger og trekke konklusjoner basert på deres forståelse (NOU: 2014: 7, s. 35).

Utforskning er også en vesentlig komponent av dybdelæring. Når elevene går utover overfladisk kunnskap og dykker dypere inn i et fag, er de engasjert i utforskning. Dette innebærer å undersøke nye områder, stille spørsmål, og søke etter sammenhenger som går utover det å memorere fakta. Utforskning gir elevene muligheten til å utvide sin forståelse og se faget fra ulike perspektiver. Det utfyller dermed dybdelæring ved å oppmuntre elevene til å engasjere seg i prosesser som bidrar til en mer helhetlig forståelse. Forskning har vist at eksperter innen ulike fagområder har en dypere forståelse som gjør dem i stand til raskt å utforske, tolke og trekke konklusjoner basert på ny informasjon. Dette skyldes deres evne til å knytte nye ideer til allerede etablerte begreper og prinsipper. Dybdelæring gir altså elevene muligheten til å utforske sin forståelse i nye og ukjente sammenhenger, og øker dermed deres evne til problemløsning.

Utdanningsdirektoratet (2021) understreker betydningen av å gi skolen muligheten til å tilrettelegge for dybdelæring. Dette innebærer at elever skal utvikle en dypere forståelse av sentrale elementer og sammenhenger innenfor et fag. Videre skal de lære å anvende faglige kunnskaper og ferdigheter i varierte situasjoner, både i kjente og ukjente sammenhenger. I dette arbeidet oppfordres elevene til å engasjere seg i oppgaver og aktiviteter med økende grad av kompleksitet. Dybdelæring i fag innebærer derfor at elever gradvis utvikler sin kompetanse på en slik måte at de kan mestre ulike typer faglige utfordringer, både individuelt og i samspill med andre.

Forskning innen læringsfeltet understreker den betydningsfulle effekten av dybdeløring på elevenes atferd, tankeprosesser, følelser og selvbylde som lærende individer. Dette fremgår tydelig i NOU 2014:7, *Elevenes læring i framtidens skole*, som legger vekt på at dybdeløring spiller en avgjørende rolle for faglig utvikling, varig læring og oppnåelse av mestrings over tid. Videre understrekes viktigheten av dybdeløring som en metode for å oppnå en helhetlig forståelse i utdanningen (Meld. St. 28, 2015-2016). Dermed blir dybdeløring en nøkkelstrategi for å fremme en mer helhetlig og praktisk tilnærming til læring, der elevene ikke bare tilegner seg kunnskap, men også kan bruke den effektivt for å håndtere virkelige utfordringer i ulike situasjoner.

I tillegg til dette belyser FIKS (Forskning, Informasjon, Kompetanse og Samfunnsutvikling) (2020) betydningen av dybdeløring i sammenheng med den pågående teknologiske utviklingen i samfunnet. Teknologi gir elevene tilgang til en overveldende mengde informasjon. Derfor blir evnen til å finne og kritisk analysere denne informasjonen viktigere enn kun å ha ren faktakunnskap. Faktakunnskapen i seg selv mister ikke sin verdi, men den må ifølge FIKS (2020) nå sees som en komponent som styrker evnen til å analysere og anvende informasjon innenfor ulike fagområder. Dette peker på en endring i fokus fra ren kunnskapsakkumulering til en dypere forståelse og bruk av kunnskap. Dybdeløring blir dermed en vesentlig strategi for å utvikle evnen til å håndtere den komplekse og mangfoldige informasjonen som elevene møter i det moderne samfunnet.

Dybdeløring og faglige kjerneelementer kan spores tilbake til vitenskapssentret l replanlegging fra 1960-tallet i USA, som har hatt innvirkning på pedagogisk tenkning i Norge og andre land (Bjørnsrud & Nilsen, 2021). Dybdeløring skiller seg fra overflateløring ved å fokusere på å utvikle en helhetlig forståelse av fag og se sammenhenger mellom ulike fagområder, i tillegg til å anvende kunnskap i praktiske situasjoner (Engelsen, 2019). I tabellen under er det presentert en sammenligning mellom dybdeløring og overflateløring. Formålet er å tydeliggjøre forskjellen mellom disse to for å gi et oversiktlig bilde av dybdeløring og overflateløring.

Dybdelæring	Overflatelæring
Elever relaterer nye ideer og begreper til tidligere kunnskaper og erfaringer.	Elever jobber med lærestoff uten å relatere det til hva de kan fra før.
Elever organiserer egen kunnskap i begrepssystemer som henger sammen.	Elever behandler lærestoff som adskilte kunnskapselementer.
Elever ser etter mønstre og underliggende prinsipper.	Elever memorerer fakta og utfører prosedyrer uten å forstå hvordan eller hvorfor.
Elever vurderer nye ideer og kobler dem til konklusjoner.	Elever har vanskelig for å forstå nye ideer som er forskjellig fra dem de har møtt i boka.
Elever forstår hvordan kunnskap blir til gjennom dialog, og vurderer logikken til et argument kritisk.	Elever behandler fakta og prosedyrer som statisk kunnskap, overført fra en allvitende autoritet.
Elever reflekterer over sin egen forståelse og sin egen læringsprosess.	Elever memorerer uten å reflektere over formålet eller over sine egne læringsstrategier.

Figur 2: Dybdelæring og overflatelæring (NOU 2014:7, s 36)

3.7 Læreplaner

I Norge er det vanlig å forbinde «læreplan» med det formelle læreplandokumentet. Dette dokumentet beskriver idealisert hvordan undervisningen skal gjennomføres. En mye brukt nordisk læreplandefinisjon fra 1970-årene er: «Sentrale virkemidler som gir en nærmere utforming av de generelle mål som er satt for skolen, og som gir bestemmelser om timeplan, faginnhold, arbeidsmåter og vurdering» (Engelsen, 2013, s. 29). Denne definisjonen gir innsikt i hvordan læreplanen er blitt oppfattet og dens rolle i undervisningen (Engelsen, 2013). Læreplanene beskriver kompetansen elevene skal tilegne seg i fagene i løpet av skolegangen. Kompetanse består av kunnskaper og ferdigheter i kombinasjon. Skolen skal planlegge, gjennomføre og evaluere opplæringen slik at elevene oppnår kompetanse de kan bruke i ulike sammenhenger i samfunns – og arbeidsliv. Ettersom elever, lokalsamfunn og skoler er forskjellige gir læreplanene handlingsrom til å tilpasse undervisningen til alle elever på alle trinn (Udir, 2022).

Begrepet «læreplan» brukes variert rundt om i verden, og avhenger ofte av nasjonale undervisningstradisjoner. I de nordiske landene har det vært en tradisjon for at staten utarbeider læreplaner som fungerer som retningslinjer for skolene og lærerne, og som definerer hva skolen skal omfatte. Det er en viktig distinksjon mellom sentrale og lokale læreplaner. Lokale læreplaner er undervisningsplaner som utarbeides på skolenivå, for eksempel av den enkelte skole. Da elevene, lokalsamfunnene og skolene varierer, gir lokale

læreplaner rom for tilpasninger i undervisningen som tar hensyn til alle elever på alle trinn (Imsen, 2009). Grad av detaljering kan variere betydelig. Spørsmålet om hvor mye innflytelse staten skal ha i forhold til hvor mye skolene og lærerne skal kunne bestemme, har vært og er fortsatt et diskusjonstema som involverer politikere og lærerprofesjonen.

Skolen spiller en sentral rolle i samfunnets utvikling. Den har ansvaret for å overføre vår kulturelle arv til fremtidige generasjoner og samtidig sikre at samfunnet er utstyrt med nødvendig kompetanse. Staten har et overordnet ansvar for å sikre at skolene er i stand til å oppfylle disse kravene, og læreplanene er det primære styringsverktøyet. En læreplan er en unik type tekst som fungerer som et løfte, en instruksjon og en definisjon. Ved å lese læreplanverket kan man få innsikt i hva som forventes at barn skal oppnå i grunnopplæringen. Dette gir muligheten for alle interesserte parter å forstå skolens formål og ansvar (Blikstad-Balas, 2020).

3.7.1 Læreplanteorier

Imsen (2009, s. 192) refererer til Stenhouse (1975) for å definere hva en læreplan er: «En læreplan er et forsøk på å formidle de viktigste prinsippene og egenskapene ved en pedagogisk plan på en måte som gir rom for kritisk undersøkelse og muligheten for effektiv praksis». Utformingen av læreplaner er statens privilegium, og det gir staten kontroll over samfunnets tankeprosesser og samtidig muligheten til å veilede individuell utvikling. Ikke alle læreplaner har like sterk styringskraft, og historisk sett har de hatt varierende detaljnivå i beskrivelsen av innhold og undervisningsmetoder (Imsen, 2020).

Den amerikanske pedagogen John I. Goodlad (1979) beskriver det som ses på som læreplanens tre sider. Den substansielle siden, den sosiopolitiske siden og den teknisk-profesjonelle siden. Den substansielle side er å tenke på læreplaner som retningslinjer for hva som skal skje i skolen, både faglig innhold og arbeidsmåter. Den sosiopolitiske side tar for seg de samfunnsmessige interessene som spiller inn. Aktører som politiske partier, arbeidstaker – og arbeidsgiverorganisasjoner, lokale interessegrupper eller ulike sektorinteresser, som for eksempel forsknings – og universitetssystemet, har alle interesse for å være med å bestemme over skolen. Den teknisk-profesjonelle side dreier seg om selve gjennomføringen. Det kan være opplæring av veiledere som skal veilede lærere om lærerplanen, det kan være opplæring og etterutdanning av skoleadministratorer og skoleledere, og det kan være utvikling av vurderingssystemer for å sjekke hvordan det går med gjennomføringen. Disse tre sidene av læreplanene henger sammen med hverandre (Imsen, 2009).

Ifølge Imsen (2009) utviklet Goodlad (1979) et rammeverk som beskriver de ulike aspektene av læreplanen, kjent som «læreplanens fem dimensjoner». Disse dimensjonene omfatter den ideologiske læreplanen, den formelle læreplanen, den oppfattede læreplanen, den operasjonaliserte læreplanen og den erfarte læreplanen. Engelsens (2013, s. 27 - 28) har belyst betydningen av hver av disse dimensjonene:

1. *Den ideologiske læreplanen:* Denne dimensjonen omhandler de ideologiske grunnlagene for læreplanen, basert på filosofiske og ideologiske strømninger som reflekterer samfunnets verdier og synspunkter.
2. *Den formelle læreplanen:* Dette refererer til selve læreplandokumentet, den offisielt vedtatte læreplanteksten. Den formelle læreplanen fastsetter retningslinjene for skolens og lærerens arbeid.
3. *Den oppfattede læreplanen:* Denne dimensjonen involverer tolkningen og oppfatningen av læreplanen av ulike aktører, som danner grunnlaget for planlegging, tilrettelegging, implementering og vurdering av opplæringen.
4. *Den operasjonaliserte læreplanen:* Dette aspektet fokuserer på hvordan undervisningen faktisk gjennomføres i klasserommet innenfor rammen av læreplanen.
5. *Den erfarte læreplanen:* Dette aspektet omhandler elevenes opplevelser av læreplanen, men kan også inkludere foreldrenes og samfunnets generelle oppfatning av læreplanen.

For å forstå en læreplan, er det viktig å se Goodlads «læreplaners fem dimensjoner» i sammenheng. Disse dimensjonene påvirker hverandre i stor grad. Den ideologiske læreplanen, som speiler samfunnets grunnleggende verdier og pedagogiske prinsipper, setter tonen for den formelle læreplanen. Den formelle læreplanen, bestående av de offisielle dokumentene og retningslinjene, oversetter disse ideologiene til praktiske rammer for utdanningen. Videre fra den formelle til den oppfattende læreplanen kan det skje en stor overgang. Det er her lærere og skoleledere tolker og forstår dokumentene, en prosess som er avgjørende for den faktiske gjennomføringen i skolen. Den operasjonaliserte læreplanen reflekterer hvordan undervisningen utspiller seg i klasserommene. Her er det lærernes metodikk og tilnærming til læreplanens innhold satt i verk, som er et resultat av den oppfattede læreplanen. Altså hvordan man tolker og tilpasser den formelle læreplanen til sine elever. Alt dette påvirker den erfarte læreplanen – elevenes faktiske læringserfaringer og

oppfatningen av undervisningen de får. Elevenes opplevelser er en tilbakemelding på hvordan «de fem dimensjonene» forholder seg til hverandre, fra de ideologiske rammene til den praktiske gjennomføringen. I denne oppgaven er det den andre dimensjonen av læreplanen, den formelle læreplanen som skal undersøkes nærmere, men som det er gitt uttrykk for må alle disse dimensjonene ses i sammenheng.

3.7.2 Læreplaners innhold og form

Det finnes ingen fast etablert standard når det gjelder struktur og innhold i læreplaner. En analyse av norske læreplaner gjennom tidene avslører betydelige variasjoner. Noen læreplaner preges av en enkel oppramsing av innhold, mens andre likner mer på en omfattende lærebok om undervisningsmetoder. Andre igjen er formulert som målsettinger som elevene skal oppnå eller arbeide mot (Imsen, 2009). Engelsen (2013) påpeker at selv om det finnes slike variasjoner, er mange læreplaner likevel basert på de samme grunnleggende kategoriene.

Imsen (2009) refererer til læreplanteoretikeren Hilda Taba (1962), som hevder at en læreplan kan deles inn i fire sentrale elementer:

1. *Mål*: Disse målene utgjør de overordnede retningslinjene og kriteriene som skal veilede alle valg som gjøres i undervisningen.
2. *Innhold*: Dette aspektet omfatter hvilket lærestoff fra ulike fag og fagområder elevene skal arbeide med.
3. *Arbeidsmåter*: Dette elementet tar for seg lærerens undervisningsmetoder og hvordan undervisningen skal organiseres, samt hvordan elevene skal delta i læringsprosessen.
4. *Evaluering*: Evaluering eller vurdering undersøker om elevene har gjort fremskritt eller oppnådd de fastsatte målene (Imsen, 2009).

Selv om det er variasjoner i hvordan disse elementene utformes i ulike læreplaner, gir dette rammeverket en felles forståelse av hva en læreplan bør inneholde.

Engelsen (2013) gjentar de samme fire elementene i sin tilnærming til læreplaner. Hun påpeker at alle læreplanene inkluderer perspektiver på skolens og opplæringens mål, som inkluderer både de overordnede målene og de mer spesifikke delmålene (kompetansemål). Videre inneholder de retningslinjer for innholdet i skole og opplæring, inkludert hvordan innholdet blir valgt ut og organisert. Alle læreplaner har også metodiske konsekvenser, som

påvirker hvilke undervisnings- og arbeidsmetoder som anses som mest hensiktsmessige. Til slutt inkluderer de også vurdering. Det er viktig å merke seg at læreplanenes syn på mål, innhold, arbeidsmåter og evaluering påvirkes av deres forståelse av elevens forutsetninger og rammefaktorer for opplæring (Engelsen, 2013).

Engelsen stiller et viktig spørsmål: Hva skaper variasjon i læreplaner når de alle er bygd rundt de samme kategoriene? Ifølge Engelsen ligger svaret på dette spørsmålet i sammenhengen mellom våre verdier og vårt pedagogiske syn, som påvirker vår forståelse av disse kategoriene. Engelsen (2013, s. 42 - 43) forklarer:

1. *Prioritering av kategoriene*: Noen vektlegger målene som den viktigste kategorien, mens andre legger mer vekt på innholdet. Samtidig argumenterer andre for at selve opplæringsprosessen og arbeidsmetodene bør ha høyest prioritet.
2. *Vektlegging innenfor samme kategori*: Selv blant de som anser målene som den viktigste kategorien, kan det oppstå uenighet om hva som bør være målene for skolens virksomhet. På samme måte kan det være varierende synspunkter på hvilket innhold som er av størst verdi. Personer som fokuserer på selve opplæringsprosessen, kan også ha ulike synspunkter på hva som utgjør en vellykket prosess.
3. *Begrunnelse for vektlegging*: Noen vil begrunne sine synspunkter med at skole og opplæring må tilpasse seg endringer i samfunnsutviklingen. Andre vil argumentere for at skolen bør gi elevene verktøy for å påvirke uheldige trender i samfunnsutviklingen, og at skolen bør fungere som en motkultur.

Det er viktig å ta hensyn til ulike prioriteringer og synspunkter rundt kategoriene mål, innhold, arbeidsmåter og evaluering. Denne tilnærmingen gir en dypere innsikt i de pedagogiske valgene som ligger til grunn for læreplanenes utforming og hvordan disse påvirker undervisningen.

For det første varierer prioriteringen av disse kategoriene betydelig mellom ulike læreplaner. I noen læreplaner finner vi at målene er prioritert, med klare og definerte forventinger til elevenes ferdigheter i problemløsning og utforskning. Dette setter en tydelig retning for både innholdet og de pedagogiske metodene som anvendes. I andre læreplaner er det innholdet som står i fokus, hvor detaljerte beskrivelser styrer undervisningens innretning. Videre kan noen

læreplaner ha større fokus på arbeidsmåter, og legge vekt på hvordan undervisningen skal organiseres for å fremme en aktiv og utforskende tilnærming til matematikk

Innenfor disse kategoriene kan man observere variasjoner i vektleggingen. Selv blant læreplaner som prioriterer mål, kan man se forskjeller i hva som defineres som viktige mål. For eksempel kan noen fokusere mer på utvikling av kritisk tenkning og problemløsning, mens andre kan vektlegge bruken av matematikk i praktiske situasjoner. I innholdskategorien kan det være forskjeller i hvilke matematiske emner som får størst oppmerksomhet, og i arbeidsmetodene kan det være ulike syn på hva som utgjør gode pedagogiske tilnærminger. Alt dette blir speilet i analysedelen.

3.7.3 Mål i norske læreplaner og innføring av kompetansebegrepet

I Norge har læreplaner alltid inkludert mål, men tidligere var disse målene generelle og brede, og de var i stor grad retningslinjer å strekke seg mot. De var åpne mål, snarere enn klart definerte mål som skulle oppnås og evalueres. På 1990-tallet, da styringssystemene for utdanningen ble revidert, fikk målene en mer sentral rolle som styringsverktøy, og de ble systematisk knyttet til vurdering (Imsen, 2020). Den økte vektleggingen av hva som skal oppnås eller utføres fører til at målene i kompetansebaserte læreplaner i større grad ligner oppgaver som krever bruk av kunnskapen. Det handler om å kunne demonstrere eller anvende de kunnskapene og ferdighetene elevene har tilegnet seg gjennom arbeidet med faget. Dette betyr at kompetansebaserte læreplaner har en annen karakter enn tidligere læreplaner. Det er ikke lenger tilstrekkelig «å ha kjennskap til» eller «å ha innsikt i» et fag (Imsen, 2020). Imsen (2020) beskriver «kunnskap» som noe man har og bærer med seg, uavhengig av tid og sted, og som kan brukes når situasjonen krever det. Begrepet «kompetanse» refererer til evnen til å løse spesifikke problemer i bestemte situasjoner.

3.6 Et historisk blikk på «problemløsning» og «utforsking»

For å få en dypere innsikt i fremveksten og forståelsen av begrepene problemløsning og utforskning, er det avgjørende å forstå historien som ligger til grunn. Det er ikke første gang at det har skjedd endringer i begrepsbruken innen utdanningssystemet. For å få et bedre grep om dagens situasjon, kan det derfor være hensiktsmessig å se tilbake i tid. I denne forbindelse vil noen viktige historiske utviklingstrekk knyttet til begrepene problemløsning og

utforskning presenteres. For å gjøre dette på en systematisk måte, vil historien først bli presentert i tabellform, etterfulgt av en oppsummering.

Planer	Stikkord
1939 Normalplan	Landsfolkeskolen, byfolkeskolen ulike planer
1960 Forsøksplan	Utvidelse til 9-årig skole. Linjedeling 7-9. fra linjedeling til kursdeling, kursplaner. Algebra og geometri introduseres i grunnskolen.
1971 Mønsterplan	Planen kommer i to alternativer, «tradisjonell» vs «moderne matematikk», den siste introduserer mengdelære, logikk og mer stadium av formelle strukturer.
1974 Mønsterplan	Tradisjonell matematikk er fokusert, og «moderne matematikk» tones ned igjen.
1987 Mønsterplan	Problemløsning, data, matematikk som verktøy, tilpasset opplæring
1997 Læreplan	10-årig skole. Proessorientert matematikk, elevorientert læring, konstruktivistisk læringssyn, tema og prosjektarbeid styrkes
2006 Kunnskapsløftet	Grunnleggende ferdigheter i alle fag. Kompetansemål innføres
2020 Fagfornyelsen	Problemløsning og utforskning som eget kjerneelement i matematikk. Fokus på dybdelæring.

Figur 3: Læreplaner og innhold (Alseth et al., 2003)

I 1959 gjennomgikk den norske grunnskolen en utvidelse fra syv til ni år, og faget ble omdøpt til matematikk. Dette førte til en inkludering av elementer fra den videregående skolen i læreplanen, spesielt innenfor områder som geometri og algebra. I løpet av 1960-tallet var den vestlige verden preget av en rekke reforminitiativer innen matematikkundervisning. Nordiske land inngikk et samarbeid for å modernisere faget, inspirert av reformbevegelser fra USA, og dette skapte intens debatt. I 1971, da Mønsterplanen (M71) ble lansert, ble to matematikkplaner foreslått - en radikal og en mer tradisjonell. Den mer tradisjonelle tilnærmingen vant frem og dannet grunnlaget for Mønsterplanen i 1974 (M74). Denne planen la større vekt på de grunnleggende ferdighetene i matematikkfaget. Debatten rundt matematikkundervisning i skolen fortsatte i mange år, både i Norge og internasjonalt.

I løpet av denne perioden økte fokuset på forskning om læring og undervisning innen matematikk, og flere sentre ble etablert for å utvikle matematikkundervisningen. Nye

tidsskrifter ble opprettet, og matematikkfaget ble gjenstand for internasjonalt samarbeid og konferanser. På 70- og 80-tallet begynte opplæringen å omfavne konstruktivistiske og humanistiske perspektiver. Ifølge disse synene konstruerer barn sin egen kunnskap, og undervisningen tar utgangspunkt i elevenes forkunnskaper og søker å forsterke og utfordre dem ved å skape kognitive konflikter som korrigerer misoppfatninger. Skolematematikk ble anerkjent som både objektiv og menneskeskapt. Dette resulterte i nye undervisningsmetoder med fokus på problemløsning og utforskning (Alseth et al., 2003). I Mønsterplanen 1987 (M87) ble problemløsning gitt et eget hovedområde og ble samtidig integrert som en viktig del av all matematikkundervisning, slik planen foreskrev (Alseth et al., 2003). Dette markerer begynnelsen på en ny æra for matematikkundervisningen i Norge med et økende fokus på problemløsning og utforskning.

3.8 Presentasjon av analyserte dokumenter

M87

Mønsterplanen fra 1987 bestod av to hoveddeler: en generell del og en del med fagplaner. Læreplanen presenterte lærestoffet i treårsperioder med inndeling i følgende trinn: 1-3. klasse, 4-6. klasse og 7-9. klasse. Denne læreplanen fungerte som en overordnet rammeplan og fastsatte hovedemner og delemner for fagene, som skulle være felles for alle elever. En av de særegne trekkene ved M87, som Imsen (2020) påpeker, var vektleggingen av læringsmiljø, samarbeid blant lærere og kollektiv planlegging ved skolene. Læreplanen oppmuntret til tverrfaglige prosjekter, gruppearbeid og bruk av varierte undervisningsmetoder. Ifølge Imsen var M87 populær blant lærerne og ble flittig brukt som et verktøy for undervisningsplanlegging.

I matematikkdelen av planen ble lærestoffet organisert rundt mål, progresjon, arbeidsmåter, læremidler, hovedemner og delemner. Hovedtemaene inkluderte problemløsning, tall, tallregning, måling og enheter, prosent, geometri, statistikk, personlig økonomi og samfunnsøkonomi, algebra og funksjonslære, samt datalære (Alseth et al., 2003; Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987).

M87 fremhevet tre viktige faktorer som var av betydning for matematikkundervisningen:

1. Undervisningen skulle tilpasses elevenes individuelle behov.
2. Det skulle være et tverrfaglig perspektiv i undervisningen.

3. Skoler og kommuner skulle utarbeide lokale planer for å implementere læreplanen på en meningsfull måte.

En av de mest markante endringene i M87 var innføringen av problemløsning og datalære som separate hovedtemaer. Dette var områder hvor skolene og lærerne manglet tradisjoner og tidligere erfaring. Dette skapte utfordringer når det gjaldt å omskape teori til praktisk undervisning og å utvikle evalueringsmetoder for problemløsning og databehandling (Alseth et al., 2003).

L97

I 1997 ble Læreplanverket for den tiårige grunnskolen, L97, introdusert, og markerer en vesentlig utvidelse av grunnskolen til ti år. Skolestarten ble derfor flyttet ett år tidligere. Denne læreplanen preges av omfattende felles lærestoff og en sterk grad av sentral styring. Den hadde en spesiell vekt på tema- og prosjektbasert undervisning og ble vedtatt som en forskrift, noe som ga den en sterkere juridisk bindende karakter enn M87 (Alseth et al., 2003).

L97 var strukturert i tre hoveddeler:

1. En generell del
2. Prinsipper og retningslinjer for opplæringen i grunnskolen (kalt «Broen»)
3. Læreplaner for de enkelte fagene

Dette var det mest omfattende læreplanverket hittil, og det introduserte en ny tilnærming til formuleringen av læreplanene for hvert fag. Kunnskapsinnhold og arbeidsmetoder ble beskrevet i form av mål, som klart definerte hva elevene skulle arbeide med i hvert fag, men ikke nødvendigvis hva de skulle oppnå som resultater. Dokumentet «Broen» hadde som mål å bygge bro mellom den generelle læreplanen og fagplanene, samtidig som det utdypet viktige prinsipper, som tilpasset opplæring, skapelse av et godt læringsmiljø, varierte arbeidsmetoder og lokalt arbeid med konkrete implementeringer av læreplanene.

Den nye læreplanen førte til en betydelig innskrenkning av lærernes valgfrihet når det gjaldt valg av lærestoff. Samtidig ble det for første gang fastsatt en prosentandel av skoletiden som skulle brukes til tverrfaglige temaer og prosjektarbeid. Dette utgjorde 60 % av tiden på småskoletrinnet, 30 % på mellomtrinnet og 20 % på ungdomstrinnet. Dette tiltaket ble innført for å ta hensyn til tidligpedagogikk og for å lette overgangen til skolen for seksåringer. L97

var en ambisiøs plan som forsøkte å kombinere frie aktivitetspedagogiske tilnærminger med omfattende kunnskapsoverføring innenfor de enkelte fagene. Evalueringen av Reform 97 viste at lærerne støttet planens grunnleggende intensjoner, men samtidig mente de at fagplanene var for omfattende i forhold til tilgjengelig undervisningstid (Imsen, 2020).

Med innføringen av Læreplanverket for den tiårige grunnskolen, L97, fikk læreplanene en ny status som forskrift. Dette markerte en vesentlig økning i den juridiske dimensjonen knyttet til opplæringen sammenlignet med tidligere. Elever fikk en rettighet til undervisning, noe som medførte at skolene og lærerne i større grad måtte dokumentere innholdet i undervisningen og elevenes læringsutbytte. Dette hadde konsekvenser for hvordan læreplanene ble praktisert, da det medførte økt administrativt arbeid for lærerne. Denne økte administrasjonen ble gjenstand for kritikk i ettertid (Imsen, 2020).

Matematikkplanen i L97 var delt inn i fire hovedkapitler:

1. Fagets plass i skolen
2. Arbeidsmåter i faget
3. Strukturen i faget
4. Mål og hovedmomenter

Målområdene for matematikk var delt opp og tilpasset de ulike klassetrinnene, med totalt fem målområder som dekket fagets utvikling på de forskjellige nivåene.

Læreplanen for Matematikk i L97

Hovedtrinn	Målområder				
Ungdomstrinnet	Matematikk i dagliglivet	Tall og algebra	Geometri	Behandling av data	Grafer og funksjoner
Mellomtrinnet	Matematikk i dagliglivet	Tall	Geometri	Behandling av data	
Småskoletrinnet	Matematikk i dagliglivet	Tall	Rom og form		

Figur 4: Målområder i L97

Læreplanen inneholdt en relativt detaljert beskrivelse av matematikkfaget. Den la stor vekt på matematikk som et praktisk verktøy med praktisk utgangspunkt. Utforskning, eksperimentering, og den pedagogiske bruken av kalkulatorer og datamaskiner ble fremhevet som sentrale elementer. Et viktig aspekt i planen var fremhevingen av å la elevene bruke sin

fantasi til å utvikle metoder for problemløsning gjennom utforskende og problemløsende aktiviteter. Matematikk ble presentert som en prosess hvor elevene skulle være aktive og nysgjerrige. Planen inkluderte også betydningen av å forstå matematikkens historie og dens rolle i kultur og vitenskap. Videre hadde opplæringen som mål å utvikle elevenes ferdigheter i å kommunisere matematikk på en forståelig måte (Birkeland et al., 2018; Alseth et al., 2003).

LK06

Etter de omfattende skolereformene på 1990-tallet var det en bred enighet om at de ytre rammene for skolen var etablert. Nå var tiden inne for å rette oppmerksomheten mot den indre kvaliteten i skolen (Imsen, 2020). I 2006 ble Læreplanverket for Kunnskapsløftet grunnskolen (LK06) introdusert i det norske skolesystemet. Dette læreplanverket omfattet hele spekteret fra første trinn i grunnskolen til og med det andre året i videregående skole. LK06 hadde en struktur som bygget videre på sin forgjenger, L97, og besto av tre hoveddeler:

1. *Generell del:* Den generelle delen av læreplanen forble uendret fra den generelle læreplanen av 1993, som fortsatte å fungere som et overordnet ideologisk dokument.
2. *Prinsipper og rammer for opplæringen:* Den andre delen av læreplanen inneholdt elleve prinsipper vedtatt av Stortinget, også kjent som Læringsplakaten. Den inneholdt også ytterligere utdyping av flere sentrale temaer, som for eksempel elevenes sosiale og kulturelle kompetanse, motivasjon for læring, læringsstrategier og tilpasset opplæring (Imsen, 2020).
3. *Læreplaner for fag:* Fagplanen ble delt inn i hovedavsnitt som omfattet formålet med hvert fag, struktur, timetall, hovedområder, beskrivelse av grunnleggende ferdigheter, kompetansemål og vurderingskriterier.

