

# **MASTEROPPGAVE**

**M5GLU18**

**Mai 2023**

Læreplanen i matematikk, et hjelpemiddel for å bistå elevene i tilegnelse av dybdeløring?

(The curriculum in mathematics, an aid to assist students in the acquisition of deep learning?)

En vitenskapelig studie av dybdeløring i matematikk

Masteroppgave i Matematikdidaktikk

30 studiepoengsoppgave

Elisabeth Helle Solberg

Kandidatnummer: 641

**OSLOMET**

**OsloMet – storbyuniversitetet**

**Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier**

**Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning**

# Innhold

Forord.....	v
Sammendrag.....	vi
Summary.....	vii
1.0. Innledning .....	1
1.1. Forforståelse .....	2
1.2. Forskningsspørsmål og relevans .....	3
1.3. Faglig ståsted.....	4
1.4. Disposisjon .....	4
2.0. Teori.....	5
2.1. Ulike definisjoner av begrepet dybdelæring .....	5
2.2. Tidligere forskning på dybdelæring .....	7
2.3. Styringsdokumenter.....	8
2.3.1. Styringsdokumenter om dybdelæring.....	8
2.4. Fagfornyelsen, kunnskapsløftet 2020.....	9
2.4.1. Dybdelæring i LK20 .....	9
2.4.2. Kompetanse i LK20 .....	9
2.4.3. Kjerneelementene.....	10
2.5. Dybdelæringsteori .....	10
2.5.1. Sawyers teori om dybdelæring og overflatelæring .....	10
2.6. Å lære matematikk med forståelse .....	13
2.6.1. Matematikklæring med forståelse.....	14
2.6.2. Matematisk kyndighet.....	14
2.6.3. Relasjonell og instrumentell forståelse .....	16
2.7. Arbeidsmåter for å fremme dybdelæring i matematikk .....	16
2.7.1. Problemløsning .....	16
2.7.2. Utforskende arbeidsmåter .....	18

2.7.3.	Kommunikasjon i matematikk.....	19
2.7.4.	Metakognisjon og selvregulering.....	20
3.0.	Metode.....	22
3.1.	Kvalitativ forskningstilnærming.....	22
3.2.	Vitenskapsteoretiske ståsted – fenomenologi.....	22
3.3.	Vitenskapligteoretisk ramme – hermeneutikk.....	22
3.4.	Metodekonkretisering.....	23
3.4.1.	Innholdsanalyse.....	23
3.4.2.	Utvalg.....	24
3.5.	Analyse av datamaterialet .....	25
3.5.1.	Induktiv tilnærming av datamaterialet.....	25
3.5.2.	Tematisk analyse.....	25
3.6.	Tematisk analyse av læreplanen.....	26
3.6.1.	Dybdelæring og hvordan det kommer til uttrykk i læreplanen i matematikk....	26
3.7.	Troverdighet .....	30
3.7.1.	Kritisk blikk på metoden.....	30
3.7.2.	Forskningsetikk.....	31
3.7.3.	Reliabilitet.....	32
3.7.4.	Validitet.....	33
4.0.	Resultater .....	34
4.1.	Dybdelæring i læreplanen .....	34
4.1.1.	Anvendelse.....	34
4.1.2.	Utforsking .....	37
4.1.3.	Kommunikasjon.....	39
4.1.4.	Metakognisjon og selvregulering.....	41
4.1.5.	Oppsummering av dybdelæring i læreplanen i matematikk .....	42
5.0.	Drøfting.....	43

5.1.	Dybdel�ring i fagfornyelsens læreplan i matematikk.....	43
5.1.1.	Anvendelse av kunnskaper og ferdigheter .....	43
5.1.2.	Utforskning av matematiske sammenhenger .....	49
5.1.3.	Kommunisere om og med matematikk.....	51
5.1.4.	Metakognisjon og selvregulering, et viktig element ved dybdel�ring .....	53
5.2.	Oppl�ring for dybdel�ring .....	55
6.0.	Konklusjon.....	58
	Referanseliste.....	60
	Vedlegg .....	a
	Vedlegg 1: Innledende koder .....	a
	Vedlegg 2: Samling og søking etter temaer .....	f
	Vedlegg 3: De fire overordnede temaene med underkategorier.....	l

## Forord

Denne masteroppgaven er avslutningen på fem lange, lærerike år. Dette halvåret hvor jeg har utviklet og skrevet denne forskningsoppgaven har vært preget av mange lærerike prosesser hvor det har vært mye frem og tilbake om hva som skal tas med og hva som kan ekskluderes til fordel for noe annet.

Dette studieforløpet har vært preget av en noe annerledes hverdag med nedstenging på bakgrunn av pandemien covid-19 som gjorde at over ett år av studietiden ble gjennomført hjemme, hvor store deler av studietiden ble gjennomført gjennom en datamaskin. Det har vært riktig så tøft å være student under pandemien og et nedstengt samfunn, samtidig som man har hatt et lite barn hjemme fordi barnehagen også har vært stengt, men samtidig så er det en erfaring å ta med seg videre.

Jeg ønsker å takke veileder, Anders Månsson, for all veiledning, og at han var fleksibel nok til å gjennomføre store deler over mail da jeg var i full jobb gjennom så å si hele halvåret masteroppgaven ble skrevet. Takk for god oppmuntring og positiv tilbakemelding mot slutten av arbeidet da motivasjonen begynte å svinne hen.

Samtidig ønsker jeg å rette en stor takk til mamma og pappa som har bidratt med gjennomlesning av oppgaver, korrekturlesning og hjelp til å hente i barnehagen når tiden ikke har strukket helt til. Takk for all oppmuntring og gode ord som har hjulpet meg med å motivere meg til å jobbe på og ikke gi opp selv når alt har sett grått ut.

Til slutt ønsker jeg å takke min mann og min datter som har holdt ut med meg på godt og vondt i denne studietiden. Når jeg har vært stresset på grunn av eksamen eller en innlevering så har dere alltid vært der for meg og oppmuntret meg til å stole på meg selv og egne ferdigheter. Dere var vært min klippe i denne studietiden og vært positive og oppmuntrende hele tiden. Takk for alle fine ord, gode tilbakemeldinger og for all hjelp gjennom studietiden.

## Sammendrag

Etter at evalueringen av kunnskapsløftet 2006 viste at mye av helklasseundervisningen som preger norske klasserom bar preg av instruksjonisme og overflatelæring ble det vurdert at ett nytt kunnskapsløfte var nødvendig. Kompetansene og ferdighetene som var ansett som nødvendige for et samfunn i stadig endring ble ansett å gå ut over det å ha overflatekunnskaper. Dybdelæring kom på agendaen, og man skulle gjennom opplæringen opparbeide seg dybdelæring, i stedet for overflatelæring, og elevene skulle i større grad være aktive deltakere i egen opplæring. Til tross for dette, og at læreplanen generelt går inn og definerer dybdelæring er det ingen operasjonalisering som påpeker hva dybdelæring innad i de enkelte fagene handler om. Mange forskere og matematikklærere påpeker at det er vanskelig å benytte læreplanen i matematikk for å fremme dybdelæring, og at læreplanen generelt legger dårlig opp til dybdelæring gjennom skolegangen.

I denne masteren så ser jeg på hvordan dybdelæring kommer til uttrykk i fagfornyelsens læreplan i matematikk. Det kommer frem av analysen at læreplanen uttrykker at elevene skal lære å anvende matematikken å hensiktsmessige måter, og de skal få mulighet til både å utforske og kommunisere matematikk i norske klasserom. Dette skal bidra til at elevene i lærer å benytte sine kunnskaper og ferdigheter i flere ulike situasjoner, og at de er aktive deltakere i egen opplæring. Læreplanen legger opp til at elevene selv må reflektere, tenke kritisk og stille spørsmål, men også at de må regulere og reflektere over egen opplæring, egne strategier og tenkemåter.

## Summary

After the evaluation of the Norwegian knowledge pledge of 2006 showed that much of the whole-class teaching that characterizes Norwegian classrooms was marked by instructionism and superficial learning, it was considered that a new knowledge pledge was necessary. The competences and skills that were necessary for a constantly changing society were considered to go beyond having surface knowledge. Deep learning was put on the agenda, and in-depth learning was to be built up through the school education, instead of surface learning, and students were to be active participants in their own education. Despite this, and the fact that the curriculum generally goes into and defines in-depth learning, there is no operationalization that points out what in-depth learning within the individual subjects is about. Many researchers and mathematics teachers point out that it is difficult to use the curriculum in mathematics to promote in-depth learning, and that the curriculum generally does not provide a good foundation for in-depth learning throughout the schooling.

In this master's thesis, I look at how deep learning is expressed in the subject renewal curriculum in mathematics. It emerges from the analysis that the curriculum expresses that pupils must learn to apply mathematics in appropriate ways, and they must have the opportunity to both explore and communicate mathematics in Norwegian classrooms. This should help the students learn to use their knowledge and skills in several different situations, and that they are active participants in their own education. The curriculum stipulates that the students themselves must reflect, think critically and ask questions, but also that they must regulate and reflect on their own training, their own strategies and ways of thinking.

## 1.0. Innledning

---

Som lærer er det viktig at man opparbeider seg en bred, men også dyp kompetanse som gjør det mulig å bistå elevene i deres opplæringsarbeid. For en god profesjonsutøver blir det dernest nødvendig å inneha kompetanse på ulike plan som går ut over det å bare kunne faget en skal undervise i. Shulman (1986) hevder at en slik bred kompetanse for det profesjonsrettede arbeidet er særdeles viktig, og at en som lærer må ha kompetanse om fagets faglige innhold, pedagogisk kompetanse og læreplankompetanse. Han påpeker at fagkunnskaper omhandler alle kunnskapene en lærer har om selve faget, mens de pedagogiske kunnskapene handler om undervisningskunnskap innenfor det spesifikke faget en skal undervise i og hvordan tilpasse dette ut ifra elevenes forutsetninger og nivå. Avslutningsvis fremhever Shulman (1986) at en lærer må inneha kompetanse i læreplanen og læreplanens innhold. Kunnskaper om og i å benytte læreplanen deler Shulman (1986) deretter inn i to underkategorier som han kaller lateral- og vertikal læreplankunnskap. Den laterale læreplankunnskapen handler om at man som lærer må evne å se sammenhenger mellom de ulike fagdisiplinene, mens den vertikale handler om at man som lærer må kunne se og utnytte det elevene tidligere har eller skulle ha tilegnet seg gjennom skolegangen. Læreplankompetanse, slik Shulman (1986) sine kompetansefelt presenterer det, er blitt særdeles relevant med og etter implementeringen av fagfornyelsen, kunnskapsløftet for grunnskolen 2020, heretter referert til som LK20, og dybdeløring som ett nytt fokusområde.

Dybdeløring har fått et større fokus enn tidligere etter evalueringen av læreplanverket for kunnskapsløftet 2006, LK06, viste til at mye av helklasseundervisningen som foregikk i norske klasserom bar preg av instruksjonisme og overflateløring, altså at lærerne sto for mesteparten av læringsarbeidet, og at elevenes oppgave var å følge lærerens instruksjoner (Rønning, 2013). Mye av det samme påpekte Ludvigsen-utvalget i sin utredning om fremtidens skole (NOU 2014 : 7, 2014). Som et resultat av dette fikk Norge i 2020 en ny læreplan som skulle gjelde for grunnskolen i Norge. Fagfornyelsen var ansett som et nødvendig skifte, da kompetansene og ferdighetene man trenger i fremtiden ser ut til å ha endret seg med det globaliserte og teknologiske samfunnskiftet verden opplevde rundt tidlig 2000-tallet (Kvam, 2019). I denne læreplanen har dybdeløring fått en helt sentral rolle, og det uttrykkes at elevene gjennom skolegangen skal opparbeide seg dybdeløring i fagene, da det er dette som vil gjøre dem i stand til å delta og være en del av fremtidens samfunn (NOU 2014 : 7, 2014; NOU 2015 : 8, 2015).

Dybdeløring handler om at oppløringen skal tilknyttes den kunnskapen, ferdighetene og erfaringene elevene sitter inne med, og at de dermed må få mulighet til selv å oppleve



sammenhenger og strukturer i fag og på tvers av fagområder (Imsen, 2021; Kunnskapsdepartementet, 2017; NOU 2014 : 7, 2014; NOU 2015 : 8, 2015; Sawyer, 2006).

Til tross for dette, og at fagfornyelsen har et stort fokus rundt det å styrke dybdelæring, uttrykker ikke de enkelte fagspesifikke læreplanene hva dybdelæring innad i det enkelte fag vil si. Det finnes altså ingen operasjonalisering av begrepet innenfor de spesifikke fagdisiplinene. Læreplanen, som et styrende dokument for skolen, påpeker hva dybdelæring generelt handler om gjennom en definisjon som kommer til uttrykk under hva det vil si å tilegne seg kompetanse. Etter å ha vært i kontakt med flere matematikklærere, både på barne- og ungdomstrinnet, oppleves det at de uttrykker frustrasjon rundt hvordan matematikklæreplanen er bygd opp og strukturert. De hevder at matematikklæreplanen legger dårlig til rette for at de kan bistå elevene i tilegnelse av dybdelæring, og at dette ikke gjøres lettere ved at læreplanen ikke operasjonaliserer begrepet og hva dybdelæring i matematikk faktisk handler om. Denne frustrasjonen kommer også frem hos Sunde og Wille (2017) da de påpeker at:

*«Mye tyder på at læreplaner for fag i grunnskole og i videregående opplæring ikke legger godt nok til rette for elevenes dybdelæring. Evaluering av Kunnskapsløftet har vist at det kan være utfordrende å legge til rette for dybdelæring i undervisningen» (s. 45).*

I boken Dybde//læring – en flerfaglig, relasjonell og skapende tilnærming (Dahl et al., 2019) påpekes det at slik dybde fremstår, på bakgrunn av Ludvigsen-utvalgets utredninger og dermed også slik det fremstår i læreplanen, kun innebar læring. De trekker frem at dette ikke går ut over et kognitivt plan, hvor læring er å anse som tilegnelse av og endring i kognitive strukturer (Dahl & Østern, 2019). Imsen (2021) hevder derimot at det er en svært instrumentalistisk grunntone i fagfornyelsens læreplan, og at dette også strekker seg over og berører dybdelæring og hvordan dybdelæring fremstår i kunnskapsløftet.

### 1.1. Forforståelse

Selv om mange matematikklærere jeg har snakket med uttrykker frustrasjon rundt den nye læreplanen, og ikke ser hvordan denne kan bistå dem i deres arbeid med å gi elevene en god matematikkopplæring, hvor de oppnår dybdelæring i faget, kan jeg dog ikke si at dette er min egen umiddelbare oppfatning av læreplanen. Mitt inntrykk er at læreplanen legger opp til at elevene i større grad skal benytte sine egne ferdigheter og kunnskaper til å opparbeide seg ny kompetanse og kunnskap gjennom ulike arbeidsmetoder og tilnærminger til matematikkfaget, og dermed at læreplanen vektlegger dybdelæring. Det verdt å påpeke at jeg blir særdeles

usikker på om dette faktisk er tilfelle da så mange erfarne matematikklærere uttrykker det motsatte.

Gjennom egen utdanning har jeg gjentatte ganger lest gjennom og benyttet meg av læreplanene for å planlegge undervisning for elever, og min umiddelbare tanke er at læreplanen legger opp til at elevene skal kunne opparbeide seg både god forståelse og kompetanse i matematikkfaget, til tross for at læreplanen ikke spesifikt definerer hva dybdelæring i matematikk vil tilsa. Så da kan man stille seg spørsmål rundt hvorvidt dybdelæring faktisk kommer frem og muliggjøres gjennom fagfornyelsens læreplan i matematikk?

## 1.2. Forskningsspørsmål og relevans

På bakgrunn av at det er så ulik oppfatning rundt fagfornyelsen og den nye læreplanen i matematikk, anser jeg det viktig å forske på denne læreplanen i relasjon til dybdelæring. Det er lærernes oppgave å bistå elevene i deres matematikkopplæring, og dernest å sørge for at det blir lagt til rette for tilegnelse av dybdelæring. Men vektlegger læreplanen dybdelæring? Kan jeg som lærer bistå mine elever i å tilegne seg dybdelæring ved å ta i bruk den nye læreplanen i matematikkfaget? For å forske på dette må jeg forske på læreplanen, og hvorvidt dybdelæring kommer til uttrykk i denne. Masterens forskningsspørsmål blir derfor:

### 1. *Hvordan kommer dybdelæring til uttrykk i fagfornyelsens læreplan i matematikk?*

For å finne ut av dette blir det nødvendig å analysere læreplanen i matematikk for å se hvordan dybdelæring kommer til uttrykk her. Bakgrunnen for dette er at dybdelæring i matematikkfaget ikke blir operasjonalisert og presisert i læreplanen i matematikk. Jeg ønsker derfor å undersøke hvordan dybdelæring, eller elementer som kan relateres til dybdelæring, kommer frem og blir synliggjort i læreplanen. Det blir her nødvendig å se hvordan læreplanen indirekte fremmer tilegnelse av dybdelæring.

Formålet med oppgaven blir å forske på hvordan dybdelæring fremstår i læreplanen i matematikk, da dette kan bistå lærerne i å legge til rette for elevens opparbeidelse av dybdelæring. Bakgrunnen for at dette er interessant og viktig å undersøke er fordi dybdelæring er blitt et så stort tema i fagfornyelsen, men fremdeles ikke operasjonalisert innad i den enkelte læreplanen, og dermed vil det ofte være vanskelig å fange opp, ikke bare hva begrepet tilsier i matematikkfaget, men også hvordan man som lærer kan benytte tiltakene og virkemidlene som blir uttrykt som en del av dybdelæring for å bistå elevene i deres tilegnelse av en dypere matematikkforståelse.

### 1.3. Faglig ståsted

På bakgrunn av at min utdanning i stor grad er sentrert rundt matematikkfaget, ønsker jeg å benytte min masteroppgave på noe jeg tenker kan bistå meg og forberede meg på mitt videre arbeid som profesjonsutøver. Et av fokusene i matematikdidaktikk er hvordan man som lærer kan gå frem for å bistå elevene i deres matematiske opplæring. For å oppnå dette er det viktig at jeg som lærer har kunnskaper om den gjeldende læreplanen og hvordan den legger opp faget, og hvordan jeg kan benytte dette på en god måte for å hjelpe elevene i deres matematiske opplæring.

Deretter ønsker jeg å gå inn og fordype meg i temaet dybdelæring slik det forekommer i læreplanen i matematikk da jeg er av den oppfatning av at dette kan bistå meg i mitt profesjonsrettede arbeid. Av den grunn vil det masterrettede fokuset være på hvordan tilegnelse av dybdelæring fremmes i læreplanen i matematikk etter implementeringen av fagfornyelsen.

I denne masteroppgaven har jeg valgt å begrense meg til læreplanen i matematikk slik den forekommer i fagfornyelsen, og hvordan denne legger til rette for dybdelæring. Om jeg hadde gått inn og tatt for meg flere ulike fagdisipliner og deres læreplaner ville det resultert i en for bred oppgave. På bakgrunn av dette er oppgaven begrenset til en relevant læreplan.

### 1.4. Disposisjon

I det neste kapitlet vil jeg presentere teorien masteren baserer seg på, og jeg vil begynne med å presentere ulike definisjoner på hva dybdelæring omhandler ut ifra flere ulike ståsteder, for så å redegjøre for de ulike metodiske valgene jeg har tatt i denne oppgaven, for deretter å gå inn og redegjøre for hvordan jeg har gått frem for å analysere datamaterialet. Etter analysen vil jeg gå inn på og drøfte oppgavens troverdighet, reliabilitet og validitet. Jeg vil etter dette presentere resultatene av analysen og benytte dette til å besvare oppgavens problemstilling. Avslutningsvis vil jeg drøfte resultatene opp mot teori og tidligere forskning, for så å konkludere om hvordan dybdelæring kommer til uttrykk i fagfornyelsens læreplan i matematikk.

## 2.0. Teori

---

Dybdelæringsbegrepet har fått en svært sentral rolle i flere forskningsrapporter og annen litteratur, men til tross for dette er det mange ulike definisjoner på begrepet, og det blir derfor vanskelig å definere hva begrepet faktisk innebærer. Definisjonene av dybdelæring har i flere tilfeller mange fellestrekk, men de har ulike distinksjoner som kan gjøre det vanskelig å få fatt på hele begrepet og hva det innebærer. Ved å analysere og drøfte ulike definisjoner av begrepet kan man opparbeide seg en bedre og mer helhetlig forståelse av hva begrepet faktisk innebærer.

### 2.1. Ulike definisjoner av begrepet dybdelæring

På Utdanningsdirektoratet (2019a) sin hjemmeside presenteres dybdelæring som det å lære innholdet så godt at man forstår sammenhenger og kan benytte kunnskapen og ferdighetene i andre og nye situasjoner. De presenterer deretter denne definisjonen på dybdelæring:

*«å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre»* (Utdanningsdirektoratet, 2019a, s. 1).

I delutredningen, NOU 2014 : 7 (2014), *Elevenes læring i fremtidens skole – Et kunnskapsgrunnlag*, presenterer Ludvigsen-utvalget dybdelæring som at man:

*«gradvis utvikler sin forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fagområde. Det handler også om å forstå temaer og problemstillinger som går på tvers av fag- eller kunnskapsområder. Dybdelæring innebærer at elevene bruker sin evne til å analysere, løse problemer og reflektere over egen læring til å konstruere helhetlig og varig forståelse»* (NOU 2014 : 7, 2014, s. 35).

I Stortingsmeldingen som introduserte fagfornyelsen, Meld. St. 28. (2015-2016) *Fag – Fordypning – Forståelse – En fornyelse av kunnskapsløftet*, har de benyttet følgende definisjon av dybdelæring:

*«Dybdelæring betyr at elevene gradvis og over tid utvikler sin forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fag. Overflatelæring, som legger vekt på innlæring av faktakunnskap uten at kunnskapen settes i sammenheng, står i kontrast til dybdelæring. Elevenes læringsutbytte øker når de gjennom dybdelæring utvikler en helhetlig forståelse av fag og ser sammenhengen mellom fag, samt greier å anvende*

*det de har lært, til å løse problemer og oppgaver i nye sammenhenger» (Meld. St. 28. (2015-2016), s. 14).*

Definisjonene viser til korrelerende elementer som det å se sammenheng i og mellom fag, samt at elevene får bygge opp en gradvis forståelse. I Ludvigsen-utvalgets delutredning presiseres det at dybdelæring innebærer at elevene må analysere og reflektere over egen læring, da det kun er slik en kan konstruere varig læring og forståelse. Sett i lys av definisjonen til Meld. St. 28. (2015-2016) er det verdt å påpeke at her går man ikke inn på verken analyse, refleksjon, konstruksjon eller varig forståelse. I Utdanningsdirektoratets (2019a) definisjon blir det derimot vektlagt anvendelse, og at dybdelæring handler om at elevene skal kunne anvende det de har lært i andre og nye situasjoner.

Pellegrino og Hilton (2012) blir ofte referert til når det kommer til dybdelæring, til tross for at de henviser til det de refererer til som «*Deeper learning*». De påpeker at «*Deeper learning*» er prosesser hvor individet er i stand til å benytte seg av sin allerede tilegnede kunnskap i nye og ulike situasjoner. Om en oversetter begrepet fra engelsk til norsk får vi dybdelæring. Samtidig kommer det frem av deres forskning at de henviser til mange elementer som korrelerer med hvordan dybdelæring legges frem. De påpeker videre at

*“While other types of learning may allow an individual to recall facts, concepts, or procedures, deeper learning allows the individual to transfer what was learned to solve new problems” (Pellegrino & Hilton, 2012, s. 6).*

Tochon (2010) påpeker at overflatelæring setter søkelys på former og metoder, mens dybdelæring retter søkelyset mot det å opparbeide seg en forståelse. «*Deep learning links new knowledge to prior knowledge across various fields while surface learning memorizes unrelated parts*» (Tochon, 2010, s. 5). Tochon (2010) påpeker at overflatelæring ofte assosieres med fakta og konsepter uten refleksjon; mens dybdelæring omhandler det å relatere teoretiske konsepter til hverdags erfaringer.

De overnevnte definisjonene har flere fellestrekk, men det er også noen forskjeller blant begrepene. Det uttrykkes flere sentrale nøkkelbegreper som er nødvendige for å definere hva dybdelæring innebærer. De ulike definisjonene ser alle ut til å vektlegge forståelse i faget, samtidig som det også blir vektlagt det å konstruere og benytte kunnskap i forskjellige sammenhenger. Så definisjonene understreker altså at dybdelæring handler om å opparbeide seg forståelse i og mellom fag, samtidig som en lærer metoder, begreper og prosedyrer og kan se disse i relasjon til og bruke de i sammenheng med hverandre. På bakgrunn av at dette er

gjengangerne i de øvrige dybdelæringsdefinisjonene anser jeg dette som nøkkelbegreper når det kommer til å forstå hva dybdelæring faktisk innebærer.

## 2.2. Tidligere forskning på dybdelæring

Siden dybdelæring fremtrådte på 1970 tallet med Ference Marton (1975) og hans kollegaer (Marton & Säljö, 1976) har flere andre forsket på hva som skiller dybdelæring fra overflatelæring (Fauskanger & Bjuland, 2018; Lyke & Young, 2006). Marton og Säljö (1976), samt en rekke andre forskere (Biggs, 1999; Chang & Chang, 2008; Hall et al., 2004), anser dybdelæring og overflatelæring som to ulike læringstilnærminger, som bidrar til svært forskjellig læring. Forskere ser ut til å være i overenstemmelse om at dybdelæring handler om å tilegne seg en dypere innsikt og forståelse, og hvor en kan benytte og overføre kunnskapen til andre situasjoner (Booth et al., 1999; Fauskanger & Bjuland, 2018; Marton, 1975; Marton et al., 1993; Marton & Säljö, 1976; Ramsden, 1992).

Rillero (2016) viser til at dybdelæring og overflatelæring har ulike læringstilnærminger når det kommer til fagstoffet. Han påpeker at dyp, konseptuell læring innebærer noe helt annet enn overflatelæring. De som lærer dyptgripende, vil ofte relatere og forsøke å forstå konseptene og hvordan disse samsvarer med situasjoner de kan møte på i hverdagen. Overflatelæringen anser han, som andre forskere (Marton & Säljö, 1976), som å lære noe utenat gjennom memorering og at en godtar informasjon som gyldig uten å stille spørsmål rundt informasjonen og kilden informasjonen kommer fra (Rillero, 2016). Videre kommer det frem at det finnes en rekke metoder som bidrar til arbeidet med dybdelæring, og han trekker blant annet frem bruken av hverdagssituasjoner, problemløsning og utforskende arbeidsmåter (Rillero, 2016).

Bransford et al. (2000/2004) hevder derimot at det å opparbeide seg et godt, faktisk grunnlag er viktig, og begrunner dette med at faktakunnskaper i seg selv er viktige å memorere. Videre påpeker de at kunnskap konstrueres i samhandling med det man allerede vet. De anser dermed overflatelæring som en forutsetning for å kunne opparbeide seg dybdelæring.

Når det kommer til matematikk og forskning på matematikk og matematikkdiraktikk kommer dybdelæring lite til uttrykk. Dette gjør det vanskelig å operasjonalisere begrepet og påpeke hva dybdelæring i matematikkfaget faktisk omhandler. Det er derimot en rekke andre begreper som blir benyttet innenfor fagdisiplinen som kan sees i relasjon til dybdelæring og overflatelæring. Disse begrepene har satt dype spor i matematikk og forskning på matematikkfaget. Star (2005) og Hiebert og Lefevre (1986) hevder at to slike begreper er prosedyrekunnskaper og konseptuell forståelse. Disse begrepene relateres ofte til begreper som *rote learning* og *real*

*understanding* som lenge har vært med på å prege og farge debatten om hva det vil si å lære noe (Schoenfeld, 2007). *Rote learning* kan oversettes og settes opp mot det Sawyer (2006) kaller overflatelæring, mens *real understanding* ofte blir benyttet parallelt med det norske begrepet dybdelæring. Samtidig er det verdt å påpeke at *rote learning* også blir benyttet opp imot og parallelt med andre begreper som kan gjenkjennes fra matematikk og matematikdidaktikken, deriblant Skemp (1976) instrumentelle forståelse, prosedyrekunnskaper og prosedural forståelse (Hiebert & Carpenter, 1992; Hiebert & Lefevre, 1986) og det Kilpatrick et al. (2001) refererer til som procedural fluency. *Real understanding* blir benyttet opp mot matematiske begreper som konseptuell forståelse (Hiebert & Carpenter, 1992; Hiebert & Lefevre, 1986), matematikklæring med forståelse (Carpenter & Lehre, 1999), conceptual understanding (Kilpatrick et al., 2001) og Skemp (1976) relasjonell forståelse. Vi ser her at til tross for at mye forskning på matematikkfaget ikke direkte benytter seg av begrepene dybde- og overflatelæring er det mange begreper som blir benyttet og satt opp mot hva begrepene tilsier og betyr. Jeg vil videre i teoridelen blant annet komme inn på og redegjøre for Carpenter og Lehre (1999) og matematikklæring med forståelse, Kilpatrick et al. (2001) sin trådmodell, samt Skemp (1976) sin relasjonelle og instrumentelle forståelse.

### 2.3. Styringsdokumenter

Jeg vil i dette delkapittelet gå inn på hvordan dybdelæringsbegrepet blir benyttet i norske styringsdokumenter. Som en følge av det regjeringsoppnevnte utvalgets to utredninger; *Elevenes læring i fremtidens skole – et kunnskapsgrunnlag* (NOU 2014 : 7, 2014) og hovedutredningen; *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser* (NOU 2015 : 8, 2015), presenterte Stortinget i 2016, Meld. St. 28. (2015-2016) som beskriver og vektlegger behovet for en fornyelse av skolens læreplaner og kunnskapsløftet.

#### 2.3.1. Styringsdokumenter om dybdelæring

Meld. St. 28. (2015-2016) underbygger at dybdelæring tilsier at elevene gradvis og over tid utvikler egen forståelse av begreper og sammenhenger innad i en fagdisiplin. Elevenes læringsutbytte vil, gjennom implementering av dybdelæring, øke, og elevene vil kunne utvikle en mer helhetlig faglig forståelse, hvor de ser sammenhenger mellom de ulike fagene og innad i de enkelte fagene. Dette vil resultere i at elevene lettere kan overføre kunnskapen til andre, ukjente problemstillinger og benytte det til å løse problemer og oppgaver i nye sammenhenger (Meld. St. 28. (2015-2016)).

Dybdelæring handler om at elevene skal oppnå varig kompetanse, og dermed mestre fagenes sentrale aspekter. Det å implementere dybdelæring og å arbeide for en dypere forståelse vil

kunne resultere i økt kompetanse, og evnen til å overføre kunnskap fra et kunnskapsdomene til et annet (NOU 2015 : 8, 2015). Ludvigsen-utvalget frastår fra å presentere konkrete metoder eller ideer for hvordan arbeidet for oppnåelse av dybdeløring og kompetanse i fagene skal foregå. De presenterer derimot aspekter som bør sette preg på undervisningen, og trekker frem fordykning, refleksjoner og at elevene må lære å se sammenhenger (NOU 2014 : 7, 2014). Videre velger de å presisere at varierte arbeidsformer, aktiv elevdeltakelse, medbestemmelse og medvirkning er tiltak som kan benyttes for å bidra til dybdeløring i de ulike fagene (NOU 2015 : 8, 2015). Utvalget understreker også at læringsarbeid som fremmer dybdeløring forutsetter tilpasning til elevenes egne evner og forutsetninger (NOU 2014 : 7, 2014).

## 2.4. Fagfornyelsen, kunnskapsløftet 2020

Jeg vil i dette delkapittelet redegjøre for hvordan fagfornyelsen, i generelle trekk, går frem og redegjør for dybdeløring og kompetansebegrepene.

### 2.4.1. Dybdeløring i LK20

Ut fra definisjonen til dybdeløring fra Utdanningsdirektoratet (2019a) kan man forstå dybdeløring som det å bygge opp helhetlige kunnskapsstrukturer og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger, både i og på tvers av ulike fagområder. Videre påpeker Utdanningsdirektoratet at ved å legge til rette for dybdeløring arbeider vi for at barn og unge skal utvikle relevante kompetanser for et fremtidig samfunn (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Vi ser store likhetstrekk mellom Utdanningsdirektoratet (2019a) og Ludvigsen-utvalgets (NOU 2014 : 7, 2014; NOU 2015 : 8, 2015) definisjon.