LK06 la også stor vekt på den språklige kompetansen, spesielt evnen til å analysere, resonnere og kommunisere ideer i forbindelse med matematikk (Birkeland et al., 2018).

Det var totalt fem hovedområder fordelt på de ulike klassetrinnene.

Årstrinn	Hovedområder				
1-4	Tall	Geometri	Måling	Statistikk	
5-7	Tall og algebra	Geometri	Måling	Statistikk og sannsynlighet	

8-10	Tall og algebra	Geometri	Måling	Statistikk, sannsynlighet, kombinatorikk	Funksjoner
------	-----------------	----------	--------	--	------------

Figur 5: Hovedområder i LK06

LK06 var en kort og mindre detaljert læreplan, sammenlignet med sin forgjenger L97. LK06 tillot større rom for tolkning og konkretisering av læreplanen av ulike aktører, inkludert lærebokforfattere, fagmiljøer, lærere og skoler (Birkeland et al., 2018). Dette førte til en svekkelse av den sentrale styringen av skolen og ga mer ansvar til de lokale skoleenhetene (Imsen, 2020). En tydelig endring i LK06 var overgangen til formuleringen av kompetansemål i læreplanen. LK06 gikk utover bare å liste opp hva elevene skulle lære og forstå; den beskrev også hva elevene skulle kunne gjøre med denne kunnskapen og forståelsen. Disse målene ble referert til som «gjøre-mål» og representerte en ny type mål som var ukjent for lærerne (Imsen, 2020).

Kompetansemålene var konkret formulert for forskjellige trinn, inkludert 2. trinn, 4. trinn, 7. trinn og 10. trinn. Skolene hadde en viss fleksibilitet i tolkningen av kompetansemålene, og dette førte til utviklingen av lokale læreplaner som tilpasses skolens behov (Solem et al., 2011). Innføringen viste seg å være vanskelig og tidkrevende for mange lærere og skoleledere, da læreplanen overlater mer til de enkelte aktørene – lærebokforfattere, fagmiljøer, lærere og skoler – å konkretisere planen. (Birkeland et al., 2018).

Utdanningsdirektoratet utnevnte derfor et utvalg som fikk i oppdrag å utarbeide en veiledning til læreplanen. Denne veiledningen var ment å hjelpe skolene og lærerne med å forstå og praktisere LK06 og dens kompetansemål (Solem et al, 2011, Birkeland et al., 2018).

LK20

Evalueringen av læreplanverket for Kunnskapsløftet i 2006 resulterte i et innsiktsfullt bilde med både positive funn og kritikk. Organisert gjennom ti forskningsprosjekter, gransket evalueringen ulike aspekter ved reformen. Den avdekket at implementeringen av reformen var dårlig forberedt, og det manglet til å begynne med nødvendig veiledning for lokalt læreplanarbeid. Begrepet «kompetansemål» var nytt, og ulike definisjoner var i omløp. Mange lærere opplevde at det var for mange kompetansemål, noen var uklart formulert, og det var vanskelig å konkretisere dem. Forskningen antydte at kompetansemålene førte til et fokus på enkeltfakta og avgrensede kunnskapselementer, med begrenset vekt på dybdelæring.

Mangel på kompetansemål for hvert klassetrinn resulterte i tidkrevende arbeid på skolene, som i liten grad ble nyttig for planleggingen av undervisningen. Det rådet også forvirring om hvordan de grunnleggende ferdighetene skulle integreres i kompetansemålene for de ulike fagene (Imsen, 2020).

I 2020 ble det nye læreplanverket for Kunnskapsløftet, LK20, innført. LK20 introduserte en ny overordnet del som erstattet den tidligere generelle delen og prinsippene for opplæringen i LK06. Den overordnede delen omfatter alle læreplaner og setter tonen for verdiene og prinsippene som opplæringen skal baseres på. LK20 inkluderer også kompetansemål og underveisvurdering for hvert trinn i grunnskolen, og dette gir et enda mer strukturert og målrettet rammeverk for undervisning og læring (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Læreplanene gjennomgikk også en omfattende endring i strukturen med innføringen av LK20. Matematikkplanen, som et eksempel, består nå av to tydelig definerte deler. Den første delen, som tar for seg selve faget, inneholder en beskrivelse av fagets relevans og sentrale verdier. Her finner man også kjerneelementene, som er fundamentale for forståelsen av faget, tverrfaglige temaer og grunnleggende ferdigheter. Del to, som omhandler kompetansemål og vurdering, inneholder klart formulerte kompetansemål og retningslinjer for underveisvurdering for hvert trinn i grunnskolen (Utdanningsdirektoratet, 2019). Hovedområdene, som tidligere var en del av læreplanstrukturen, ble på sett og vis erstattet av kjerneelementene. Disse kjerneelementene regnes som det essensielle elevene skal tilegne seg innenfor hvert enkelt fag, og de vil bli utforsket nærmere senere i oppgaven.

Den nye planen er utformet for å fremme dybdelæring, som ble sett som en nødvendig forbedring i kjølvannet av evalueringen av LK06. Evalueringen påpekte at mye av helklasseundervisningen var preget av enkle kunnskapselementer og overfladisk læring av fakta. For å motvirke dette, ble antallet emner per trinn redusert, slik at elevene kan få tilstrekkelig tid og mulighet til å fordype seg i hvert emne. Selv om de grunnleggende ferdighetene fortsatt er en del av planen, er det ikke lenger et krav at alle fag skal legge like stor vekt på disse ferdighetene (Imsen, 2020).

4. METODE

Dette kapitlet har som formål å beskrive og gi en klar forståelse av hvordan analysen av hvordan problemløsning og utforskning blir uttrykt, definert, og eventuelle endringer kommer til syne i læreplanene M87 til LK20. Problemstillingen som er formulert for denne forskningsstudien, og som derfor styrer valget av forskningsdesign, lyder som følger:

Hvordan har fokuset på utforskende matematikk og problemløsning endret seg i matematikkundervisningens læreplaner for 1.-7. trinn i M87, L97, LK06 og LK20?

Hensikten med min studie er altså å undersøke hvordan de fire siste læreplanene i matematikk reflekterer betydningen av problemløsning og utforskning i skolen. Jeg har valgt å anvende dokumentanalyse som forskningsmetode for å oppnå dette målet. Dette kapitlet vil derfor introdusere dokumentanalyse som metode, samt begrunnelser for hvorfor denne metoden ble valgt for min studie. Videre redegjør jeg for valgte dokumenter for bruk i analysen og forklarer hvordan jeg har innhentet disse dokumentene. Til slutt gir jeg innsikt i analyseprosessen, hvor jeg forklarer hvordan analyseprosessen foregikk, før jeg vurderer studien opp mot validitet og reliabilitet og diskuterer egen rolle som forsker og etiske problemstillinger i forbindelse med dokumentanalyse som metode.

4.1 Valg av forskningsdesign og metode

Forskningsdesign refererer til en strukturert plan eller en ramme som skisserer metodene og prosedyrene som skal anvendes i utførelsen av en forskningsstudie (Johannessen et al., 2020, s. 55). Når man planlegger en forskningsundersøkelse, står man overfor en rekke valg angående hvem og hva som skal undersøkes, samt hvordan selve undersøkelsen skal gjennomføres. Disse valgene er særlig betydningsfulle i den tidlige fasen av forskningsprosessen. Ifølge Jacobsen (2015) er det essensielt å velge et forskningsdesign som best svarer til den gitte problemstillingen. Med andre ord, problemstillingen påvirker valget av forskningsdesign.

Det er tre hovedkategorier av forskningsdesign: eksplorerende, deskriptive og kausale (Johannessen et al., 2020). Hver av disse designene har sin egen relevans, avhengig av forskningsspørsmålet, tilgjengelige ressurser og forskningens mål. Eksplorerende design kan bidra til å formulere ny innsikt og forståelse, samt generere nye ideer, deskriptive design gir en kvantifisert beskrivelse av et fenomen som ofte måles med tall, mens kausale design gir innsikt i årsakssammenhenger (Johannessen et al., 2020).

Det eksplorerende (eller utforskende) designet brukes når man studerer forhold eller fenomener som er delvis eller helt ukjente. Dette betyr at det er begrenset tidligere forskning eller liten tilgjengelig kunnskap om emnet som skal studeres (Johannessen et al., 2020). Dette gjelder spesielt for denne undersøkelsen, da det er begrenset dokumentert informasjon om hvordan fokuset på utforskende matematikk og problemløsning har utviklet seg i læreplanene for 1.-7. trinn i M87, L97, LK06 og LK20. Samtidig som forskningen viser at det er behov for et økt fokus på nettopp dette i forbindelse med et stadig skiftende arbeidsmarked og krav om livslang læring.

Problemstillingen tar sikte på å samle inn og analysere eksisterende dokumenter for å avdekke mønstre, trender og endringer i fokuset på utforskende matematikk og problemløsning. Denne tilnærmingen er i tråd med et eksplorerende forskningsdesign, da det gir oss muligheten til å oppdage nye innsikter basert på tilgjengelige data (Grønmo, 2016, s. 100). Denne forskning kan bidra til å identifisere interessante spørsmål eller hypoteser som kan danne grunnlag for fremtidige studier (Grønmo, 2016, s. 100). Samtidig ønsker jeg å forstå hvordan fokuset på utforskende matematikk og problemløsning har utviklet seg over tid, og hvilke konsekvenser dette kan ha for matematikkundervisningen, både nå og i fremtiden.

Valg av forskningsmetode avhenger som nevnt av studiens formål og problemstilling (Silverman, 2016). I likhet med forskningsmetodologi generelt, ser vi også innenfor dokumentanalyse en oppdeling i kvantitative og kvalitative tilnærminger (Duedahl & Jacobsen, 2010). En kvantitativ tilnærming involverer for eksempel telling av egenskaper som forekomsten av ord eller hyppigheten av bruk av en bestemt kilde. På den annen side involverer en kvalitativ tilnærming tolkning og analyse av meningsinnholdet i tekster. Eksplorerende undersøkelser er ofte basert på kvalitative tilnærminger (Grønmo, 2016).

Når vi utforsker problemstillingen *Hvordan har fokuset på utforskende matematikk og problemløsning endret seg i matematikkundervisningens læreplaner for 1.-7. trinn i M87, L97, LK06 og LK20* skal besvares er det hensiktsmessig å benytte en kvalitativ dokumentanalyse. Denne valgte metoden er basert på behovet for en dyp forståelse av endringene i læreplanene over tid, spesielt i form av hvordan begrepene «utforskning» og «problemløsning» er formulert og hvordan begrepene vektlegges. Kvalitativ dokumentanalyse gir meg muligheten til å dykke grundig inn i tekstdokumentene som utgjør læreplanene. Dette inkluderer en analyse av ordvalg, kontekst, og de underliggende budskapene som går utover bare

kvantitative data. Dette er spesielt relevant for min problemstilling, da begrepene «problemløsning» og «utforskning» kan manifestere seg i ulike former og ordlyder i læreplanene, selv om selve ordene kanskje ikke brukes konsekvent. Det gir meg også muligheten til å forstå hvordan pedagogiske prioriteringer har utviklet seg og endret seg over tid, selv om begrepene ikke er uttalt i læreplanene. Kvalitativ dokumentanalyse gir altså en dypere innsikt i hvordan begrepene har utviklet seg i læreplanene over tid, og gir muligheten til å tolke og forstå de implisitte budskapene. Metoden gir derfor en adekvat tilnærming til å besvare problemstillingen på en måte som går utover en enkel telling av forekomster av bestemte ord, og gir et mer meningsfylt bilde av utviklingen i matematikkundervisningen. (Creswell, 2014).

4.1.1 Dokumentanalyse

Dokumenter spiller en avgjørende rolle i samfunnet, og de har stor betydning for våre liv. Dokumenter kan bekrefte vår identitet, eierskap og kompetanse. De er en konkret manifestasjon av arbeid og handling. I samfunnet er det knapt noe av betydning som foregår uten at dokumenter er involvert (Asdal & Reinertsen, 2020). Dokumenter kommer i ulike former, inkludert artikler, bøker, sosiale medier, offisielle meldinger og læreplaner, og de kan være både offentlige og private (Christoffersen & Johannessen, 2012). Dokumentanalyse handler om å utforske og forstå dokumenter fra fortiden ut fra forskerens perspektiv (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 88).

Ifølge Asdal & Reinertsen (2020) spiller dokumenter en viktig rolle i å definere saker ved å gi dem spesifikke former. Dokumenter er også aktive i modifieringsarbeid og bidrar til å definere den relevante konteksten for en sak, samt forsøker å påvirke denne konteksten mer aktivt (s. 54). Dette gjelder spesielt for denne studien, da det er begrenset dokumentert informasjon om hvordan fokuset på utforskende matematikk og problemløsning har utviklet seg i læreplanene for 1.-7. trinn i M87, L97, LK06 og LK20, samtidig som en forståelse av denne utviklingen kan bidra til at økt innsikt i hvordan endringer og spenninger i samfunnet har påvirket forståelsen, fokuset og implementeringen av disse begrepene.

Dokumentanalyse anses som en passende metode når skriftlige dokumenter og tekster skal studeres. For å undersøke hvordan fokuset på utforskende matematikk og problemløsning har utviklet seg i de fire siste læreplanene, har jeg derfor valgt dokumentanalyse som forskningsmetode. Dokumentanalyse er en svært hensiktsmessig metode for dette formålet, da

dokumentanalyse kan gi meg muligheten til å systematisk undersøke endringer i dokumenter over tid. Dette er særlig relevant for mitt forskningsprosjekt, siden jeg skal undersøke hvordan læreplaner har utviklet seg fra 1987 til 2020 med fokus på konkrete begreper og forståelsen av disse. Ved å anvende dokumentanalyse kan jeg altså identifisere og dokumentere hvordan formuleringene og vektleggingen av problemløsning og utforskning har utviklet seg i læreplanene gjennom årene.

Det finnes ulike metoder for å utføre feltarbeid innenfor dokumentanalyse, inkludert feltarbeid med dokumenter, feltarbeid i arkiver og feltarbeid i dokumenter. I denne studien er *feltarbeid i dokumenter* den mest relevante metoden, hvor dokumentene utgjør hovedkilden til data. Dette gjør det mulig å studere dokumentenes hensikt og grunnlag (Asdal & Reinertsen, 2020). Asdal og Reinertsen (2020) skriver at denne tilnærmingen innebærer en grundig analyse av dokumenter som om de var et eget utforskningsområde, i stedet for bare som kilder til annen informasjon. Denne tilnærmingen går langt utover overflatisk lesing og ser på dokumentene som sentrale elementer i seg selv (s. 171).

Ved å dykke dypt inn i dokumentene, kan man oppdage mye mer informasjon og innsikt enn det man kanskje først antok. Metodisk involverer dette teknikker for tekstanalyse, samt praksisorienterte spørsmål. Asdal og Reinertsen (2020) foreslår blant annet spørsmål som: Hva skjer i dette dokumentet? Hva er hensikten med dette dokumentet? Hvem er de sentrale aktørene som er involvert? Hvordan beskrives det geografiske landskapet? Hvordan påvirker tidsperspektivet dokumentet? Hvordan etableres ulike kontekster i dokumentet? Hva er dokumentet basert på, og hvilke implikasjoner har det? Hvordan bygger det opp autoritet og definisjoner av saker? Hvordan presenterer det handlingsalternativer? (s. 171). Dette feltarbeidet i dokumenter gir en dypere forståelse av dokumentenes betydning og deres rolle i en større sammenheng, og det gir forskeren muligheten til å avdekke skjulte sammenhenger og innsikt som ellers kunne gått tapt.

Dokumentanalyse gjør det altså mulig å gjennomføre grundig og inngående analyse av tekstlige materialer. Dette vil kunne åpne opp for en identifisering av endringer i språkbruk, formuleringer, samt selve fokuset på begrepene i de respektive læreplanene. Dette vil gi meg økt innsikt i hvordan forståelsen av disse begrepene speiler den samfunnsmessige konteksten som læreplanen er utformet i. Ved å gjennomføre en dokumentanalyse av læreplanene kan jeg altså oppnå en dypere forståelse av den pedagogiske konteksten som har formet dem, samt de

politiske og pedagogiske målene som har påvirket eventuelle endringer i læreplanene fra 1987 til 2020.

Kvalitativ tekstanalyse bygger på en hermeneutisk tilnærming, som involverer å lese og analysere ulike former for dokumenter, inkludert nasjonale styringsdokumenter.

Hermeneutikk refererer til en tilnærming som fokuserer på tolkning og forståelse av tekster og kontekster. Det finnes flere metoder for tekstanalyse, som eksempelvis diskursanalyse, narrativ analyse, og innholdsanalyse. Innholdsanalyse er en overordnet betegnelse for ulike typer tekstanalyser som deler en generell strategi for kvalitativ analyse. Den innebærer å identifisere temaer eller kategorier i tekstene. Selv om begrepet «innholdsanalyse» brukes i forskningen, refererer «dokumentanalyse» ofte til innholdsanalyse av offentlige dokumenter (Gleiss & Sæther, 2021). Tekstanalyser krever ikke nødvendigvis bruk av en spesifikk analysemetode, som for eksempel semiotisk, diskursiv eller narrativ analyse. Det er flere tilfeller der forskere velger å kombinere verktøy fra ulike metoder og tilpasse analysestrategiene etter formålet med analysen og problemstillingen. Det er selve kvaliteten på analysen som er avgjørende, og ikke hva slags metode forskeren bruker. (Gleiss & Sæther, 2021)

Kvalitativ innholdsanalyse innebærer en systematisk gjennomgang av dokumenter for å organisere innholdet i ulike kategorier og identifisere informasjon som er relevant for forskningsspørsmålet. Dette kan gjøres med ulike typer dokumenter, uavhengig av om de inneholder tekst, tall, lyd eller bilder. Imidlertid er kvalitativ innholdsanalyse mest vanlig for dokumenter som inneholder verbalt innhold, enten det er skriftlig eller muntlig, som for eksempel papirdokumenter, lydopptak, webtekster eller datafiler (Grønmo, 2016).

Dokumentanalyse tillater en relativt objektiv tilnærming til dataene. Man kan fokusere på dokumentenes innhold og sammenligne dem uten å bli påvirket av interaksjoner med deltakere eller andre subjektive faktorer. Dette bidrar til å sikre påliteligheten av analysen. Videre er forskningsmetoden er godt egnet for å besvare mine to forskningsspørsmål. Det første spørsmålet tar sikte på å utforske hvordan begrepene «utforskning» og «problemløsning» blir uttrykt i læreplanene, mens det andre spørsmålet fokuserer på de hvordan de pedagogiske prioriteringene knyttet til «problemløsning» og «utforskning» har utviklet seg over tid. Dokumentanalyse gir meg verktøyene jeg trenger for å identifisere og sammenligne formuleringer og trender i læreplanene som vil bidra til å besvare disse

spørsmålene. Samtidig kan dokumentanalyse gi meg muligheten til å undersøke hvordan begrepene som skal undersøkes passer inn i den bredere konteksten av læreplanene. Dette inkluderer deres plass i læreplanstrukturen og eventuelle forbindelser til andre fagområder. «Problemløsning» og «utforskning» er ikke kun relevant i matematikkfaget, men også i overordnet del og opplæringens verdigrunnlag. Ved å få en mer omfattende forståelse av hvordan problemløsning og utforskning er integrert i læreplanene vil jeg også kunne tilegne meg en bredere forståelse for begrepene i den fremtidige samfunnsutviklingen.

4.2 utfordringer med valgt metode

Gjennomføringen av dokumentanalysen vil være nært knyttet til problemstillingen for oppgaven. Spørsmål som må vurderes inkluderer om dokumentene utgjør en mindre del av en større kildeinnsamling, om de utgjør et sammensatt datasett, om man ønsker å utforske betydningen av ett eller flere enkeltdokumenter i en spesifikk sak, eller om man ønsker å undersøke dokumentenes rolle i seg selv (Asdal & Reinsertsen, 2020, s. 180). utfordringer knyttet til valgt metode for å besvare oppgavens problemstilling kan sies å være mange. Selv om problemstillingen legger opp til et strategisk utvalg i utvalg av dokumenter kan det være utfordrende å ha en grundig og helhetlig nok forståelse for begrepene som undersøkes, kun ved å benytte dokumentanalyse.

Kvalitative forskningsmetoder, som dokumentanalyse, betraktes ofte som induktive. Dette innebærer at forskere bør prøve å nærme seg forskningen uten prekonsepsjoner eller forventninger for å kunne fange virkeligheten i dens naturlige kontekst. Det er utfordrende å være helt uten forforståelse, og jeg erkjenner at jeg som forsker alltid bringer med seg en viss grad av subjektivitet og teoretisk bakgrunn til forskningen. Med denne forståelser kan sjelden forskning være fullstendig induktiv (Postholm & Jacobsen, 2018). Jeg vil likevel strebe etter en så objektiv tilnærming som mulig og gjennomføre dokumentanalysen på bakgrunn av den presenterte teorien og forståelsen for begrepene som er presentert i delkapittel 1.6.

I denne studien ble dokumentanalyse valgt som forskningsmetode på grunn av flere hensiktsmessige faktorer. For det første gir dokumentanalyse muligheten til å undersøke endringer over tid ved å sammenligne ulike versjoner av læreplaner. Dette ville vært utfordrende å oppnå med andre forskningsmetoder som for eksempel intervju, observasjon eller spørreundersøkelser. For det andre gir dokumentanalysen tilgang til autentiske, offisielle dokumenter som representerer myndigheters retningslinjer for matematikkundervisningen.

Dette gir en solid og pålitelig kilde for å vurdere definisjoner og eventuelle endringer i læreplanene. Derfor vil jeg anse det som en hensiktsmessig tilnærming for å oppnå studiens formål og svare på forskningsspørsmålene på en pålitelig og grundig måte.

4.3 Utvalg av dokumenter

Ifølge Grønmo (2016) er analyseenheten i en samfunnsvitenskapelig studie den sosiale enheten eller det elementet i samfunnet som studien tar utgangspunkt i (s. 93). Videre poengterer Grønmo (2016) at strategisk utvalg er vanlig i kvalitative tilnærminger, og at valget av utvalgsstørrelse er en viktig metodisk beslutning som har innvirkning på forskningen. I min undersøkelse vil det første skrittet være å identifisere relevante dokumenter som kan bidra til å besvare oppgavens hensikt og oppgavens problemstilling *Hvordan har fokuset på utforskende matematikk og problemløsning endret seg i matematikkundervisningens læreplaner for 1.-7. trinn i M87, L97, LK06 og LK20?*. I denne studien er det derfor offentlige læreplaner, som strekker seg fra 1987 til 2020, som skal analyseres. Ettersom det er hvordan problemløsning og utforskning kommer til uttrykk i læreplanene som skal undersøkes, er det riktig å konkludere med at utvalget av læreplaner er representativt for analysen og dokumentene er fullstendige. Denne studien begrenser seg til læreplanene i matematikk og omfatter ikke andre læreplaner for fag eller pedagogiske ressurser.

I denne studien er det offentlige læreplaner, som strekker seg fra 1987 til 2020, som skal analyseres. Ettersom det er hvordan problemløsning og utforskning kommer til uttrykk i læreplanene som skal undersøkes, er det riktig å konkludere med at utvalget av læreplaner er representativt for analysen og dokumentene er fullstendige. Denne studien begrenser seg til læreplanene i matematikk og omfatter ikke andre læreplaner for fag eller pedagogiske ressurser.

Jeg valgte å starte med M87 fordi det var i den læreplanen problemløsning ble omtalt for første gang. Deretter å se på hvordan fokuset på problemløsning og utforskning har vært i alle læreplanene fram til i dag og LK20, som er representert med den mest moderne tilnærmingen til matematikk. Ved å inkludere læreplaner som spenner seg over en lengre tidsperiode, gir det analysen til å spore den historiske utviklingen av fokuset på problemløsning og utforskning i matematikkundervisningen i Norge.

Læreplan	Virkeperiode	Virkeperiode i antall år
Mønsterplan av 1987 (M87)	1987-1997	10 år
Læreplanen av 97 (L97)	1997-2006	9 år
Kunnskapsløftet 2006 (LK06) Revidert versjon	2006 – 2020 Revidert versjon fra 2013	14 år
Fagfornyelsen 2020/Kunnskapsløftet 2020 (LK20)	2020-	I bruk

Figur 6: Læreplaner og virkeperiode

Selv om dette utvalget er strategisk utvalgt for å belyse utviklingen, er det viktig å anerkjenne at det kan være andre relevante læreplaner, lokale læreplaner og læreplanveildere som ikke er inkludert her. Mens denne analysen gir verdifull innsikt i hvordan problemløsning og utforskning i matematikk har utviklet seg i de norske læreplanene fra M87 til LK20, er det viktig å erkjenne visse begrensninger som kan påvirke resultatene og generaliserbarheten i studien. Når det gjelder generaliserbarheten, er det viktig å merke seg at resultatene av denne studien er spesifikke for den norske konteksten og de gjeldene læreplanene for matematikk.

Overføringen av disse resultatene til andre land eller andre undervisningskontekster bør gjøres med forsiktighet, da undervisningsmetoder og læreplanstrukturer kan variere betydelig. Videre er denne studien basert på en kvalitativ innholdsanalyse av tekstlige formuleringer i læreplanene. Selv om denne tilnærmingen gir en dyp innsikt i måten problemløsning og utforskning blir uttrykt på, kan det ikke gi en fullstendig forståelse av hvordan disse aspektene blir implementert i klasserommet. Det er en distinksjon mellom hva som er formulert i læreplanene og hva som faktisk skjer i praksis, og dermed kan ikke analysen gi detaljert innsikt i undervisningens virkelige natur.

4.4 Innhenting av dokumenter

Digitale metoder for dokumentanalyse er svært utbredt og i rask utvikling (Asdal og Reinertsen, 2020). Denne digitaliseringen av dokumenter fører til en rekke viktige prinsipielle diskusjoner, både om hva slags empiri vi kan finne og bruke, samt hvordan vi som studenter og forskere bør forholde oss i digitale dokumenter (s. 175). Jeg har samlet inn læreplanene M87, L97, LK06, og LK20 fra ulike kilder for å utføre dokumentanalysen min. M87 fikk jeg tak i som bokform fra min arbeidsplass. L97 hentet jeg fra Nasjonalbiblioteket, for deretter å skrive ut deler av læreplanen. Når det gjelder LK06 som ble innført i 2006, benyttet jeg den

reviderte versjonen fra 2013. Jeg samlet denne versjonen fra Utdanningsdirektoratet sine nettsider. Jeg tok også kopier av denne læreplanen, da jeg synes det er enklere å holde oversikt med fysiske kopier. Den nyeste læreplanen, LK20, har jeg også hentet fra Utdanningsdirektoratet sine nettsider, og jeg har i tillegg en fysisk kopi av LK20 i bokform. Jeg opplevde ingen spesielle utfordringer under innhentingprosessen. Alt av materiale var stort sett tilgjengelig på nettet. M87 i bokform kom jeg tilfeldigvis over på min arbeidsplass, noe som gjorde det nokså enkelt å samle inn dokumentene til denne studien. Dette er dokumenter som er tilgjengelig for alle som måtte ønske å lese dem.

I henhold til Grønmo (2016) fremheves det at å tydeliggjøre formålet med datainnsamling anses som avgjørende. Dette vurderes som essensielt på grunn av den betydelige fleksibiliteten som preger gjennomføringen av datainnsamlingsprosessen. En klar forståelse av studiens mål og hensikter med datainnsamlingen er derfor nødvendig. Denne avklaringen forankres i problemstillingen som utgjør studiens sentrale fokus. Selv om datainnsamlingsprosessen kan utvikle seg og avdekke nye muligheter og krav etter hvert, er det problemstillingen som konstant veileder vurderingen av relevansen til de innsamlede dataene. Problemstillingen fungerer som et stabilt ankerpunkt i en prosess som ellers preges av stor fleksibilitet.

Ettersom hele oppgaven baserer seg på sammenligning av læreplanene, har jeg brukt tid på å sette planene opp mot hverandre. Jeg har valgt å sammenligne hele matematikkdelen i sin helhet, uten å skille mellom eksempelvis overordnet del og kompetansemål, videre har jeg plassert det i ulike kategorier, noe som vil bli forklart nærmere senere. Når jeg sammenlignet planene, valgte jeg å sette opp en detaljert tabell for hver enkel kategori, for å vise hvordan utforskning og problemløsning kommer til uttrykk i læreplanene, i tillegg vil jeg også kommentere funnene i tabellen.

4.5 Analyseprosessen

Asdal og Reinertsen (2020) legger vekt på betydningen av å opprettholde systematisk organisering av innsamlet datamateriale når man skal sette i gang med analyseprosessen i en dokumentanalyse, og de fremhever spesielt to sentrale prinsipper som er avgjørende for håndtering av dokumenter: *grundighet* og *presisjon*. Disse prinsippene har ikke bare forskningsetiske fordeler, som å sikre validitet og pålitelighet i forskningen (som nevnes i delkapittel 4. 6), men de tjener også som praktiske retningslinjer for å effektivt administrere

datainnsamlingsprosessen, samt analyseprosessen. Til tross for at Asdal & Reinertsen (2020) anbefaler å benytte seg av digitale analyseverktøy når man gjennomfører dokumentanalyser med store dokumenter, som eksempelvis Nvivo, valgte jeg å ikke bruke denne tilnærmingen, da jeg var bekymret for at dette kunne føre til begrensninger i forbindelse med hvordan jeg ville analysere dokumentene i etterkant av å se hovedtemaene som programvaren kunne finne frem til.