### 2.4.2. Kompetanse i LK20

I fagfornyelsen presenteres dybdeløringbegrepet i korrelasjon med kompetanse. Kompetanse defineres av Kunnskapsdepartementet (2017), som;

*«å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning» (s. 14).*

Definisjonen som presenteres når det kommer til kompetanse har flere likheter med beskrivelsen av dybdeløring. I korrelasjon med dette er det også verdt å påpeke at Ludvigsen-utvalget, i deres hovedutredning, der de påpeker at «*Kompetanseoppnåelse forutsetter dybdeløring*» (NOU 2015 : 8, 2015, s. 10). Denne korrelasjonen kan i stor grad tilknyttes det faktum at kompetanse i stor grad omhandler anvendelse av ferdigheter og kunnskaper, samtidig



som de vet hvordan de kan implementere det i andre situasjoner og når det er hensiktsmessig å benytte det (NOU 2015 : 8, 2015).

### 2.4.3. Kjerneelementene

Til forskjell fra tidligere læreplaner blir det i fagfornyelsen presentert og lagt frem kjerneelementer i de ulike fagene. I læreplanen i matematikk fremheves det at kjerneelementene er aspekter som anses nødvendige for å opparbeide seg dybdelæring og god, varig forståelse i faget. Det påpekes innledningsvis i artikkelen at:

*«I læreplanen er det lagt vekt på at elevene skal bli gode problemløsere og oppdage sammenhenger i, og mellom fagets kunnskapsområder og andre fags kunnskapsområder. Det er disse sammenhengene som legger til rette for dybdelæring og forståelse i faget»* (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 1).

Utdanningsdirektoratet (2019b) understreker at kjerneelementene er å anses som aspekter ved faget elevene må *«lære for å kunne mestre og anvende faget»* (s. 1). Videre påpeker de at kjerneelementene er bestående av både kunnskapsområder, uttrykksformer, begreper, metoder og tenkemåter som er sentrale for de ulike fagområdene. Målet med kjerneelementene er å sette et faglig preg over *«innholdet og progresjonen i læreplanene og skal bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget»* (Utdanningsdirektoratet, 2019b, s. 1).

I matematikk er det utformet seks kjerneelementer, *utforskning og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon og abstraksjon og generalisering*, som presenterer arbeidsmåter, tenkemåter og metoder, mens det sjettede *matematiske kunnskapsområder*, vektlegger sentrale kunnskapsområder (Kunnskapsdepartementet, 2018). Kjerneelementene, og hvordan de sammen står i relasjon til- og har betydning for hverandre, har stor innvirkning og betydning på hva det vil si å opparbeide seg en helhetlig forståelse i matematikkfaget.

## 2.5. Dybdelæringsteori

I dette delkapittelet vil jeg gå inn på Sawyer (2006) sin teori om dybdelæring og overflatelæring, og trekke frem aspekter han mener er viktige for å skape dybdelæring i skolen.

### 2.5.1. Sawyers teori om dybdelæring og overflatelæring

I introduksjonskapittelet *«The New Science of Learning»* presenterer Sawyer (2006) hvordan forståelsen av læring, og hvordan forståelsen av det å tilegne seg kunnskaper har forandret seg på bakgrunn av endringer i samfunnet. Han påpeker at når

«Schools took shape in the nineteenth and twentieth centuries, scientists didn't know very much about how people learn. Even by the 1920s, when schools began to become the large bureaucratic institutions that we know today, there still was no sustained study of how people learn» (Sawyer, 2006, s. 1).

Som et resultat av dette endte skolesystemet opp med en undervisningstradisjon som bar preg av instruksjonisme, ofte referert til som overflatelæring. Dette bar preg av et svært snevert syn på hva læring innebar. Læring blir i dette tilfellet forstått som det å lære ulike fakta og prosedyrer for å løse problemene en står ovenfor. Skolens mål var å bistå elevene i å opparbeide seg en kunnskapsbase som inneholdt faktakunnskaper og prosedyrer, og det var lærerens oppgaven å sørge for at kunnskapen overføres til elevene, noe som i seg selv innebærer at læreren selv må inneha denne kunnskapsbasen, og vite hvordan en skal kunne overføre dette til elevene sine (Sawyer, 2006).

Videre understrekes det at veien gikk fra enkle faktakunnskaper og prosedyrer, før man progressivt kunne gå over til andre mer kompliserte kunnskapsformer (Sawyer, 2006). Hva som anses som lette eller mer kompliserte faktakunnskaper eller prosedyrer er det læreplaner, lærebokforfattere eller lærere som avgjør, ikke noe som blir avgjort ved at man studerer hvordan barn og unge faktisk lærer (Sawyer, 2006). Det er læreren som forteller hvilke faktakunnskaper eller prosedyrer som skal benyttes i de ulike situasjonene, noe som resulterer i en avhengighet av læreren som støttespiller og veileder i problemløsningsarbeidet. Denne kunnskapsformen, hevder Sawyer (2006), blir vanskelig å overføre til andre situasjoner eller benytte utenfor klasserommets fire vegger da man er avhengig av lærerens veiledning og føringer for å påbegynne arbeidet.

Sawyer (2006) hevder at oppnåelse på læring, når det kommer til denne tradisjonelle undervisningsstrukturen, handlet om å huske de ulike prosedyrene og faktaene, og desto mer man husket desto mer var tanken at en hadde lært. Læringsoppnåelse ble kartlagt på bakgrunn av hva elevene husket (Sawyer, 2006). I dag er verden langt mer kompleks på bakgrunn av teknologiske fremskritt, samt jevnere konkurranse på det globale markedet, og på bakgrunn av dette påpeker Sawyer (2006) at instruksjonisme ikke lenger vil bidra eller legge til rette for en utdanning som klargjør elevene for samfunnet. På 1990-tallet, etter 20 år med forskning på klasserom og hva det vil si å lære, ble det presentert ny forskning og forståelse av læring. Denne nye læringsformen er det Sawyer (2006) omtaler som «*learning knowledge deeply*», som jeg for enkelthetens skyld velger å oversette til dybdelæring.

Dybdelæring viser til en mer kompleks forståelse av læring og hva læring innebærer. Dybdelæring handler om at man opparbeider seg en dypere og konseptuell forståelse av faginnholdet. Sawyer (2006) understreker at dette også omhandler det å lære seg ulike fakta og prosedyrer, men at man i tillegg til dette tilegner seg kunnskaper, ferdigheter og evner til å forstå når disse faktaene og prosedyrene er hensiktsmessige å bruke. Han understreker at dybdelæring, som en kontrast til overflatelæring, handler om at elevene selv mestrer når det er hensiktsmessig å benytte de ulike prosedyrene og at de evner å benytte de på egenhånd og overføre det til eget hverdagsliv (Sawyer, 2006). Sawyer (2006) understreker at for å oppnå dette er det viktig å benytte seg av reelle situasjoner som elevene kan relatere seg til, eller ved at man legger til rette for å benytte prosedyrene i virkelige kontekster.

Et annet aspekt ved dybdelæring Sawyer (2006) fremhever er at dypere læring ikke vil oppstå på bakgrunn av lærerens instruksjoner. «*Students can only learn this by actively participating in their own learning*» (Sawyer, 2006, s. 2). Videre påpeker han at det er viktig å skape gode læringsmiljøer hvor elevene bistås i å lære. Slike læringsmiljøer må legge til rette for at elevene gis mulighet til å oppnå et fullt spekter av kunnskap, noe Sawyer (2006) understreker innebærer å lære «*facts and procedures, of course, but also the deeper conceptual understanding that will allow them to reason about real-world problems*» (Sawyer, 2006, s. 2). Det er viktig om man skal oppnå en dypere konseptuell forståelse at det bygges gode læringsmiljøer hvor elevene får muligheten til å være aktive deltakere og løse virkelighetsnære problemer. Videre trekkes det frem at det er viktig å bygge videre på elevenes tidligere kunnskaper og ferdigheter. Elevene ankommer klasserommet med forforståelse om hva som er viktig og hvordan verden fungerer. Noen av disse forforståelsene vil i utgangspunktet vise seg å være korrekte, mens andre vil bygge på misoppfatninger. Dette er naturlige byggesteiner som kan bidra til å konstruere ny kunnskap eller omstrukturere den allerede eksisterende kunnskapen elevene sitter inne med (Sawyer, 2006).

Avslutningsvis i forskningspresentasjonen, om hvordan å oppnå dybdelæring, trekker Sawyer (2006) frem og understreker at det er viktig at elevene blir gitt muligheten til å reflektere og uttrykke kunnskapen de sitter inne med. Sawyer (2006) presiserer at elevene på denne måten oppnår bedre læring. Sawyer (2006) velger deretter å illustrere forskjellene mellom instruksjonisme og dybdelæring ved å presentere forskjellene i en tabell som er gjengitt i tabell 1 under.

Tabell 1: Dybdeløring og overflateløring fra NOU 2014 : 7 (2014, s. 36); Sawyer (2006, s. 4)

<b>Dybdeløring</b> <i>(Learning Knowledge Deeply)</i>	<b>Overflateløring</b> <i>(Traditional Classroom Practices)</i>
Elever relaterer nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaringer	Elever jobber med nytt lærestoff uten å relatere det til hva de kan fra før
Elever organiserer egen kunnskap i begrepssystemer som henger samme	Elever behandler lærestoff som atskilte kunnskapselement
Elever ser etter mønstre og underliggende prinsipper.	Elever memorerer fakta og utfører prosedyrer uten å forstå hvordan eller hvorfor
Elever vurderer nye ideer og knytter dem til konklusjoner	Elever har vanskelig for å forstå nye ideer som er forskjellige fra dem de har møtt i læreboka
Elever forstår hvordan kunnskap blir til gjennom dialog og vurderer logikken i et argument kritisk	Elever behandler fakta og prosedyrer som statisk kunnskap, overført fra en allvitende autoritet
Elever reflekterer over sin egen forståelse og sin egen læringsprosess.	Elever memorerer uten å reflektere over formålet eller over egne læringsstrategier

Jeg vil videre i studien benytte meg av Sawyers (2006) teori i drøftingsdelen, og vil da benytte meg av de norske begrepene dybdeløring og overflateløring.

## 2.6. Å lære matematikk med forståelse

I NOU 2014 : 7 (2014) defineres læring som en tilegnelse av nye eller en forsterkning av kunnskap og ferdigheter man allerede er i besittelse av (Schacter et al., 2009, 2011). Matematikkløring kan anses som en prosess som fører til endringer i måtene man kan forstå, bearbeide og delta i arbeidet med faglige prosesser og produkter (Skott et al., 2018). Jeg vil i dette delkapittelet gå inn på tre ulike teorier på hva det vil si å lære matematikk med forståelse. Jeg vil først presentere Carpenter og Lehre (1999) sin teori om matematikkløring med forståelse, for deretter å gå inn på Kilpatrick et al. (2001) sitt rammeverk for læring og forståelse av matematikk, for så avslutningsvis å presentere Skemp (1976) sine tanker om relasjonell og instrumentell forståelse. Bakgrunnen for at jeg trekker frem alle disse forståelsesaspektene er at dybdeløring blir referert til å lære noe med forståelse, og jeg anser det derfor nødvendig å gå inn på og kartlegge hva det å lære matematikk med forståelse faktisk innebærer.

### 2.6.1. Matematikklæring med forståelse

Carpenter og Lehre (1999) stiller spørsmål rundt hvorfor det er viktig å forstå det en lærer. De presenterer fem former for mental aktivitet som de anser bidrar til matematisk forståelse; å konstruere relasjoner, å utvide og anvende matematiske kunnskap, reflektere over erfaringer, uttrykke det en vet og å omdanne den matematiske kunnskapen og gjøre den til sin egen.

**Å konstruere relasjoner.** Denne mentale aktiviteten omhandler det å benytte uformelle og formelle kunnskaper til å konstruere ny kunnskap (Carpenter & Lehre, 1999).

**Å utvide og anvende matematisk kunnskap.** Det innebærer å skape rike, integrerte kunnskapsstrukturer bestående av faglige begreper og metoder (Carpenter & Lehre, 1999).

**Å reflektere over erfaringer.** Denne mentale aktiviteten innebærer at man bevisst reflekterer, overveier og undersøker hva som ligger i ulike begreper, metoder og prinsipper (Carpenter & Lehre, 1999).

**Uttrykke det en vet.** Dette innebærer å benytte verbale og ikke-verbale uttrykksformer for å presentere sin matematiske forståelse (Carpenter & Lehre, 1999).

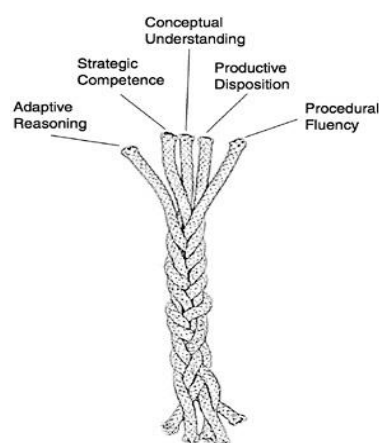
**Å omdanne den matematiske kunnskapen og gjøre den til sin egen.** Dette aspektet handler om at elevene må være aktive deltakere i egen læringsprosess (Carpenter & Lehre, 1999).

### 2.6.2. Matematisk kyndighet

Kilpatrick (2020) definerer det å ha kompetanse i matematikk som «*A structural plan for organizing the cognitive skills and abilities used in learning and doing mathematics*» (s. 110).

Videre hevder de at matematisk kyndighet er det nødvendige for at hvem som helst kan mestre det å lære matematikk. De viser til fem komponenter de mener kan bidra til en dypere, konseptuell forståelse i matematikk, og påpeker at deres fem komponenter kan relateres til dybdelæring.

Deres fem komponenter er illustrert i figur 1. Komponentene, som Kilpatrick et al. (2001) refererer til som «*conceptual understanding*» (konseptuell forståelse), «*procedural fluency*» (prosedyrekunnskaper), «*strategic competence*» (strategisk kompetanse), «*adaptive reasoning*» (adaptive tenkning) og «*productive disposition*» (produktive holdninger), er ansett å være sammenkoblede og gjensidig avhengige.



Figur 1 – Fem tråder Kilpatrick et al. (2001)

**Konseptuell forståelse** handler om å knytte kunnskap og begreper sammen og organisere de til en sammenhengende helhet. På denne måten vil ny og gammel kunnskap konstrueres i samråd med og i relasjon til hverandre (Kilpatrick et al., 2001). Videre påpeker Kilpatrick et al. (2001) at fakta og metoder som er lært med forståelse vil være lettere å memorere og benytte. Det som kjennetegner konseptuell forståelse er å klare å representere matematiske situasjoner på ulike måter, samt å vite hvilke representasjoner som, for ulike formål og oppgavesettinger, vil være nyttige å benytte seg av (Kilpatrick et al., 2001).

**Prosedyrer** er ansett som en kontrast til konseptuell forståelse, og Kilpatrick et al. (2001) hevder at dette er kunnskap om prosedyrer, hvordan og når å benytte ulike prosedyrer og ferdighetene til å benytte ulike prosedyrer på en fleksibel, effektiv og korrekt måte.

**Strategisk kompetanse** er evnen til å identifisere ulike matematiske problemer, hvordan formulere problemene, samt hvordan å gå frem for å løse dem (Kilpatrick et al., 2001).

«Ved å bli dyktige problemløserer lærer elevene å identifisere problemene, oppdage matematiske sammenhenger og finne nye løsningsmetoder når det er nødvendig»  
(Kilpatrick et al., 2001, s. 126, Engelsk i originale, egen oversettelse).

En grunnleggende egenskap som Kilpatrick et al. (2001) påpeker er en nødvendighet og som trengs gjennom hele problemløsningsprosessen, er fleksibilitet. Fleksibilitet utvikles ved at kunnskapen utvides.

**Adaptiv tenkning** handler om å tenke logisk om forholdet mellom konsepter og situasjoner, samtidig som en vurderer resultatets gyldighet. Det handler om å benytte ulike fakta, prosedyrer, konsepter og løsningsmetoder, for så å velge hvilke som er hensiktsmessige å benytte i ulike situasjoner.

**Produktive holdninger** handler om metakognisjon og refererer til det å se fornuft i matematikken (Kilpatrick et al., 2001).

Matematisk kunnskap anses å være en kombinasjon av å ha forståelse og prosedyreferdigheter, å kunne jobbe problemløsende og med fleksibel resonnering, samt å kunne forholde seg produktivt til matematikk, som betyr at man anser faget som nyttig og meningsfullt, og en tro på at man kan gjøre det bra, og på verdien av å gjøre en innsats (Kilpatrick et al., 2001; Skott et al., 2018).

### 2.6.3. Relasjonell og instrumentell forståelse

Innledningsvis i sin artikkel, «*Relational Understanding and Instrumental Understanding*», viser Skemp (1976) til uttrykket *faux amis*, og påpeker at dette begrepet er spesielt relevant når det kommer til begrepet forståelse i matematikkfaget. Dette franske begrepet henviser til at ord og uttrykk kan ha ulike betydninger på forskjellige språk (Skemp, 1976). Videre hevder Skemp (1976) at forståelse kan deles inn i to forskjellige former; instrumentell og relasjonell forståelse.

**Instrumentell forståelse** beskriver Skemp (1976) som «*rules without reasons*» (s. 20). Denne forståelsesformen handler om å memorere og lærer seg et gitt antall regler, metoder og prosedyrer for å løse ulike problemer. Det handler om å kunne metodene som tar deg fra A til B, og tanken er at man putter oppgavene inn i en metode for å produsere et svar fortst mulig. Individuer med instrumentell forståelse er avhengig av at metodene passer med oppgavene de er stilt ovenfor, for om oppgavene ikke passer vil de stå fast, på bakgrunn av at de innøvde reglene ikke gjør det mulig å løse oppgavene (Skemp, 1976).

**Relasjonell forståelse** handler om å bygge opp gode faglige strukturer. Skemp (1976) understreker at dette innebærer å bygge opp *sammenhenger mellom begreper* og å bygge opp *forståelse*. Videre hevder han at relasjonell forståelse ikke bare handler om å vite hvordan komme seg fra A til B, men også hvilken vei som er mest hensiktsmessig å benytte seg av. Skemp (1976) hevder at å bygge opp en relasjonell forståelse i matematikkfaget vil ta tid, på bakgrunn av at emneområder henger sammen og at man må opparbeide seg sammenhenger på tvers av fag (Skemp, 1976).

## 2.7. Arbeidsmåter for å fremme dybdeløring i matematikk

I dette delkapittelet vil jeg gå inn på ulike fremgangsmåter som er ansett å kunne bidra til å fremme dybdeløring i matematikkfaget. Jeg vil ta for meg problemløsning, utforskning, kommunikasjon og metakognisjon og selvregulering. Bakgrunnen for at disse arbeidsmåtene kan relateres til dybdeløring er i stor grad på bakgrunn av Sawyer (2006) sin teori om dybdeløring, og at det finnes mange felles trekk mellom hans teori og de arbeidsmåtene som jeg har valgt å belyse her.

### 2.7.1. Problemløsning

I fagfornyelsen finner vi problemløsning som en del av et kjerneelement, og det uttrykkes at gjennom problemløsning skal elevene få muligheter til selv å utvikle metoder for å løse ulike ukjente problemstillinger i matematikkfaget (Hidayati et al., 2019; Kunnskapsdepartementet, 2018, 2019).

Schoenfeld (2016) uttrykker at det i matematikkfaget er konsensus rundt å legge til rette for at elevene skal bli kompetente problemløserne. Han påpeker at det er flere forskjellige tolkninger av hva det vil si å være en problemløser, og hva som faktisk inngår i beskrivelsen av et problem. Et problem blir ofte ansett å være en matematisk oppgave som skal løses (Schoenfeld, 2016). Hitching og Mørch (2014) understreker derimot at oppgaver hvor fremgangsmåten og prosedyrene er kjent, ikke innebærer problemløsning, men er heller ansett som *ferdighetstrening*. De presiserer derimot at om man får en oppgave hvor metoden er ukjent for oppgaveløseren, er det å anse som en *problemløsningsoppgave* (Hitching & Mørch, 2014). Ut ifra denne spesifiseringen vil ikke alle oppgaver være å anse som problemer. Det er stor konsensus om at dersom oppgaven skal anses å være et problem må fremgangsmåten for å løse oppgaven være ukjent for oppgaveløseren (Bjørqvist, 2001; Hitching & Mørch, 2014; Schoenfeld, 1985; Wilson et al., 1993). Det er oppgaveløseren som avgjør om en oppgave er et problem eller ikke, da det er oppgaveløserens subjektive opplevelse av oppgaven som er avgjørende (Bjørqvist, 2001; Schoenfeld, 1985; Wilson et al., 1993).

Wilson et al. (1993), i likhet med Hitching og Mørch (2014), påpeker at en problemløsningsoppgave vil innebære en oppgave med klart definerte og oppnåelige mål, at løsningsstrategien er ukjent for oppgaveløseren og at oppgaveløseren har en genuin interesse for å løse oppgaven. Kamaluddin og Widjajanti (2019) påpeker at elevene selv bygger opp ny kunnskap og forståelse gjennom å benytte seg av egne erfaringer og kunnskaper. Hiebert og Grouws (2007), i likhet med Brousseau (1997) og Schoenfeld (1985), hevder at elevene utvikler en dypere forståelse for matematikken om de blir pålagt et produktiv slit. I henhold til Hiebert og Grouws (2007) vil produktivt slit innebære å finne, rekonstruere og muligens korrigere innebærende forkunnskaper. Eksisterende kunnskap blir en forløper for ny kunnskapstilegnelse.

Pólya (1990) skisserer, i boken *How to solve it*, fire steg for å løse ulike problemer. Disse fire stegene er retningslinjer, ikke rigide regler en skal følge understreker Pólya (1990), men samtidig velger han å påpeke at om man unnlater å gjennomføre et steg vil det kunne ha uheldige konsekvenser for problemløseren. Pólya (1990) sine fire steg for problemløsning er: **Å forstå problemet.** Dette steget handler om å sette seg inn i oppgaven og finne ut og identifisere hva det er oppgaven spør om eller hvilket problem som blir presentert.



**Lag en plan.** I stor grad handler det om at eleven må tenke over hvordan best gå frem for å løse oppgaven eller om man kan relatere problemet til andre problemer en har møtt på før (Pólya, 1990).

**Gjennomfør planen.** Løs problemet slik du har planlagt (Pólya, 1990).

**Vurder løsningen.** Pólya (1990) understreker at i denne fasen kan det være lønnsomt å se om det fantes andre fremgangsmåter som ville resultert i det samme svaret.

Avslutningsvis om problemløsning er det verdt å understreke at gode problemløserne kan skilles fra dårlige. Lester og Kehle (2003) trekker frem at en god problemløser viser sammenkoblet kunnskap, hvor man ser relasjoner mellom de ulike matematiske komponentene, samtidig som en oppdager og setter søkelys på problemenes strukturelle funksjoner, er klar over egne styrker og svakheter, samt klarer å regulere og velge gode fremgangsmåter og strategier for å løse ulike problemstillinger på gode, hensiktsmessige måter.

### 2.7.2. Utforskende arbeidsmåter

Utdanningsdirektoratet (2020) påpeker at matematikkfaget skal legge til rette «for at elevene skal utforske matematikken og kommunisere om den» (s. 1). Dette aspektet handler, i henhold til Kunnskapsdepartementet (2019), om at elevene gis muligheter til å utvikle evner og kompetanser i å se etter mønster og finne matematiske sammenhenger, samt at man innad i klassefelleskapet skal diskutere seg frem til en felles forståelse. Fremfor å fokusere på produktene elevene produserer, er det prosessen, altså strategiene og fremgangsmåtene, som blir vektlagt (Kunnskapsdepartementet, 2018).

Utforskende arbeidsmåter har en lang tradisjon innenfor matematikk faget, og vi finner flere som vektlegger at utforsking i matematikk kan benyttes på forskjellige måter, og at ikke alle måtene vil være like læringsfremmende.

*«Learning with discovery is an examination-based approach. Students are given a question to answer a problem to solve or observation observations to explain, direct themselves to complete assignments, draw conclusions that match their findings, and “find” conceptual knowledge based on desired facts in the process» (Hidayati et al., 2019, s. 2)*

Bruner (1961) understreker at læring gjennom å benytte utforskende arbeidsmåter krever undersøkelser og aktiv elevdeltakelse som vil kunne bidra til personlige oppdagelser og forståelse. Schunk (2012) påpeker at en slik arbeidstilnærming handler om å teste ut hypoteser, istedenfor å lese eller høre på en lærers presentasjon av nytt fagstoff. Han understreker at

bakgrunnen for dette er at elevene går fra å undersøke spesifikke eksempler til å oversette og benytte dette til å formulere generelle regler, konsepter eller prinsipper. Arends og Kilcher (2010) refererer til «*discovery learning*» som en læringstilnærming hvor man oppmuntrer elevene til å lære ved å la elevene selv undersøke, utforske og at de selv er ansvarlige for å løse problemstillingene de står ovenfor.

Shulman og Keisler (1966) fant i sin forskning ut at veiledende oppdagelseslæring resulterte i bedre læring blant elevene, og påpekte at dette resulterte i at elevene i større grad klarte å overføre kunnskapen til andre, både kjente og ukjente situasjoner. De påpekte at den veiledede oppdagelseslæringen har mer effekt på bakgrunn av at elevene, i den aktive læringsprosessen, fikk bistand når dette var nødvendig. Dette resulterte i at elevene fikk aktivert eller konstruert kunnskap som var passende i den gitte situasjonen, samtidig som de fikk opparbeidet seg en passende kunnskapsbase (Shulman & Keisler, 1966).

Pellegrino og Hilton (2012) påpeker at utforskende arbeidsmåter kan bidra til oppnåelse av dypere faglig innsikt, men i likhet med Shulman og Keisler (1966), hevdet de at dette ikke vil forekomme uten rett veiledningen og støtte. Bruk av åpen utforskning er en ineffektiv måte å fremme dybdelæring på (Pellegrino & Hilton, 2012), og flere andre forskere uttrykker enighet rundt denne uttalelsen (de Jong, 2005; Goldner et al., 1969; Kirschner et al., 2006; Mayer, 2004). Pellegrino og Hilton (2012) velger å påpeke at en langt mer effektiv måte å gå frem for å skape dybdelæring på, vil være å benytte guidet utforskning, ved at læreren spesifiserer og støtter elevene i deres arbeidsprosess.

### 2.7.3. Kommunikasjon i matematikk

En av de største utfordringene matematikklærere står ovenfor er hvordan å tilrettelegge for helklassediskusjoner hvor man benytter elevenes egne utsagn og resonnement for å bistå elevens matematikklæring (Ball, 1993; Stein et al., 2008). NCTM (2000) påpeker at kommunikasjon er en essensiell del av matematikkfaget og matematikkopplæringen. «*Through communication, ideas become objects of reflection, refinement, discussion, and amendment*» (NCTM, 2000, s. 60). Kommunikasjonsprosesser bidrar til å bygge forståelse, samtidig som en vil få trening i hvordan å presentere egne ideer, både skriftlig og muntlig. Gjennom egne og andres resonnementer oppstår muligheter til å utvikle forståelse (NCTM, 2000).

Hufferd-Ackles et al. (2004) viser til «*math-talk*» og påpeker at dette handler om hvordan man benytter matematiskdiskursen for å støtte opp om matematikklæringen til alle deltakerne i klassefelleskapet. De påpeker at «*math-talk*» inkluderer fire komponenter; å stille spørsmål, å

forklare matematisk tankegang, å være en kilde til matematiske ideer og å være ansvarlig for læring (Hufferd-Ackles et al., 2004, s. 87).

**Å stille spørsmål.** Hovedfokuset ved denne komponenten er hvordan den som stiller spørsmålene formulerer seg i klasseromsinteraksjonene. Gjennom spørsmål vil en bidra til at elevenes svar vil få en plass i klasseromsdiskursen, slik at den kan vurderes og bygges på.

**Å forklare matematiske tankeganger.** Hovedmomentet ved denne komponenten er at elevene skal gis muligheter til å sette ord på egne tanker og ideer og fremme disse gjennom klasseromsinteraksjoner.

**Å være en kilde til matematiske ideer.** Denne kategorien handler om at læreren lar elevene presentere og forklare nye tanker, metoder og strategier.

**Å være ansvarlig for læring.** Læreren tilrettelegger for at elevene får muligheter til å lære av og gi tilbakemeldinger til hverandre, samt at elevene må være aktive deltakere og er ansvarlige for egen læring.

#### 2.7.4. Metakognisjon og selvregulering

Flavell (1976) definerer metakognisjon som «*one's knowledge concerning one's own cognitive processes and products or anything related to them*» (s. 232) og hvordan en aktivt overvåker og regulerer de påfølgende tankeprosessene (Flavell, 1976). Schoenfeld (1987) hevder at om en oversetter begrepet til hverdagsspråket handler metakognisjon om «*reflections on cognition*» eller «*thinking about your own thinking*» (Schoenfeld, 1987, s. 189). Videre påpeker han at en mer presis definisjon, basert på forskning, som deler metakognisjon inn i tre deler;

- Kunnskap om egne tankeprosesser, hvorav det handler om hvor nøyaktig en kan beskrive egen tenkning.
- Selvregulering. Dette aspektet handler om hvor god kontroll en har over hva man gjør når det kommer til problemløsning, og hvordan man går frem for å benytte dette videre i problemløsningstilfeller.
- Holdninger og intuisjon. Det understrekes at dette aspektet handler om hvilke matematiske ideer og holdninger en tar med seg inn i det matematiske arbeidet, og hvilke måter dette har innvirkning på måten man arbeider med matematikken på.

Metakognisjon er en prosess som omhandler det å tenke og reflektere over eget matematisk arbeid og prosesser. Flavell (1979) viser til at metakognisjon bidrar til og spiller en sentral rolle når det kommer til

*«oral communication of information, oral persuasion, oral comprehension, reading comprehension, writing, language acquisition, attention, memory, problem solving, social cognition, and, various types of self-control and self-instruction; there are also clear indications that ideas about metacognition are beginning to make contact with similar ideas in the areas of social learning theory, cognitive behavior modification, personalty development, and education»* (Flavell, 1979, s. 906).

Forskere viser med dette at metakognisjon er et sentralt og viktig aspekt når det kommer til både elevenes læring og forståelse.

## 3.0. Metode

---

Dette kapittelet inneholder begrunnelse for de metodiske valgene jeg har tatt i denne masteravhandlingen. Jeg vil først redegjøre for kvalitativ forskningstilnærming. Deretter vil jeg gå inn på og redegjøre for oppgavens vitenskapsteoretiske ståsted, fenomenologi, for deretter å redegjøre for hermeneutikk som utgjør masteravhandlingens vitenskapsteoretiske ramme. Avslutningsvis vil jeg redegjøre for dokumentanalyse som datainnsamlingsmetode, for så å redegjøre for tematisk analyse, samt beskrive analyseprosessen.

### 3.1. Kvalitativ forskningstilnærming

Jeg har valgt å benytte meg av en kvalitativ tilnærming, i form av en tematisk dokumentanalyse. Bakgrunnen for dette valget er at en kvalitativ tilnærming, i henhold til Gleiss og Sæther (2021), er mer fleksibel og åpen enn den kvantitative tilnærmingen. Denzin og Lincoln (2005) påpeker at, som forsker må jeg være bevisst på at, forskningen er sterkt påvirket av egen fortolkning av empirien. Mange forskere som samler inn kvalitative data vil ofte ha konkrete og definerte temaer de ønsker å belys gjennom forskningen (Postholm & Jacobsen, 2016).

I min forskning ønsker jeg å se hvordan læreplanen i matematikk, slik den forekommer i LK20, legger til rette for at det skal være mulig for elevene å tilegne seg dybdelæring. For å belyse dette vil jeg analysere hvordan dybdelæring kommer til uttrykk i fagfornyelsens læreplan i matematikk.

### 3.2. Vitenskapsteoretiske ståsted – fenomenologi

Jeg har valgt en fenomenologisk tilnærming, da jeg ønsker å fange opp hvilke perspektiver på dybdelæring som kommer til uttrykk i læreplanen. Hovedformålet med en fenomenologisk forskningstilnærming er å forstå konkrete relasjoner som er erfart ut i fra en bestemt situasjon eller kontekst (Moustakas, 1994). I korte trekk handler fenomenologi om hvordan begivenheter, tekst eller ting umiddelbart blir oppfattet, og er opptatt av å få frem den ekte erfaringen (Postholm, 2020). Bruken av fenomenologisk metode handler om å studere hvordan verden er blitt slik den er (Nyeng, 2012).