Grundigheten og presisjonen i arbeidsrutinene er essensielle, og det er avgjørende å innarbeide gode vaner fra begynnelsen av forskningsprosessen. Dette bidrar til å forhindre slurv og unødvendige forenklinger, spesielt når man håndterer omfattende dokumentanalyser, som er relevant for min undersøkelse av fire store dokumenter (læreplaner). Samtidig påpeker Asdal og Reinertsen (2020) på at det er sannsynlig at man, når man blir mer kjent med materialet, vil oppdage nye aspekter som tidligere var oversett eller ukjente. Derfor er det viktig å ivareta to hovedaspekter:

For det første er det avgjørende å opprettholde en oversiktlig organisering av alle dokumentene som samles inn, slik at man enkelt kan finne dem igjen. For det andre er det nødvendig å ta nøyaktige og detaljerte notater hver gang man utforsker nytt materiale. Asdal og Reinertsen (2020) fremhever at slike notater kan utformes som en arbeidslogg eller et feltnotat, strukturert etter dato og inkludert en beskrivelse av hva som ble gjennomgått i løpet av en arbeidsøkt. Disse notatene kan også være nyttige hvis de er i dokumentform, da det gjør det enkelt å søke og søke gjennom loggen etter hvert som den utvides over tid (s. 177).

Videre legger Asdal og Reinertsen (2020) vekt på betydningen av å plassere materialet riktig. Dette innebærer å kort beskrive materialet, inkludert størrelse og omfang (for eksempel om det er enkeltstående dokumenter eller nettsider), hvordan det ble funnet, og deretter arkivere det i riktig mappe med tydelig navn og nummerering. Dette sikrer god oversikt over materialet som analyseres, samt eventuelle tilleggsdokumenter som er relevante for analysen. Samtidig påpeker de også viktigheten av å beskrive materialet som man arbeider med. Dette inkluderer å notere eventuelle interessante elementer i materialet og å registrere eventuelle spørsmål eller nye ideer som oppstår i prosessen (s. 178). Dette gir en strukturert tilnærming til analyse og letter arbeidet med å beskrive og drøfte det som Grønmo (2016) beskriver som en parallell prosess i dokumentanalyse.

I analysen av læreplanene var det viktig for meg å opprettholde grundighet og presisjon slik Asdal og Reinertsen (2020) påpeker. Grundighet i forståelsen av læreplanene krever nøye lesing og tolkning av hvert dokument, inkludert overordnet del og fagplaner, for å forstå rammeverket og målsettingene som er satt for matematikkundervisningen. Å ta hensyn til den historiske konteksten og tidspunktet da læreplanene ble utarbeidet, er også viktig for å forstå endringene over tid. På samme måte som nødvendigheten av å opprettholde orden i dokumentene i forskning, er det viktig å organisere informasjonen som hentes fra læreplanene på en oversiktlig måte. Dette innebar at jeg kategoriserte og systematisk registrerte informasjon om hvordan «problemløsning» og «utforskning» ble uttrykt definert i de respektive læreplanene, samt deres rolle og plass i matematikkfaget og pedagogiske tilnærminger. Dette fremkommer tydelig i resultat og funn- delen av denne oppgaven. Å utvikle en klar definisjon av disse begrepene basert på relevant teori og tidligere forskning, som jeg har gjort i delkapittel 1.6, bidro til å opprettholde presisjon i analysen.

I den videre analysen, der jeg søkte etter både direkte og indirekte referanser til problemløsning og utforskning i læreplanene, var det viktig å utvise grundighet ved å gjenkjenne de mer implisitte måtene disse begrepene kunne være integrert i dokumentene. Noen læreplaner uttrykte klart og eksplisitt disse begrepene som sentrale elementer i matematikkundervisningen, mens andre kunne ha en mer implisitt tilnærming. Det var like viktig å fange opp hvordan prinsippene for problemløsning og utforskning ble indirekte integrert i andre aspekter av læreplanene, selv om begrepene «problemløsning» og «utforskning» kanskje ikke ble eksplisitt brukt. Dette inkluderte å se på formuleringer og beskrivelser som kunne tyde på en viss tilknytning til disse begrepene.

Gjennom analysen måtte jeg derfor også ta hensyn til variasjonen i betydningen av begrepene i de ulike læreplanene. Problemløsning og utforskning kunne ha ulike vektlegginger eller konnotasjoner, avhengig av den spesifikke læreplanen. Derfor var det viktig å ikke bare registrere begrepene, men også forstå hvordan de ble kontekstualisert og tolket i hvert dokument. I tilfeller der det ikke sto noe eksplisitt om problemløsning og utforskning, var det nødvendig å knytte alle funnene opp til relevant teori og tidligere forskning. Dette hjalp meg med å avdekke eventuelle skjulte koblinger mellom læreplanene og begrepene, selv når de ikke ble nevnt direkte. Her ble det derfor tatt mange feltnotater, slik Asdal og Reinertsen (2020) påpeker at kan være svært nyttig. Dette inkluderte å notere eventuelle interessante elementer i materialet og å registrere eventuelle spørsmål eller nye ideer som oppstod i

prosessen (s. 178). Å ta hensyn til variasjoner i betydningen og vektleggingen av begrepene i de ulike læreplanene er også i tråd med prinsippet om presisjon, da det bidrar til en nyansert forståelse av endringene over tid.

Jeg studerte og analyserte nøye kompetansemålene og innholdsmålene for hvert årstrinn og hvert hovedområde. Dette involverte å identifisere spesifikke mål knyttet til problemløsning og utforskning og registrere hvordan disse målene utviklet seg fra ett trinn til et annet. Under hele analysen noterte jeg systematisk alle funnene mine og identifiserte mønstre i målene og beskrivelser relatert til problemløsning og utforskning. Dette hjalp meg med å skape en klar oversikt over utviklingen og vektleggingen av disse begrepene over tid. Denne grundige prosessen tillot meg å systematisk utforske og forstå hvordan begrepene «problemløsning» og «utforskning» har blitt integrert i matematikkundervisningen gjennom flere tiår med læreplanutvikling i Norge. Når jeg systematisk studerte kompetanse- og innholdsmålene for hvert årstrinn og hovedområde, opprettholdt jeg grundigheten ved å identifisere spesifikke mål knyttet til «problemløsning» og «utforskning». Dette ga meg et detaljert bilde av hvordan begrepene utvikler seg fra ett trinn til et annet, og jeg opprettholdt presisjon ved å notere og analysere disse målene systematisk, som er i tråd med Asdal og Reinertsens (2020) anbefalinger.

På denne måten knytter jeg prinsippene om grundighet og presisjon som Asdal og Reinertsens (2020) anbefaler i dokumentanalyse til min metode for å analysere læreplanene og har etter beste evne sikret en pålitelig og grundig gjennomgang av hvordan begrepene «problemløsning» og «utforskning» har blitt implementert i matematikkundervisningen gjennom flere tiår i Norge.

4.6 Validitet og reliabilitet

For å adressere spørsmål om validitet og reliabilitet i min dokumentanalyse har jeg brukt flere metoder og retningslinjer. Disse beskrives grundig i avsnittene under.

Validitet

Validitet, eller gyldighet, handler om datamaterialets gyldighet i forhold til det som skal undersøkes (Gleiss & Sæther, 2021; Leseth & Tellmann, 2018). Samtidig handler det om hvorvidt vi måler det vi faktisk ønsker å måle og i hvilken grad forskningsdesignet egner seg for å samle inn data som er relevante for problemstillingen (Grønmo, s. 241). Det dreier seg

altså om hvorvidt de innsamlede dataene er relevante for å belyse problemstillingen. Høy gyldighet oppnås når undersøkelsesmetodene og datainnsamlingen resulterer i informasjon som er direkte knyttet til forskningsspørsmålet. Validitet må ikke oppfattes som noe absolutt, men det er kvalitetskrav som oppfylles, og validiteten kan styrkes ved å sammenligne egne funn med tidligere forskning på feltet (Gleiss & Sæther, 2021; Christoffersen & Johannessen, 2012).

For å sikre gyldigheten i denne studien har det blitt valgt ut spesifikke dokumenter som kan bidra til å belyse problemstillingen og forskningsspørsmålene som er formulert for denne undersøkelsen. Gyldigheten er høyere når de faktiske dataene samsvarer godt med forskerens intensjoner (Grønmo, 2016). Målet med datamaterialet er å utvikle en forståelse for hvordan fokuset på begrepene «problemløsning» og «utforsking» har endret seg over tid i de fire siste læreplanene.

Et eksplorerende kvalitativt design er svært egnet for å besvare problemstillingen for denne undersøkelsen. Som Jacobsen (2015) påpeker, brukes dokumentanalyse som metode indirekte for å utforske forhold når primærdata ikke er tilgjengelig. Den kan benyttes når målet er å innhente synspunkter eller tolkninger av en hendelse, eller for å forstå hva mennesker faktisk har gjort i en bestemt situasjon (s. 173). Problemstillingen for denne oppgaven tar utgangspunkt i å forstå utviklingen og fokuset på to viktige begreper over tid, og ved å samle dokumenter som belyser dette aspektet, har gyldigheten for undersøkelsen har blitt forsøkt ivarettatt etter beste evne.

Asdal og Reinertsen (2020) beskriver to viktige prinsipper for å sikre god kildekritikk og forskningsetikk i dokumentanalyse. Disse prinsippene omhandler grundighet og nøyaktighet. Det innebærer å etablere gode arbeidsrutiner for å unngå feil og enkle løsninger. For eksempel fokuserer de spesielt på viktigheten av å organisere og lagre dokumenter på en ryddig måte, samt å ta nøyaktige notater hver gang man utforsker nytt materiale (s. 178). Asdal og Reinertsen (2020) beskriver også hvordan gode arbeidsvaner i både innhenting av dokumenter og analysen av disse påvirker validiteten for undersøkelsen man gjennomfører.

I forbindelse med min undersøkelse har jeg etablert klare og definerte kriterier for å vurdere og identifisere hva som står om problemløsning og utforsking i læreplanene, noe som vil gi et vurderingsgrunnlag for å se etter endringer i disse læreplanene. Jeg har grundig

dokumentert metoden og forskningsprosessen. Dette inkluderer detaljer om innsamlingsprosessen, utvikling av kriterier, og hvordan dataene ble analysert. Jeg har notert underveis, slik Asdal og Reinertsen (2020) anbefaler. Dokumentasjonen gjør det mulig for andre forskere å vurdere gyldigheten og påliteligheten av studien. Jeg har i tillegg tatt hensyn til tidsrekkefølgen av dokumentene og den pedagogiske konteksten der læreplanene ble utviklet og implementert. Dette gir en bredere forståelse av endringene som undersøkes.

Reliabilitet

Reliabilitet handler om hvor pålitelig dataene er. Det knytter seg til nøyaktigheten til dataen i studien; hvilke data som brukes, måten de samles inn på, og hvordan de bearbeides (Christoffersen & Johannessen, 2012). I kvantitativ forskning blir reliabilitet knyttet opp mot om forskningen vil få samme resultat om den blir gjentatt. I kvalitativ derimot, er det vanskelig å få identisk resultat ettersom forskningsprosessen er nært knyttet til hvordan forskeren virker inn på prosessen. Selv om jeg har valgt en kvalitativ innholdsanalyse som metode har jeg allikevel valgt identifiserte og kvantifiserte innholdsmålene i L97 som er relevante for problemstillingen knyttet til problemløsning og utforskning i matematikkundervisningen. Dette involverte en systematisk tilnærming der jeg brukte teoretisk rammeverk, i tillegg til mine egne subjektive vurderinger og tolkninger, for å vurdere hvilke mål som kunne knyttes til begrepene og i hvilken grad de var relevante. Denne prosessen ga et klart bilde av andelen innholdsmål i L97 som hadde vekt på eller kunne kobles til problemstillingen i studien.

Forskerens framgangsmåte og tolkninger har stor betydning for datamaterialet som blir brukt og funnene som gjøres, og kvalitativ forskning er nært knyttet til forskerens rolle og perspektiv (Kvale & Brinkmann, 2015; Jacobsen, 2015). Dette er en bevissthet og forståelse som har fulgt meg aktivt gjennom hele forskningsprosessen. Herunder inkluderer dette å være bevisst på min egen rolle, mine antagelser og eventuelle potensielle bias som kan påvirke både datainnsamlingen og analysen. Å være åpen og bevisst egen subjektivitet øker transparensen og påliteligheten i studien. Siden jeg selv jobber som lærer i skolen vil mine tolkninger av dokumentene leses i lys av tidligere opplevelser, erfaringer og holdninger. Før den endelige analysen ble utført, gjennomførte jeg derfor en pilotstudie på et begrenset utvalg av dokumenter for å undersøke hvordan dette kunne gjøre seg gjeldene i praksis. Dette bidro til å identifisere eventuelle utfordringer eller usikkerheter i mine kunnskaper og prosedyrer for

innsamling og analyse, samt potensielle bias, noe som ble adressert før hovedanalysen ble gjennomført.

I denne masteroppgaven har reliabiliteten vært av avgjørende betydning i forbindelse med en grundig dokumentanalyse for å vurdere endringene i fokuset på «problemløsning» og «utforsking» i de fire siste læreplanene for matematikk (M87, L97, LK06, og LK20).

Reliabilitet refererer til påliteligheten av de dataene vi samler inn og analysen vi utfører. For å sikre at mine funn er pålitelige og gyldige, har det blitt implementert en rekke tiltak for å ivareta reliabiliteten i denne undersøkelsen.

Først og fremst er det blitt lagt stor vekt på nøye utvelgelse av datakilder. Dette inkluderer klart dokumenterte kilder for henting av læreplanene, som offisielle nettsteder. Dette er nevnt grundigere i delkapittel 4.4. Samtidig er det sørget for å ha tilgang til de faktiske dokumentene som er relevante for selve dokumentanalysen. Innsamlingsprosedyrene inkludert tidspunkt og metode, er grundig dokumentert, slik at andre forskere kan replikere prosessen nøyaktig.

En sentral fase i dokumentanalysen er kodingen av informasjonen i læreplanene. For å sikre en konsekvent analyse, samt en reduksjon av subjektivitet, har det blitt utviklet klart definerte koder og kriterier for koding. Disse kodene har blitt brukt på en ensartet måte på de samme dokumentene, samtidig som det har blitt implementert prosedyrer for å håndtere eventuelle tvilstilfeller eller usikkerheter. Kodene er basert på en helhetlig forståelse av teorigrunnlaget i forbindelse med definisjonene til begrepene «problemløsning» og «utforsking», samt teorigrunnlaget som forklarer omfanget og utviklingen av begrepene. Samtidig er det blitt tatt hensyn til eventuelle endringer i den sosiale, politiske eller pedagogiske konteksten som kan ha påvirket utformingen av læreplanene over tid. Dette kontekstuelle perspektivet er avgjørende for å tolke de endringene jeg observerer og for å sikre at de er relevante for mine forskningsspørsmål og problemstilling. Dette drøftes i kapittel 6.

Avslutningsvis er det relevant å nevne selve prosessen for å legge til rette for etterprøvbarehet. Jeg har nøye dokumentert forskningsprosedyrene mine, inkludert utvalg av dokumenter, koding og utførelse av analysen. Dette gir andre forskere muligheten til å evaluere påliteligheten av mine funn og eventuelt replikere undersøkelsen. Ved å implementere alle disse tiltakene, har jeg forsøkt etter beste evne å styrke reliabiliteten i dokumentanalysen, og på bakgrunn av denne prosessen har jeg tillit til at resultatene og funnene i denne

undersøkelsen vil gi et grundig innsyn i endringene i fokuset på «problemløsning» og «utforsking» i læreplanene for matematikk over tid.

4.7 Refleksjoner rundt egen rolle som forsker

I forskning er det viktig å være bevisst på ens egen forforståelse, spesielt for å unngå bias. Bias refererer til hvordan data og analyser kan påvirkes av forskerens forforståelse, inkludert deres teorier, verdier, og tidligere forståelser (Jacobsen, 2015; Kvale & Brinkmann, 2015). Tradisjonelt har forskerens forforståelse blitt sett på som noe som kan negativt påvirke kvaliteten og må elimineres. Jacobsen argumenterer imidlertid for at forskerens forforståelse kan gi økt innsikt og danne et godt grunnlag for å utvikle hypoteser og validering. Samtidig understreker Kvale & Brinkmann (2015) viktigheten av å være kritisk og reflekterende over egen forforståelse og bruke den som en integrert del av forskningsprosessen.

Som matematikklærer og tidligere student i matematikk har jeg utviklet både bevisst og ubevisst forforståelse knyttet til begrepene «problemløsning» og «utforsking», som nevnt innledningsvis i denne oppgaven. Før analysen av læreplanene hadde jeg allerede en forforståelse av at det er ulike forståelser og perspektiver på disse begrepene i forbindelse med de respektive læreplanene. Dette gjorde meg nysgjerrig på hvilke ulike forståelser som kunne komme frem i læreplanene, spesielt siden Lødding et al. (2021) beskrev matematikkundervisningen som mye mindre variert enn det læreplanene hadde til hensikt å legge opp til. Siden jeg også hadde lest mye relevant teori i forbindelse med undersøkelsen ble teorigrunnet, samt min forståelse og tolkning av teorien inkludert i min forforståelse i forkant av analyseprosessen.

4.8 Kildekritikk i dokumentanalyseprosessen

I prosessen med dokumentanalyse er det av stor betydning å utføre kildekritiske vurderinger av hver enkelt tekst (Grønmo, 2016). Kildekritikk innebærer en bevisst og reflektert bruk av kilder for å sikre at forskeren kan trekke pålitelige konklusjoner basert på kildematerialet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Kjeldstadli (1999) legger til at kildekritikk kan betraktes som en samling håndverksregler som veileder forskere i hvordan man bør håndtere kilder for å unngå forvrengning av informasjonen som hentes fra dem (referert i Duedahl & Jacobsen, 2010). Christoffersen & Johannessen (2012) av presenterer de viktigste aspektene

ved en generell kildekritisk tilnærming og oppsummerer disse i fire hovedpunkter: 1) autentisitet, 2) troverdighet, 3) representativitet og 4) tolkning.

Autentisitet fokuserer på å vurdere kildens ekthet og om forfatteren faktisk besitter den bakgrunnen vedkommende fremstilles å ha (Grønmo, 2016). Når det gjelder læreplanene som ble analysert i denne oppgaven, kunne man anta en høy grad av autentisitet, da de ble utgitt av ulike statlige departementer. Læreplanene ble utformet av eksperter på området, og en eventuell tvil om forfatterens bakgrunn kunne sjekkes online.

Troverdighet krever en vurdering av kildens relevans for problemstillingen og identifikasjon av eventuelle feil eller faglige svakheter som kan påvirke kildens troverdighet. Det er imidlertid utfordrende å trekke en objektiv konklusjon om hvorvidt kildene er relevante for problemstillingen (Grønmo, 2016). Læreplanene, som er styringsdokumenter utgitt av myndighetene, kunne imidlertid anses som troverdige kilder.

Representativitet handler om hvorvidt kilden gir en adekvat representasjon av det som ønskes undersøkt, spesielt i et dokumentanalyseperspektiv hvor dokumentets representativitet for andre lignende dokumenter fra samme tid er viktig (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det kan hevdes at hver enkelt kilde ikke er fullt representativ for problemstillingen, men at kollektivt utgjorde de valgte dokumentene et materiale som ga et grunnlag for å besvare denne oppgavens problemstilling og forskningsspørsmål.

Det siste aspektet som fremheves, er *tolkning*, som dreier seg om å forstå kildens innhold og eventuelle skjulte betydninger i teksten (Christoffersen & Johannessen, 2012). Tolkningen er nært knyttet til hermeneutikken, hvor prosessen med fortolkning spiller en sentral rolle. Alle fortolkninger er til en viss grad subjektive. Forskere kan fortolke to like tekster på ulike måter. Forskning innebærer å inngå samtaler med andre forskere, og gir mulighet til å sammenligne og diskutere ulike fortolkninger og bidra til økt kunnskap. At tolkninger er preget av subjektivitet, er ikke begrenset til tekstanalyser alene, men er en generell utfordring i fortolkende kvalitativ forskning. (Gleiss & Sæther, 2021)

Bowden (2009) skriver at dokumentanalyse er en systematisk prosedyre for gjennomgang eller evaluering av dokumenter, både trykte og elektroniske (datamaskinbaserte og internettbaserte). Som andre analytiske metoder innen kvalitativ forskning, krever

dokumentanalyse at dataene blir undersøkt og tolket for å avdekke mening, oppnå forståelse og utvikle empirisk kunnskap. Dokumenter inneholder tekst og bilder som er registrert uten forskerens inngrep (s. 27).

Dokumenter som kan brukes til systematisk evaluering som en del av en studie, kan ha ulike former. Forskere gjennomgår vanligvis tidligere litteratur som en del av studiene sine og inkorporerer den informasjonen i rapportene sine. Den analytiske prosedyren innebærer å finne, velge, vurdere (gjøre fornuftig av) og syntetisere data som finnes i dokumenter.

Dokumentanalyse resulterer i data - utdrag, sitater eller hele avsnitt - som deretter organiseres i hovedtemaer, kategorier og eksempler på saker, spesielt gjennom innholdsanalyse (Labuschagne, 2003, referert i Bowden, 2009, s. 28).

4.9 Ethiske overveielser

Å bruke eksisterende dokumenter som en form for data reiser som regel færre etiske bekymringer enn å bruke andre kvalitative metoder (Merriam & Tisdell, 2016, referert i Morgen, 2022). Når spørsmål knyttet til etikk oppstår, må forskeren spørre seg selv om de som produserte et dokument, hadde til hensikt at det skulle være offentlig eller privat (Hookway, 2008, referert i Morgen, 2022, s. 69). Asdal og Reinertsen (2020, s. 212) forklarer at en ren dokumentanalyse med kun offentlig tilgjengelige dokumenter sannsynligvis ikke vil omfattes av samme etiske hensyn som for eksempel et forskningsintervju. Dette skyldes at vi ikke samler inn personopplysninger på samme måte (Asdal og Reinertsen, 2020, s. 212), noe som begrenser rommet for potensiell uetisk atferd i denne studien. Offentlige registre er tilgjengelige for alle å undersøke og forfatteren(e) av dokumentene er klar over at hvem som helst vil kunne lese innholdet deres. Denne bevisstheten reduserer vanligvis de etiske bekymringene knyttet til bruk av offentlige dokumenter.

Samtidig som gjennomføringen av en dokumentanalyse kan redusere noen av bekymringene som kvalitative forskere ofte står overfor, er denne tilnærmingen på ingen måte fri for de etiske problemene forskere vanligvis kan møte. Dokumenter i seg selv kan være begrenset med tanke på det man ønsker å avdekke, noe intervjuer og observasjon kunne ha bidratt til i større grad. Samtidig kan forskning kun med dokumenter som eneste kilde reise spørsmål om selektiv bias (Bowen, 2009), både med tanke på hvilken informasjon som undersøkes, og hvilken informasjon som er valgt ut å undersøke. Dokumentene som produseres innenfor en gitt tid vil alltid være preget av tiden de produseres i, noe forskere er nødt til å være klar over.

Dette gjelder også for min studie, siden jeg undersøker offentlig dokumenter som er produsert på ulike tidspunkter i historien.

5. RESULTATER OG FUNN

5.1 Kort innledning

Dette kapitlet presenteres analysen av læreplanene, med fokus på å utforske hvordan begrepene «problemløsning» og «utforskning» er formulert, definert og belyst i de utvalgte dokumentene. Hovedmålet er å undersøke hvordan fokuset på utforskende matematikk og problemløsning har utviklet seg i de fire siste læreplanene. For å strukturere arbeidet med å undersøke oppgavens problemstilling, er det formulert to forskningsspørsmål: 1) Hvordan blir begrepene problemløsning og utforskning i matematikkutdanning uttrykt og definert i læreplanene? og 2) Hvordan har de pedagogiske prioriteringene knyttet til «problemløsning» og «utforskning» utviklet seg over tid i de fire siste læreplanene for 1. - 7. trinn i matematikkundervisning? Disse spørsmålene vil fungere som vevisere når resultatene og funnene blir presentert i dette kapitlet og har ligget til grunn for en systematisk dokumentanalyse av læreplanene. Svarene på forskningsspørsmål vil på denne måten kunne bidra til en helhetlig forståelse av utviklingen av matematikkundervisningen siden M87 og frem til LK20.

5.2 Problemløsning og utforskning i M87

På 70- og 80-tallet fikk opplæringen et konstruktivistisk eller humanistisk perspektiv, som ga barnet rollen som egen kunnskapsbygger. Undervisningen tok utgangspunkt i elevenes tidligere kunnskaper, og målet var å styrke og utfordre disse gjennom å skape kognitive konflikter ved å identifisere og korrigere misforståelser. Skolematematikk ble sett som en sikker og objektiv disiplin, samtidig som den var menneskeskapt. Dette perspektivet ga opphav til pedagogiske tilnærminger som problemorientert læring og utforskende aktiviteter i matematikkundervisningen. I Mønsterplan 1987 (M87) fikk problemløsning sin egen hovedplass i læreplanen. Denne planen understreket også at problemløsning skulle være en integrert del av all matematikkundervisning (Alseth et al., 2003).

I min studie spiller M87-læreplanen en sentral rolle ved å gi innsikt i hvordan begrepene problemløsning og utforskning ble introdusert og definert i matematikkundervisningen. Dette historiske perspektivet bidrar til å identifisere endringer og kontinuitet i måten disse begrepene har blitt forstått og integrert i senere læreplaner for matematikkundervisning.

M87 fungerer som et utgangspunkt for å forstå utviklingen av problemløsning og utforskning som pedagogiske tilnærminger innenfor matematikkundervisning, og det bidrar til å besvare forskningsspørsmålet om hvordan disse begrepene har utviklet seg over tid. I den generelle delen av læreplanen finner man ingen tydelige referanser til problemløsning og utforskning i matematikk. Disse begrepene blir først utfyllende beskrevet i fagplandelen.

Mål for faget

Under målene som undervisningen skal oppnå, finner vi følgende formulering: «å utvikle elevenes kunnskaper og ferdigheter slik at de ser på matematikk som et nyttig redskap når de skal løse problemer i dagliglivet og i yrkessammenheng» (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, s. 194). I M87-læreplanen fremkommer det at altså hovedmålet for matematikkundervisningen å styrke elevenes kunnskaper og ferdigheter slik at de betrakter matematikk som et praktisk hjelpemiddel for å løse hverdagsproblemer og for yrkeslivet. Dette innebærer en tydelig intensjon om å koble matematikk til praktiske anvendelser og å oppfordre elevene til å bruke matematikk som et verktøy for problemløsning i ulike situasjoner. Denne tilnærmingen understreker betydningen av å forstå matematikk som en nyttig ressurs for å håndtere reelle utfordringer og indikerer en undervisningsmetode som vektlegger praktisk problemløsning og utforskning som en integrert del av læringsprosessen.

Arbeidsmåter

Når man undersøker delen om lærestoff og progresjon, blir følgende påpekt: «... det må også legges vekt på å bruke matematikken som et verktøy når en skal løse praktiske oppgaver i et samfunn med andre krav og med andre hjelpemidler enn tidligere». Videre kan vi lese at:

«Problemløsning er tatt med som et eget hovedtema og skal være en del av all matematikkopplæring» (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, s. 195).

M87-læreplanen understreker altså at matematikk skal oppfattes som et praktisk verktøy som brukes til å løse oppgaver i et stadig skiftende samfunn med nye krav og hjelpemidler som tidligere ikke eksisterte. Videre blir problemløsning presentert som et hovedtema, noe som indikerer at det har en sentral plass i læreplanen. Dette vil bli utforsket nærmere senere i denne analysen.

Når det gjelder arbeidsmåter i matematikkfaget, fremgår følgende: «Lærestoffet kan bli introdusert ved at elevene først undersøker og eksperimenterer i et godt tilrettelagt læringsmiljø, og ved at læreren viser og forklarer». Videre er det beskrevet at «Arbeidet i

matematikk skal bygge på og utvikle elevenes skapende evner, og gi rom for eksperimentering og utforskning» (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, s. 195-196). M87-læreplanen vektlegger altså en aktiv og engasjerende tilnærming til faget, der elevene blir oppfordret til å utforske, undersøke og eksperimentere. Planen tar sikte på en progresjon hvor elevene først får muligheten til å undersøke og erfare matematikk på egenhånd, før læreren trer inn for å vise og forklare. Dette kan tolkes som et forsøk på å gi rom for en helhetlig forståelse og gi elevene muligheten til å utvikle egne innsikter.

Læreplanen vektlegger også at arbeidet i matematikk skal bidra til å utvikle elevenes kreative evner. Dette innebærer at elevene skal oppmuntres til å tenke kreativt, eksperimentere med ulike tilnærminger og utforske matematiske sammenhenger. Arbeidsmåtene skal fremme nysgjerrighet og motivere elevene til å ta initiativ i egen læring (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, ss. 195-196).

Innholdsmål

I avsnittet om problemløsning som et hovedtema fremkommer det at elevene ofte vil stå overfor situasjoner der matematisk formulering av problemer vil kunne hjelpe dem til å finne rasjonelle løsninger. Videre poengteres det at det å løse et problem er en prosess med flere ledd:

- Å formulere problemet
- Å analysere problemet og komme fram til en løsningsmetode
- Å foreta de nødvendige beregninger
- Å vurdere framgangsmåte og resultater (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, s. 196).

Som Björkqvist (2003) påpeker, viser dette en nærliggende likhet med Polyas modell for problemløsningsprosessen. Leer (2009) bemerker at tilnærmingen til problemløsning i M87 er presentert som en lineær prosess med fire trinn, nesten som en oppskrift. Dette ser vi tydelig i utdraget over.

Læreplanen understreker altså betydningen av at elevene utvikler ferdigheter innen problemløsning og utforskning i matematikk. Dette oppnås gjennom øvelse i identifisering, formulering og løsning av oppgaver, og elevene oppmuntres til å bruke matematikk som et praktisk verktøy for å utvikle kreativ tenkning, både når det gjelder praktiske og teoretiske

tilnærminger. Det legges spesiell vekt på eksperimentering og utforskning. Å kunne formulere problemer både skriftlig og muntlig anses som essensielt, spesielt på eldre klassetrinn (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, s. 197).

Videre er det beskrevet at 1.-3. klasse skal arbeide med konkrete problemer som er relatert til elevenes erfaringer og nærmiljø. Trinnene skal øve på å identifisere oppgaver basert på egne erfaringer, kunnskaper og opplevelser. Herunder er det blant annet lagt vekt på trening i å presentere løsningsmetoder. 4-6. klasse skal utvide arbeidet og inkludere problemer fra andre skolefag og samfunnslivet generelt. 7.-9. klasse skal fokusere på videre utvidelse for å inkludere mer teoretiske problemer (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, s. 197).

Ettersom problemløsning blir presentert som et eget hovedtema, kan det hevdes at det har en fremtredende rolle i læreplanen. M87 beskriver prosessen med å løse et problem som en flerleddet prosess, som inkluderer identifisering og formulering av problemet, analyse for å utvikle løsningsmetoder, gjennomføring av nødvendige beregninger og vurdering av tilnærmingen og resultatene. Dette reflekterer en systematisk tilnærming til problemløsning, som tydelig ligner på Polyas velkjente modell.

Videre blir viktigheten av at elevene utvikler ferdigheter innen problemløsning og utforskning presisert. Dette oppnås gjennom trening i å identifisere, formulere og løse oppgaver, og det vektlegges bruk av matematikk som et praktisk verktøy. Denne tilnærmingen er utformet for å fremme kreativ tenkning ved å oppmuntre elevene til eksperimentering og utforskning. Evnen til å formulere problemer, både skriftlig og muntlig, blir også fremhevet, noe som understreker viktigheten av å kunne kommunisere tanker og løsninger.

Oppsummering av funn

Læreplanen M87 tydeliggjør viktigheten av problemløsning og utforskning som sentrale elementer i matematikkundervisningen. Den setter som hovedmål å utruste elever med kunnskaper og ferdigheter som gjør at de betrakter matematikk som et praktisk hjelpemiddel for å håndtere dagliglivets utfordringer og yrkeslivet. Denne tilnærmingen integrerer matematikk i praktiske anvendelser og oppmuntrer elever til å bruke matematikk som et verktøy for å løse problemer i ulike sammenhenger. Læreplanen understreker også viktigheten av å utvikle kreative evner hos elevene ved å oppfordre til eksperimentering og utforskning. Videre fremhever den et systematisk rammeverk for problemløsning som inkluderer

identifisering, formulering, analyse, beregninger og vurdering av resultatene, noe som ligner på Polyas velkjente modell. Gjennom skoleløpet, fra de tidligste trinnene til de mest teoretiske, blir problemløsning integrert som en vesentlig del av undervisningen. M87-læreplanen fremhever altså betydningen av at elever bruker matematikk som et aktivt verktøy for å utforske verden rundt seg, oppmuntres til å eksperimentere, og utvikler en nysgjerrighet og en trang til å utforske matematiske sammenhenger. Denne tilnærmingen gir en helhetlig og praktisk tilnærming til matematikkundervisning som forbereder elevene på utfordringer og oppgaver i samfunnet.

5.3 Problemløsning og utforskning i L97

L97 skiller seg vesentlig fra M87, da planen inneholder svært detaljerte beskrivelser av matematikkens innhold. Den korte levetiden til L97 indikerer en tid med hyppige pedagogiske reformer og undervisningsendringer. L97 fungerer som et sentralt referansepunkt for å identifisere endringer i læreplanene. Derfor vil denne delen av studien utforske innhold og formuleringer knyttet til problemløsning og utforskning for å gi en dyp forståelse av hvordan disse begrepene ble presentert i denne læreplanen. Dette danner grunnlaget for sammenligningen med senere læreplaner og bidrar til å besvare forskningsspørsmålene.

I L97, Læreplan for grunnskolen av 1997, hadde problemløsning ikke lenger en egen fremtredende status som et separat tema, men nytteaspektet dominerte. Fokuset lå på *bruken* av matematikk som et praktisk verktøy i hverdagen, og elevene ble oppmuntret til å arbeide med problemer som hadde relevans for deres daglige liv og realistiske situasjoner (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996, s. 155).

Leer (2009) påpeker at tilnærmingen til problemløsning ble betydelig mer omfattende i L97 sammenlignet med M87. I L97 var det stor vekt på en mer aktivitetsbasert tilnærming, der elevene skulle dyrke sin kreativitet og bruke fantasien i problemløsningsprosessen (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996, s. 159). Selv om ordene «utforskning» og «problemløsning» ikke ble eksplisitt nevnt i hovedmomentene, hadde de sin plass under avsnittet om arbeidsmåter og felles mål for faget (Alseth et al., 2003). Dette aspektet ble også tydelig understreket av Leer (2009), hvor hun bemerket at vektleggingen av utforskende aktiviteter var mest fremtredende i innledningen og som et felles mål for faget, som gjelder for hele barne- og ungdomstrinnet.

Arbeidsmåter

Når vi ser på fagets plass i skolen, finner vi klare indikasjoner på viktigheten av utforskning og problemløsning. Læreplanen fremhever at mennesket, gjennom tidene, har hatt en iboende nysgjerrighet for å utforske verden rundt seg, forstå, systematisere og kategorisere observasjoner, erfaringer og inntrykk, og finne forklaringer på naturgitte sammenhenger. Denne trangen til utforskning og strukturering ligger til grunn for utviklingen av matematikk som et verktøy. Matematikk, som presentert i læreplanen, er et verktøy for å utforske, strukturere og forstå verden. Læreplanen oppfordrer til eksperimentering, opplevelse, undring og refleksjon som metoder for å fremme elevenes nysgjerrighet og trang til utforskning. I tillegg legger den vekt på inkludering og mangfold, med målet om å gi alle elever muligheten til å utvikle positive holdninger til faget (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996, s. 153).

L97 fremhever at matematikkundervisningen bør starte fra meningsfylte situasjoner og realistiske oppgaver som motiverer elevene. Undervisningen oppfordres til å støtte seg på eksperimentering og undersøkelser, og bruken av lommeregner og informasjonsteknologi blir presentert som verktøy for å åpne opp for nye tilnærminger. Småskoletrinnet legger stor vekt på elevenes egne erfaringer og lek som sentrale elementer i undervisningen. Mellomtrinnet fokuserer på praktisk forankring av matematikk og benytter lek og spill som konkrete tilnærminger til faget. Samtidig fremheves viktigheten av varierte utfordringer som gir rom for en positiv utvikling hos hver enkelt elev (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996, s. 155 - 156).

I L97 blir elevenes egenaktivitet ansett som av største betydning i arbeidet med matematikk.

På alle trinn skulle faget gi elevene muligheter til å:

- Arbeide praktisk og oppnå konkrete erfaringer.
- Undersøke og utforske sammenhenger, identifisere mønstre og løse problemer.
- Formidle og diskutere matematikk, skrive om sitt arbeid, og formulere resultater og løsninger.
- Øve på ferdigheter, prosedyrer og kunnskaper.
- Resonnere, begrunne og trekke slutninger.
- Samarbeide for å løse oppgaver og problemer (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996, s. 156).

Strukturen i læreplanen vektlegger arbeid med mønstre og regelmessigheter og bruk av algebra som et verktøy for problemløsning og oppdagelse av nye sammenhenger. Dette peker på en utforskende tilnærming til matematikk (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996, s. 156).

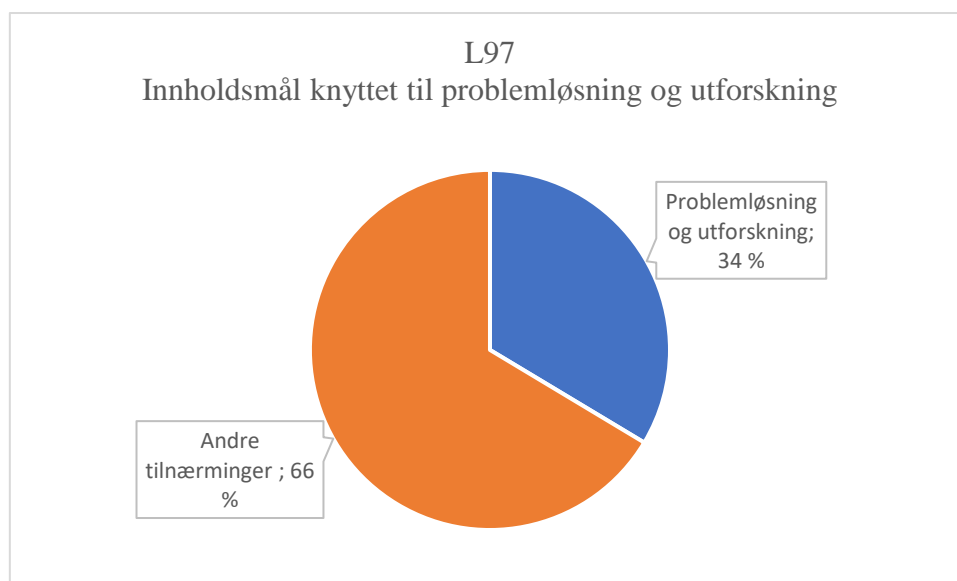
Mål for faget

Felles mål for faget understreker viktigheten av å stimulere elevene til å bruke sin fantasi, ressurser og kunnskaper for å finne løsningsmetoder gjennom undersøkende og problemløsende aktiviteter og bevisste valg av verktøy og redskaper (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996, s. 158). På småskoletrinnet (1.- 4. klasse) skal elevene samarbeide for å beskrive og forstå situasjoner og problemer, samt utvikle tillit til sine egne evner. Dette peker på betydningen av samarbeid og utforskning i tidlig alder (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996).

Det er tydelig at problemløsning og utforskning har en fremtredende plass i læreplanen. Undervisningen skulle bygge på meningsfulle situasjoner og virkelighetsnære oppgaver for å motivere elevene. (Alseth et al., 2003) Dette var i tråd med ideen om at matematikk ikke bare skulle være teoretisk, men også praktisk relevant for elevene, noe vi kjenner igjen i fra Stanic og Kilpatrick (1989) sin teori om problemløsning som kontekst. Hvor hensikten er at problemløsning skal motivere for nye emner, elevene skal utvikle nye ferdigheter og at matematikken knyttes til praktiske oppgaver og gjøremål som elevene kan kjenne igjen fra dagliglivet (Lesh & Zawojewski, 2007). Videre vektla L97 betydningen av eksperimentering og undersøkelser i matematikkundervisningen. Bruken av lommeregner og informasjonsteknologi ble presentert som verktøy som kunne åpne for nye tilnærminger til matematikk, og dette antydte at matematikkundervisningen skulle tilrettelegge for varierte måter å utforske og løse problemer på.

Innholdsmål

Jeg har også identifisert og kvantifisert hvilke innholdsmål i L97 som kan knyttes til problemløsning og utforskning. Dette er med på å gi et tydelig bilde av hvor stor andel av innholdsmålene som legger vekt på eller kan knyttes til begrepene. Målene er identifisert ut ifra teorien i studien, i tillegg til mine subjektive vurderinger og tolkninger.



Figur 7: Innholdsmål knyttet til problemløsning og utforskning i L97

Oppsummering av funn

Analysen av L97 avdekker klart og tydelig at planen fremhever betydningen av utforskning og problemløsning som sentrale elementer i matematikkundervisningen. Den legger vekt på en praktisk tilnærming til faget, hvor elevene oppfordres til å arbeide aktivt, oppleve, eksperimentere, og samarbeide for å løse matematiske utfordringer. L97 søker å gjøre matematikk relevant og meningsfull for alle elever ved å integrere praktiske erfaringer, lek og virkelighetsnære situasjoner i undervisningen. Denne tilnærmingen er i samsvar med ideen om at matematikk skal være tilgjengelig og engasjerende for alle elever, og at varierte arbeidsmåter bidrar til utvikling av både ferdigheter og forståelse innenfor faget. L97 fremstår som en læreplan som understreker viktigheten av elevaktivitet, utforskning, og praktisk tilnærming for å fremme matematikkopplæringen i grunnskolen.

5.4 Problemløsning og utforskning i LK06

Mål for faget

Læreplanen Kunnskapsløftet er av betydelig betydning for denne studien, da den gir innsikt i en viktig periode i utviklingen av matematikkundervisning i Norge. LK06 markerer et skifte i norsk utdanningssystem. Dette skiftet innebar store endringer i pedagogisk tilnærming og læringsmål. Å undersøke LK06 er avgjørende for å forstå utviklingen av matematikkundervisning på begynnelsen av det 21. århundre. Den er med på å gi en forståelse

av utviklingen og endringene av problemløsning og utforskning i læreplanene og derved hjelper til med å besvare forskningsspørsmålene.

I Læreplanen for Kunnskapsløftet av 2006 (LK06) er problemløsning et sentralt formål for matematikkundervisningen. Læreplanen fastslår følgende:

Matematisk kompetanse innebærer å bruke problemløsning og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det, og vurdere hvor gyldig løsningen er (...). Matematikkfaget i skolen medvirker til å utvikle den matematiske kompetansen som samfunnet og den enkelte trenger. For å oppnå dette må elevene få anledning til å arbeide både praktisk og teoretisk. Opplæringen veksler mellom *utforskende*, lekende, kreative og *problemløsende* aktiviteter, samt ferdighetstrening (Utdanningsdirektoratet, 2013, min kursivering).

I utdraget over blir utforskning og problemløsning tydelig integrert som sentrale elementer i matematikkundervisningen i LK06. Læreplanen understreker at matematisk kompetanse innebærer å anvende problemløsning og modellering for å analysere praktiske utfordringer og omforme dem til matematiske problemstillinger. I LK06 er problemløsning ikke bare begrenset til å finne løsninger på gitte problemer, men elevene oppfordres også til å evaluere og vurdere gyldigheten av løsningene de finner. Boesen (2006) understreker betydningen av problemløsningskompetanse, spesielt når elevene står ovenfor oppgaver uten klare løsningsmetoder og må konstruere nye tilnærminger. I tillegg resonnerer dette med Polyas vektlegging av å evaluere løsningen som en del av problemløsningsprosessen.

En viktig dimensjon ved problemløsning i LK06 er evnen til å evaluere og vurdere løsninger. Dette fremmer en kritisk tilnærming til matematikk, der elevene ikke bare finner løsninger, men også reflekterer over prosessen og resultatene. LK06 legger vekt på en variert tilnærming til matematikkundervisningen. Dette inkluderer utforskende, lekende, kreative og problemløsende aktiviteter, som gir elevene muligheten til å engasjere seg både praktisk og teoretisk. Denne tilnærmingen tilrettelegger for en helhetlig forståelse av matematikk, der elevene kan utvikle sin forståelse for faget gjennom aktiv deltakelse. Dette resonnerer godt med Jaworskis (2006) syn, som argumenterer for at elever, ved å arbeide utforskende oppgaver kan utvikle en dypere og mer konseptuell forståelse av matematikk.

Arbeidsmåter og de grunnleggende ferdighetene

LK06 inkluderer kompetansemål for matematikk etter 2., 4., 7. og 10. trinn i grunnskolen. Disse kompetansemålene inkluderer de fem grunnleggende ferdighetene, som var forpliktende for alle fag i skolen. Birkeland et al. (2018) forklarer at disse ferdighetene spiller en viktig rolle i å fremme problemløsning og utforskning i matematikkundervisningen og er derfor inkludert i oppgavens analyse som egne underoverskrifter.

Muntlige ferdigheter

Muntlige ferdigheter i matematikk innebærer å skape forståelse ved å lytte, tale og delta i samtaler om matematikk. Det inkluderer å stille spørsmål, argumentere ved hjelp av både uformell språkbruk og fagterminologi, og delta i diskusjoner om matematiske problemstillinger. Utviklingen av muntlige ferdigheter i matematikk går fra deltakelse i samtaler om matematikk til presentasjon og diskusjon av komplekse faglige emner. Det innebærer også bruk av presis fagterminologi og nøyaktige uttryksmåter (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4). Å kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, løsninger og strategier blir sett på som en viktig muntlig ferdighet.

Skriftlige ferdigheter

Skriveferdigheter i matematikk innebærer å beskrive og forklare tankemønstre og sette ord på oppdagelser og ideer. Dette inkluderer bruk av matematiske symboler og det formelle matematiske språket for å løse problemer og presentere løsninger. Skrivning i matematikk brukes som et verktøy for å utvikle egne tanker og egen læring. Utviklingen av skriveferdigheter i matematikk går fra enkle uttrykksformer til gradvis bruk av et formelt symbolspråk og presis fagterminologi. Det innebærer også evnen til å beskrive og systematisere enkle situasjoner med matematisk innhold og bygge opp helhetlige argumenter om komplekse sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4).

Leseforståelse

Leseforståelse i matematikk innebærer å forstå og anvende symbolspråk og uttrykksformer for å tolke tekster fra dagliglivet, yrkeslivet og matematikkfaglige tekster. Matematikkfaget kjennetegnes av komplekse tekster som inneholder matematiske uttrykk, grafer, diagrammer, tabeller, symboler, formler og logiske resonnementer. Leseforståelse i matematikk handler om å kunne analysere og evaluere både form og innhold i tekster, samt oppsummere informasjon fra ulike elementer i teksten. Utviklingen av leseferdigheter i matematikk går fra å kunne

finne og bruke informasjon i tekster med enkle symbolspråk til å kunne tolke og reflektere over komplekse fagtekster med avanserte symbolspråk og terminologi. Ferdighetene inkluderer også å sortere informasjon, analysere og vurdere form, noe som gir tilgang til kunnskap som kan brukes i problemløsning og utforskning (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4).

Regneferdigheter

Regneferdigheter i matematikk innebærer å bruke symbolspråk, matematiske begreper, metoder og varierte strategier for å løse problemer og utforske matematiske spørsmål i både praktiske dagligdagse situasjoner og abstrakte matematiske problemstillinger. Dette inkluderer å kunne identifisere situasjoner der matematikk spiller en rolle og anvende matematiske metoder for å behandle problemstillinger. Det innebærer også kommunikasjon og vurdering av gyldigheten til løsningene. Utviklingen av regneferdigheter i matematikk går fra grunnleggende tallforståelse og evnen til å løse enkle problemer til analyse og løsning av et bredt spekter av komplekse problemer ved hjelp av varierte strategier og metoder. Det inkluderer også en økende bruk av ulike hjelpemidler i beregninger, modellering og kommunikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4).

Digitale ferdigheter

Digitale ferdigheter i matematikk omfatter bruk av digitale verktøy for læring gjennom spill, utforskning, visualisering og presentasjon. Det handler også om å kunne identifisere, bruke og vurdere digitale verktøy for beregninger, problemløsning, simulering og modellering. Videre inkluderer det å finne informasjon, analysere, bearbeide og presentere data ved hjelp av hensiktsmessige digitale verktøy, samt utvise kritisk tenkning i forhold til kilder, analyser og resultater. Bruk av digitale verktøy fremmer også utforskning og problemløsning. LK06 legger opp til at elever kan bruke disse verktøyene til å utforske matematiske konsepter gjennom spill, simuleringer og visualisering. Med denne ferdigheten kan man også søke etter informasjon og behandle data på en effektiv måte, noe som er nyttig i komplekse problemløsningssituasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4).

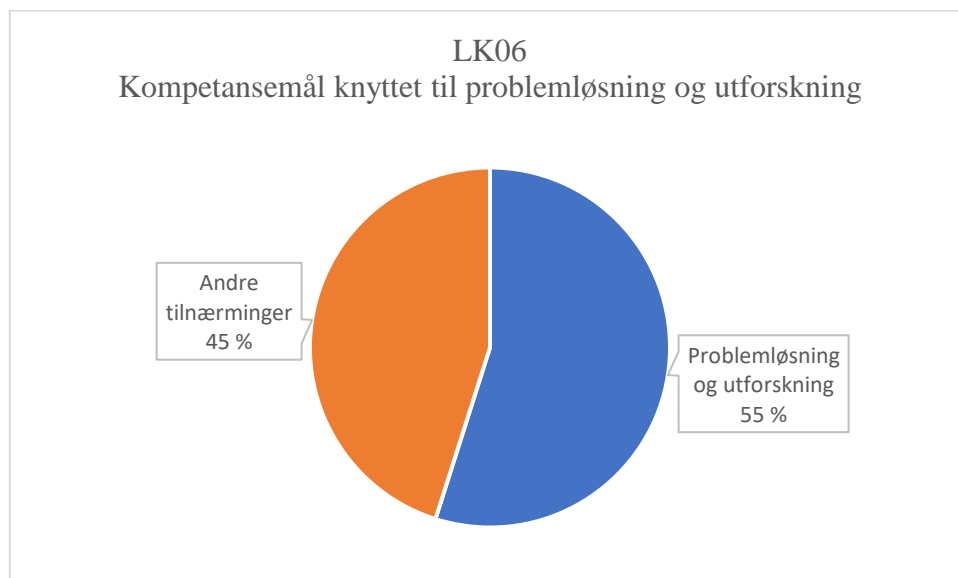
De grunnleggende ferdighetene som er presentert over legger et solid fundament for håndtering av matematiske utfordringer. Elevene blir oppmuntret til å tenke kreativt og eksperimentere for å finne løsninger på komplekse problemer. Matematikk betraktes som et kritisk verktøy for å håndtere virkelige utfordringer, og som et resultat blir problemløsning og

utforskning naturlig integrert i matematikkundervisningen. Dette perspektivet reflekterer den kognitive tilnærmingen som Ernest (1998) viser til og støttes også av Stanic og Kilpatrics (1989), hvor arbeid med problemløsning kan fungere som et middel for å oppnå læringsmål, heller enn å være et mål i seg selv.

Solem et al. (2011) påpeker at etter L97 var det en betydelig økning i fokuset på å inkludere flere aktiviteter i matematikkundervisningen. Dette skyldtes erkjennelsen av at et ensidig fokus på fakta og ferdigheter kunne resultere i manglende kompetanse blant elevene (s. 26). Det var derfor bred enighet om at elevene trengte aktiviteter for å utvikle sin kreativitet og forbedre ferdighetene sine innen problemløsning, samt for bruk av matematikk i utforskning og kommunikasjon. LK06 var en mer kortfattet rammeplan enn L97, formulert mer konsist og mindre detaljert, noe som åpnet for en mer fleksibel tilnærming til undervisningen (Birkeland et al., 2018).

Kompetansemål

Tidligere innholdsmål ble erstattet med kompetansemål, som klargjorde hva elevene skulle lære på skolen. På samme måte som med L97, har jeg identifisert kompetansemål som er knyttet til problemløsning og utforskning. Av de 51 kompetansemålene fra 1. til 7. klasse, har jeg identifisert 28 mål som kan relateres til problemløsning og utforskning. Disse målene ble valgt basert på studiens teori, i tillegg til mine subjektive vurderinger og tolkninger.



Figur 8: Kompetansemål knyttet til problemløsning og utforskning i LK06

Denne tilnærmingen er viktig fordi den ikke bare gir et klart bilde av hvordan problemløsning og utforskning er reflektert i læreplanen, men også gir en kvantitativ forståelse av deres betydning i LK06. Dette gir et grunnlag for å sammenligne med andre læreplaner og observere endringer over tid.

Oppsummering av funn

Læreplanen LK06 legger stor vekt på å utvikle matematisk kompetanse gjennom problemløsning og utforskning som sentrale elementer i matematikkundervisningen. Dette reflekteres tydelig i læreplanens mål og prinsipper, som oppfordrer elevene til å bruke matematikk som et verktøy for å analysere, løse og vurdere reelle problemer i samfunnet. Gjennom analysen av læreplanen ser man at LK06 understreker viktigheten av å utvikle kritiske tenkere og utforskende elever. Det legges vekt på at elevene ikke bare skal finne løsninger på gitte problemer, men også reflektere over prosessene og resultatene. Dette fremmer en helhetlig tilnærming til matematikk, hvor elevene engasjeres i varierte aktiviteter som inkluderer utforskning, lek, kreativitet og problemløsning.

De grunnleggende ferdighetene i matematikk, inkludert leseforståelse, regneferdigheter og digitale ferdigheter, utgjør en sentral del av LK06. Disse ferdighetene gir elevene verktøyene de trenger for å takle matematiske utfordringer, analysere komplekse tekster og anvende digitale verktøy i utforskningen av matematiske konsepter. I tillegg har LK06 en tydelig visjon om å integrere matematikk i dagliglivet og yrkeslivet. Dette fremmer en praktisk og meningsfull tilnærming til faget, hvor elevene oppfordres til å identifisere og løse matematiske problemstillinger i ulike kontekster.

5.5 Problemløsning og utforskning i LK20

Læreplanen Kunnskapsløftet 2020 er av avgjørende betydning for denne studien, da den representerer det nyeste innslaget av læreplaner. LK20 representerer den mest aktuelle og tidsmessige referansen for matematikkundervisning i Norge. Den er med på å gi innsikt i hvordan problemløsning og utforskning blir forstått og definert i dagens kontekst og det gir oss kanskje det mest oppdaterte bildet, i tillegg til å gi oss innsikt i hvordan pedagogiske ideer og praksis utvikler seg over tid ved å sammenligne den med de tidligere læreplanene.

Mål for faget

I LK20 legges det stor vekt på fagrelevans og sentrale verdier i matematikkundervisningen. Ifølge læreplanen skal matematikk forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i stadig utvikling ved å utvikle deres kompetanse innen utforskning og problemløsning. Læreplanen understreker at matematikkens rolle er å styrke elevenes evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom praktisk utforskning og problemløsning, samtidig som det øker deres bevissthet om egen læring. Dette har til hensikt å fremme utholdenhet og selvstendighet hos elevene (Udir, 2021).

LK20 anerkjenner altså at problemløsning og utforskning er kritiske elementer i matematikkundervisningen og er nødvendige for å forberede elevene på en verden i konstant endring. Gjennom aktiv deltakelse i utforskning og problemløsning skal elevene bli mer bevisste sin egen læringsprosess. Videre er det tydelig at LK20 oppmuntrer elevene til å møte utfordringer og problemer med selvtillit, og fokuset på praktisk kompetanse og utforskning er avgjørende for å forberede dem på fremtiden.

Kjerneelementer og arbeidsmåter

Kjerneelementer ble introdusert i forbindelse med LK2020, og de representerer det mest essensielle elevene skal lære innen hvert fag. Arbeidet med kjerneelementene var en forberedende fase for utviklingen av læreplanene. Disse kjerneelementene omfatter sentralt innhold samt de nødvendige læringsmålene for å mestre og anvende faget effektivt. Hovedmålet med kjerneelementene er å forenkle fagene ved å identifisere de mest vesentlige metodene, begrepene og kunnskapsområdene, og dermed legge til rette for en dypere forståelse av fagets innhold og sammenhenger. Kjerneelementene har en tydelig innvirkning på innholdet og progresjonen i læreplanene, og de skal bidra til at elevene utvikler innsikt i fagets innhold og sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2019).

I matematikkfaget presenterer LK20 følgende kjerneelementer:

- Utforskning og problemløsning
- Modellering og anvendelser
- Resonnering og argumentasjon
- Representasjon og kommunikasjon
- Abstraksjon og generalisering
- Matematiske kunnskapsområder

Utforskning og problemløsning

Utforskning og problemløsning er formulert som et eget kjerneelement. Dette kjerneelementet innebærer at elevene skal utforske matematiske konsepter ved å lete etter mønstre, oppdage sammenhenger og diskutere for å oppnå en felles forståelse. Fokus ligger på å utvikle strategier og tilnærminger heller enn bare å finne løsninger. Problemløsning i matematikk innebærer å utvikle systematiske metoder for å løse ukjente problemer, inkludert vurdering av om delproblemer kan løses mer effektivt med eller uten digitale verktøy. Dette krever også analyse og restrukturering av både kjente og ukjente problemer for å finne løsninger og vurdere deres gyldighet (Udir, 2021, s. 30).

LK20 legger stor vekt på at elevene skal utvikle ferdigheter i problemløsning, oppdage sammenhenger innenfor matematikk og mellom matematikk og andre fag. Dette fremmer dybdelæring og en dypere forståelse av faget. Kjerneelementene gir retning til undervisningen ved å fremme en tilnærming som gir elevene mulighet til å utforske og forstå matematikkens betydning i samfunnet og arbeidslivet (Utdanningsdirektoratet, 2023). Utforskning og problemløsning er også til stede i de andre kjerneelementene noe som understreker den vesentlige rolle av disse begrepene i samtidens matematikkundervisning.

Modellering og anvendelse

I kjerneområdet «modellering og anvendingar» skal elevene lage matematiske modeller for å beskrive virkelige situasjoner og utforske deres gyldighet og begrensninger. Herunder skal elevene forstå hvordan matematiske modeller brukes til å beskrive dagligliv, arbeidsliv og samfunnet generelt. Modellering i matematikk innebærer prosessen med å lage slike modeller. Det inkluderer også en kritisk vurdering av modellens gyldighet og dens begrensninger, samt evaluering av modellen i forhold til den opprinnelige situasjonen og vurdering av dens anvendelighet i andre sammenhenger (Udir, 2021, s. 31).

Resonnering og argumentasjon

I dette kjerneelementet handler det om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal erkjenne at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal kunne formulere egne resonnementer for å forstå og løse problemer og kunne argumentere for løsningsmetoder og begrunne at de er gyldige. Dette elementet oppfordrer elevene til å tenke kritisk og systematisk når de løser problemer (Udir, 2021, s. 31).

Representasjon og kommunikasjon

Dette kjerneelementet omhandler ulike måter å uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer på. Representasjonene kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Kommunikasjon i matematikk innebærer at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement. Elevene skal ha muligheten til å bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler. De må kunne forklare og begrunne valg av representasjonsform og være i stand til å oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråk samt veksle mellom ulike representasjonsformer (Udir, 2021, s. 31).