### 3.3. Vitenskapligteoretisk ramme – hermeneutikk

På bakgrunn av at fortolkning står sterkt i kvalitativt forskningsarbeid vil den vitenskapelige rammen være hermeneutisk. En hermeneutisk tilnærming innebærer at forskeren forsøker å oppdage meningsperspektiver til forskningsmaterialet gjennom å analysere tekst eller språk (Postholm, 2020). Å fortolke noe vil si at en forsøker finne meningene i noe eller oppklare noe som oppleves som uklart (Dalland, 2018). Dette krever bevissthet omkring den hermeneutiske sirkel (Alvesson & Sköldberg, 2009). Gjennom den hermeneutiske sirkel kan man se helheten

i lys av delene den består av, og samtidig forstå delene i lys av dens helhet. Som forsker må du kontinuerlig veksle mellom deler og helhet (Postholm & Jacobsen, 2016). Dette innebærer at om jeg skal kunne opparbeide meg en forståelse av hvordan dybdeløring kommer til uttrykk i, må jeg se læreplanen i lys av hvordan jeg forstår og oppfatter dybdeløring, og hva dybdeløring faktisk innebærer.

Individuell, subjektiv forståelse er en del av en persons opplevelse og erfaringer som vil spille inn på og prege forskningen, uavhengig om forskeren er bevisst på dette eller ei (Postholm & Jacobsen, 2016). Når en skal forske på et fenomen eller en praksis vil forskerblikket farges av erfaringer og kunnskap forskeren allerede har tilegnet seg (Postholm & Jacobsen, 2016). Hans-Georg Gadamer er en sentral figur innenfor den hermeneutiske retningen (Høgheim, 2020). Gadamer anså hermeneutikk som et filosofisk ståsted for individenes forståelse av verden (Gadamer, 2004; Høgheim, 2020; Krogh, 2014). Essensen i hermeneutikk, fra Gadamer ståsted, er at alle har en forforståelse som påvirker og former forskningsarbeidet. Denne forståelsen kalte Gadamer et individs fordommer (Gadamer, 2004; Krogh, 2014). Gadamer påpekte at uten slike fordommer, vil man aldri kunne tre inn i den hermeneutiske sirkelen, og dermed ikke bearbeide og sjalte ut fordommer som hindrer opparbeidelse av en bedre forståelse (Gadamer, 2004; Krogh, 2014). Fordommene og forforståelsen man har utgjør en helhet, men dette er en helhet vi aldri vil få full oversikt i og vi kan aldri være den helt bevisst (Gadamer, 2004; Krogh, 2014).

### 3.4. Metodekonkretisering

For å besvare masterens problemstilling, vil det være teksten i læreplanen i matematikk som blir min empiri og mitt kildemateriale. Det vil være tekstens innhold og funksjon, heller enn det språklige, som blir aspektene som vil være analysebidragene. Gleiss og Sæther (2021) påpeker at en slik innholdsanalyse, som omhandler å identifisere ulike temaer innad i tekstmaterialet, er en generell strategi å benytte seg av når det kommer til kvalitative analyser. Innholdsanalysen gir forskeren stor frihet til selv å velge hva som er relevant ved hjelp av teoretiske begreper fra forskningslitteraturen, for å bistå i arbeidet med å fortolke og analysere tekstmaterialet. En kvalitativ tilnærming gir meg som forsker muligheten til å gå i dybden og å ha en mer utforskede tilnærming til empirien (Gleiss & Sæther, 2021).

#### 3.4.1. Innholdsanalyse

Det er viktig å understreke det faktum at det ikke er forskeren selv, men andre som har produsert de offentlige eller private nedtegnelsene (Creswell, 2012). Dokumenter som gjentatte

ganger blir benyttet i forskning og er gjenstand for analyser er ofte skrevet med et helt annet formål enn hva forskeren intenderer å benytte kildematerialet til (Thagaard, 2013).

En fordel når det kommer til å benytte empirien fra skriftlige dokumenter er at kilden ikke blir påvirket av datainnsamlingen eller analysen forskeren gjennomfører. Skrevne tekster endres ikke av at en forsker gjennomfører en analyse av dem (Grønmo, 2004). Fangen (2019) påpeker at å gjennomføre en innholdsanalyse vil tilsi å etablere kategorier for så å gjennomgå hvor mange ganger de ulike kategoriene forekommer i en gitt tekst, men også å studere teksten som en helhet eller kode enkelte segmenter av teksten. Høgheim (2020) sier derimot at en innholdsanalyse er en analytisk tilnærming, hvor hovedformålet vil være å tolke tekstdataene gjennom en systematisk koding i kategorier eller temaer. Grønmo (2004) benytter derimot begrepet kvalitativ innholdsanalyse og påpeker at dette innebærer en systematisk gjennomgang av dokumentet for å finne informasjon som er relevant med forbehold om hva studien undersøker. For å samle den nødvendige informasjonen går man inn og kategoriserer innholdet og registrerer de interessante dataene fra datamaterialet. Grønmo (2004), Høgheim (2020) og Fangen (2019) ser ut til å ha en konsensus om hva en innholdsanalyse innebærer. Braun og Clarke (2006) benytter derimot et annet navn på dokumentanalyse, og henviser til det de kaller en tematisk analyse. De presenterer en tematisk analyse som å søke ut og oppdage mønstre i og på tvers av datamaterialet (Braun & Clarke, 2006). Uansett hva en velger å kalle analyse, vil analysens viktigste formål være «å skape et system, et mønster og en mening» (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 102).

Det finnes mange måter å gå frem for å ta i bruk en innholdsanalyse, men i korte trekk handler en innholdsanalyse om at man går inn og har som mål å tolke tekstinholdet systematisk gjennom koding og kategorisering av forskjellige temaer i empirien (Høgheim, 2020).

### 3.4.2. Utvalg

I denne forskningen har jeg valgt å kun gå inn på en enkelt læreplan, læreplanen i matematikk. Bakgrunnen for dette valget er at jeg, som masterstudent i matematikk og matematikdidaktikk, anser dette som en mulighet til å se hvordan læreplanen tilrettelegger og bistår meg, som lærer, i mitt arbeid og for å opprettholde mitt samfunnsmandat om å bistå elevene i deres læring og utvikling. På bakgrunn av masterens problemstilling; *Hvordan kommer dybdelæring til uttrykk i fagfornyelsens læreplan i matematikk*, velger jeg å ekskludere vurderingsaspektene ved læreplanen. Hovedtankene rundt dette er at dette er rettet mot hvordan jeg som lærer kan gå frem for å vurdere elevenes utbytte og kompetansetilleggelse, og ikke hvordan læreplanen uttrykker eller fremmer dybdelæring.

### 3.5. Analyse av datamaterialet

Masteroppgavens hensikt er å undersøke hvordan dybdelæring kommer til uttrykk i fagfornyelsens læreplan i matematikk. For å analysere datamaterialets innhold ble det benyttet en tematisk analyse. I dette delkapittelet vil jeg presentere analysemetoden, for deretter å presentere fremgangsmåten for analysene av læreplanen. Det vil bli gjennomført en analyse for å se hvilke aspekter ved dybdelæring som er fremtredende i læreplanen i matematikk fra læreplanverket LK20.

#### 3.5.1. Induktiv tilnærming av datamaterialet

Jeg valgt å benytte meg av en induktiv tilnærming for å analysere læreplanen, og bakgrunnen for dette valget er at i en induktiv studie er situasjonene med på selv å bestemme og forme studien. Ved å velge en induktiv tilnærming på den tematiske analysen vil det være den som belyser den aktuelle empirien som bestemmer hvilken teori om vil være aktuell å ta i bruk, og dette kommer frem av den kvalitative analysen. Som forsker tar jeg utgangspunkt i situasjoner som har oppstått i empirien, og at det er disse situasjonene som rettleder studien (Postholm, 2020; Postholm & Jacobsen, 2016). «Forskeren skal ikke ha noen forutinntatte holdninger, men kun registrere det som skjer» (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 40). Forskeren tolker betingelsene i de ulike situasjonene basert på sin egen referanseramme (Postholm, 2020). «Forskeren med sine erfaringer, opplevelser og teorier prøver å forstå og skape mening i datamaterialet» (Postholm, 2020, s. 26-27).

En av grunnene til at jeg har valgt denne tilnærmingen, og ikke en deduktiv tilnærming, er at jeg var bekymret for at aspekter ved dybdelæring som kommer til uttrykk i læreplanen i matematikk ville falle utenfor ved å ta i bruk et spesifikt rammeverk eller en spesifikk dybdelæringsteori. Det at det er mange ulike tanker og ideer rundt dybdelæring bidro til å styrke begrunnelsen, da mange ulike rammeverk trekker frem og fremhever ulike aspekter ved dybdelæring.

#### 3.5.2. Tematisk analyse

En tematisk innholdsanalyse går ut på å finne temaer i datamaterialet. Temaene blir benyttet som koder for å samle sammen like temaer som kan analyseres og sammenlignes. En tematisk innholdsanalyse er ansett å være en analysemetode som presenterer forskeren for en måte å søke i og finne mønster på tvers av datamaterialet. Braun og Clarke (2006) presenterer en streng, sekstrinns prosess for hvordan å gå frem for å analysere det kvalitative datamaterialet, og det er denne tilnærmingen jeg akter å benytte meg av for å analysere mitt datamateriale. De seks trinnene de presenterer blir i sin helhet presentert i tabell 2 under, og innebærer at man:



les gjennom og skaff et overblikk over datamaterialet, se etter og opprett innledende koder, søke etter koder i datamaterialet og samle de tilnærmet like kodene, gjennomgå temaene, tilpasning av temaene ved å gi klare definisjoner og navn og avslutningsvis utarbeid en rapport ut ifra funnene fra datamaterialet (Braun & Clarke, 2006).

Tabell 2: Visuell presentasjon av analyseprosessen slik den presenteres av Braun og Clarke (2006)

Analyseprosessen stegvis forklart	Innhold
Overblikk over datamaterialet	Lese gjennom læreplanen i matematikk. Finn ut hvilke kapitler og delkapitler som blir presentert og hvilke som vil kunne være aktuelle å analysere.
Innledende koder	Merk funnene som er av interesse. Dette gjøres ved å merke datamaterialet med understrek.
Søke etter temaer	Samle og sorter de innledende kodene i nye overordnede temaer. Koder som samsvarer eller korrelerer blir gruppert sammen.
Gjennomgang av temaene	Gå over temaene og tilpass kodene til de ulike tekstutdragene fra datamaterialet.
Tilpasning av temaer	Utarbeidelse av klare definisjoner for hva temaene innebærer og hvilke koder som inngår i de ulike temaene
Utarbeide rapport	Skriv ned og produser funnrapport om hva som kom frem gjennom analysen av datamaterialet. Se analysen opp mot oppgavens problemstilling og skriv/produser masterens resultatkapittel

### 3.6. Tematisk analyse av læreplanen

#### 3.6.1. Dybdeløring og hvordan det kommer til uttrykk i læreplanen i matematikk

Dette delkapittelet vil omhandle hvordan jeg har benyttet den tematiske analysen til å analysere læreplanen i matematikk for å besvare problemstillingen; *Hvordan dybdeløring kommer til uttrykk i læreplanen?*

### Overblikk over datamaterialet

Læreplanen i matematikk (MAT01-05, Kunnskapsdepartementet, 2019) inneholder ulike delkapitler som er med på og bygger opp en helhetlig læreplan.

I kapittelet *om faget* trekkes det frem fire underkapitler. (1) Fagets relevans og sentrale verdier som presiserer hva som er ansett som sentrale aspekter ved matematikkfaget. (2) Kjerneelementene som igjen deles inn i seks nye underkategorier, (I) utforskning og problemløsning, (II) modellering og anvendelser, (III) resonnering og argumentasjon, (IV) representasjon og kommunikasjon, (V) abstraksjon og generalisering og (VI) matematiske kunnskapsområder. (3) De tverrfaglige temaer, med to underkategorier; (I) folkehelse og livsmestring og (II) demokrati og medborgerskap. (4) De grunnleggende ferdighetene, som er delt inn i (I) muntlige ferdigheter, (II) skriveferdigheter, (III) leseferdigheter, (IV) regneferdigheter og (V) digitale ferdigheter. Avslutningsvis i læreplanen for matematikkfaget finner vi kapittelet som trekker frem *kompetansemålene og vurderingsaspektene* for de ulike opplæringstrinnene.

### Innledende koder

For å kode materialet gikk jeg igjen gjennom hvert enkelt delkapittel i læreplanen. Jeg merket først segmenter og ord jeg anså som aspekter som ville bidra til å fremme læring. Dette arbeidet ble gjort ved at jeg lastet ned læreplanen og kopierte den ut. Jeg valgte å streke under ulike aspekter som jeg relaterte til dybdelæring under hvert enkelt, og under i tabell 3 ligger et lite utdrag, men kodene i sin helhet vil ligge vedlagt i vedlegg 1, før jeg i hvert delkapittel gikk inn og analyserte om det var samsvar mellom de ulike aspektene som var merket.

Etter å ha streket under alle ordene og segmentene jeg anså som relevante for å fremme læring satt jeg igjen med 233 koder. Jeg valgte deretter å luke ut kodene som oppsto flere ganger eller hadde tilnærmet lik ordlyd i datamaterialet. Etter at dette arbeidet var gjennomført satt jeg igjen med 183 antall koder.

Tabell 3: Koder som kom til syne i læreplanen

Problemløsning	Å løse problemer	Mer vekt på strategi enn løsning	Bruke matematikken i og utenfor faget	Modellering	Mønstre
Sammenhenger	anvendelser	utforskning	Kritisk tenking	Kommunikasjon	Kritisk vurdering

Under i tabell 4, vil jeg legge ved et eksempelutdrag for å viser hvordan jeg innledningsvis gikk frem for å analysere læreplanen og hvordan læreplanen i matematikk uttrykker dybdelæring.

Tabell 4: Eksempelutdrag fra datamaterialet og den innledende kodingen av læreplanen

Utdrag fra læreplanen	Koding
Matematikk er et sentralt fag for å kunne forstå <u>mønstre</u> og <u>sammenhenger</u> i samfunnet og naturen gjennom <u>modellering</u> og anvendelser. Matematikk skal bidra til at elevene <u>utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenkning og kommunikasjon</u> gjennom abstraksjon og generalisering. Matematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i <u>utforskning og problemløsning</u> .	Alle kodene som anses å være relaterte til læring skal understrekes. Se eksempel under: <u>Mønstre</u> <u>Sammenhenger</u> <u>utvikler et presist språk for resonnering</u> <u>kritisk tenkning</u> <u>kommunikasjon</u> <u>utforskning</u> <u>problemløsning</u>

#### Søking etter temaer

Da det å arbeide ut ifra 183 ulike koder ikke bare vil være svært tidkrevende, men også uoversiktlig, valgte jeg å slå sammen tilnærmet like koder. Etersom temaer som *problemløsning, utvikle en metode for å løse et ukjent problem, vurdere løsningsens gyldighet* inneholdt alle temaet aspekter som kan relateres til problemløsning, valgte jeg å slå disse kodene sammen og opprettet den tematiske koden problemløsning. Videre fortsatte jeg arbeidet med å søke etter temaer på bakgrunn av kodene. Temaet ferdighetstrening oppsto ved at koder som *kjente problemer, å løse problemer, lage egne mønstre* og liknende koder ble slått sammen til ett tema.

For å se hvordan alle kodene ble samlet inn under nye kategorier eller sammen med andre koder se vedlegg 2. Etter at søkingen etter korrelerende koder var gjennomført satt jeg igjen med 12 overordnede koder.

#### Gjennomgang av temaer

Etter at jeg hadde gruppert de innledende kodene endte jeg opp med 12 forskjellige temaer, som ble navngitt på bakgrunn av hva kodene som var inkludert i temaet omhandlet og ble kalt; problemløsning, ferdighetstrening, anvendelse, sammenhenger, utforskning, vurdering og kritisk tenkning, kommunikasjon, argumentasjon, resonnering, representasjoner, å tenke og egen læring.

### *Tilpassing av temaer*

På bakgrunn av at en del av temaene inneholder korrelerende elementer valgte jeg å slå sammen noen temaer for å få et mindre utvalg hovedtemaer. Kategoriene vurdering og kritisk tenkning, valgte jeg å dele opp i tre ulike kategorier. Grunnen til at jeg valgte å dele denne opp igjen, var at etter hvert som jeg begynte å se over kodene, så jeg at det var flere korrelerende elementer med flere av de andre temaene som gjorde at de passet bedre her. Kritisk tenkning ble slått sammen med kommunikasjon, mens vurderingsaspektet ble delt opp, og plassert under utforskning og anvendelse, da det varierte hvor kodene passet best.