Abstraksjon og generalisering

Abstraksjon i matematikk innebærer at elevene gradvis utvikler en formalisering av tanker, strategier og et matematisk språk. Utviklingen går fra konkrete beskrivelser til formelt symbolspråk og formelle resonnementer. Generalisering i matematikk handler om at elevene oppdager sammenhenger og strukturer i matematikken, uten at løsningene er gitt på forhånd. Dette betyr at elevene kan utforske tall, utregninger og figurer for å finne sammenhenger og deretter formalisere dem ved bruk av algebra og passende representasjoner (Udir, 2021, s. 31). I dette kjerneelementet skal elevene generalisere, oppdage sammenhenger og strukturer. Dette er en form for utforskning, da elevene skal utforske tall, utregninger og figurer for å finne sammenhenger.

Matematiske kunnskapsområder

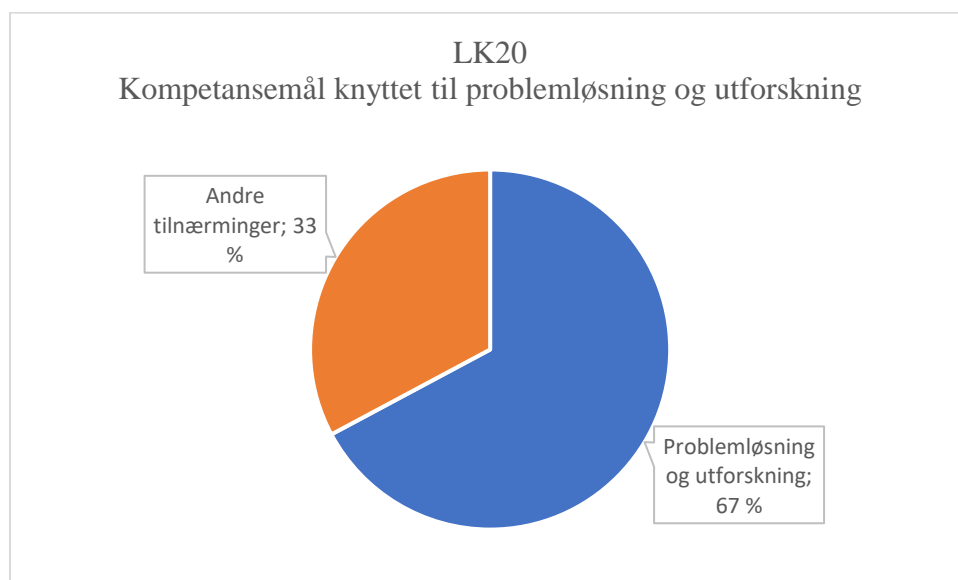
Matematikkfaget omfatter ulike områder som tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, statistikk og sannsynlighet. Elevenes tidlige utvikling av en solid tallforståelse og anvendelse av varierte regnestrategier er viktig. Algebra involverer utforskning av strukturer, mønstre og sammenhenger, og det er nødvendig for at elevene skal kunne generalisere og skape modeller for endringer og utvikling. Geometri bidrar til å utvikle en god romforståelse hos elevene. Kunnskap om statistikk og sannsynlighet gir elevene et solid grunnlag for å ta beslutninger i sine liv, i samfunnet og i arbeidslivet. Disse kunnskapsområdene utgjør fundamentet som elevene trenger for å utvikle en dypere forståelse av matematikk ved å utforske sammenhenger innenfor og mellom de ulike områdene (Udir, 2021, s. 30-31).

Innenfor hvert av de matematiske kunnskapsområdene, som inkluderer tall, tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, statistikk og sannsynlighet, oppfordres elevene til å engasjere

seg i utforskning og løsning av matematiske problemer. Kunnskapsområdene legger grunnlaget for elevenes utvikling av matematisk forståelse ved å utforske sammenhenger innenfor og mellom de matematiske kunnskapsområdene, og understreker den sentrale rollen problemløsning og utforskning har i læreplanen.

Kompetansemål

Ideen om kompetansemål ble videreført med LK20. Kompetansemålene ble endret og tilpasset den nye læreplanen. Som i L97 og LK06 har jeg identifisert kompetansemål jeg kan knytte til problemløsning og utforskning basert på relevant teori og min subjektive vurdering og tolkning. Av 64 kompetansemål var det 43 av dem jeg kunne knytte til problemløsning og utforskning.



Figur 9: Komeptansemål knyttet til problemløsning og utforskning i LK20

Oppsummering av funn

I LK20 er begrepene problemløsning og utforskning tydelig fremhevet som sentrale elementer i matematikkundervisningen. Læreplanen gir en klar indikasjon på at matematikkens formål går utover bare å tilegne seg ferdigheter og kunnskaper, og i stedet vektlegger utviklingen av elevenes evne til kreativ problemløsning og aktiv utforskning. Dette kommer til uttrykk gjennom de ulike kjerneelementene som er definert i læreplanen. Kjerneelementene i LK20 fungerer som retningslinjer for hvordan matematikkundervisningen skal struktureres.

Problemløsning og utforskning er integrert i flere av disse kjerneelementene og uttrykkes som nøkkelaspekter i matematikkutdanningen. I læreplanen oppfordres elevene til å konstruere matematiske modeller, utforske modellenes gyldighet og begrensninger, resonnere og argumentere for sine matematiske tanker, representere matematikk på ulike måter, generalisere og oppdage sammenhenger, samt anvende matematikk i virkelige situasjoner. Dette gjenspeiler et sterkt fokus på problemløsning og utforskning som sentrale metoder for å utvikle matematisk forståelse.

Læreplanen understreker også betydningen av å forberede elevene på et stadig skiftende samfunn og arbeidsliv ved å utvikle deres evne til selvstendig problemløsning og samarbeid. Dette indikerer at problemløsning og utforskning ikke bare er viktige for matematikkfaget i seg selv, men også som ferdigheter som er avgjørende for elevene i fremtidig samfunnsliv.

5.6 Oppsummering

Gjennom analysen av læreplanene M87, L97, LK06 og LK20 har vi fått en inngående innsikt i utviklingen av begrepene problemløsning og utforskning brukt i matematikkundervisningen i Norge over flere tiår. Denne innsikten er av avgjørende betydning for å forstå hvordan pedagogiske prinsipper har utviklet seg og påvirket undervisningen i matematikk.

I M87 representerte begrepet problemløsning en ny tilnærming til matematikkopplæringen i Norge. Den brøt med tradisjonell undervisning som fokuserte på abstrakte tilnærminger og formler ved å introdusere ideen om at matematikk kunne være et praktisk verktøy i hverdagen og yrkeslivet. Denne tilnærmingen innebærer identifisering av problemer, formulering av dem, analyse av problemene, gjennomføring av beregninger og en kritisk vurdering av resultatene. Denne læreplanen oppmuntret elevene til å se matematikk som en aktiv metode for å utforske og løse virkelige problemer i ulike sammenhenger. Samtidig vektla den kreativitet, eksperimentering og utforskning som viktige komponenter i matematikkundervisningen, noe som var nytt på den tiden.

L97 videreførte og styrket fremhevingen av problemløsning og utforskning. Den forsterket den praktiske tilnærmingen til matematikk, der elevene skulle arbeide aktivt, samarbeide, og løse virkelighetsnære problemer. Dette resulterte i en enda mer praktisk og meningsfull tilnærming til matematikkfaget, og problemløsning og utforskning ble integrert som naturlige deler av matematikkundervisningen. Denne tilnærmingen er i samsvar med ideen om å gjøre

matematikk tilgjengelig og engasjerende for alle elever ved å inkludere varierte arbeidsmåter som fremmer både ferdighetsutvikling og forståelse.

LK06 fortsatte å forsterke fremhevingen av problemløsning og utforskning som sentrale elementer i matematikkundervisningen. Den la vekt på å utvikle elevenes kritiske tenkning og evne til å reflektere over matematiske prosesser. Samtidig ble digitale ferdigheter og praktisk matematikk fremhevet som viktige komponenter, og dette forberedte elevene på å møte en stadig mer teknologisk kompleks verden. De grunnleggende ferdighetene skulle gi elevene verktøyene de trenger for å takle matematiske utfordringer. Begrepene problemløsning og utforskning blir i LK06 definert som aktive og utforskende tilnærminger i matematikkundervisningen. Denne tilnærmingen fremmer ikke bare ferdigheter, men også forståelse og matematisk kompetanse blant elevene.

I den seneste læreplanen, LK20, blir problemløsning og utforskning stadfestet som en av nøkkelkomponentene i matematikkundervisningen, noe som man ser gjennom kjerneelementene. Begrepene problemløsning og utforskning blir uttrykt og definert som sentrale pedagogiske prinsipper og ferdigheter som elever skal utvikle. Den legger vekt på utvikling av elevenes selvstendige problemløsning, samarbeid, anvendelse av matematikk i virkelige situasjoner. LK20 legger også vekt på at disse tilnærmingene til problemløsning og utforskning skal forberede elevene på fremtidens utfordringer og endringer i samfunnet og arbeidslivet, hvor disse ferdighetene ikke bare er relevante for matematikkfaget, men også for deres generelle kompetanse i å takle reelle utfordringer. anerkjenner også behovet for å forberede elevene på et stadig skiftende samfunn og arbeidsliv, og dette reflekteres i læreplanens mål og prinsipper.

Dybdelæring introduseres som et nytt begrep i LK20. Ifølge Utdanningsdirektoratet (2021) var de tidligere læreplanene preget av et stort antall temaer og et omfattende pensum, noe som kunne gjøre det utfordrende for elever å oppnå en grundig forståelse av alt. I respons til dette, har LK20 implementert en ny tilnærming ved å slanke ned kompetansemålene i alle fag. Dette har blitt gjort med sikte på å skape bedre betingelser for dybdelæring.

Basert på analysen fra M87, L97, LK06 og LK20, kan jeg identifisere flere viktige endringer og utvikling i vektleggingen av problemløsning og utforskning i de siste læreplanene. Fra M87 til LK20 har det vært en kontinuerlig utvikling mot en mer praktisk tilnærming til matematikk. M87 innførte ideen om at matematikk kunne være et praktisk verktøy for å takle dagliglivets utfordringer, og denne fremhevingen på praktisk anvendelse har fortsatt å utvikle og forsterke seg i senere læreplaner som L97, LK06 og LK20.

Alle de analyserte læreplanene har fremhevet viktigheten av å integrere virkelighetsnære situasjoner og autentiske problemer i matematikkundervisningen. Dette gir elevene muligheten til å anvende matematiske ferdigheter på en meningsfull måte og forstå matematikkens relevans i hverdagen. Funnene i studien viser også at det har blitt vektlagt i større grad i læreplanene L97, LK06 og LK20 enn i M87. Over tid har det vært en økt vektlegging på utvikling av elevenes kritiske tenkning og evne til å reflektere over matematiske prosesser. Dette aspektet blir tydeligere definert i senere læreplaner som i LK06 og LK20, der elevene oppfordres til å ikke bare finne løsninger, men også forstå matematiske sammenhenger og prosesser.

LK06 og spesielt LK20 legger stor vekt på digitale ferdigheter i matematikkundervisningen. Dette gjenspeiler det økende behovet for digital kompetanse i dagens samfunn og arbeidsliv. Elevene oppfordres i stor grad til å bruke digitale verktøy for å utforske og løse matematiske problemer. LK20 har en sterkere fokus på å forberede elevene på å møte et stadig skiftende samfunn og arbeidsliv ved å utvikle deres evne til selvstendighet og samarbeid i arbeid med problemløsning og utforskning. Dette indikerer en bevissthet om at matematikkundervisningen ikke bare handler om å lære fakta, men også å utvikle livslang læring og tilpasningsevne. Vektleggingen av problemløsning og utforskning i læreplanene utviklet seg fra å være en introduksjon til praktisk matematikk i M87 til å inkludere dypere kritisk tenkning, digitale ferdigheter og forberedelse for fremtidige utfordringer i LK20, hvor det har skjedd en gradvis endring gjennom L97 og LK06. Disse endringene gjenspeiler et ønske om å utruste elevene med ferdigheter som går utover bare å mestre skolematematikken, og i stedet forberede dem på å være aktive og engasjerte deltakere i en verden i stadig utvikling. I det påfølgende diskusjonskapitlet vil funnene fra denne analysen drøftes i lys av tidligere forskning og presentert teori.

6. DRØFTING

6.1 Kort innledning

Målet med masteroppgaven min har vært å se på hvordan fokuset på problemløsning og utforskning har endret seg i de fire siste læreplanene. Med utgangspunkt i problemstillingen utarbeidet jeg to forskningsspørsmål som skulle hjelpe meg underveis. I dette kapitlet vil jeg diskutere resultatene med utgangspunkt i forskningsspørsmålene og relevant teori. Jeg starter kronologisk med M87.

6.2 Problemløsning og utforsking i M87

I M87 ble problemløsning introdusert som en ny og systematisk tilnærming til faget matematikk. Denne tilnærmingen søkte å undervise elevene i en trinnvis prosess, som tydelig kan ses i sammenheng med George Pólyas strategier og metoder. M87 la vekt på å utstyre elevene med konkrete ferdigheter som gjorde dem i stand til å nærme seg ethvert matematisk problem på en standardisert måte, fra formuleringen av problemet til evalueringen av løsningen. Videre var det en forventning om at lærerne skulle integrere problemløsning som en sentral del av all matematikkundervisning i henhold til M87.

Funnene i læreplanen M87, som for første gang tydeliggjør viktigheten av problemløsning og utforskning som sentrale elementer i matematikkundervisningen, kan ses i lys av de tre hovedtemaene knyttet til problemløsning i matematikk som ble identifisert av Stanic og Kilpatrick (1989). Hvert av disse temaene gir oss en dypere forståelse av hva problemløsning i matematikk kan innebære og hvordan det blir implementert i læreplanen M87.

Bruksperspektivet

Læreplanen M87 vektlegger praktisk bruk av matematikk som et verktøy for å håndtere dagliglivets utfordringer og yrkeslivet. Dette kan forstås i tråd med bruksperspektivet, der matematikk betraktes som en ressurs som kan brukes i ulike kontekster utenfor skolen. M87 oppmuntrer elever til å anvende matematikk i praktiske anvendelser og oppfordrer dem til å se matematikk som et hjelpemiddel for å løse virkelige problemer. Den integrerer matematikk i virkelige situasjoner, noe som er i tråd med ideen om overføring av læring fra skolen til praktiske bruksområder.

Et kognitivistisk perspektiv

I M87 blir elevene undervist i konkrete matematiske begreper, metoder og problemløsningsteknikker som de kan bruke i ulike sammenhenger. Dette samsvarer med et kognitivistisk perspektiv, der skolens abstrakte matematikk brukes til å takle oppgaver i eksterne kontekster. Læreplanen fokuserer på tilegnelse av kontekstfri kunnskap som kan anvendes på nye situasjoner utenfor skolen.

Problemløsningsperspektivet

M87 fremmer også en systematisk tilnærming til problemløsning som inkluderer identifisering, formulering, analyse, beregninger og vurdering av resultatene. Dette ligner på George Pólyas velkjente modell for problemløsning. Dette perspektivet understreker betydningen av å utvikle elevenes problemløsningsstrategier og heuristiske tilnærminger ved å løse ikke-rutinemessige oppgaver. Gjennom skoleløpet blir problemløsning integrert som en vesentlig del av undervisningen, og elever oppfordres til å bruke forskjellige tilnæringsmåter for å løse varierte matematiske utfordringer.

I tillegg til Stanic og Kilpatrick's (1989) hovedtemaer, kan vi også se funnene i M87 i sammenheng med perspektivet på overføring av læring fra skolen til samfunnslivet og arbeidslivet. Læreplanen M87 legger vekt på at elevene skal utvikle kompetanse som kan anvendes i nye situasjoner i samfunnet og arbeidslivet. Denne tilnærmingen til matematikkundervisning forbereder elevene på å møte komplekse utfordringer i den virkelige verden.

Læreplanen M87 reflekterer en tilnærming til matematikkundervisning som fremmer praktisk bruk av matematikk, utvikling av problemløsningsferdigheter, og overføring av læring til virkelige situasjoner. Den tar hensyn til flere perspektiver på problemløsning i matematikk, inkludert de identifisert av Stanic & Kilpatrick (1989), og Ernest (1998). Denne tilnærmingen forbereder elevene på å være aktive deltakere i samfunnet og arbeidslivet, samtidig som de utvikler en dyp forståelse av matematikkens praktiske betydning.

M87 kan tydelig ses i sammenheng med samfunnsutviklingen på 80-tallet. På 80-tallet skjedde betydelige fremskritt innen informasjonsteknologi og datateknologi. Dette var en periode der personlige datamaskiner ble mer tilgjengelige og begynte å bli integrert i samfunn og arbeidsliv. Denne teknologiske utviklingen hadde innvirkning på utdanningssystemet og la

grunnlaget for en økende vektlegging av praktisk matematikk og problemløsning. Skolen måtte forberede elever på å forstå og bruke teknologi i sitt daglige liv og fremtidige yrkeskarriere. Samtidig intensiverte globaliseringen seg på 80-tallet, og samfunnet ble stadig mer komplekst. Dette medførte økt etterspørsel etter arbeidstakere som kunne tenke kritisk, løse komplekse problemer, og tilpasse seg raskt skiftende situasjoner. Matematikk ble nå sett på som en nøkkelkompetanse for å møte disse utfordringene, og dette la grunnlaget for økt fokus på problemløsning som en kjernekomponent i matematikkundervisningen.

6.3 Problemløsning og utforskning i L97

I L97 blir fokuset på problemløsning som en viktig del av matematikkopplæringen opprettholdt, men det ser ut til å være en mer helhetlig tilnærming som inkluderer utforskning og praktisk arbeid som sentrale komponenter. Læreplanen legger stor vekt på elevenes egenaktivitet, oppmuntrer til praktisk utforskning, samarbeid, resonnement og kommunikasjon som integrerte deler av matematikkundervisningen. Mens M87 klart definerer problemløsning som en hovedsak og gir en systematisk tilnærming til hvordan det skal undervises, gir L97 inntrykk av å implementere det i et bredere spekter av ferdigheter og anvendelser, som også inkluderer utforskning og praktisk arbeid. Dette endrer karakteren av matematikkundervisningen, fra å være teoretisk og problemfokuset til å være mer elevsentrert og aktivt utforskende.

Overgangen fra læreplanen M87 til L97 representerer en betydelig utvikling i måten matematikkundervisning konseptualiseres i Norge, spesielt med hensyn til fokus på begrepene problemløsning og utforskning. L97 introduserer matematikk som en dynamisk prosess der elevene tar på seg rollen som aktive og nysgjerrige forskere. Dette representerer en markant endring fra tidligere læreplaner og gir innsikt i overgangen fra tradisjonell undervisning til en mer elevsentrert og aktiv tilnærming til læring.

Skovsmose & Säljö (2008) sine perspektiver på elevenes motivasjon og engasjement i læringsprosessen gir en nyttig ramme for å drøfte funnene fra L97-læreplanen. L97, som er en læreplan som var i bruk i Norge fra 1997 til 2006, representerer en overgangsperiode mellom eldre læreplaner som M87 og mer moderne læreplaner som LK06 og LK20. Ved å undersøke L97 i lys av Skovsmose og Säljö (2008) kan vi se hvordan begrepene bidrar til å forstå utviklingen av pedagogiske mål og tilnærminger i den norske skolekonteksten. L97 inkluderte et økt fokus på utforskning og praktisk arbeid som en del av matematikkundervisningen.

Dette kan tolkes som et forsøk på å øke elevenes engasjement og motivasjon ved å gjøre læringen mer praktisk og eksperimentell. Ved å oppmuntre elevene til å utforske matematikk i konkrete situasjoner og løse virkelige problemer, ble det lagt vekt på å aktivere deres naturlige nysgjerrighet og ønske om å lære.

Videre kan Skovsmose og Säljö (2008) sine ideer om å stille utfordrende spørsmål, som «hva hvis»-spørsmål, sees i sammenheng med L97 sitt mål om å utvikle elevenes evne til kritisk tenkning og problemløsning. Læreplanen oppfordret lærerne til å utfordre elevene til å tenke dypt om matematiske begreper og å forklare sine tanker og løsningsstrategier. Dette kan ses som et forsøk på å engasjere elevene i utforskningsprosesser ved å oppmuntre dem til å tenke selvstendig og begrunne sine valg.

L97 var en overgangsperiode, og implementeringen av disse pedagogiske målene kan ha variert fra skole til skole og lærer til lærer. Mens L97 introduserte visse elementer som var i samsvar med Skovsmose og Säljö (2008) om motivasjon og engasjement, kan det ha vært utfordringer med å oversette disse målene til praksis på en enhetlig måte over hele landet. I lys av Skovsmose & Säljö (2008) kan L97 sees som et skritt i retning av å øke elevenes engasjement og motivasjon i matematikkundervisningen ved å inkludere elementer av utforskning, praktisk arbeid og kritisk tenkning. Imidlertid kan utfordringene med å implementere disse målene i praksis ha begrenset deres effektivitet på nasjonalt nivå.

Selv om L97 eksplisitt fastslår at problemløsning skal være en del av all matematikkundervisning, ser det ut til at dette prinsippet ikke alltid blir fullt ut gjennomført i praksis, noe det økte fokuset i senere læreplaner antyder. Implementeringen av disse prinsippene i klasserommet kan være en utfordrende oppgave som krever kontinuerlig støtte og ressurser. Særlig tradisjonelle vurderingsmetoder og prøver kan være utfordrende å tilpasse nye undervisningsmetoder som vektlegger problemløsning og utforskning. Å utvikle egnede evalueringsverktøy som måler elevenes forståelse og ferdigheter i denne sammenhengen kan ha vært en kompleks oppgave, som førte til at implementeringen av fokuset har tatt tid. Likevel indikerer endringene fra M87 til L97 en økende anerkjennelse av viktigheten av problemløsning og utforskning som sentrale elementer i matematikkundervisningen. Dette gjenspeiler en pedagogisk utvikling som søker å utruste elever med ferdigheter og forståelse som går utover det tradisjonelle og teoretiske aspektet av faget.

6.4 Problemløsning og utforskning i LK06

Med LK06 kom en læreplan med en tilnærming som var betydelig annerledes. Innføringen av kompetansemål representerte en viktig endring fra tidligere læreplaner, da kompetansemålene fokuserte på hva elevene skulle kunne etter endt undervisning, i stedet for kun å fokusere på hva som skulle gjøres i undervisningen. LK06 introduserte også bruken av verb i kompetansemålene, som beskriver hva elevene skulle gjøre med innholdet. Dette var en viktig endring, da det bidro til å klargjøre målene for elever og lærere.

Analysen av LK06 viser at læreplanen har som mål å utvikle matematisk kompetanse gjennom problemløsning og utforskning. Den legger vekt på en helhetlig tilnærming til matematikkundervisningen som inkluderer varierte aktiviteter, utvikling av grunnleggende ferdigheter og praktisk relevans. LK06 danner dermed grunnlaget for en dypere og meningsfull læring i matematikk, som forbereder elevene til å møte komplekse utfordringer i samfunnet og arbeidslivet.

Den helhetlige tilnærmingen innebærer at matematikk ikke er bare isolerte ferdigheter og begreper, men integrert del av elevenes dagligliv og fremtidige yrkesliv. Problemløsning og utforskning blir dermed ikke bare sett på som enkelte aktiviteter, men som sentrale aspekter av hvordan matematikk skal forstås og anvendes. At LK06 oppmuntrer til varierte arbeidsmåter som praktisk arbeid, utforskning, eksperimentering og samarbeid gir det elevene muligheten til å utforske matematikken på forskjellige måter, noe som fremmer dypere forståelse, til forskjell fra den mer tradisjonelle tilnærmingen.

LK06 erkjenner betydningen av grunnleggende ferdigheter som lesing, skriving og digitale ferdigheter som sentrale faktorer i matematikkopplæringen. Dette støtter opp under elevenes evne til å løse problemer, kommunisere matematiske ideer og bruke digitale verktøy i utforskningen av matematiske oppgaver og utfordringer. I tillegg til å fremheve viktigheten av å knytte matematikk til praktiske anvendelser i hverdagen og yrkeslivet, kan det føre til å gjøre faget mer meningsfullt for elevene og hjelper dem med å se den praktiske nytten av matematiske ferdigheter. Å reflektere over matematiske prosesser og vurdere resultatene av sine aktiviteter og oppgaver fremmer kritisk tenkning og metakognisjon, som er avgjørende for utviklingen av problemløsningsferdigheter.

Som påpekt i analysen av LK06, legger læreplanen vekt på en helhetlig tilnærming til matematikkundervisning. Dette inkluderer ikke bare isolerte ferdigheter og begreper, men også praktisk relevans og integrasjon i dagliglivet og fremtidige yrkesliv. Dette er i tråd med Pólyas syn på problemløsning som en ferdighet som har praktisk bruk i virkelige situasjoner. LK06 oppmuntrer også til varierte arbeidsmåter, inkludert praktisk arbeid, utforskning, eksperimentering og samarbeid. Dette samsvarer med Pólyas tilnærming til å mestre problemløsning gjennom praksis og eksperimentering. Varierte arbeidsmåter gir også muligheter for elever å utforske matematikken på forskjellige måter, som er essensielt for dypere forståelse, i motsetning til den tradisjonelle tilnærmingen som kan være begrensende.

LK06 erkjenner betydningen av grunnleggende ferdigheter som lesing, skriving og digitale ferdigheter i matematikkopplæringen. Dette støtter opp under Pólyas ide om at problemløsning krever kunnskapsanskaffelse og bruk av ulike verktøy og ressurser. Å kunne bruke digitale verktøy i utforskningen av matematiske oppgaver er spesielt relevant i dagens teknologidrevne samfunn. Videre innebærer også LK06 refleksjon over matematiske prosesser og vurdering av løsninger. Dette ses tydelig i Pólyas tilnærming til problemløsning, og legger grunnlaget for kritisk tenkning og metakognisjon, som er nødvendige for utvikling av problemløsningsferdigheter. Elevene oppfordres til å vurdere om løsningen er fornuftig og oppfyller kravene i oppgaven, noe som er i tråd med Lesters fokus på overbevisninger og følelser som påvirker beslutningstaking i løsningsprosessen.

LK06 anerkjenner betydningen av individets sosiale og kulturelle bakgrunn i læringen av matematikk. Dette støtter opp under Lesters syn på hvordan sosiokulturelle faktorer kan påvirke hvordan matematikk forstås og brukes. Å ta hensyn til disse sammenhengene er viktig for å tilpasse undervisningen til elevenes behov og forståelsesnivå. LK06 har inkorporert altså prinsippene om problemløsning i matematikkundervisningen, som tydelig kan ses i sammenheng med Pólyas strategier og Lesters faktorer, for å fremme en dypere forståelse av faget. LK06 ga med dette både skolene og lærerne en ramme for å utvikle undervisning som oppmuntrer elever til å bli dyktige i problemløsning, samtidig som de tar hensyn til de ulike faktorene som påvirker læring og prestasjon i matematikk.

Til tross for et tydelig fokus på finnes det flere utfordringer med et økt fokus på utforskende og problemløsende matematikk. Klasserommet kan inkludere elever med ulik kunnskap og ferdighetsnivå. Noen elever kan ha behov for ekstra støtte og veiledning i problemløsning,

mens andre kan være klare for mer avanserte oppgaver. Differensiering for å imøtekomme ulike behov kan være krevende, men er samtidig lovpålagt med prinsipper om tilpasset opplæring. Dersom man mangler lærere som er trygge med pedagogiske metoder som legger vekt på problemløsning og utforskning, kan denne typen undervisning være utfordrende å implementere.

Samtidig finnes det standardiserte vurderinger som ikke alltid fanger opp dyp forståelse og problemløsningsevner, noe som kan føre til en viss motstand mot å implementere en slik tilnærming. Å finne egnede måter å evaluere elevenes læring på, som reflekterer deres evne til å løse problemer og utforske matematikk, er en pågående utfordring og noe vi ser gjennomgående som en utfordring i forbindelse med det å implementere problemløsning og utforskning i undervisningssammenheng.

I lys av teorien som er presentert i denne oppgaven er det tydelig at lærere trenger profesjonsutvikling for å kunne undervise effektivt med en utforskende og problemløsende matematikktilnærming. Dette kan både være kostbart, men tanke på å sende lærere på kurs, og vikarsette ordinær undervisning, samtidig som at noen elever kan oppleve frustrasjon eller mangel på motivasjon når de står overfor komplekse problemer som krever dypere tenkning og innsats. Å oppmuntre og motivere elevene til å engasjere seg i problemløsning kan dermed være en utfordring, og noe som lærere trenger kompetanse i. Vi ser et enda tydeligere fokus på utforskning og problemløsning i LK20. Dette diskuteres nærmere i neste delkapittel.

6.5 Problemløsning og utforskning i LK20

I analysen av LK20 finner vi klare indikasjoner på at begrepene problemløsning og utforskning er fremhevet som avgjørende i matematikkutdanningen. Læreplanen gir en helhetlig visjon for matematikkundervisning som ikke bare dreier seg om å lære matematiske fakta og prosedyrer, men også om å utvikle dypere forståelse og evnen til å anvende matematikk på varierte måter. Ved å inkludere disse begrepene i de definerte kjerneelementene, viser læreplanen en klar intensjon om å integrere problemløsning og utforskning i hele matematikkundervisningen. Dette gir lærere og elever en strukturert tilnærming til å utvikle matematiske ferdigheter og tenkemåter som går utover det rent akademiske. Kjerneelementene i læreplanen gir en klar retning for matematikkundervisningen ved å fremme tilnærminger som gir elevene muligheten til å utforske og forstå matematikkens betydning i samfunnet og arbeidslivet. Dette er i tråd med prinsippene for dybdelæring, hvor

elevene gradvis bygger opp sin forståelse og anvender matematikk i ulike kontekster (Sawyer, 2014).