Jeg valgte å slå sammen problemløsning, anvendelse og ferdighetstrening, og kalte denne kategorien anvendelse. Bakgrunnen for navnsettingen er at alle tre temaene omhandler det å anvende matematikken på hensiktsmessige måter. Jeg valgte deretter å slå sammen temaene sammenhenger og utforskning, men valgte å beholde utforskningsnavnet. Det å se sammenhenger kan ses opp mot det å oppdage underliggende prinsipper og mønstre, samtidig som utforskning i store deler av læreplanen vektla det å se sammenhenger. Jeg valgte deretter å slå sammen kommunikasjon, argumentasjon, resonnering og representasjoner på bakgrunn av at alle disse temaene omhandler måter å kommunisere matematikk på, og jeg har valgte å kalle temaet kommunikasjon. Representasjoner er det ene temaet jeg hadde litt vansker med å plassere. Bakgrunnen for at denne koden var vanskeligere enn de andre var fordi at jeg følte koden både kunne passe inn under anvendelse, da det å benytte seg av ulike representasjonsformer kan anses å være å anvende matematikken, men samtidig kunne koden også plasseres under kommunikasjon, da det å representere matematikk kan være en måte å uttrykke matematikken på forskjellige måter, og det er derfor at koden ble lagt inn under temaet kommunikasjon, i stedet for anvendelse.

Å tenke og egen læring valgte jeg å slå sammen og bytte navn på. Denne nye overordnede kategorien valgte jeg å kalle metakognisjon og selvregulering. Grunnen for navndringen er at det å vurdere, kritisk tenkning, å tenke, reflektere og liknende er et av kjennetegnene på hva metakognisjon omhandler, mens å utvikle egne læring og reflektere over egen læring ofte omtales som selvregulering. Disse temaene omtales ofte i samråd med hverandre, og jeg valgte derfor å slå de sammen til en kategori. Under i tabell 5 er en fremstilling av de nye hovedtemaene og hvilke underkategorier som temaene omhandler:

Tabell 5: Nye hovedtemaer og deres underkategorier

Temaer	Underkategorier
Anvendelse	Problemløsning, anvendelse og ferdighetstrening
Utforskning	Sammenhenger og utforskning
Kommunikasjon	Kommunikasjon, resonnering, representasjoner og argumentasjon
Metakognisjon og selvregulering	Vurdering og kritisk tenkning, å tenke og egen læring

For en komplett oversikt over de fire nye temaene, og hva de inneholder, se vedlegg 3.

### 3.7. Troverdighet

I dette delkapittelet vil gå inn på og se på metoden med et kritisk blikk, samt gå inn på forskningsetikk, reliabilitet og validitet.

#### 3.7.1. Kritisk blikk på metoden

Metode, og hvilken metode som er best egnet å benytte i egen forskning, er i stor grad avhengig av hva en ønsker å undersøke, og hva en anser som mest fruktbart sett opp mot forskningens problemstilling eller tematikk (Gleiss & Sæther, 2021; Grønmo, 2004; Silverman, 2006). Jeg valgt å benytte meg av dokumentanalyse som metode. Dette valget falt naturlig på plass da det var læreplanen i matematikk, slik den forekommer i fagfornyelsen LK20, jeg ønsket å studere. Dette er et dokument som alle matematikklærere må kjenne til og benytte i ulike deler av lærerarbeidet. Læreplanen i matematikk har etter fagfornyelsens inntreden fått en annen oppbygning enn tidligere da, foruten første og andre klasse, man nå har årlige kompetansemål som viser til kompetansene elevene skal inneha etter endt skoleår.

Å være bevisst på valg av metode anses som svært viktig, for når en velger en spesifikk tilnærming, velger en vekk noe annet (Kjeldstadli, 1999, s. 47). Metoden jeg har valgt for denne oppgaven gir meg en type datamateriale, mens en annen metode ville gitt meg noe helt annet. Samtidig vil også en annen person kunne oppnå andre resultater enn meg. For meg, og mitt tilfelle, er empirien avgrenset til en skriftlig kilde, skrevet for et annet formål enn undersøkelsen og skrevet av andre personer enn meg, som forskeren. Om jeg for eksempel hadde valgt intervju som metode ville jeg kunne fått annet relevant stoff og sett på hvordan lærere anser læreplanens tilrettelegging for utvikling av dybdelæring, men jeg ville ikke fått undersøkt hvordan jeg personlig opplever læreplanens tilrettelegging av dette. Fordi oppgaven har begrensinger i form av størrelse og omfang, måtte jeg ta metode valg og fremgangsmåte, og jeg valgte derfor å gå for førstehåndserfaringer som en dokumentanalyse gir meg muligheten til å skape, i stedet for å intervju andre og arbeide ut fra andrepersonserfaringer. Muligheten

jeg ser ved å benytte dokumentanalyse av læreplanen i matematikk, og hvordan denne legger til rette for dybdelæring er nettopp å se hva læreplanen *selv* uttrykker; ikke læreres erfaringer og tanker om hvordan dybdelæring fremstår i matematikklæreplanen. Dernest er det viktig å påpeke at forskjellige metoder har ulike muligheter, men også sine begrensninger.

Læreplanen i matematikk, som er min empiri, sier ingenting om hva som faktisk skjer og blir gjennomført i praktisk gjennomføring i klasserommet. Det er planer som sier noe om intensjonsnivå, hva intensjonen er at elevene skal ha av kompetanse etter endt skoleår. Planene blir skrevet før implementeringen i skolen, og metoden legger ikke til rette for å analysere hvordan disse planene blir iverksatt i klasserommet, men om planene på generelt nivå legger til rette for å iverksette dybdelæring i klasserommene. Jeg kan dernest ikke gå inn på og uttale meg om hvordan elevens opplæringstilbud er på bakgrunn av læreplanen i matematikk, da min metodiske tilnærming ikke legger til rette for eller åpner opp for en slik vurdering. Det jeg derimot får tilgang til er den nedskrevne planen for hva elevene skal tilegne seg av kompetanse gjennom matematikkopplæringen, og hva læreplanen legger til rette for.

### 3.7.2. Forskningsetikk

En masteroppgave er å anse som en vitenskapelig virksomhet, og dernest må jeg som forsker forholde meg til forskjellige etiske prinsipper (Thagaard, 2013). De nasjonale forskningsetiske komiteene (NESH) har utarbeidet noen forskningsetiske retningslinjer for å bistå forskere og forskningssamfunn med refleksjon over ulike etiske anliggende som kan oppstå ved forskning (Staksrud et al., 2021). Jeg vil under vise til og reflektere rundt noen av disse etiske retningslinjene.

Et av punktene som blir presisert er at

*«Forskere har ansvar overfor alle personer som inngår i eller deltar i forskning. Forskere skal respektere deres menneskeverd og ta hensyn til deres personlige, integritet, sikkerhet og velferd»* (Staksrud et al., 2021, s. 1).

På bakgrunn av at oppgaven baserer seg på en kvalitativ analyse av læreplanen, hvorav jeg ikke er i kontakt med eller studerer andre individer, har jeg dernest ingen personer å ivareta eller som jeg var ansvarlig for. Jeg behøvde derfor ikke, i denne masteroppgaven, å søke Norsk senter for forskningsdata (NDS) om tillatelse til å samle inn personlige opplysninger eller personinformasjon som kan bli gjenkjent av andre.

Dokumentanalyse tilsier at en ikke *«kommer i fysisk nærkontakt eller påvirker de mennesker, hvis handlinger eller ytringer man studerer»* (Duedahl & Hviid Jacobsen, 2010, s. 18). Dette

er et svært viktig poeng som det er viktig å ha i bakhode under arbeidet med mitt prosjekt. Det at læreplanene er skrevet av individer med sin subjektive tolkning på hva dybdelæring innebærer, vil ikke tilsi at vi har den samme forståelsen for dybdelæringsbegrepet. Det kan derfor oppstå et etisk anliggende der jeg vil komme til å kritisere læreplanen for ikke å legge til rette for dybdelæring, til tross for at dette er noe læreplanskribentene har ønsket å fremme med den nye fagfornyelsen. Da lærerplanen er et styrende dokument, hvor skoleorganisasjonen blir rettleidet mot hva, og på mange måter hvordan, elevene skal tilegne seg av kompetanse gjennom skolegangen blir det viktig å være saklig gjennomgående i analysen av læreplanens innhold.

Staksrud et al. (2021) påpeker at forskere har et kollektivt ansvar for å opptre på en sannferdig måte. De viser til at dette omhandler å respektere hverandre og anerkjenne andres bidrag når det kommer til publikasjoner (Staksrud et al., 2021). Det er derfor svært viktig å benytte og kreditere de korrekte individene for sine tanker, meninger og erfaringer.

### 3.7.3. Reliabilitet

Reliabilitet handler om hvorvidt dataene fremstilles på en nøyaktig og korrekt måte, samtidig som de oppleves som stabile (Befring, 2015). Ved å gjennomføre en dokumentanalyse har forskeren som mål å trekke ut informasjon som er relevant for å besvare oppgavens forskningshensikt (Høgheim, 2020). Uavhengig av dokument, vil eldre data være tiltenkt og opprettet med en spesifikk kontekst eller målgruppe i tankene (Høgheim, 2020). Det at dokumentene ikke er produsert i nåtid vil gjøre at jeg som forsker unngår kontrolleffekter eller reaktivitet. Reaktivitet er ansett som et metodologisk problem som kan oppstå om forskningssubjektene endrer atferd under forskningen (Grønmo, 2004). Dette er en fordel ved å analysere dokumenter. Dokumentene forblir de samme, uavhengig av hvordan jeg som forsker går inn og analyserer eller tolker dokumentet. Dette gjør at andre forskere kan gå inn og se på det samme dokumentet som meg, uten at dokumentet er blitt endret eller fortolket.

Fordi jeg har gjennomført en induktiv analyse av læreplanen vil det være vanskeligere å reprodusere forskningen, enn om det hadde vært gjort en deduktiv analyse. Bakgrunnen for dette er at en induktiv forskning baserer seg på forskerens egen forforståelse, og teorigrunnlaget oppgaven baseres på kommer til på bakgrunn av dette. Dette resulterer i at det kan være vanskeligere å reprodusere forskningen, da dette kommer an på individets egen forforståelse og tanker om dybdelæring. Det at jeg går i detalj på hvordan jeg har gått frem for å kode datamaterialet bidrar til å styrke reliabiliteten. Det å gå igjennom og redegjøre for prosessen i alle de seks fasene til Braun og Clarke (2006) synliggjør og tydeliggjør hvordan jeg som forsker

har arbeidet med datamaterialet, samtidig som den eksakte prosessen og kategoriseringen av kodene ligger vedlagt som vedlegg, noe som igjen bidrar til å synliggjøre prosessen og hvordan jeg har gått frem for å kode dataene. Rammebetingelsene for å replisere studien ligger til grunn, både på grunn av at empirien forblir upåvirket av den gjennomførte analysen og på bakgrunn av måten jeg har redegjort for analyseprosessen.

#### 3.7.4. Validitet

For å analysere læreplanen har jeg valgt å benytte meg av en induktiv, tematisk analyse. Dette bidrar til at det er datamaterialet som avgjør hvilken teori som er aktuell å benytte for å drøft dataene, og besvare oppgavens problemstilling. Masteroppgavens funn underbygges av tidligere empiri om hva dybdelæring handler om, og dette viser at andre forskere som har studert dybdelæring vektlegger mange av de samme aspektene som kommer til uttrykk i læreplanen.

Det er derimot verdt å understreke at en kvalitativ studie, slik som denne, ikke kan generaliseres til populasjonen, da det kun er en læreplan som er analysert av en forsker, noe som gjør at oppgaven fort kan oppleves som en subjektiv forståelse. På bakgrunn av dette, og at dette både er en fenomenologisk og hermeneutisk studie, er det viktig at jeg tidlig gjør rede for min forforståelse av temaet, og hva jeg tenker og mener om dybdelæring og hvordan læreplanen i matematikk uttrykker dybdelæring, for så å være klar over disse fordommene gjennomgående i masteroppgaven.

Da jeg i denne masteroppgaven ser på hvordan dybdelæring kommer til uttrykk i læreplanen i matematikk blir det viktig for meg å benytte tidligere forskning og teori på området for å belyse problemstillingen. Det kommer frem av forskningen at både tidligere forskning og teori i stor grad trekker frem flere av de samme temaene som kommer til uttrykk i læreplanen. Det at jeg kan triangulere annen forskning og teori opp mot egne funn bidrar til å styrke validiteten på oppgaven.

Hensikten med masteroppgaven er å se hvordan tilegnelse av dybdelæring fremmes gjennom fagfornyelsens læreplan i matematikk, og dette besvarer læreplananalysen på ved at jeg har analysert hvordan dybdelæring kommer til uttrykk i læreplanen.



## 4.0. Resultater

For å få en bedre oversikt over resultatene som presenterte seg på bakgrunn av analysen som belyser problemstillingen min, *Hvordan kommer dybdeløring til uttrykk i fagfornyelsens læreplan i matematikk*, har jeg valgt å dele inn i mindre enheter, med bakgrunn i temaene som kom frem gjennom empirien. Dette er gjort for å forsøke å fremstille dataene mer leservennlige og oversiktlige. For å gi et mer helhetlig bilde av dataene har jeg valgt å ta med direkte sitater fra læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2019), som må sees i sammenheng med sammendragene og refleksjonene underveis.

### 4.1. Dybdeløring i læreplanen

Av analysen kommer det frem at det var flere aspekter som er iverksatt i læreplanen i matematikk for å fremme dybdeløring. De læringsfremmende temaene som kommer til uttrykk i læreplanen i matematikk var anvendelse, utforskning, kommunikasjon og metakognisjon og selvregulering. I dette delkapittelet vil jeg gå inn på hvert av de forskjellige aspektene og presentere resultatene som kom frem av analysen. Jeg vil begynne med å presentere en tabell over hvor i læreplanen i matematikk de ulike temaene kommer frem. I tabellene presenteres de ulike delkapitlene i læreplanen, fagets relevans og sentrale verdier, kjerneelementer, tverrfaglige temaer, grunnleggende ferdigheter og kompetansemål, og deretter skrive enten ja eller nei i boksen dersom det er henvisning til temaet er å finne i de gjeldende delene av læreplanen. Bakgrunnen for dette er å forsøke å gi en visuell fremstilling over hvilke deler av læreplanen som trekker frem og viser til de ulike temaene.

#### 4.1.1. Anvendelse

Tabell 6: *Hvor kommer anvendelsestemaet frem i læreplanen i matematikk?*

<b><i>Hvor i læreplanen i matematikk finner vi henvisninger til temaet Anvendelse?</i></b>					
	<b>Fagets relevans og sentrale verdier</b>	<b>Kjerneelementer</b>	<b>Tverrfaglige temaer</b>	<b>Grunnleggende ferdigheter</b>	<b>Kompetansemål</b>
<b><i>Det er henvisning til anvendelse</i></b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>

Som vi ser av tabell 6 over, kommer anvendelsestemaet frem i hele læreplan. Selv om anvendelsestemaet kommer frem i hele læreplanen er det ikke i like stor grad hele veien, og i

de tverrfaglige temaene er det verdt å nevne at temaet kun fremtrer noen få ganger. Temaet kommer derimot flere ganger frem i de andre delene som omhandler faget og fagets sentrale verdier, kjerneelementene, i de grunnleggende ferdighetene og i kompetansemålene.

Anvendelse blir presentert som et eget kjerneelement i fagfornyelsen, og det påpekes at anvendelser er viktig for elevenes matematikkopplæring da dette bidrar til at de får «*innsikt i hvordan de skal bruke matematikken i ulike situasjoner, både i og utenfor faget*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 31). Det kommer videre frem av læreplanen at det er viktig at elevene utvikler en forståelse for hvordan å bruke matematikken på hensiktsmessige måter, da dette vil bidra til at de opparbeider seg en forståelse for hvordan å ta selvstendige og ansvarlige livsvalg. Det understrekes at elevene må, gjennom opplæringen, lære seg å ta selvstendige avgjørelser for hvordan de benytter kunnskapene og ferdighetene de sitter inne med til å løse kjente og ukjente problemstillinger ved hjelp av effektive og hensiktsmessige begreper, symboler, metoder og strategier.