En av de tydeligste funnene er læreplanens fokus på å forberede elever på fremtiden. Endringer i samfunnet og arbeidslivet har påvirket læreplanene. Norge, som mange andre land har gått gjennom økonomiske og teknologiske endringer som krever at arbeidstakere har ferdigheter som problemløsning og kreativ tenkning. Læreplanene har derfor reagert på disse samfunnsbehovene ved å vektlegge slike ferdigheter i matematikkfaget. I en stadig mer globalisert verden er konkurransen om arbeidsplasser og muligheter intens. Norske borgere konkurrerer ikke lenger bare lokalt eller nasjonalt, men også internasjonalt. Det ser man tydelig spor etter, spesielt i LK06 og LK20, noe som også legges stor vekt på i NOU 2015:8 og (St. meld. nr. 28, 2015-2016). Å ha ferdigheter i problemløsning og utforskning gir en konkurransefordel på det globale arbeidsmarkedet. Dette er noe av grunnen til at det har fått en større plass i LK20 enn tidligere planer. (St. meld. nr. 28, 2015-2016). Gjennom å utvikle evnen til selvstendig problemløsning og samarbeid, blir elevene rustet til å møte de utfordringene som det stadig skiftende samfunnet og arbeidslivet bringer med seg. Dette understreker nødvendigheten av problemløsning og utforskning som livsferdigheter, ikke bare som faglige komponenter.

Jaworski (2006) og Fuglestad (2010), som begge fokuserer på viktigheten av utforskning, kritisk tenkning og spørsmål i matematikkundervisning, kan tydelig ses i sammenheng med funnene og prinsippene som er nevnt i Læreplanen for Kunnskapsløftet 2020 (LK20) og Utdanningsdirektoratets retningslinjer for matematikkundervisning (Udir, 2021). Funnene i LK20, som fremhever utforskning og problemløsning som et eget kjerneelement, er i samsvar med teorien verdien av utforskning som presenteres av både Jaworski (2006) og Fuglestad (2010). LK20 setter tydelig fokus på at elevene skal utvikle ferdigheter i problemløsning, oppdage sammenhenger i matematikk og forstå forbindelsen mellom matematikk og andre fag. Dette er i tråd med Jaworski (2006) sin idé om at elever ved å forstå «hvorfor» i tillegg til «hva» og «hvordan», kan utvikle en dypere forståelse av matematikk. LK20 legger også vekt på å fremme en tilnærming der elevene kan utforske og forstå matematikkens relevans i samfunnet og arbeidslivet, noe som er i samsvar med Fuglestads (2010) sitt argument om at utforskning kan fremme elevengasjement.

Videre legger LK20 vekt på at utforskning og problemløsning ikke bare handler om å finne løsninger, men også om å utvikle strategier og tilnæringer. Dette er i overensstemmelse med det Jaworski sier om at elever bør forstå prinsippene bak matematikken og se generelle sammenhenger. I tillegg understreker Utdanningsdirektoratet (Udir, 2021) betydningen av systematisk problemløsning, inkludert bruk av digitale verktøy, noe som kan kobles til både Jaworski (2006) og Fuglestad (2010) sitt fokus på å oppmuntre elever til å stille spørsmål og utforske matematikk på en kritisk måte.

Vi ser altså en tydelig sammenheng mellom teorien om utforskning problemløsning som er presentert og funnene fra LK20. Læreplanen har tatt hensyn til og inkorporert prinsippene om utforskning, kritisk tenkning og spørsmål i matematikkundervisningen, noe som også speiler den gjeldene samfunnsutviklingen, og anbefalingene fra OECD (2018) som fremkommer i både NOU 2019:2 og NOU 2020: 2. Dette legger derfor til rette for at lærere og skoler skal fremme en mer engasjerende og dypere forståelse av matematikk blant elevene.

Selv om teorien og retningslinjene som vektlegger utforskning, kritisk tenkning og spørsmål i matematikkundervisningen er viktige for å fremme dypere forståelse av faget, er det flere utfordringer knyttet til implementeringen av disse prinsippene i dagens skole, til tross for et tydelig fokus på dette i LK20 og samfunnets fremtidige kompetansekrav (NOU 2019:2; NOU 2020:2). Å integrere utforskning og problemløsning i matematikkundervisningen kan være tidkrevende, spesielt når det krever dypere diskusjoner og studentengasjement. Lærere må derfor finne balansen mellom å dekke pensum og gi rom for utforskning. Samtidig vet vi at det er stor mangel på kvalifiserte lærere rundt om i landet. For å legge til rette for utforskning og kritisk tenkning i forbindelse med problemløsning, trenger lærere både faglig kunnskap og pedagogisk kompetanse. Mangelen på slike faglærte lærere kan derfor begrense mulighetene for praktisk implementering.

Mange skoler og systemer har vurderingspraksiser som legger vekt på standardiserte tester og kvantitative resultater. Dette kan motvirke målene med utforskende matematikkundervisning som fokuserer på dyp forståelse og kritisk tenkning. Det er behov for en revurdering av vurderingsmetodene for å matche pedagogiske mål. Endringer i undervisningsmetoder kan møte motstand fra lærere, elever og til og med foreldre som er vant til tradisjonelle undervisningsmetoder. Å overvinne denne motstanden og bygge støtte for endringer kan være en utfordring. Sist, men ikke minst kan det være vanskelig å kvantitativt måle effektiviteten

av utforskende matematikkundervisning, spesielt på kort sikt. Dette kan føre til usikkerhet blant beslutningstakere og skoleledere når det gjelder å investere tid og ressurser i disse tilnærmingene. Dette kan spesielt ses i sammenheng med dagens resultat- og målbaserte offentlig sektor, som også påvirker hvordan utdanningssektoren styres og ledes.

Til tross for at det finnes praktiske og organisatoriske utfordringer med å implementere problemløsning og utforskning i praksis, er det tydelig at utforskende matematikkundervisning kan være svært effektiv for å fremme dyp forståelse og kritisk tenkning hos elever (Jaworski 2006). LK20 gir en helhetlig visjon for matematikkundervisningen som går utover ren kunnskap om fakta og prosedyrer. Den vektlegger utviklingen av dypere forståelse og evnen til å anvende matematikk på varierte måter. Dette indikerer en forståelse av matematikk som ikke bare et teoretisk fag, men som et verktøy for å løse praktiske problemer i dagliglivet og yrkessammenheng.

LK20 er tydelig i sitt mål om å forberede elever på fremtiden. Endringer i samfunnet og arbeidslivet, som økonomiske og teknologiske endringer, har påvirket læreplanene. Problemløsning og utforskning vektlegges som ferdigheter som er avgjørende i en stadig mer globalisert verden. Å ha evnen til selvstendig problemløsning og samarbeid gir en konkurransefordel på det globale arbeidsmarkedet. Å overvinne utfordringene som er nevnt krever samarbeid mellom lærere, skoleledere, beslutningstakere og læringsressurser, samt en forpliktelse til å tilpasse undervisningen for å møte de unike behovene til elevene, slik at utdanningsinstitusjoner i større grad kan tilpasse seg fremtidige kompetansekrav som anbefales av OECD (2018).

LK20 anerkjenner at problemløsning og utforskning er mer enn bare faglige komponenter. Utforskende undervisning, som innebærer å stille spørsmål, undre seg, undersøke, utforske, eksperimentere og søke etter kunnskap, blir presentert som en tilnærming heller enn en metode eller prosedyre. Denne tilnærmingen fremmer nysgjerrighet, kritisk tenkning og krever at elevene fungerer som forskere for å finne svar. Inquiry-syklusen kan være en måte å strukturere utforskningen på og rammeverket gir en strukturert tilnærming til utforskning og støtter elevenes læringsprosess.

I LK20 blir altså begrepene problemløsning og utforskning blir sett på som livsferdigheter som er viktige for å mestre komplekse utfordringer i samfunnet og arbeidslivet. Dette understreker behovet for å utvikle ikke bare matematiske ferdigheter, men også kritisk tenkning og evnen

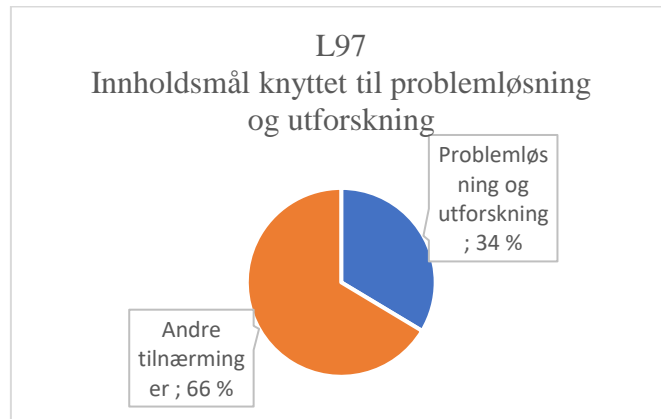
til å takle virkelige problemer. Samtidig nevnes betydningen av lærerens rolle i å lede elevenes intensjoner mot aktiviteten ved å stille utfordrende spørsmål. Dette er i tråd med tidligere forskning som viser at elevenes motivasjon og engasjement i utforskningsprosesser er avhengig av deres egne interesser og mål.

6.6 Oppsummering

Endringene i norske læreplaner, spesielt forandringen fra M87 til LK06 og deretter til LK20, har vært drevet av flere sentrale faktorer. En av de mest fremtredende grunnene til disse endringene er den pedagogiske utviklingen som har funnet sted over de siste tiårene. Denne utviklingen har ført til en betydelig endring i synet på hvordan barn lærer og utvikler seg. Aktiv læring, eksperimentering og kritisk tenkning har blitt viktige komponenter i undervisningen, og disse elementene er essensielle i både problemløsning og utforskning. Læreplanene har derfor måttet tilpasse seg denne pedagogiske utviklingen, og dette har vært en drivkraft bak reformene.

I løpet av årene har de norske læreplanene utviklet seg fra å gi en oversikt over fagets innhold til å fokusere på klare kompetansemål som beskriver hva elevene skal kunne. Selv om det var mange av innholdsmålene i L97 som la opp til lek, utforskning og generellvarierte arbeidsmåter, forsvinner utforskning og problemløsning litt i innholdsmålene fordi det er så mange mål som man skal igjennom. I LK06 og LK20 konkretiseres målene i mye større grad, nettopp fordi dette er mål som elevene skal kunne etter endt undervisning. Selv om M87 klart definerer problemløsning som en sentral tilnærming, kan det være utfordrende å sikre at dette gjennomsyrrer all matematikkundervisning i praksis. Det kan være behov for støtte til lærere for å implementere denne tilnærmingen effektivt. L97, med sin bredere tilnærming som inkluderer utforskning og praktisk arbeid, kan gi større rom for variasjon og tilpasning i undervisningen. Imidlertid er det også viktig å sikre at lærere forstår hvordan de skal integrere disse elementene på en meningsfull måte. Problemløsning og utforskning har blitt mer anerkjent som viktige matematiske prosesser, spesielt fra LK06 og videre i LK20. Denne utviklingen har som mål å gi lærerne og elevene en tydeligere retning og forståelse av læringsmålene, samtidig som den fremmer en dypere forståelse av matematikk og dens anvendelser.

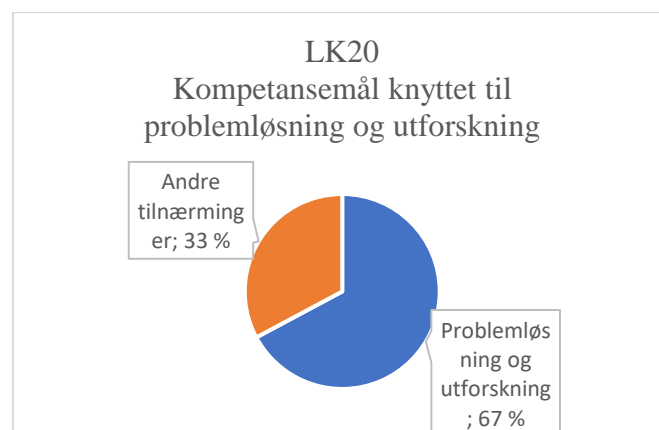
I figurene nedenfor kan man se et skifte i målene knyttet til problemløsning og utforskning i læreplanene L97, LK06 og LK20.



Figur 10: Innholdsmål knyttet til problemløsning og utforskning i L97



Figur 11: Kompetansemål knyttet til problemløsning og utforskning i LK06



Figur 12: Kompetansemål knyttet til problemløsning og utforskning i LK20

L97 hadde mange innholdsmål knyttet til problemløsning og utforskning. Som nevnt var antallet mål i L97 mye høyere sammenlignet med LK06 og LK20. Denne høye mengden har ført til at andelen mål knyttet til problemløsning og utforskning virker mindre i forhold til det totale antallet mål. Selv om intensjonen har vært å inkludere disse ferdighetene, prosessene, har de blitt noe utvannet på grunn av mengden andre mål.

I LK06 var det en økning i andelen kompetanssmål knyttet til problemløsning og utforskning. Diagrammet viser en tydelig økning i denne andelen sammenlignet med L97. I LK20 har fokuset og problemløsning og utforskning blitt ytterligere forsterket. Diagrammet viser en betydelig økning i andelen knyttet til disse begrepene sammenlignet med både L97 og LK20. Dette reflekterer den moderne tilnærmingen til matematikkundervisningen, som legger vekt på både praktisk bruk av matematikk, kritisk tenkning og problemløsningsevner som nøkkelkompetanser (NOU:2015:8)

Diagrammene viser en gradvis endring i de norske læreplanene for matematikk, der viktigheten av problemløsning og utforskning som en del av innholdsmålene og kompetansmålene har økt betydelig over tid. Dette samsvarer med utviklingen av moderne pedagogikk og behovet for å forberede elever på å møte komplekse utfordringer i det 21. århundre. Dette understreker viktigheten av kvantitet og kvalitet når det gjelder å ha kompetanssmål som man kan knytte til problemløsning og utforskning i læreplanene. Selv om antallet mål i seg selv kan være høyt, er det viktig å sørge for at disse målene er klart formulert og gir veiledning om hva elevene faktisk skal oppnå med tanke på problemløsning og utforskning. I de to seneste læreplanene, LK06 og LK20, har i større grad disse målene.

[6.7 Hvordan har de pedagogiske prioriteringene knyttet til «problemløsning» og «utforskning» utviklet seg over tid i de fire siste læreplanene for 1.-7. trinn i matematikkundervisning?](#)

M87

Læreplanen fra 1987 (M87) introduserte betydelige endringer ved å etablere problemløsning og datalære som selvstendige hovedtemaer, noe som brøt med den tidligere tradisjonen. Imidlertid hadde M87 en tendens til å fremme en lineær og mekanisk tilnærming til problemløsning, hvor elever fulgte bestemte metoder for å nå løsninger. Dette begrenset rommet for kreativ tenkning og alternative løsningsstrategier. M87 implementerte Polyas

problemløsningsstrategier, som ga en strukturert metode for elevene å håndtere matematiske utfordringer systematisk. Denne tilnærmingen til problemløsning kan være verdifull for å utvikle en systematisk tilnærming til komplekse problemer og tilby en klar ramme for tenkning, spesielt for elever som trenger veiledning om hvordan de skal nærme seg utfordringer. En betydelig utfordring i M87 var usikkerheten knyttet til hva elevene faktisk ville oppnå i form av kunnskaper og ferdigheter etter fullført undervisning. Dette kan tilskrives M87s relativt vage formulerte innholdsmål, spesielt i de tidlige trinnene.

1.-3. klasse:

Arbeid med konkrete problemer knyttet til elevenes erfaringsområder og nærmiljø: Øvelse i å formulere oppgaver basert på egne opplevelser, erfaringer og kunnskaper. Trening i presentasjon av løsningsmetoder.

4.-6. klasse:

Arbeidet ble utvidet for å inkludere problemer fra andre skolefag og samfunnet.

7.-9. klasse:

Arbeidet ble ytterligere utvidet for å inkludere mer teoretiske problemstillinger (Kirke- og undervisningsdepartementet, 1987, s. 197).

Selv om M87s åpenhet og fleksibilitet ga lærerne betydelig handlingsrom til å tilpasse undervisningen til lokale forhold og elevenes interesser og behov, kunne det føre til ujevn kvalitet i undervisningen mellom ulike klasserom og skoler. Når innholdsmålene i en læreplan er bredt og vagt formulert, kan det vanskeliggjøre en felles forståelse av de nødvendige kjernekompetansene som alle elever bør oppnå. Dette kan være problematisk, ikke bare for elever og lærere, men også for samfunnet som helhet, som avhenger av at elevene har et solid og sammenlignbart kunnskapsnivå.

M87s åpenhet og fleksibilitet ga lærerne et stort ansvar for å sikre at elevene oppnådde de nødvendige læringsmålene. Mens Polyas problemløsningsstrategi tilbød en strukturert metode som kunne enkelt implementeres i undervisningen, forutsatte den at lærerne kunne oversette de generelle målene i læreplanen til konkrete læringsmål og undervisningsaktiviteter.

Det kognitive perspektivet som Stanic og Kilpatrick (1989) refererer til, med fokus på problemløsning og kontekstfri kunnskap, er også utfordret i M87. Læreplanen gir ikke klare nok mål for hva elevene skal oppnå, noe som kan gjøre det vanskelig for dem å anvende kunnskapen de tilegner seg i skolen på praktiske problemer i det virkelige liv. Med andre ord kan de lære matematiske teorier og prosesser, men hvis de ikke forstår hvordan de skal anvende denne kunnskapen utenfor klasserommet, vil de mangle en essensiell del av matematisk forståelse. Dette understreker viktigheten av å utvikle lokale læreplaner, som Alseth og andre påpeker, som kan tilpasses og tilføre relevans til matematikkundervisningen.

I forhold til utforskning var det begrenset oppmuntring til selvstendig utforskning av matematikk i M87. Utforskende læringsmetoder, der elever får muligheten til å engasjere seg med matematiske konsepter ved å stille spørsmål og søke sammenhenger, hadde en perifer rolle i læreplanen. Alseth et al. (2003) legger frem tre vesentlige faktorer som er avgjørende for matematikkfaget: tilpasning til elevenes behov, tverrfaglig tilnærming og utarbeidelse av lokale læreplaner av skoler og kommuner. Tilpasning av undervisningen til elevenes individuelle behov kan gjøre problemløsning til en mer personlig prosess. En elevsentrert tilnærming kan noen ganger stå i kontrast til Polyas mer strukturerte metode, som er universell og ikke nødvendigvis tilpasset individuelle forutsetninger.

Oppsummering M87

I M87 ble pedagogiske prioriteringer knyttet til «problemløsning» og «utforskning» introdusert som en viktig endring i norsk matematikkundervisning. Problemløsning ble fremhevet som et eget hovedtema, og selv om den tilnærmingen som ble presentert hadde en tendens til å være lineær og mekanisk, så var dette likevel et betydelig skritt bort fra den mer tradisjonelle tilnærmingen til undervisning som hadde eksistert tidligere.

I M87 blir problemløsning behandlet og presentert på en måte som kan virke lineær og mekanisk, der elever følger bestemte metoder for å løse oppgaver. Denne tilnærmingen kan begrense kreativ tenkning og utforskning av alternative måter å jobbe på. Polyas problemløsningsstrategi gir en strukturert ramme som er nyttig for en systematisk tilnærming til problemløsning, men kan være mindre fleksibel med hensyn til individuell tilpasning og utforskende arbeid.

En utfordring med M87 er dens vage innholdsmål, som kan lede til ujevn kvalitet i matematikkundervisningen på tvers av skoler. Dette gjør det vanskelig å sikre at alle elever oppnår et solid og sammenlignbart kunnskapsnivå, noe som er viktig for både individuell utvikling og samfunnets behov. Læreplanen krever at lærerne er i stand til å tilpasse læreplanenes generelle mål til konkrete mål og aktiviteter i klasserommet, som er avgjørende for at elevene skal kunne bruke kunnskap i ulike kontekster, en kompetanse som kan være vanskelig å oppnå uten klare mål i læreplanen. Utarbeidelsen av lokale planer, som står sterkt til M87, gir imidlertid skoler og kommuner muligheten til å tilpasse matematikkundervisningen til lokale forhold, noe som kan øke relevansen og engasjementet for elevene. Dette støtter opp under en tverrfaglig tilnærming.

L97

L97 representerte en mellomfase i denne utviklingen, der man begynte å se konturene av et skifte i pedagogisk tenkning. I L97 var det en anerkjennelse av at elever skulle være mer enn passive mottakeren av informasjon. Dette kommer fram i læreplanens vekt på prosjektarbeid og tverrfaglige aktiviteter som oppmuntrer til både problemløsning og utforskning, som kan sies å være et tegn på en mer elevsentrert tilnærming, hvor elevenes egne erfaringer og forståelse ble ansett som viktige i læringsprosessen.

Selv om L97 tok et skritt mot en mer aktiv læringsform, var det fortsatt en del av læreplanen som holdt fast ved tradisjonelle læringsmetoder og vektleggingen av et bredt kunnskapsgrunnlag. Det var mye felles pensum og sterk styring, i tillegg til at visst antall timer til prosjekt- og temaarbeid var pålagt. L97 balanserte mellom behovet for å opprettholde et visst nivå av standardisert kunnskap og ønsket om å utvikle elevenes evner til å tenke kritisk og løse problemer. Dette innebar at selv om elever ble oppfordret til å utforske læringsmaterialet, var på mange måter rammene for utforskning forutbestemt og kontrollert gjennom en sterk styring og felles pensum. At det var mye felles pensum kan føre til at overflatelæring får en bredere plass på bekostning av overflatelæring, hvor man dykkere dypere inn i materien som stimulerer til kritisk tenkning og utforskning.

Arbeidsmåtene i L97 la opp til elevaktive læringsformer, både hvor man arbeidet selvstendig og i samarbeid med andre. Disse arbeidsmåtene inkluderte metoder som undersøke og utforske mønstre, løse problemer selvstendig og med andre, i tillegg til det mer tradisjonelle som å øve på ferdigheter, prosedyrer og kunnskaper. Det var et konstruktivistisk læringssyn,

som bygger på premisset at læring er en aktiv og selvstyrt prosess. Dette krever at læringsmiljøet er fleksibelt og tilrettelagt for utforskning og problemløsning. Dette er i tråd med Skovsmose og Säljös (2008) vektlegging av læring som en sosial og situert aktivitet. Ved å engasjere elever i autentiske problemløsningssituasjoner, reflekterer L97 en erkjennelse av at motivasjon og engasjement er en sentral faktor når det kommer til læring. Matematikken skal oppleves som relevant for elevene. På mange måter la L97 et grunnlag for mer problemløsende og utforskende tilnærming til læring, selv om den ikke gikk like langt som LK06 og LK20 i å sette disse ferdighetene i sentrum.

Med L97 ble det strammet betydelig inn på den lokale friheten. Planen gikk langt i å regulere arbeidsmåter med sin omfattende omtale av tema – og prosjektarbeid, og det ble angitt andel av tiden som skulle brukes til slikt arbeid. I prinsippdelen var det generell omtale om arbeidsmåter i skolen og i fagplanene var det i tillegg føringer for arbeidsmåter i faget (NOU 2014:7). Dog ble prosentandelene for tema – og prosjektarbeid gjort veiledende med innføring av ny opplæringslov høsten 1999. (Engelsen, 2013)

Med en konstruktivistisk tilnærming og vekt på elevaktivitet, legger læreplanen til rette for et mer fleksibelt og utforskende læringsmiljø, som baserer seg på at kunnskap best tilegnes gjennom aktive prosesser hvor elever er oppmuntret til å stille spørsmål, utforske og engasjere seg i meningsfulle og relevante oppgaver som stimuleres til motivasjon og engasjement for og fra elevene. På den andre siden, med sin sterke styring, detaljerte pensumsstruktur og pålagte timer til prosjekt – og temaarbeid, synes L97 å motsette seg de samme ideene den promoterer og løfter frem. Når en læreplan fastsetter strengere krav til både innhold og undervisningsmetoder, kan det begrense lærernes evne til å tilpasse undervisningen til den enkelte elevs behov og interesser, noe som er et sentralt aspekt i konstruktivistisk pedagogikk. Dette kan føre til en situasjon der ønsket om dybdelæring, med problemløsning og utforskning i spissen blir satt i en kontekst med fastsatt og detaljstyrt rammeverk som kan virke hemmende for disse arbeidsmetodene.

Sterk styring og en detaljert plan for arbeidsmåter kan også virke mot sin hensikt ved den undervurderer lærerens autonomi og evnen til å integrere problemløsning og utforskning i undervisningen på naturlige og varierte måter. Dette kan igjen føre til at undervisningen blir mer standardisert og mulighetene for elevenes egne valg og engasjement blir begrenset. L97 har til hensikt til å utforske emner som er meningsfulle og relevante for elevene, og innenfor

et konstruktivistisk syn vil dette fremme motivasjon og engasjement blant elevene. Imidlertid kan for mye struktur og pålagt pensum virke demotiverende for elever som kanskje finner det vanskelig å se relevansen i det de lærer. L97 sitt doble budskap om både å styre og samtidig slippe taket, kan ses som en spenning mellom to forskjellige syn på læring og kunnskap. Den ene siden vektlegger autonomi og elevenes aktive rolle, og den andre siden som holder fast ved en mer tradisjonell og kunnskapsorientert tilnærming. På mange måter var planen i strid med seg selv.

Oppsummering L97

I motsetning til M87 var det ikke så mange utfordringer knyttet til å formulere mål og spørsmål om hva som skulle gjøres i undervisningen i L97. Denne læreplanen videreførte konseptet om at læring skulle oppstå gjennom en aktiv og elevsentrert læringsprosess. L97 la stor vekt på prosjektarbeid og tverrfaglige aktiviteter som oppmuntret til problemløsning og utforskning, samtidig som den tok hensyn til elevenes erfaringer og forståelse i læringsprosessen.

Selv om det var en tydeligere bevegelse mot mer aktiv læring sammenlignet med forgjengeren M87, beholdt L97 fremdeles elementer av tradisjonell undervisning, inkludert fastsatt pensum og et bestemt antall timer for prosjektarbeid. Disse faktorene kunne potensielt resultere i overflatelæring på bekostning av dypere forståelse. Læreplanen la til grunn et konstruktivistisk læringssyn, hvor vektleggingen var på at læring er en selvstyrt og aktiv prosess, og at læringsmiljøet måtte legge til rette for utforskning og problemløsning.

Imidlertid ble lærernes autonomi begrenset av den strenge styringen og de detaljerte kravene til innhold og undervisningsmetoder i L97, noe som kunne hemme dybdelæring og engasjementet blant elevene. Denne tilsynelatende motsetningen mellom å fremme en aktiv elevrolle og samtidig beholde en detaljstyrt og kunnskapsorientert tilnærming i læreplanen skapte en spenning, som i praksis kunne motvirke intensjonen om å øke lærernes og elevenes frihet til å utforske ulike tilnærminger til matematikkundervisningen.

LK06

Med LK06 ble kompetansemålene kjernen som definerer retningen for undervisningen. Som nevnt understreker disse målene hva elevene skulle kunne etter endt undervisning, og markerte dermed et skille i norsk utdanningspolitikk. Det var en brytning med L97 sin

detaljstyrte læreplan som på mange måter kunne begrense utforskende aktiviteter med å pålegge spesifikke arbeidsmåter. LK06 på sin side introduserte en målstyrt tilnærming som vektla sluttmaal fremfor detaljerte innholdsmål. Ved å gjøre dette, ble det lagt opp til større pedagogisk frihet for lærerne. Stortingsmelding nr. 30 (2003-2004) fremhevet en ny tankegang hvor tillitten til lærerens, skolelederens og skoleeierens skulle styrkes. Det var disse aktørene som skulle forstå og implementere gode læringsmetoder i samsvar med de nasjonale utdanningsmålene. Solem et al. (2011) belyser hvordan man gikk fra en innholdsorientert til en kompetanseorientert læreplan, hvor det ble vektlagt at elever skulle forstå og kunne anvende kunnskapen de tilegnet seg.

LK06 sin vektlegging på problemløsning og utforskning kan ses som en direkte respons på kritikken om en tidligere overvekt av fokus på fakta og ferdigheter som forekom etter L97. Solem et al. (2011) bemerker at et skifte mot å inkludere flere aktiviteter i matematikkundervisningen var nødvendig for å oppnå et mer balansert kompetansebegrep. Ved å tilrettelegge for utforskende og kreative tilnærminger, var målet å utvikle elevenes evne til kritisk tenkning og anvende matematikk i nye sammenhenger, noe som kan sies å være en anerkjennelse av at reell matematisk kompetanse er mer enn bare tekniske ferdigheter.

Påstanden om at LK06 fremmer en utforskende og variert pedagogisk tilnærming i matematikkundervisningen understøtter ideen om at læring er mest effektiv når den engasjerer elevene på forskjellige måter og oppmuntrer dem til aktiv deltakelse i egen læringsprosess. Jaworskis (2006) forskning hevder at ved å engasjere elever i utforskende, kreative og problemløsende aktiviteter, kan de oppnå en dypere forståelse av matematikken. Utforskende matematikk, slik Fuglestad (2010) beskriver det, fremmer elevengasjement og styrker kritisk tenkning. Dette kan skape et miljø hvor læringsprosessen blir drevet av elevenes egne spørsmål og deres motivasjon for å finne svar, noe som kan være mer engasjerende enn tradisjonelle undervisningsmetoder.

Fra en kognitivistisk perspekt, som Ernest (1998) viser til, anses matematikk for å være en aktiv prosess der kunnskap konstrueres av den lærende (Björkqvist, 2003). Dette synet var i samsvar med læreplanene M87 og L97, og understrekte behovet for problemløsning som et sentralt element i matematikkundervisningen. I tillegg til at det korresponderer med Polyas faser i problemløsningsprosessen, hvor vurdering av løsningen er en viktig del. Elevene må kunne forstå prosessen de har gått gjennom og vurdere gyldigheten av deres løsninger.

Evalueringen av LK06 indikerte at læreplanen var så innholdsrik at lærerne strevde med å finne tilstrekkelig tid til å tilrettelegge for dybdelæring hos elevene. For å sikre at elevene oppnår en varig kunnskap og forståelse må læreplaner legge opp til dybdelæring, da det på mange måter henger sammen med å jobbe utforskende i tillegg til at det legger opp til problemløsende aktiviteter (St. Meld. nr. 28, (2015-2016)).