I læreplanen kommer det til uttrykk at det er elevenes strategier og fremgangsmåter som skal vektlegges i læringsarbeidet, ikke om elevene produserer et korrekt eller ukorrekt svar på oppgavene. «*Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30). Vi finner også at elevene må få muligheten til selv å utvikle hensiktsmessige strategier for å løse matematiske problemstillinger. Det påpekes i kjerneelementene at elevene selv må få mulighet til å «*utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer*». I kompetansemålene kommer dette igjen til uttrykk da det spesifiseres opp mot ulike matematiske temaer som blant annet subtraksjon, «*utvikle og bruke hensiktsmessige strategier for subtraksjon*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30), og positive tall og brøk, «*utvikle og bruke ulike strategier for regning med positive tall og brøk*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30).

I læreplanen finner vi også henvisninger til at elevene skal arbeide med å trene på ferdighetene de har tilegnet seg. Det kommer frem og presiseres at elevene skal arbeide med å løse kjente problemstillinger. Videre kommer det frem at dette innebærer at elevene må gis mulighet til å opparbeide seg kompetanse i å løse stadig mer komplekse problemer. Litt senere i læreplanen kommer det frem at elevene også må være i stand til å lage egne problemstillinger, for så å finne løsninger på disse problemene. Det er en gjennomgående tematikk i kompetansemålene at elevene skal lage oppgaver, lage algoritmer og lage og løse oppgaver (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det kommer frem av læreplanen at elevene må trene på å

bruke matematikkunnskapene de har tilegnet seg gjennom å løse kjente matematiske problemstillinger og at elevene må kunne gjenkjenne konkrete problemer. Det presiseres at regning i matematikkfaget handler om å benytte seg av ulike fremgangsmåter i matematiske utregninger, samt «å kjenne igjen konkrete problemer som kan løses ved regning» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 32). Det understrekes at dette innebærer at elevene opparbeider seg kompetanse i å «løse et spekter av stadig mer komplekse problemer med effektive og hensiktsmessige begreper, symboler, metoder og strategier» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 32-33).

Som en del av læreplanens henvisning til at elevene skal lære å anvende ens egne matematikkunnskaper finner vi at det påpekes at elevene skal opparbeide seg kompetanse i å bli gode problemløsere. Det kommer frem av læreplanen hva som er ansett som en problemløsningsoppgave ved at det blir presisert at «Problemløsning i matematikk handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30). I kompetansemålene vektlegges det sterkt at elevene skal arbeide med problemløsning innenfor ulike matematiske temaer som blant annet å «plassere tall på tallinjen og bruke tallinjen i regning og problemløsning» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 33). Problemløsning kommer også til uttrykk i det tverrfaglige temaet folkehelse og livsmestring hvor det understrekes at «i matematikk handler det tverrfaglige temaet folkehelse og livsmestring om å gi elevene kompetanse i problemløsning» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 32). Videre vises det til at elevene må lære å bryte ned problemer, utvikle egne strategier og metoder for å løse ukjente problemstillinger, for så å vurdere om egne løsninger og metoder er gyldige. Senere presiseres det at problemløsning ene og alene ikke handler om å løse ukjente problemstillinger, men det påpekes at det også handler om «å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30).

Avslutningsvis når det kommer til anvendelseskategorien blir det trukket frem at elevene må få oppgaver, eller konstruere egne matematiske problemstillinger som kan relateres til deres egen hverdag, eget nærmiljø eller at de må relateres til praktiske situasjoner. Det understrekes også at elevene må finne praktiske situasjoner som passer til ulike regneuttrykk. I kompetansemålene finner vi blant annet at det uttrykkes at elevene skal «bruke variabler og formler til å uttrykke sammenhenger i praktiske situasjoner» (s. 36), «geometriske figurer fra sitt eget nærmiljø» (s. 33) og «eksperimentere med multiplikasjon og divisjon i hverdagsituasjoner» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 34). Det uttrykkes at elevene må

kunne overføre kunnskapene og ferdighetene og evne å benytte disse i relevante situasjoner, både innenfor og utenfor fagdisiplinen.

#### 4.1.2. Utforsking

Tabell 7: Hvor kommer utforskningstemaet frem i læreplanen i matematikk?

<b>Hvor i læreplanen i matematikk finner vi henvisninger til temaet utforsking?</b>					
	<b>Fagets relevans og sentrale verdier</b>	<b>Kjerneelementer</b>	<b>Tverrfaglige temaer</b>	<b>Grunnleggende ferdigheter</b>	<b>Kompetanse-mål</b>
<b>Det er henvisning til utforsking</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>

Som det kommer frem av tabell 7 over kommer utforsking frem gjennom hele læreplanen. Til tross for at temaet kommer til uttrykk i alle læreplanens deler er det verdt å påpeke at temaet i liten grad kommer frem i de tverrfaglige temaene, og blir kun nevnt og benyttet en gang. Temaet blir derimot trukket frem gjennomgående i de resterende delene i læreplanen. Man finner henvisninger i fagets relevans og sentrale verdier, kjerneelementene, flere av de grunnleggende ferdighetene og gjentatte ganger i kompetansebeskrivelsene. Det understrekes at elevene skal opparbeide seg kompetanse i å utforske, og at matematikkfaget skal bidra til opparbeidelse av denne kompetansen. Videre understrekes det at «matematikk er et sentralt fag for å kunne forstå mønster og sammenhenger» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30), og det presiseres videre at «Utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30). Det presiseres deretter gjennom læreplanen at elevene må gis muligheter til å oppdage sammenhenger og strukturer i matematikkfaget, og at de må tilbys utforskningsoppgaver som er både kjente og ukjente.

I læreplanen påpekes det at utforskning av tall, utregninger og figurer vil være viktig, samtidig understrekes det at det å opparbeide seg kunnskaper og ferdigheter i algebra forutsetter utforskning av mønstre, relasjoner og matematiske strukturer.

*«Generalisering i matematikk handler om at elevene oppdager sammenhenger og strukturer og ikke blir presentert for en ferdig løsning. Det vil si at elevene kan utforske tall, utregninger og figurer for å finne sammenhenger og deretter formalisere*

*ved å bruke algebra og hensiktsmessige representasjoner»* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 31).

Det påpekes gjennomgående at det er elevene som må utforske matematikken og analysere situasjoner de står ovenfor ved å finne løsninger på ulike problemstillinger. Videre påpekes det at alle kunnskapsområdene i matematikkfaget sammen danner grunnlaget for oppnåelsen og utviklingen av matematisk forståelse og at dette kun er oppnåelig gjennom å *«utforske sammenhenger innenfor og mellom kunnskapsområdene»* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 32). Læreplanen trekker frem og viser til at elevene må få muligheter til selv å utforske matematikken, for deretter selv *«å beskrive og forklare sammenhenger, oppdagelser og ideer»* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 32).

Temaet utforskning kommer til uttrykk flere ganger, og blir gjennomgående benyttet i kompetansemålbeskrivelsene i læreplanen. Her finner vi blant annet at elevene skal utforske ulike situasjoner, og det blir i flere tilfeller vist til at elevene skal benytte utforskning for å få kunnskap om ulike matematiske ideer og sammenhenger. Man finner blant annet *«utforske addisjon og subtraksjon»* (s. 33), *«utforske den kommutative og den assosiative egenskapen ved addisjon»* (s. 33), *«utforske og beskrive strukturer og mønstre i lek og spill»* (s. 34), *«utforske mål for areal og volum»* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 36) for å nevne noen tilfeller som kommer frem i datamaterialet. Samtidig som utforskning blir mye brukt i kompetansemålene finner vi også vektlegging av å beskrive mønstre, generalisere mønstre og å forklare sammenhenger i kompetansemålene.

Oppsummert kan man si at utforskning blir benyttet gjennomgående i læreplanen, men i noe større grad når det kommer til kompetansemålene. I kompetansemålene kommer utforskning til uttrykk opptil flere ganger i kompetanseårsmålene. Slik det uttrykkes i læreplanen er utforskning et svært viktig aspekt ved elevenes matematikkhverdag, og når det kommer til det å opparbeide seg ferdigheter og kompetanse i matematikk.

### 4.1.3. Kommunikasjon

Tabell 8: Hvor kommer kommunikasjonstemaet frem i læreplanen i matematikk?

<b>Hvor i læreplanen i matematikk finner vi henvisninger til temaet kommunikasjon?</b>					
	<b>Fagets relevans og sentrale verdier</b>	<b>Kjerne-elementer</b>	<b>Tverrfaglige temaer</b>	<b>Grunnleggende ferdigheter</b>	<b>Kompetanse-mål</b>
<b>Det er henvisning til kommunikasjon</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>

Kommunikasjon er et annet aspekt som kommer til uttrykk i læreplanen og det kommer frem av tabell 8 over at også dette temaet kommer til uttrykk i alle læreplanens deler, og det er verdt å påpeke at kommunikasjonstemaet også kommer frem flere ganger i de tverrfaglige temaene i læreplanen. Det fremheves at matematikkfaget skal tilrettelegge for at elevene utvikler et formelt språk for å kommunisere og resonnerer matematisk. Læreplanen understreker at kommunikasjon og et godt formelt matematisk språk er viktig for å kunne resonnerer og kommunisere egne tanker og ideer til andre. Det påpekes at elevene må gis muligheter til å skape mening rundt det matematiske faginnholdet gjennom kommunikasjon, og at dette innebærer å benytte ens uformelle hverdagspråk til å lære å kommunisere på en mer formell matematisk måte.

*«Muntlige ferdigheter i matematikk innebærer å skape mening gjennom å samtale i og om matematikk. [...] Utviklingen av muntlige ferdigheter i matematikk går fra å bruke hverdagspråk til gradvis å bruke et mer presist matematisk språk»*

(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 32).

Læreplanen presiserer og viser gjennomgående til flere ulike former for kommunikasjon. Det påpekes at elevene må opparbeide seg kompetanse i å forstå andres tanker og resonnementer, samtidig som en må kunne formulere egne resonnementer. Elevene må tilegne seg kompetanse i å argumentere for egne tanker og ideer, samt å representere matematikken på forskjellige måter. Det understrekes at kommunikasjon og det å kommunisere matematikken er viktig for å opparbeide seg matematisk kompetanse. Læreplanen viser til at «*Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 31).

I læreplanen kommer det frem at kommunikasjon skal bidra til at elevene kan formulere egne tanker og ideer, og presentere disse for andre. Det påpekes at kommunikasjon blant annet skal benyttes for å «*diskutere seg fram til en felles forståelse*» (s. 30), «*å forklare og begrunne valg av representasjonsform*» (s. 31), «*stille spørsmål*» (s. 30) og «*kritisk vurdering av resonnementer og argumenter*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30). Det presiseres at det handler om

*«å skape mening gjennom å samtale i og om matematikk. Det vil si å kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger med andre»*  
(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 32).

Videre kommer det til uttrykk at elevene i matematikkfaget skal lære å argumentere matematisk, og at elevene skal opparbeide seg kompetanse i å argumentere. Det uttrykkes at elevene må «*kunne formulere egne argumenter*» (s. 32) og «*argumentere for framgangsmåter og resultater*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 37).

Det påpekes deretter at resonnering er et viktig aspekt ved matematisk kommunikasjon, og at dette omhandler det å «*kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 31). Det understrekes at resonnering blir et viktig aspekt ved kommunikasjon da det bidrar til at man kan forstå og løse ulike problemstillinger. Det påpekes deretter at resonnering er viktig for å forstå at matematiske regler, metoder og resultater ikke forekommer på bakgrunn av tilfeldigheter, men at matematikken og det som forekommer har klare begrunnelser. Det påpekes at når elevene får tilrettelagt for å resonnerer i matematikklasserommet vil det bli lettere å oppleve faget som relevant, samt å legge til rette for elevenes kreativitet og skapertrang. Videre påpekes det at det å la elevene utforme egne resonnement på bakgrunn av den kunnskapen de sitter inne med vil kunne bidra til å utvikle forståelse og hvordan en skal løse problemer i matematikk.

Et annet kommunikasjonsaspekt som er fremtredende i læreplanen er å benytte seg av ulike representasjonsformer. Det kommer frem at

*«Representasjoner i matematikk er måter å uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer på. Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske»* (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 31).

Det understrekes at elevene må få mulighet til selv å velge og benytte seg av ulike representasjoner, samt at elevene må kunne klare å oversette mellom og veksle mellom de ulike

representasjonsformene. Det presiseres at det å kunne regne i matematikkfaget tilser at en kan «*bruke matematiske representasjoner, begreper og framgangsmåter til å gjøre utregninger*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 32). Dette er noe som kommer godt frem i kompetansemålene hvor det flere ganger påpekes at elevene skal benytte seg av ulike representasjonsformer i det matematiske arbeidet. Man finner blant annet at en skal «*representere multiplikasjon på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene*» (s. 34) og «*representere brøker på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 35).

I kompetansemålene refereres det også til at elevene må opparbeide seg kompetanse i å kommunisere og forklare egne tanker og ideer gjennom å benytte seg av et matematisk språk. Dette kommer til syne gjennom referanser i kompetansemålene som «*beskrive hvordan og samtale om*» (s. 33), «*forklare tenkemåtene sine*» (s. 34, 35 og 36), «*argumentere for sammenhengen*» (s. 36 og 38), «*kommunisere strategier*» (s. 37), «*begrunne valg*» (s. 34 og 36) og «*diskutere*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 35 og 38).

For å oppsummere ser vi at kommunikasjon i matematikkfaget handler om å kunne uttrykke seg på en stadig mer matematisk korrekt måte, og at elevene må få muligheter til å representere og kommunisere matematikken både skriftlig og muntlig gjennom bruk av matematiske samtaler, resonnering og argumentasjon.

#### 4.1.4. Metakognisjon og selvregulering

Tabell 9: Hvor kommer metakognisjon og selvregulerings temaet frem i læreplanen i matematikk?

<b><i>Hvor i læreplanen i matematikk finner vi henvisninger til temaet metakognisjon og selvregulering?</i></b>					
	<b>Fagets relevans og sentrale verdier</b>	<b>Kjerneelementer</b>	<b>Tverrfaglige temaer</b>	<b>Grunnleggende ferdigheter</b>	<b>Kompetansemål</b>
<b><i>Det er henvisning til metakognisjon og selvregulering</i></b>	<b>Ja</b>	<b>Nei</b>	<b>Nei</b>	<b>Ja</b>	<b>Ja</b>

Av tabell 9 over ser vi at metakognisjon og selvregulering ikke kommer til uttrykk i alle delene av læreplanen. Temaet kommer ikke til uttrykk i kjerneelementene eller de tverrfaglige



temaene, men det kommer frem at de uttrykkes i fagets relevans og sentrale verdier, de grunnleggende ferdighetene og noen få ganger i kompetansemålene. Til forskjell fra de andre temaene kommer temaet metakognisjon og selvregulering lite til uttrykk i læreplanen i matematikk.

Metakognisjon kommer frem ved at det understrekes i læreplanen at elevene må få mulighet til å tenke og reflektere i matematikkfaget, og at elevene skal bli bevisst egen læring. Det presiseres at elevene må gis muligheter til å forklare egne tankeprosesser, samt gis muligheter til å reflektere over om de kunne løst oppgaver og problemer på andre måter. Videre står det at elevene må gis muligheter til å oppleve faget som relevant.

Oppsummert kan man dermed si at metakognisjon og selvregulering, i langt mindre grad enn de andre temaene, kommer til syne i læreplanen. Til tross for dette kommer det frem at elevene må bli bevisst sin egen læring gjennom å få mulighet til å reflektere over det en lærer i skolegangen, og at dette bidrar til å utvikle ens egne tanker og læring.

#### 4.1.5. Oppsummering av dybdeløring i læreplanen i matematikk

Oppsummert ser vi at læreplanen viser til og uttrykker flere aspekter som kan relateres til elevenes matematikkløring, og der igjen dybdeløring. Det kommer til uttrykk at elevene må lære å anvende sine matematiske kunnskaper og ferdigheter på hensiktsmessige måter, både i faglige og hverdagslige situasjoner. For å opparbeide denne kompetansen vises det til at elevene må arbeide med kjente og ukjente problemstillinger, slik at de selv får trene på å lage egne strategier og fremgangsmåter for å opparbeide seg matematiske kompetanse. Det trekkes også frem at elevene må få muligheter til å arbeide utforskende med matematikkfaget slik at de selv får muligheten til å oppdage sammenhenger og mønstre i og mellom fagområder. Det presiseres at for å lære matematikk må elevene få mulighet til å kommunisere og snakke matematikk, og at de må få mulighet til å opparbeide seg og gå fra et uformelt hverdagspråk til et mer formelt matematisk korrekt språk. Det understrekes at kommunikasjon i matematikkfaget kan forekomme både skriftlig og muntlig, og at elevene må gis muligheter til å argumentere, stille spørsmål og utvikle forskjellige representasjonsformer for å uttrykke ens egne matematikkkunnskaper. Avslutningsvis ser vi at det legges vekt på at elevene må bli bevisst egen læring, og hvilke læringsstrategier som gir dem best mulig læringsutbytte.