Oppsummering LK06

I LK06 ble problemløsning og utforskning brakt enda mer fram i lyset som en respons for behovet for en matematikkundervisning som balanserer tekniske ferdigheter med utforskende og problemløsningsferdigheter. Læreplanen åpnet opp for mer kreative pedagogiske ferdigheter, noe som skulle bidra til å utvikle elevenes matematiske kompetanse på en mer helhetlig måte. LK06 satte dermed et større fokus enn sine forgjengere, M87 og L97, på at elevene skulle engasjere seg i egen læringsprosess gjennom problemløsende og utforskende aktiviteter. Imidlertid ble kritikken mot LK06 at den var for innholdsrik, noe som utfordret lærerens kapasitet til å tilrettelegge for dybdelæring. Denne erkjennelsen skulle legge til rette for en ny læreplan, LK20, som skulle legge til rette for dybdelæring og kjerneelementene i matematikkfaget skulle være tydeligere og mer oppnåelig.

De pedagogiske prioriteringene i LK06 knyttet til problemløsning og utforskning var rettet mot å styrke elevens rolle som en aktiv deltaker i læringsprosessen, og å fremme matematikk som et verktøy for kritisk tenkning og forståelse, med mål om å forberede elevene til å anvende deres matematiske kompetanse både i skolen og videre i samfunnet.

LK20

Fagfornyelsen, kjent som LK20, bygde videre på prinsippene som ble introdusert i LK06. Her ble kompetansemål og grunnleggende ferdigheter videreført, men LK20 skjerpet fokuset ved å innføre kjerneelementer som understreker viktigheten av dybdelæring. Problemløsning og utforskning ble fremhevet som kjerneelementer og tydeliggjorde deres sentrale rolle i læreplanen.

Kjerneelementer i et fag representerer det essensielle elevene må mestre for å anvende og beherske faget. Disse elementene preger innholdet og progresjonen i læreplanene og bidrar til at elevene utvikler en helhetlig forståelse av faget og dets sammenhenger. Dette konseptet

finner paralleller internasjonalt, kjent som «big ideas», «core concepts», og «key concepts». Målet er å gradvis bygge forståelse for nøkkelbegreper og ideer som er avgjørende for bruk av skolefagene i skolen og i et fremtidsperspektiv. Dette handler ikke bare om fakta og teorier, men om å plassere kunnskapselementene i en meningsfull sammenheng, noe som bidrar til å redusere fragmenteringen og gi et helhetlig faglig perspektiv. Kjerneelementene representerer de langsiktige målene for opplæringen, og innholdet og progresjonen i læreplanene bygger opp mot disse målene.

I kompetansemålene i LK20 er bruken av verbet «utforske» det mest fremtredende. Dette signaliserer en betydelig dreining mot en mer aktiv og elevsentrert pedagogikk enn tidligere. Dette kan knyttes sterkt til ideer om «inquiry» som beskrevet av Fiskum og Korsanger (2017) og Jaworski (2010). Fokuset på «utforskning» i LK20 erkjenner betydningen av å utvikle elevenes evne til å anvende kunnskap både teoretisk og praktisk, og er i tråd med den internasjonale utviklingen der elever må kunne tilpasse seg et stadig skiftende arbeidsliv og samfunn.

Samtidig, i forbindelse med LK20 og også LK06, er det viktig å anerkjenne de utfordringene som følger med en slik pedagogisk tilnærming. Selv om den legger opp til dypere læring, vil det sannsynligvis kreve betydelige endringer i klasseromspraksis og potensielt også vurderingssystemer. Kjernen i matematikklæring, med hensyn til innhold og omfang, ligger i å utfordre elevene med oppgaver og problemer som er karakteristiske for faget. Aktiv deltakelse og en prosess for å oppnå kunnskap er av avgjørende betydning i denne sammenhengen. Dette perspektivet har dype implikasjoner for både undervisningen og læringen av matematikk. Sentrale elementer inkluderer utforskning og problemløsning, hvor elevene ikke bare lærer hvordan man løser spesifikke oppgaver eller problemer, men også hvorfor visse tilnærminger er effektive (Birkeland et al., 2018).

Det kommer tydelig fram at problemløsning og utforskning er sentrale begreper i den nyeste læreplanen, LK20. I LK20 blir det fremhevet at elevene skal utvikle sterke ferdigheter innen problemløsning og evnen til å oppdage forbindelser innenfor fagets kunnskapsområder, så vel som på tvers av fagområder. Det er nettopp disse sammenhengene som spiller en nøkkelrolle i å støtte dybdelæring og en dypere forståelse av faget. I tillegg oppfordrer læreplanen elevene til aktiv utforskning av matematikk og til å kommunisere om faget, og dette markerer sentrale prinsipper i planen (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Funnene fra læreplanen (LK20) samsvarer med prinsippene om dybdelæring og dens forhold til problemløsning og utforskning. Dybdelæringens betydning står altså som et viktig prinsipp i matematikkutdanningen i LK20 og kan dermed ses i tydelig sammenheng med det økte fokuset på denne tilnærmingen til læring og undervisning og forskningen som sier understreker den positive sammenhengen mellom dybdelæring og økt læringseffekt (FIKS, 2020). Når elevene utvikler en helhetlig forståelse av faglige begreper, blir problemløsning en naturlig del av prosessen. Denne forståelse legger grunnlaget for mer effektiv problemløsning, da elevene kan se sammenhenger og trekke konklusjoner basert på sin forståelse. På samme måte som med problemløsning, er utforskning knyttet til dybdelæring. Utforskning gir elevene muligheten til å gå dypere inn i et fag, stille spørsmål og søke etter sammenhenger. Dette utfyller dybdelæringen ved å oppmuntre elevene til å engasjere seg i prosesser som gir dem en mer helhetlig forståelse. Samtidig finnes det mange utfordringer med et økt fokus på dybdelæring i klasseromssammenheng. Herunder kan det være utfordrende for både lærere og elever å jobbe på nye måter, til tross for at dette fokuset har økt over tid.

Implementeringen av dybdelæring i henhold til LK20 kan by på flere praktiske utfordringer i klasserommet. På tross av de positive sammenhengene mellom dybdelæring, problemløsning og utforskning (Sawyer 2014; Olhsson, 2011), står både lærere og elever overfor ulike hinder i overgangen til denne tilnærmingen. For lærere representerer overgangen til dybdelæring en pedagogisk omstilling. Den tradisjonelle undervisningsmetoden, der læreren først formidler teori og deretter gir eksempler som ligner oppgavene i læreboken, som blant annet Lødding et al. (2021) avdekket som en vanlig praksis til tross for et økt fokus på varierte arbeidsmetoder i matematikkfaget, må vike for strategier som fremmer kritisk tenkning, utforskning og problemløsning. Dette krever en dypere forståelse av fagstoffet og evnen til å veilede elever gjennom mer komplekse læringsprosesser. For mange lærere kan denne omstillingen være tidkrevende og kreve profesjonell utvikling og støtte.

Elever kan også møte utfordringer i overgangen til dybdelæring. Denne tilnærmingen krever en aktiv læringsprosess, der elever engasjerer seg mye mer i undervisningen enn i den tradisjonelle tilnærmingen. Det forventes også et høyere nivå av selvstendighet og ansvar for egen læring. For elever som er vant til mer passive læringsmetoder, kan dette være en utfordring. Å tilpasse seg nye læringsmetoder og arbeidsmåter krever ekstra støtte og tid.

Tid er en betydelig faktor når det gjelder dybdelæring. Denne tilnærmingen er mer tidkrevende enn overflatelæring og tradisjonelle undervisningsmetoder. Det krever tilstrekkelig tid i klasserommet, noe som kan være utfordrende å balansere med eksisterende læreplaner og timeplaner. Dybdelæring krever tid for utforskning, refleksjon, diskusjon og kritisk tenkning, aktiviteter som alle tar tid. Dette står i kontrast til tradisjonelle læringsmetoder, der målet ofte er å dekke så mye stoff som mulig på kortest tid. Lærere kan derfor stå overfor utfordringer med å finne tid til å utforske faget mer grundig og samtidig dekke alle nødvendige aspekter av pensumet. Selv om Lødding et al. (2021) påpeker at det må bli mer fokus på nettopp dybdelæring for at matematikkundervisningen skal kunne ruste elevene i større grad til hverdagslivet og et utfordrende fremtidig arbeidsliv, kan det være vanskelig å implementere dette i praksis for lærerne, nettopp på grunn av opplevelsen av mangel på tid. Dette blir derfor et viktig moment for ledelsen å jobbe grundig mer. For å oppnå målsetningen om økt dybdelæring i alle fag, slik LK20 legger opp til, ikke kun matematikkfaget, vil der derfor være nødvendig en holdningsendring og et kulturskifte for dagens lærere, skoleledere og elever.

En annen viktig utfordring i forbindelse med økt fokus på dybdelæring i forbindelse med begrepene «problemløsning» og «utforsking» er knyttet til vurdering. Tradisjonelle vurderingsformer, som tester og eksamener, er ikke alltid i stand til å vurdere de komplekse ferdighetene knyttet til dybdelæring. Derfor må det legges til rette for alternative vurderingsformer som gir elever muligheten til å vise disse ferdighetene.

Til tross for disse utfordringene er det klart at dybdelæring har mange positive aspekter for elevenes utdanning og utvikling. Det gir en rikere og mer meningsfull læringsopplevelse som inkluderer problemløsning, utforskning og evnen til å koble ulike kunnskapsområder. Dette forbereder elevene bedre for fremtidige utfordringer både i skoleløpet og i arbeidslivet. Dybdelæring fremmer også livslang læring og øker engasjementet og motivasjonen blant elevene. Det er viktig å understreke at dybdelæring er veien til en mer omfattende og engasjerende utdanning, men samtidig må utfordringene som er blitt belyst, håndteres på en effektiv måte.

Helt avslutningsvis er det interessant å se at, til tross for at Stanic og Kilpatrick (1989) sin teori om ulike perspektiver på problemløsning i matematikk er til dels «utdatert», hvordan disse perspektivene har relevans for de utfordringene og fordelene som er diskutert i

forbindelse med selve implementeringen av dybdeløring. Det første perspektivet, som ser på problemløsning som et middel for å motivere elever og utvikle læringsstrategier, kan sammenlignes med utfordringene lærere og elever kan møte ved overgangen til dybdeløring. Dybdeløring krever en mer aktiv og engasjerende tilnærming til undervisning og læring (Sawyer 2014; Olhsson, 2011), som kan bidra til å utvikle indre motivasjon hos elevene (Stanic og Kilpatrick, 1989). Samtidig må elever og lærere utvikle nye læringsstrategier for å håndtere den dypere forståelsen og de komplekse læringsprosessene som er involvert.

Det andre perspektivet, som ser på problemløsning som en samling ferdigheter og strategier for å løse matematiske oppgaver (Stanic og Kilpatrick, 1989), kan sammenkobles med behovet for at elever og lærere tilegner seg nye tilnæringer for å håndtere dybdeløring. Dybdeløring krever utvikling av ferdigheter som går utover overflateløring og tradisjonelle undervisningsmetoder. Elever og lærere må lære å anvende disse ferdighetene for å oppnå en dypere forståelse av faget.

Det tredje perspektivet, som vektlegger hvordan matematikere anvender sin kunnskap for å løse komplekse problemer (Stanic og Kilpatrick, 1989), kan knyttes til målet om å forberede elever bedre for fremtidige utfordringer i skoleløpet og arbeidslivet. Dybdeløring oppmuntrer elevene til å anvende sin kunnskap på varierte og komplekse måter, noe som er i tråd med "the art of solving problems" perspektivet. Gjennom denne tilnærmingen kan elever utvikle evnen til å håndtere reelle utfordringer, både i og utenfor klasserommet, og både nå og i fremtiden

Stanic og Kilpatricks (1989) perspektiver på problemløsning i matematikk kan dermed gi oss et teoretisk rammeverk, eller i det minste en teoretisk forståelse i forbindelse med å forstå de pedagogiske utfordringene og fordelene som er knyttet til dybdeløring i matematikkundervisning. Dybdeløring oppmuntrer elevene til å se problemløsning som en integrert del av sin læringsprosess, utvikle relevante ferdigheter, og anvende sin kunnskap på måter som ligner på hvordan matematikere angriper utfordrende problemer.

6.8 Implementeringen av «utforskning» og «problemløsning»: Læreplaner, tolkningsutfordringer, og vurderingspraksis

Å legge til rette for økt fokus på problemløsning og utfordring i matematikkundervisningen i den norske skolen, til tross for utfordringer med rammefaktorer, kan være en utfordrende, men nødvendig oppgave. Samfunnet og skolen gjennomgår kontinuerlige endringer i jakten på å

finne balansen mellom tradisjon og fornyelse. Gjennom reformer tilpasses nasjonale intensjoner og skolens dagligliv for å møte stadig nye utfordringer (Bjørnsrud & Nilsen, 2021, s. 13). Siden 1970-tallet har skolen i Norge gjennomgått betydelige transformasjoner som avspeiler kontinuerlig fornyelse og revisjon av læreplanene. Endringer i samfunnsutviklingen og den nåværende utdanningspolitikken påvirker skolens mål, læreplaninnhold og undervisningsmetoder (Bjørnsrud & Nilsen, 2021).

I diskusjoner om skolen er det vanlig å bedømme skolens innhold basert på læreplanene og forventningen om at læreplanene blir fulgt slavisk. Imidlertid er virkeligheten i skolen mer kompleks enn det læreplanene kan fange opp. For det første kan ingen læreplan være så detaljert at den beskriver hvert enkelt øyeblikk i et klasserom. Undervisning er ikke en enveisprosess der elever bare mottar informasjon. Det er en dialog og samspill, preget av uforutsette øyeblikk. Enda viktigere er at læreplanens intensjon alltid er gjenstand for lærernes tolkning og formidling. Forskjellige skoler og lærere kan ha ulike tolkninger av den samme læreplanen, og avstanden mellom læreplanens mål og skolens faktiske praksis kan være betydelig (Imsen, 2020). En ensidig tilnærming til undervisning basert utelukkende på den formelle læreplanen er derfor utilstrekkelig, spesielt når vi vurderer dynamiske aspekter som problemløsning og utforskning. Begge disse begrepene krever en dyp forståelse og implementering av alle «fem ansikter» av læreplanen.

For eksempel understreker den *ideologiske* læreplanen betydningen av å utvikle elevers kritiske tenkning og problemløsningsevner, som vi finner i både LK06 og LK20. Målet med all utdanning er å forberede elever for fremtiden, uavhengig av om det er for yrkeslivet, høyere utdanning eller som engasjerte borgere (Imsen, 2020). Den ideologiske læreplanen gjenspeiler derfor samfunnets visjoner og verdier. Men i dagens komplekse samfunn blir evnen til å løse komplekse problemer og utforske ukjente kunnskapsområder stadig viktigere. Slik blir problemløsning og utforskning ikke bare pedagogiske verktøy, men også viktige mål i seg selv.

Selv om den *formelle* læreplanen gir struktur og beskriver hva elevene skal lære, kan den mangle praktisk veiledning for lærere om hvordan de kan fremme problemløsning og utforskning i klasserommet. Dette gir lærerne en viss grad av frihet, men også en utfordring. Hvordan kan lærere balansere behovet for å følge læreplanen samtidig som de gir rom og tid for å arbeide med problemløsning og utforskning? Det er opp til læreren, gjennom den

oppfattede læreplanen, å bestemme hvordan dette kan oppnås i praksis. Lærere, med sin egen bakgrunn og erfaring, kan ha ulike syn på hva utforskning og problemløsning faktisk betyr i klasserommet. Dette kan føre til ulike tilnærminger og metoder i undervisningen. Det som læreplanen ønsker, kan dermed være noe helt annet enn den erfarte læreplanen i klasserommet. Hvordan elevene opplever denne utforskningen og problemløsningen, den *erfarne* læreplanen, kan variere betydelig basert på deres tidligere kunnskaper, interesser og hvordan læreren formidler materialet.

Dette reiser et viktig poeng. Selv om læreplanen kan fastslå viktigheten av problemløsning og utforskning, er implementeringen av disse begrepene sterkt avhengig av lærerens tolkning, skolestrukturen, tilgjengelige ressurser og elevenes egne oppfatninger og erfaringer. Utforskning og problemløsning er ikke bare pedagogiske verktøy, men grunnleggende ferdigheter og kompetanse som et moderne samfunn krever av sine borgere. I en verden som stadig endrer seg, blir evnen til å nærme seg ukjente situasjoner med kritisk tenkning og problemløsningsferdigheter mer verdifull enn noen gang. Derfor er det viktig å ha en helhetlig forståelse av hvordan alle «fem ansikter» av læreplanen kan påvirke og forme undervisningen av problemløsning og utforskning, slik at disse viktige aspektene ved læring kan realiseres på en meningsfull måte for alle elever.

Engelsens (2013) poeng om ulik vektlegging og begrunnelse spiller også en rolle. Selv om skoler har samme læreplan, kan de prioritere mål over innhold, mens andre setter prosessen i sentrum. Dette kan resultere i betydelige forskjeller i elevenes opplevelser, selv om den formelle læreplanen er den samme. I lys av de varierte tolkningene og prioriteringene av læreplanen som Engelsen (2013) og Imsen (2020) påpeker, blir metoder som fremmer utforskning og problemløsning viktig. Ved å fokusere på utforskning i undervisningen, kan lærere oppmuntre elever til å tenke kritisk, stille spørsmål og utfordre sine egne forutsetninger. Dette er avgjørende i en verden som stadig endrer seg. Problemløsning gir elever praktiske ferdigheter i å anvende kunnskapen de tilegner seg i klasserommet for å løse virkelige utfordringer. Dette resonnerer med Engelsens (2013) tanker om ulik vektlegging innenfor læreplanens kategorier. Mens innholdet kan være viktig, blir metoden for å engasjere seg med innholdet avgjørende for elevenes forståelse og anvendelse av kunnskap.

Lødding et al. (2021) fremhever at å fornye undervisningspraksis innenfor tradisjonelle skolefag er en utfordrende oppgave. Den tradisjonelle tilnærmingen vektlegger lærerens rolle som kunnskapsformidler og elevenes reproduksjon av denne kunnskapen gjennom tester og vurderinger. Implementeringen av utforskende arbeidsmetoder krever tid, kompetanse hos lærerne, og en skolekultur som verdsetter og gir plass for undervisning med et bredere perspektiv. Slike metoder kan stå i sterk kontrast til den tradisjonelle undervisningsmodellen hvor undervisningen er strukturert i faste tidsintervaller og fokusert på spesifikke fagområder med klart definerte kunnskapsinnhold.

Når det oppstår debatt om endringer i læreplaner, handler det ofte om prioriteringen av faginnhold. Å redusere faginnholdet kan møte motstand fra fagmiljøer som har et sterkt forhold til de emnene som foreslås redusert. Dersom en læreplan oppfattes som omfattende, kan det føre til en lærerstyrt tilnærming for å sikre full dekning av læreplanen. I tillegg er fagtradisjoner ofte preget av konservatisme når det gjelder vedlikeholdet av faget, og bestemte undervisningsmetoder kan inngå i en slags didaktisk kontrakt mellom lærere, elever, foreldre og utdanningsinstitusjoner. Denne «kontrakten» gir en felles forståelse av faginnholdet, hva som utgjør gyldig kunnskap, og hvordan man skal arbeide med denne kunnskapen, uavhengig av de konkrete læreplanene.

Samtidig har ofte foreldre har forventninger om resultater som kan måles med tradisjonelle tester og en konvensjonell oppfatning av kunnskap og læring. Dette kan legge press på skolene og lærerne. Elevenes egne forventninger og tidligere erfaringer kan også bidra til å forsterke denne tendensen. En interessant observasjon fra en studie i norske skoler viser at barneskoleelever som ble presentert for matematiske oppgaver innenfor en kreativ sammenheng, likevel valgte å fokusere på kjente prosedyrer og metoder for å løse oppgavene, istedenfor å utforske dem på en kreativ måte. Dette fenomenet reflekterer et paradigme som legger vekt på tradisjonelle tilnærminger til oppgaveløsning (Skovmose, 1998), som tradisjonelt har hatt stor vekt innenfor matematikk og naturfag. Dette paradigmet står i kontrast til en utforskende tilnærming der læreren stiller utfordrende spørsmål som oppmuntrer elevene til å utforske på egen hånd.

Dersom målsettingen med en læreplan er å fremme utforskning og problemløsning, er det nødvendig at vurderingen og evalueringen reflekterer dette formålet. Standardiserte tester er ikke alltid i stand til å fange opp dybden av forståelse eller evnen til å anvende kunnskap på

nye og komplekse måter. Dette kan også ha en innvirkning på hvordan læreplanen oppleves og praktiseres. Vurderingspraksis spiller en avgjørende rolle i denne dynamikken. Uten endringer i måten elever blir vurdert på, vil innovative undervisningsmetoder, som utforskende tilnærminger, ha vanskelig for å slå rot. Initiativet «Vurdering for læring», som var aktivt fra 2010 til 2018, forsøkte å transformere vurderingskulturen til å være mer fokusert på læring og rapporterte positive resultater når det gjaldt endringen i vurderingspraksis og en økt forståelse av læreplanen (Lødding, et al., 2021).

LK06 og LK20 har adoptert begrepet «kompetanse» som det sentrale begrepet, noe som representerer en endring fra det tidligere dominerende begrepet «kunnskap». Endringen i terminologi må sees i lys av økende påvirkning fra det internasjonale samfunnet, der organisasjoner som EU og OECD jobber for å forbedre kvaliteten på utdanningssystemene. Forskjellen mellom begrepene «kompetanse» og «kunnskap» ligger i hvordan de forstås og anvendes. Kompetansene som er nødvendige for det 21. århundre, er ikke nødvendigvis nye, men de har fått økt betydning i vår moderne tid. Disse kompetansene er avgjørende for å lykkes i dagens samfunn. Visse kompetanser, som kritisk tenkning, har fått økt vekt som følge av kravene som stilles av informasjons- og kommunikasjonsteknologien, og viktigheten av kildekritikk og dømmekraft. Andre kompetanser, som kommunikasjon og problemløsning, har alltid vært viktige, men deres betydning har økt ytterligere i lys av endringene i dagens arbeidsmarked. Det er tydelig at selv om disse kompetansene kanskje ikke er helt nye, har den moderne tiden og de medfølgende utfordringene ført til et økt fokus på deres betydning innenfor utdanning og yrkesliv (NOU 2014:7).

7. OPPSUMMERING

Denne oppgaven har hatt som hensikt å utforske utviklingen av læreplanene M87, L97, LK06, og LK20 med hensyn til deres vektlegging av begrepene «problemløsning» og «utforskning» i matematikkundervisningen. For å oppnå dette formålet ble en dokumentanalysemetode brukt. Metoden involverte innsamling av offisielle læreplandokumenter fra de nevnte læreplanene. Disse dokumentene ble deretter systematisk analysert med fokus på nøkkelord og setninger som angår «problemløsning» og «utforskning». Dataene ble deretter sammenlignet på tvers av læreplanene for å identifisere endringer over tid. Resultatene ble deretter drøftet i lys av relevant pedagogisk teori og tidligere forskning. Gjennom en grundig dokumentanalyse av de norske læreplanene for matematikk, fra M87 til LK20, har det blitt identifisert betydelige endringer i fokuset på begrepene problemløsning og utforskning.

I M87 ble problemløsning introdusert som en ny og systematisk tilnærming til faget matematikk. Denne tilnærmingen søkte å undervise elevene i en trinnvis prosess, som tydelig kan ses i sammenheng med George Pólyas strategier og metoder. M87 la vekt på å utstyre elevene med konkrete ferdigheter som gjorde dem i stand til å nærme seg ethvert matematisk problem på en standardisert måte, fra formuleringen av problemet til evalueringen av løsningen. Videre var det en forventning om at lærerne skulle integrere problemløsning som en sentral del av all matematikkundervisning i henhold til M87. Selv om M87-læreplanen hadde klare mål og forventninger knyttet til problemløsning i matematikk, kan den formelle læreplanen likevel ha manglet detaljerte praktiske retningslinjer og veiledning for lærere om hvordan de skulle implementere denne tilnærmingen effektivt i klasserommet. Dette kan ha gitt lærere en viss grad av frihet, men også utfordringer.

L97 videreførte konseptet om at læring skulle oppstå gjennom en aktiv og elevsentrert læringsprosess. Denne tilnærmingen kan sies å ha som mål å fremme dybdelæring og engasjement blant elevene ved å oppmuntre dem til å ta en aktiv rolle i sin egen utdanning gjennom prosjektarbeid og tverrfaglige aktiviteter, til tross for at ikke dybdelæringsbegrepet ble nevnt med ord. Imidlertid var det en utfordring i L97, nemlig den begrensede lærerens autonomi. Læreplanen inneholdt detaljerte krav til innhold og undervisningsmetoder, som kunne hemme mulighetene for dybdelæring og utforskning. Denne begrensningen i lærernes frihet skapte en spenning mellom intensjonen om å øke elevens engasjement og lærernes frihet til å utforske ulike tilnærminger til matematikkundervisningen. Selv om L97 forsøkte å

fremme en mer aktiv elevrolle og inkludere elementer som problemløsning og utforskning, kan denne tilnærmingen ha blitt begrenset av den detaljerte og kontrollerte karakteren av læreplanen. Dette viser hvordan rammefaktorer i en læreplan kan påvirke mulighetene for å implementere bestemte pedagogiske tilnærminger, til tross for de erklærte intensjonene i læreplanen.

LK06 introduserte en helhetlig tilnærming til matematikkundervisningen som inkluderte varierte aktiviteter, utvikling av grunnleggende ferdigheter og praktisk relevans. Problemløsning ble anerkjent som en viktig del av all matematikkundervisning, men det var ikke en gjennomgripende integrasjon i hele læreplanen. Likevel var dette en klar indikasjon på en endring i synet på matematikkundervisning, hvor det ikke lenger kun handlet om å lære fakta og prosedyrer, men også om å utvikle en dypere forståelse og evnen til å anvende matematikk i ulike sammenhenger. Dybdelæringsprinsippet vektlegger utviklingen av en dypere forståelse av faglige konsepter og evnen til å anvende dem i varierte sammenhenger. Dette harmonerer med LK06 sine mål om å utvikle en bredere forståelse av matematikk og evnen til å anvende matematiske ferdigheter i praktiske situasjoner. LK06 representerer dermed en endring i synet på matematikkundervisning ved å legge vekt på dybdelæring og praktisk relevans, som er i tråd med dybdelæringsprinsippet.

LK20 tok utviklingen et skritt videre ved å inkludere begrepene «problemløsning» og «utforskning» som sentrale kjerneelementer i læreplanen. Dette representerer en tydelig intensjon om å integrere problemløsning og utforskning i hele matematikkundervisningen og gir lærere og elever en strukturert tilnærming til å utvikle matematiske ferdigheter som går utover det rent akademiske. LK20 understreker også betydningen av å forberede elevene på fremtiden ved å utruste dem med ferdigheter som «problemløsning» og «utforskning» gjennom et økt fokus på dybdelæring, som gir dem en konkurransefordel i et stadig skiftende samfunn og arbeidsliv. Resultatene indikerer altså tydelige endringer i vektleggingen av problemløsning og utforskning i disse læreplanene.

Funnene i denne studien viser at det har vært en progressiv utvikling i fokuset på problemløsning og utforskning i de norske matematikklæreplanene, med LK20 som den siste som klart fremhever disse begrepene som avgjørende for matematikkundervisningen. Studien gir en innsikt i hvordan begrepene «problemløsning» og «utforskning» har utviklet seg som pedagogiske prinsipper i den norske skolekonteksten og har implikasjoner for

undervisningspraksis og politiske beslutninger i utdanningssektoren. Det mest tydelige funnet er at til tross for et økt fokus på begrepene som har vært hovedfokus for denne oppgaven, altså å undersøke hvordan fokuset på begrepene har endret seg over tid i de formelle lærerplanene, er det tydelig, spesielt med tanke på funn fra forskning, at prinsippet om dybdelæring er utfordrende å implementere i praksis.

Diskusjon av implikasjoner

Funnene som er diskutert i denne analysen, som i all hovedsak handler om endringene i fokuset på problemløsning og utforskning i de norske matematikklæreplanene fra M87 til LK20, har flere viktige implikasjoner som påvirker vår forståelse av dette emnet og har potensielle konsekvenser for praksis, politikk og fremtidig forskning innenfor utdanning. Funnene gir oss en dypere forståelse av hvordan synet på matematikkundervisning har utviklet seg over tid. Fra å være fokusert på tradisjonelle matematiske ferdigheter og prosedyrer i M87 til å omfatte problemløsning og utforskning som sentrale elementer i LK20, har vi sett en endring mot en mer helhetlig tilnærming som søker å utvikle dypere forståelse og praktiske ferdigheter hos elevene. Denne forståelsen er relevant for å se hvordan samfunnsmessige utviklingstrekk påvirker praksis i skolene. Endringene i læreplanene har konsekvenser for undervisningspraksis og lærere må ha måttet gjennom tidene tilpasset seg nye retningslinjer, og integrert problemløsning og utforskning i sin undervisning. Samtidig gir det lærere muligheten til å tilby en mer meningsfull og relevant matematikkundervisning som gir elevene ferdigheter som er viktige i det moderne samfunnet.

Endringene i læreplanene er et resultat av politiske beslutninger og prioriteringer. De reflekterer myndighetenes innsats for å tilpasse utdanningssystemet til samfunnets behov, herunder å forberede elever på fremtidige utfordringer og krav. Dette kan påvirke fremtidige politiske beslutninger om utdanning og ressursallokering. Implikasjoner av funnene fra denne undersøkelsen gir et verdifullt bidrag til en forståelse av utviklingen av matematikkundervisning i Norge. De viser at matematikkundervisningen i dagens samfunn må tilpasses de stadig skiftende kravene og behovene til elever og samfunnet som helhet.

7.1 Begrensninger og anbefalinger til videre forskning

Selv om denne studien har kastet lys over endringene i fokuset på problemløsning og utforskning i norske matematikklæreplaner fra M87 til LK20, er det viktig å erkjenne noen begrensninger som kan ha påvirket resultatene og tolkningene. Først og fremst er studien

begrenset til en deskriptiv analyse av læreplanene, og den har ikke inkludert empiriske data fra skolepraksis eller læreres perspektiver. Dette begrenser evnen til å vurdere hvordan endringene i læreplanene faktisk påvirker undervisningen i klasserommet og elevenes læring. Videre har studien fokusert på læreplanene som dokumenter i seg selv, og det er ikke tatt hensyn til faktorer som lærernes kompetanse, ressursene tilgjengelige for skolene, eller andre kontekstuelle faktorer som kan påvirke implementeringen av læreplanene, til tross for at utfordringer med implementeringen av problemløsende og utforskende matematikkundervisning er diskutert i drøftingsdelen av oppgaven. Det er derfor viktig å være oppmerksom på at læreplanene i praksis kan tolkes og implementeres på ulike måter av ulike lærere og skoler, samtidig som både reelle og opplevde rammefaktorer for undervisningen i praksis påvirker både fokuset og forståelsen av hvordan disse momentene.

For fremtidig forskning anbefales det å gjennomføre empiriske studier som undersøker hvordan endringene i læreplanene faktisk manifesterer seg i undervisningen, og hvordan lærere og elever responderer på disse endringene. Dette kan inkludere observasjoner av undervisning, intervjuer med lærere og elever, og vurderinger av elevenes prestasjoner. Slike studier vil gi et mer helhetlig bilde av hvordan læreplanene påvirker matematikkundervisningen i praksis.

7.2 Avsluttende refleksjoner

Den teknologiske utviklingen har endret hvordan mennesker samhandler med verden rundt seg. Dette har også påvirket måten matematikk blir brukt og forstått. Læreplanene har derfor inkludert digitale ferdigheter og praktisk matematikk som en viktig del av problemløsning og utforskning. Dette har åpnet døren for å gjøre matematikken mer tilgjengelig og engasjerende på en helt ny måte. Den nevnte tradisjonelle tilnærmingen til matematikkundervisning har blitt utfordret av teknologien. Elever har nå muligheten til aktivt delta i sin egen læring ved å utforske matematiske konsepter gjennom det digitale. Noe som har bidratt til å endre læringsparadigme fra passiv mottakelse til aktiv deltakelse og eksperimentering. I mye større grad enn tidligere er det ikke kun læreren som sitter på kunnskapen. På mange måter kan man si at lærerens posisjon også blir utfordret.

Likevel har den teknologiske utviklingen vært en sentral del bak endringene i måten problemløsning og utforskning er integrert og blir definert i de norske læreplanene. Den har

åpnet døren for en mer dynamisk, praktisk - og digitalorientert tilnærming til matematikkundervisningen, som fører til at matematikkfaget kan føles mer relevant.

Men selv om et økt fokus på problemløsning og utforskning kan bidra til at elevene blir mer rustet til å håndtere samfunnsmessige utfordringer i fremtiden kan overdreven vektlegging av utforskning og problemløsning sammenlignet med en mer tradisjonell undervisningsmetode kan ha både positive og negative konsekvenser for elevene i skolen, avhengig av implementeringen og konteksten. Utforskning og problemløsning oppmuntrer elevene til å forstå konsepter grundig. Dette kan føre til en mer dypgående læring, hvor elevene forstår prinsippene bak konseptene i stedet for bare å memorere fakta. Samtidig kan et økt fokus utfordre elevenes tenkning og oppmuntrer til kritisk analyse. Elevene kan lære å stille spørsmål, søke etter løsninger, og vurdere resultater, som er ferdigheter som er svært verdifulle i hverdagslivet. Utforskning og problemløsning kan også bidra til at elevene får muligheten til å ta ansvar for sin egen læring. Dette hjelper dem med å utvikle selvregulering og uavhengighet som er viktige ferdigheter, både i fremtidig utdanning- og arbeidsliv. Aktiv deltakelse i utforskning og problemløsning kan også øke nysgjerrighet og motivasjon blant elevene. Når de får lov til å utforske emner som interesserer dem, kan de bli mer engasjert og entusiastiske for læring.

Samtidig finnes det flere barrierer som man ikke kommer utenom når man diskuterer skolesystemet i Norge. Noen elever kan selvfølgelig ha et økt utbytte av matematikkundervisningen ved at det fokuseres på utforskning og problemløsning, mens andre kan slite med å tilegne seg konsepter på denne måten. Dette kan føre til ujevne læringsresultater og utfordringer med å tilpasse undervisningen til forskjellige elevbehov. Overdrevent fokus på utforskning og problemløsning kan også føre til at de grunnleggende ferdighetene får mindre fokus. Dette kan være problematisk, spesielt i fag som krever en solid basis av kunnskap og ferdigheter.

Avslutningsvis viser denne studien at matematikkundervisningen ikke er statisk, men under stadig utvikling for å møte de utfordringene og mulighetene som samfunnet bringer med seg. Det er et kontinuerlig behov for forskning som kan bidra til å informere utformingen av læreplaner og undervisningspraksis. Endringene i læreplanene reflekterer en bevisst innsats for å gi elevene ferdigheter og forståelse som er relevante og meningsfulle, og som forbereder dem på å lykkes i en stadig mer kompleks og globalisert verden.

8. LITTERATURLISTE

- Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endring og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus*. Notodden: Telemarksforskning .
- Birkeland, P. A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2018). *Matematikk for lærere 1*. Oslo: Universitetsforlaget .
- Birkeland, P. A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2018). *Matematikk for lærere 2*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Boesen, J. (2006). *Assessing mathematical creativity: comparing national and teacher – made tests, explaining differences and examining impact*. Hentet fra file:///C:/Users/10905/Downloads/Assessing_mathematical_creativity_comparing_nation.pdf
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27-40
- Björkqvist, O. (2003). Matematisk problemløsning. I B. Grevholm, *Matematikk for skolen* (ss. 51- 68). Bergen: Fagbokforlaget.
- Bjørnsrud, H., & Nilsen, S. (2021). *De uferdige utdanningsreformer og Fagfornyelsen (LK20)*. Oslo: Gyldendal.
- Blikstad-Balas, M. (2020). Godt arbeid med læreplaner sammen. *Bedre skole*, 10-13.
- Botten, G. (2011). *Meningsfylt matematikk - Nærhet og engasjement i læringen*. Bergen: Caspar Forlag.
- Christoffersen, L & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag
- Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage

- Duedahl, P. & Jacobsen, M.H. (2010). *Introduktion til dokumentanalyse: metodeserie for social- og sundhedsvidenskaberne, bind 2*. Odense: Syddansk universitetsforlag.
- Engelsen, B. U. (2013). *Kan læring planlegges? Arbeid med læreplaner - hva, hvordan, hvorfor?* Oslo: Gyldendal.
- Engelsen, B. U. (2019). Fremtidens skole: Gjensyn med vitenskapssentrert læreplantenkning . *Norsk pedagogisk tidsskrift* , 53-64.
- FIKS . (2020, Desember). *Det utdanningsvitenskapelige fakultet*. Hentet fra FIKS - Forskning, innovasjon og kompetanseutvikling i skolen:
<https://www.uv.uio.no/forskning/satsinger/fiks/kunnskapsbase/dybdelering/hvorfor-er-dybdelering-viktig/>
- Flatås, R. M. (2020). *Matematikk-gnist, Aktiviteter og øvelser* . Oslo: Pedlex.
- Fuglestad, A. (2010, januar 30). *Samarbeid for bedre læring i matematikk*. Hentet fra <https://utdanningsforskning.no/artikler/2010/samarbeid-for-bedre-laring-i-matematikk/>
- Fuglestad, A. B. (2010). *Bedre matematikkundervisning*. *Tangenten*, 21(4), 9-14.
- Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter*. Oslo: Cappelen Damm.
- Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Harder, V. K. (2013). *Problemløsning i norske matematikklærebøker for videregående skole - En studie av fremstillingen av problemløsningsmetoder i algebraeksempler i lærebøkene for kursene 1T og 1R*. Oslo: Universitetet i Oslo.
- Hitching, G. H., & Mørch, H. W. (2015). Problemløsning i matematikk. I T. S. Gustavsen, K. R. Hinna, I. C. Borge, & P. S. Andersen, *QED 5-10* (ss. 745-777). Cappelen Damm.
- Imsen, G. (2009). *Lærerens verden - Innføring i generell didaktikk*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Imsen, G. (2020). *Lærerens verden, Innføring av generell didaktikk* . Oslo: Universitetsforlaget.

- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2006 (9), 187-211
- Karseth, Berit. (2019). Læreplanen som kunnskaps- og kulturbærer i dagens utdannings- og samfunnskontekst. I Ruth Jensen, Berit Karseth & Eli Ottesen (Red.), *Styring og ledelse i grunnsopplæringen. Spenninger og dynamikker* (1 utg., s. 73-90). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Kirke- og undervisningsdepartementet. (1987). *Mønsterplan for grunnskolen*. Oslo: Aschehoug.
- Kirke-, undervisnings- og forskningsdepartement. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Nasjonalt læremiddelsenter.
- Kunnskapsdepartementet. (2015-2019). *Tett på realfag - Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnsopplæringen*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/869faa81d1d740d297776740e67e3e65/kd_realfagsstrategi.pdf
- Leer, L. G. (2009). *Vurdering av matematisk problemløsning*. Trondheim: NTNU.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 763-805). Charlotte, NC: IAP.
- Lester, F. (1987). *Teaching mathematical problem solving*. Hentet fra https://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3243_88_3.pdf
- Lødding, B., Daus, S., Reiling, R. B., Bungum, B., Vika, K. S., & Bergene, A. (2021). *Realistiske forventninger? Sluttrapport fra evalueringen av Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnsopplæringen (2015-2019)*. Utdanningsdirektoratet.

Morgan, H. (2022). Conducting a Qualitative Document Analysis. *The Qualitative Report*, 27(1), Article 4. <https://nsuworks.nova.edu/tqr/vol27/iss1/4/>

Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Matematikkssenteret*. Hentet fra Kompetencer og matematiklæring:
<https://www.matematikkssenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Kompetencer%20og%20matematik1%C3%A6ring.pdf>

NOU 2014:7 (2014) - Elevenes læring i framtidens skole 2014:7. Et kunnskapsgrunnlag. Oslo Kunnskapsdepartementet.

NOU 2015:8 (2015) Framtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser. Oslo Kunnskapsdepartementet.

NOU 2019: 2. (2019). Fremtidige kompetansebehov II. utfordringer for kompetansep olitikken. Oslo: Departementenes sikkerhets- og serviceorganisasjon Teknisk redaksjon. Hentet fra:
<https://www.regjeringen.no/contentassets/216ef613554042ccae0c127a6b3b3ac8/nou/pdfs/nou201920190002000dddpdfs.pdf>

NOU 2020: 2. (2020). Fremtidige kompetansebehov III. Læring og kompetanse i alle ledd. Oslo: Departementenes sikkerhets- og serviceorganisasjon. Teknisk redaksjon. Hentet fra:
<https://www.regjeringen.no/contentassets/053481d65fb845be9a2b1674c35d6d14/nou/pdfs/nou202020200002000dddpdfs.pdf>

Ohlsson, S. (2011). *Deep learning: How the mind overrides experience*. Cambridge: Cambridge University Press.

Opplæringsloven (1998). Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova). <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61>

Sawyer, R.K. (2014). Introduction. The new science of learning. I: R.K. Sawyer (red.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 1-18). 2nd Edition. New York: Cambridge University Press.

- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. Hentet fra [file:///C:/Users/10905/Downloads/LearningtoThinkMathematically_AHS%20\(4\).pdf](file:///C:/Users/10905/Downloads/LearningtoThinkMathematically_AHS%20(4).pdf)
- Silverman, D. (2016). *Qualitative research*. Sage.
- Skovsmose, O., & Säljö, R. (2008). Learning mathematics through inquiry. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13(3), 31-52.
- Skovsmose, O. (1998). Undersøgelandskaber. I T. Dalvang, & V. Rohde (red.), *Matematikk for alle* (s. 24-37). Landslaget for matematikk i skolen (LAMIS).
- Solem, I. H., Alseth, B., & Nordberg, G. (2011). *Tall og tanke, Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn*. Oslo: Gyldendal.
- St. meld. nr. 28. (2015-2016). *Fag - Fordypning - Forståelse. En fornyelse av Kunnskapsløftet. Kunnskapsdepartementet*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pdfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf>
- St. meld. nr.30. (2003-2004). *Kultur for læring, Kunnskapsdepartementet*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/988cdb018ac24eb0a0cf95943e6cdb61/no/pdfs/stm200320040030000dddpdfs.pdf>
- Solvik, E., & Sydtangen, L. (2022). *Utviklingen i læreplan og matematikkfaget fra M87 til LK20*. Oslo: OsloMet - Storbyuniversitetet.
- Udanningsdirektoratet. (2013, 8 1). Hentet fra <https://data.udir.no/kl06/MAT1-04.pdf>
- Udir. (2021). *Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Udir. (2022, 8 23). Hentet fra Hvordan ta i bruk lærerplanene?: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvordan-ta-i-bruk-lareplanen/#153406>
- Utdanningsdirektoratet. (2021, juni). *Udir.no*. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvorfor-nye-lareplaner/>

Utdanningsdirektoratet. (2019, 11 18). Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-nytt-i-lareplanverket/>

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Hentet fra www.udir.no: <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/?lang=nob>

Utdanningsdirektoratet. (2023, 6 9). Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/>

Aasen, P., Møller, J., Rye, E., Ottesen, E., Prøitz, T. S., & Hertzberg, F. (2012).

Kunnskapsløftet som styringsform - et løft eller et løfte? Oslo: NIFU UiO: Institutt for lærerutdanning og skoleforskning. Hentet fra

https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/rapporter/2012/fire_slutt.pdf

9. VEDLEGG

VEDLEGG 1: Målene i L97 knyttet til problemløsning og utforskning

Mål	Beskrivelse
Matematikk i dagliglivet.	<ul style="list-style-type: none"> - Gjøre erfaringer med å måle og å vurdere størrelser og med uttrykk for tid
1. klasse	
2. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - Arbeide med å ordne og telle i lek, spill og praktiske oppgaver
	<ul style="list-style-type: none"> - Trene på måling og på å vurdere størrelser.
	<ul style="list-style-type: none"> - Arbeide praktisk med regnefortellinger
3. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - Samarbeide om å vurdere ulike muligheter og løsninger, i lek, spill og praktiske oppgaver
	<ul style="list-style-type: none"> - Øve seg i å velge passende måleredskaper og få erfaring med å bruke dem, vurdere og sammenlikne størrelser. -
	<ul style="list-style-type: none"> - Samtale om, vurdere og løse oppgaver om kjøp og salg før og nå, f. eks lage og leke butikk.
	<ul style="list-style-type: none"> - Samtale og prøve å sortere og ordne data fra egne interesseområder, fra naturen og fra stedet der de bor.
4. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - Gjøre erfaringer med å planlegge og gjennomføre ulike aktiviteter og samarbeidsoppgaver.
5. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - ingen klare funn
6. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - ingen klare funn
7. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - arbeide med problemstillinger og løse oppgaver knyttet til økonomi.

Mål	Beskrivelse
Tall	
1. klasse	- ingen klare funn
2. klasse	- eksperimentere med tall og symboler, undersøke regneoperasjoner og gjøre utregninger ved hjelp av lommeregneren og for eksempel dataprogrammer.
3. klasse	- arbeide systematisk med addisjon og subtraksjon, f. eks opp til 20, og etter hvert utvikle metoder for å addere og subtrahere flersifrede tall både i hodet og på papiret. Arbeide med sammenhengen mellom addisjon og subtraksjon og bruke lommeregneren og for eksempel informasjonsteknologi til å utforske regneoperasjoner.
4. klasse	- arbeide med å utvikle varierte metoder ved hoderegning. Samtale om tenkemåter. Bruke lommeregner og f. eks informasjonsteknologi til å utforske regneoperasjoner og til beregninger.
	- Bruke tall og regning i praktiske situasjoner. Velge og begrunne valg av regneart, metode og redskap, og vurdere svar.
Mål for 5- 7. klasse	

<ul style="list-style-type: none"> - De skal forstå og kunne bruke de fire regneartene, vurdere hvilke operasjoner som er aktuelle i hver enkelt situasjon, lære å velge regnemetode og tekniske redskaper og kunne utføre beregninger i hodet, på papiret eller med lommeregner. 	
<p>5. klasse</p>	<ul style="list-style-type: none"> - arbeide med addisjon og subtraksjon av enkle brøker i praktiske situasjoner. - Bruke alle regnearter til å løse problemer i praktiske situasjoner og få trening i å velge og bruke hensiktsmessige regnearter, metoder og hjelpemidler. - Gjøre overslag og bruke forskjellige metoder til å vurdere resultater og svar.
<p>6. klasse</p>	<ul style="list-style-type: none"> - arbeide mer med brøk, med likeverdige brøker på en praktisk måte. - Regne videre med lommeregner. Arbeide med å utnytte sammenhengen mellom regneartene og få trening i å velge og bruke regnearter, ulike metoder og hjelpemidler, f. eks informasjonsteknologi, til å løse problemer og undersøke situasjoner. - Vinne erfaringer med å vurdere forskjellige framgangsmåter, metoder og resultater. - Undersøke tall og utforske tallmønstre, f. eks ved hjelp av lommeregner og datamaskin, oppdage og beskrive egenskaper.

7. klasse	- arbeide videre med hoderegning, med å multiplisere og dividere i hodet og på papiret, regne med lommeregner og arbeide med å vurdere siffer og desimaler i svar.
	- Trene på å velge og bruke regnearter, metoder, hjelpemidler og redskaper, f.eks informasjonsteknologi, til å løse problemer og utforske situasjoner. Bruke forskjellige metoder til å vurdere resultater og svar.
	- Undersøke og gjøre seg kjent med primtall, sammensatte tall og faktorisering.
	- Arbeide videre med å utnytte sammenhengen mellom regneartene. Undersøke og formulere hvilke regler som gjelder.

Mål	Beskrivelse
Rom og form / Geometri	
1. klasse	- gjennom lek og varierte aktiviteter eksperimentere med og lage forskjellige former, figurer og mønstre
	- eksperimentere med plassering og flytting og beskrive dette med egne ord.

	<ul style="list-style-type: none"> - Gjennom lek og praktiske aktiviteter vinne erfaringer med og samtale om forskjellige slags størrelser: lengde, areal, rom
2. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - undersøke forskjellige former, figurer og mønstre slik vi møter dem i omgivelsene, f.eks i bygninger og ulike hustyper, i møbler, redskaper og tekstiler.
	<ul style="list-style-type: none"> - Gjøre erfaringer med plassering og flytting, bli kjent med og bruke begreper som beskriver dette, gjenta form og lage mønstre.
3. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - arbeide videre med mønstre og figurer i plan og rom, med å undersøke form, størrelse, hjørner, sider, kanter og sideflater og med å observere og bruke speilsymmetri i enkle tilfeller.
4. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - planlegge og undersøke hvordan vi kan bruke enkle former til å lage sammensatte figurer, trene på å forskyve og speile for å lage mønstre. Prøve hvordan vanlige former kan brukes i vår hverdag.
5. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - lage figurer, former og mønstre, og arbeide med å finne ut av egenskaper ved dem.
	<ul style="list-style-type: none"> - Arbeide med å finne arealer ved optellinger av arealenheter og bli kjent med andre praktiske metoder til å bestemme arealer, f. eks oppdeling.

6. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - undersøke egenskapene til de ulike typene av firkanter og trekanter, blant annet måle og beregne omkrets.
7. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - arbeide med geometriske begreper, spesielt symmetri for enkle former og figurer, og utfordres til å finne ut av egenskapene til regulære mangekanter og beskrive det de finner ut.
	<ul style="list-style-type: none"> - Få videre trening i å beregne omkrets og areal av firkanter, trekanter og andre mangekanter. Undersøke og beregne areal av sammensatte figurer.
	<ul style="list-style-type: none"> - Undersøke og bli kjent med sirkelens geometri: radius, diameter, omkrets, tallet som forhold mellom omkrets og diameter, og hvordan vi kan beregne sirkelens areal.

Mål	Beskrivelse
Behandling av data	
5. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - trene seg i samtale om, samle og tolke data og bli kjent med databaser.
6. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - gjøre erfaringer med sannsynlighet ved å reflektere over og samtale om situasjoner fra dagliglivet, spill og forskjellige eksperimenter.

7. klasse	<ul style="list-style-type: none"> - vurdere og etter hvert beskrive sannsynlighet som tall i området fra 0 til 1 – fra erfaringer i dagliglivet, i spill og ved eksperimenter.
-----------	--

Kompetansemål

VEDLEGG 2: Målene i LK06 knyttet til problemløsning og utforskning

Hovedområde og klassetrinn	Kompetansemål
Tall	
Etter 2. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - gjøre overslag over mengder, telle opp, sammenligne og uttrykke tallstørrelser på varierte måter.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utvikle, bruke og samtale om varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifra tall og vurdere hvor rimelige svarene er.
Etter 4. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - Beskrive og bruke plassverdisystemet for hele tall, bruke positive og negative hele tall, enkle brøker og desimaltall i praktiske sammenhenger og uttrykke tallstørrelser på varierte måter.
	<ul style="list-style-type: none"> - Gjøre overslag over og finne tall ved hjelp av hoderegning, tellemateriell og skriftlig notat, gjennomføre overslagsregning og vurdere svar.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utvikle og bruke varierte metoder for multiplikasjon og divisjon, bruke de i praktiske situasjoner og bruke den lille multiplikasjonstabellen i hoderegning og oppgaveløsning.

	<ul style="list-style-type: none"> - Finne informasjon i tekster eller praktiske sammenhenger, velge regneart og grunnleggende valg, bruke tabellkunnskap og utnytte sammenhenger mellom regneartene, vurdere resultatet og presentere løsningen.
	<ul style="list-style-type: none"> - Kjenne igjen, eksperimentere med, beskrive og videreføre strukturer i tallmønstre.
Tall og algebra	
Etter 7. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - Utvikle, bruke og diskutere metoder for hoderegning, overslagsregning og skriftlig regning og bruke digitale verktøy i beregninger.
	<ul style="list-style-type: none"> - Finne informasjon i tekster eller praktiske sammenhenger, stille opp og forklare beregninger og fremgangsmåter, vurdere resultat og presentere og diskutere løsningen.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og beskrive strukturer og forandringer i geometriske mønstre og tallmønstre med figurer, ord og formler.

Hovedområde og klassetrinn	Kompetansemål
Geometri	
Etter 2. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - Kjenne igjen, bruke og samtale om speilsymmetri i praktiske situasjoner.
	<ul style="list-style-type: none"> - Lage og utforske geometriske mønstre, både med og uten digitale verktøy, og beskrive de muntlig.

Etter 4. trinn	- Tegne, bygge, utforske og beskrive geometriske figurer og modeller i praktiske sammenhenger, medregna teknologi og design.
	- Lage og utforske geometriske mønster og beskrive de muntlig.
Etter 7. trinn	- Analysere egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer og beskrive fysiske gjenstander innenfor dagligliv og teknologi ved hjelp av geometriske begreper.
	- Bygge tredimensjonale modeller, tegne perspektiv med et forsvinningspunkt og diskutere prosessene og produktet.

Hovedområde og klassetrinn	Kompetansemål
Måling	
Etter 2. trinn	Ingen klare funn
Etter 4. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - gjøre overslag over og måle lengde, areal, volum, masse, temperatur, tid og vinkler, samtale om resultatene og vurdere om de er rimelige. - Sammenligne størrelser ved hjelp av passelige måleredskaper og enkel beregning, presentere resultatene og vurdere om de er rimelige. - Løse praktiske oppgaver som gjelder kjøp og salg.
Etter 7. trinn	- Velge passelige måleredskaper og gjøre praktiske målinger i samband med dagligliv og teknologi og

	vurdere resultatene ut ifra presisjon og måleusikkerhet.
	- Gjøre overslag over og måle størrelser for lengde, areal, masse, volum, vinkel og tid og bruke tidspunkt og tidsintervall i enkle beregninger, diskutere resultatene og vurdere hvor rimelige de er.
	- Bruke forhold i praktiske sammenhenger, regne med fart og regne om mellom valutaer.

Hovedområde og klassetrinn	Kompetansemål
Statistikk	
Etter 2. trinn	- Samle, sortere, notere og illustrere data med tellestreker, tabeller og søylediagram og samtale om prosessen og hva illustrasjonene fortell om datamaterialet.
Etter 4. trinn	- Samle, sortere, notere og illustrere data på formålstjenlige måter med tellestreker, tabeller og søylediagram, med og uten digitale verktøy, og samtale om prosess og framstilling.
Statistikk og sannsynlighet	-
Etter 7. trinn	- Planlegge og samle inn data i samband med observasjoner, spørreundersøkelser og eksperiment.
	- Representere data i tabeller og diagram som er framstilte med og uten digitale verktøy, lese og tolke

	framstillingene og vurdere hvor nyttige de er.
	- Finne median, typetall og gjennomsnitt i enkle datasett og vurdere de ulike sentralmålene i forhold til hverandre.
	- Vurdere og samtale om sjanser i dagligdagse sammenhenger, spill og eksperimenter og beregne sannsynlighet i enkle situasjoner.

VEDLEGG 3: Målene i LK20 knyttet til problemløsning og utforskning

Klassetrinn	Kompetansemål
2. trinn	- utforske tall, mengder og telling i lek, natur, bildekunst, musikk og barnelitteratur, representere tallene på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene.
	- eksperimentere med telling både forlengs og baklengs, velge ulike startpunkter og ulik differanse og beskrive mønstre i tellingene.
	- Utforske og beskrive generelle egenskaper ved partall og oddetall
	- Plassere tall på tallinjen og bruke tallinjen i regning og problemløsning.
	- Utforske addisjon og subtraksjon og bruke dette til å formulere og løse problemer fra lek og egen hverdag.
	- Utforske den kommutative og den assosiative ved addisjon og bruke dette i hoderegning.

	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske, tegne og beskrive geometriske figurer fra sitt eget nærmiljø og argumentere for måter å sortere dem på etter egenskaper.
	<ul style="list-style-type: none"> - Måle og sammenligne størrelser som gjelder lengde og areal, ved hjelp av ikke-standardiserte og standardiserte måleenheter, beskrive hvordan og samtale om resultatene.
	<ul style="list-style-type: none"> - Lage og følge regler og trinnvise instruksjoner i lek og spill.
3. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - Utvikle og bruke hensiktsmessige strategier for subtraksjon i praktiske situasjoner.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og forklare sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon og bruke det i hoderegning og problemløsning.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske multiplikasjon ved telling.
	<ul style="list-style-type: none"> - Eksperimentere med multiplikasjon og divisjon i hverdagssituasjoner.
	<ul style="list-style-type: none"> - Bruke kommutative, assosiative og distributive egenskaper til å utforske og beskrive strategier i multiplikasjon.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske likevekt og balanse i praktiske situasjoner, representere dette på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene.
	<ul style="list-style-type: none"> - Eksperimentere med og forklare plasseringer i koordinatsystemet.

	<ul style="list-style-type: none"> - Lage og følge regler og trinnvise instruksjoner i lek og spill knyttet til koordinatsystemet.
4. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og bruke målings- og delingsdivisjon i praktiske situasjoner
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategier.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og forklare sammenhenger mellom de fire regneartene og bruke sammenhengene hensiktsmessig i utregninger.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske, beskrive og sammenligne egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer ved å bruke vinkler, kanter og hjørner.
	<ul style="list-style-type: none"> - Bruke ikke -standardiserte måleenheter for areal og volum i praktiske situasjoner og begrunne valget av måleenhet.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og beskrive strukturer og mønstre i lek og spill.
	<ul style="list-style-type: none"> - Lage algoritmer og uttrykke dem ved bruk av variabler, vilkår og løkker.
5. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og forklare sammenhenger mellom brøker, desimaltall og prosent og bruke det i hoderegning.
	<ul style="list-style-type: none"> - Formulere og løse problemer fra egen hverdag som har med brøk å gjøre.
	<ul style="list-style-type: none"> - Diskutere tilfeldighet og sannsynlighet i spill og praktiske situasjoner og knytte det til brøk.

	<ul style="list-style-type: none"> - Løse ligninger og ulikheter gjennom logiske resonnementer og forklare hva det vil si at et tall er en løsning på en ligning.
	<ul style="list-style-type: none"> - Formulere og løse problemer fra egen hverdag som har med tid å gjøre.
	<ul style="list-style-type: none"> - Lage og programmere algoritmer med bruk av variabler, vilkår og løkker.
6. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske, navngi og plassere desimaltall på tallinjen.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske strategier for regning med desimaltall og sammenligne med regnestrategier for hele tall.
	<ul style="list-style-type: none"> - Formulere og løse problemer fra sin egen hverdag som har med desimaltall, brøk og prosent å gjøre, og forklare egne tenkemåter
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og beskrive symmetri i mønstre og utføre kongruensavbildninger med og uten koordinatsystem.
	<ul style="list-style-type: none"> - Måle radius, diameter og omkrets i sirkler og utforske og argumentere for sammenhengen.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske mål for areal og volum i praktiske situasjoner og representere dem på ulike måter.
	<ul style="list-style-type: none"> - Bruke ulike strategier for å regne ut areal og omkrets og utforske sammenhenger mellom disse

	<ul style="list-style-type: none"> - Bruke variabler, løkker, vilkår og funksjoner i programmering til å utforske geometriske figurer og mønstre.
7. trinn	<ul style="list-style-type: none"> - Utvikle og bruke hensiktsmessige strategier i regning med brøk, desimaltall og prosent og forklare tenkemåtene sine.
	<ul style="list-style-type: none"> - Representere og bruke brøk, desimaltall og prosent på ulike måter og utforske de matematiske sammenhengene mellom disse representasjonsformene.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske negative tall i praktiske situasjoner.
	<ul style="list-style-type: none"> - Utforske og bruke hensiktsmessige sentralmål i egne og andres statistiske undersøkelser.
	<ul style="list-style-type: none"> - Bruke programmering til å utforske data i tabeller og datasett.