Det er flere aspekter som kan relateres til dybdeløring som kommer til uttrykk i fagfornyelsen i læreplanen i matematikk.

## 5.0. Drøfting

---

Fagfornyelsen ble implementert i norsk grunnskole i 2020, og i denne læreplanen er det lagt stor vekt på at elevene skal tilegne seg kompetanse som gjør dem i stand til å møte en fremtid i stadig endring. Læreplanen i matematikk går ikke inn og definerer hva dybdeløring i matematikk omhandler, eller hvordan en skal gå frem for å fremme dette i matematikkfaget. Hva er da dybdeløring i matematikk, og hvordan kommer dette til uttrykk i fagfornyelsens læreplan i matematikkfaget? Jeg vil i dette kapitlet drøfte resultatene sett i lys av problemstillingen.

### 5.1. Dybdeløring i fagfornyelsens læreplan i matematikk

For å gjøre drøftingen mer oversiktlig har jeg valgt å strukturere den etter temaene som kom frem av resultatene. Dette gjør at ett tema vil bli drøftet i sin helhet før jeg går videre og drøfter ett nytt tema.

#### 5.1.1. Anvendelse av kunnskaper og ferdigheter

I læreplanen uttrykkes det at elevene må lære å selv utvikle hensiktsmessige strategier, og at dette gjøres gjennom arbeid med både kjente og ukjente problemstillinger. Gjennom å arbeide med selv å utvikle egne strategier, fremgangsmåter og metoder må elevene relatere egen kunnskap opp mot de nye problemstillingene de står ovenfor. For å oppnå dette må elevene ha gode faglige strukturer, og gis mulighet til å bygge opp gode begrepsapparater og forståelse (Skemp, 1976). Dybdeløring handler om at elevene må lære å se sammenhenger i og mellom fagemner, samt at elevene lærer å relatere den nye kunnskapen til det de allerede har av kunnskaper og ferdigheter (Sawyer, 2006). Å kun anvende matematikken på hensiktsmessige måter vil dog ikke bety at elevene forstår hvorfor ulike anvendelsesmetoder er mer hensiktsmessige enn andre, og man vil stå i fare for å opparbeide seg et repertoar av regler uten å tillegge dem mening (Skemp, 1976). For å oppnå matematikkløring med forståelse er det viktig at elevene kan konstruere relasjoner mellom de ulike kunnskapsformene de sitter inne med (Carpenter & Lehre, 1999), og benytter dette til å konstruere ny kunnskap (Bransford et al., 2000/2004). Det at læreplanen påpeker at elevene gjennom skolegangen skal lære å anvende matematikken på hensiktsmessige måter kan resultere i både overflate- og dybdeløring. Anvendelse i seg selv vil ikke resultere i en dypere forståelse, men man kan da undres over om dette er tillagt læreplanen som et virkemiddel for å uttrykke dybdeløring i matematikk?

Elevene skal i henhold til læreplanen gis rikelig med muligheter til å arbeide med og trene på ferdighetene de har fått oppløring i. Arbeid med kjente problemstillinger er å anse som

ferdighetstrening (Hitching & Mørch, 2014). Slik å forstå kan dette ofte relateres til ren instruksjonisme, altså arbeide med problemstillinger som er tilnærmet like de elevene opplever å møte på i lærebøkene (Sawyer, 2006). En slik fremtoning kan bidra til at elevene, om de møter oppgaver som differensierer fra de elevene vanligvis møter i undervisningen, ikke klarer å finne løsninger eller vet hvordan de skal gå frem for å løse problemene. Elevene står i fare for å opparbeide seg kunnskaper og ferdigheter uten at de er i stand til å implementere disse i andre matematikkemner eller på andre oppgaver (Sawyer, 2006; Skemp, 1976). Å kun anvende matematikken på kjente problemstillinger, vil på sett og vis ikke kreve forståelse (Sawyer, 2006). Ny kunnskapstilegnelse krever at man har et grunnlag å bygge videre på (Bransford et al., 2000/2004; Sawyer, 2006). Prosedurale ferdigheter og ferdighetstrening gjør det mulig for elevene å tilegne seg nye kunnskaper og ferdigheter, og deretter å bygge videre på disse. Læreplanen trekker i flere tilfeller frem at elevene skal øve på det de kan, men at de også skal få oppleve å møte oppgaver hvorav kompleksiteten øker. Slik å forstå uttrykker læreplanen på sett og vis både dybdelæring og overflatelæring i ett og samme punkt. Uten overflatekunnskapene vil man ikke kunne opparbeide seg en dypere forståelse (Bransford et al., 2000/2004; Sawyer, 2006).

Videre uttrykkes det i læreplanen at elevene skal opparbeide seg kompetanse i å lage egne matematiske problemer, for så å løse disse. For å oppnå dette må elevene være i stand til å benytte matematikken og egne matematikkunnskaper til andre situasjoner (Sawyer, 2006). Elevene må evne å se relasjonen mellom ulike faglige begreper og metoder (Carpenter & Lehre, 1999), for så benytte disse kunnskapsstrukturene til å lage sine egne matematiske problemstillinger. Dette krever at man gis muligheter til å øve på ferdighetene man sitter inne med. Uten slik trening vil man ikke på sikt klare å gjenkjenne situasjoner, og hvilke metoder som er hensiktsmessige å benytte seg av i ulike matematiske settinger. Til tross for at situasjonene elevene skal arbeide med kanskje blir tilnærmet like det de har arbeidet med tidligere, kommer det her frem av læreplanen at elevene skal opparbeide seg ferdigheter og kunnskaper i å overføre egen kunnskap til nye situasjoner, gjennom selv å konstruere problemstillinger. Et kjennetegn på en dypere konseptuell forståelse er nettopp at man evner å arbeide med ulike representasjonsformer for ulike formål, og dermed oppdage når det er hensiktsmessige å benytte seg av disse (Kilpatrick et al., 2001). Å trene på å lage egne oppgaver, selv om de kanskje ofte oppleves som tilnærmet like det elevene tidligere har arbeidet med, bidrar til å opparbeide en kompetanse i at elevene selv vil klare å identifisere ulike matematiske problemstillinger. Dette vil kunne bidra til at elevene lærer å vite hvordan

de skal gå frem for ikke bare å løse problemstillingene de står ovenfor, men gi de kunnskap og ferdighet i hvordan å formulere de ulike problemstillingene (Kilpatrick et al., 2001). Det at læreplanen i stor grad vektlegger ferdighetstrening blir dermed ikke kun å anse som å legge til rette for overflatelæring, men kan også anses som en vei mot, og som et virkemiddel for at man skal kunne bistå elevene i å gradvis tilegne seg en dypere matematikkforståelse. Det at ferdighetstrening blir trukket frem som en så bred dimensjon, med flere ulike aspekter, gjør at man ikke bare får en instrumentalistisk tilnærming til fagstoffet gjennom ferdighetstrening, men også at læreplanen tillegger og uttrykker et fokus rettet mot dybdelæring da det påpekes at elevene i opplæringen skal gis muligheter til å benytte fagstoffet i flere ulike settinger og på flere forskjellige måter.

Det er ikke bare det å trene på de ferdighetene man innehar som læreplanen viser til, men også at elevene skal gis muligheter til å arbeide med problemstillinger hvor de ikke kjenner til metoder eller fremgangsmåtene for å løse problemene, altså arbeid med problemløsningsoppgaver (Bjørqvist, 2001; Hitching & Mørch, 2014; Schoenfeld, 2016; Wilson et al., 1993). Arbeid med oppgaver hvor elevene ikke kjenner fremgangsmåter eller metoder krever at elevene benytter kunnskapene og ferdighetene de har for å finne en måte å løse problemstillingen de står ovenfor. Når det kommer til dybdelæring, så er dette en prosess som kommer til syne ved at elevene klarer å overføre tidligere kunnskaper og erfaringer for så å benytte disse i nye situasjoner (Booth et al., 1999; Fauskanger & Bjuland, 2018; Marton, 1975; Marton et al., 1993; Marton & Säljö, 1976; Ramsden, 1992). Dybdelæring kommer til syne når elevene selv mestrer når det er hensiktsmessig å benytte seg av ulike prosedyrer og faktakunnskaper, samt å klare og benytte disse på egenhånd i læringsarbeidet (Sawyer, 2006; Skemp, 1976). Om elevene ikke selv klarer å finne ut hvilke metoder, strategier eller fremgangsmåter som er best egnet til å løse problemstillingen de står ovenfor, vil de heller ikke klare å opparbeide seg en dypere forståelse (Sawyer, 2006). I læreplanen kommer det gjennomgående frem at elevene skal arbeide for å bli gode problemløsere gjennom å arbeide med oppgaver hvor metoder, strategier og fremgangsmåter er ukjent for elevene. Det blir da elevenes oppgave å selv finne ut hvordan å identifisere det matematiske problemet en står ovenfor, hvordan best formulere problemet, samt hvordan man på en hensiktsmessig måte kan løse problemstillingen de står ovenfor. For å oppnå dette vil det være nødvendig å kunne relatere de nye ukjente problemstillingene til den kunnskapen man sitter inne med (Sawyer, 2006). Gjennom uttrykkelse av problemløsning viser læreplanen til at elevene må evne og gis trening på å benytte egne kunnskaper og ferdigheter i ulike situasjoner, og dermed gjenkjenne

når det er mest hensiktsmessig å benytte ulike metoder og strategier. Her ser vi at læreplanen fremmer og uttrykker dybdelæring ved at elevenes arbeidsmetoder presiseres.

For å kunne bli en god, kyndig matematiker, er det viktig at elevene utvikler kompetanse i å være adaptive tenkere (Kilpatrick et al., 2001). Å være i stand til selv å løse både kjente og ukjente matematiske problemstillinger er å anse som en særdeles viktig kompetanse å opparbeide seg for å bli en kyndig matematiker (Kilpatrick et al., 2001). Dette krever at elevene ser på kunnskapselementene som mer enn atskilte enheter, og evner å benytte sin egen kunnskapsbase i relasjon til matematikkarbeidet en står ovenfor. Pellegrino og Hilton (2012) hevder at det å kunne benytte og overføre kunnskapene man har til å løse nye problemstillinger er et sikkert tegn på at en har opparbeidet seg dybdelæring. Dybdelæring vil resultere i at elevene lettere kan overføre kunnskapen til andre, ukjente problemstillinger og benytte det til å løse problemer og oppgaver i nye sammenhenger (Meld. St. 28. (2015-2016)). Dypere innsikt og læring er ikke noe som oppstår på bakgrunn av lærerens instruksjoner, men som bare kan fremmes gjennom at elevene er aktive deltakere i egne læringsprosesser (Sawyer, 2006). Problemløsning, og det faktum at elevene ikke kjenner til fremgangsmåten for å løse slike oppgaver, vil bidra til at elevene vil stå ovenfor et produktivt slit, hvor elevene må finne, rekonstruere eller korrigere egne kunnskaper gjennom arbeid med kognitivt krevende arbeidsoppgaver. Gjennom slike arbeidsformer vil man kunne konstruere en dypere forståelse for de matematiske prosessene en står ovenfor (Brousseau, 1997; Hiebert & Grouws, 2007; Schoenfeld, 1985). Gjennom at læreplanen presiserer at man skal ta i bruk problemløsningsoppgaver i elevenes opplæring går de inn for at elevene selv skal være aktive og deltakende i egen opplæring (Sawyer, 2006). Læreplanen går her inn for at elevene i størst grad skal være aktive i egen kunnskapstilegnelse, og det vektlegges at elevene selv skal konstruere kunnskapen, ikke at en lærer står og foreleser om ulike emner og temaer. Læreplanen uttrykker her at opplæringen skal vektlegge dybdelæring, ikke overflatelæring.

Det spesifiseres i læreplanen hvordan problemløsningsprosessen er anbefalt å være. Det presiseres at gode problemløsere bryter ned problemstillingene til mindre enheter, vurderer hvordan det er hensiktsmessig å arbeide med problemet, samt å vurdere om løsningene deres er gyldige. Dette samsvarer med hvordan Pólya (1990) og hans kjente strategi for problemløsning, og hvordan man skal gå frem for å løse problemer en står ovenfor. For å oppnå dette må elevene få mulighet til å opparbeide seg strategisk og adaptiv kompetanse. Dette gjør elevene i stand til å identifisere og formulere ulike matematiske problemer og hvordan de skal gå frem for å løse problemene (Kilpatrick et al., 2001). Elevene skal gjennom arbeid med

problemløsningsoppgaver bli i stand til å vurdere nye ideer, og om egne løsninger og strategier er gyldige løsningsmetoder på problemstillingen de står ovenfor. For å oppnå dette er det viktig at elevene får trening på å se relasjonene mellom ulike matematiske komponenter (Carpenter & Lehre, 1999; Lester & Kehle, 2003). Igjen ser vi at arbeid med problemløsning, slik læreplanen legger opp til, vektlegger aspekter som kan relateres til dybdelæring, da problemløsningsarbeidet kan bidra til å fremme og gi trening i å se relasjoner mellom kunnskapselementer i matematikkfaget, samt gi mulighet til å knytte sammen matematiske ideer og tanker for å konstruere sammenhengende kunnskapsstrukturer (Sawyer, 2006).

Elevene skal gjennom opplæringen gis rikelig med muligheter til å utvikle egne strategier, bryte ned problemer og fokusere på oppgavens strukturelle problemer. Som et resultat av dette kan man opparbeide seg god problemløsningskompetanse (Lester & Kehle, 2003). Dybdelæring handler om at man opparbeider seg en dypere og konseptuell forståelse av faginnholdet og kan overføre kunnskapen til andre situasjoner. Dette tilsier å vite hvordan og i hvilke situasjoner ulike kompetanser, ferdigheter og evner er hensiktsmessige å benytte (Sawyer, 2006; Skemp, 1976). Det at læreplanen i stor grad påpeker at det er elevene, ikke læreren, som skal utvikle strategier, lære å bryte ned problemstillinger, samt å fokusere på de strukturelle problemstillingene de møter på er et tydelig tegn på at læreplanen vektlegger dybdelæring i stedet for overflatelæring. Det er ikke lenger læreren som skal overføre kunnskapene sine til elevene, men heller elevene som skal ta del i opplæringen og selv konstruere egen kunnskap (Carpenter & Lehre, 1999; Sawyer, 2006). Instruksjonisme og instrumentell forståelse bærer preg av at elevene på kjappest mulig måte skal produsere et svar på ulike oppgaver (Sawyer, 2006; Skemp, 1976), og dette står i sterk kontrast til dybdelæring, hvor det er hvordan elevene går frem for å løse oppgavene de står ovenfor som står i fokus. I læreplanen kommer det gjentatte ganger til uttrykk at det er elevenes strategier og fremgangsmåter som må vektlegges i opplæringsarbeidet, ikke svarene de produserer. Det at fokuset rettes mot strategiene og hvordan elevene går frem for å løse oppgavene de står ovenfor, kontra svarene de produserer, er å anse som et ønske om at elevene skal opparbeide seg en dypere forståelse gjennom vektlegging av handlingene de gjennomfører, ikke produktene de produserer.

I tillegg til å bli gode problemløsere kommer det frem av læreplanen at elevene skal opparbeide seg kompetanse i å relatere ulike problemstillinger til reelle hverdagslige situasjoner. Det presiseres at elevene skal opparbeide seg kompetanse i å lage problemstillinger fra egen hverdag og eget nærmiljø. Det å benytte seg av reelle situasjoner som elevene selv kan oppleve å støte på i eget liv er å anse som en effektiv måte å styrke dybdelæring på (Rillero, 2016). Det

å rette opplæringen og opplæringsfokuset mot hverdagssituasjoner vil en kunne bidra til at man ved senere anledninger vil forsøke relatere ulike konsepter og ideer til andre situasjoner en kan møte på i eget hverdagsliv (Rillero, 2016). Det å relatere matematikken til elevenes eget hverdagsliv vil kunne bidra til at de opparbeider seg produktive holdninger til faget og ser fornuften i matematikkunnskapene de skal opparbeide seg kompetanse i igjennom opplæringen (Kilpatrick et al., 2001). Elevene gis altså muligheten gjennom uttrykkelsen i læreplanen til å se sammenhenger mellom eget hverdagsliv og det de lærer på skolen, og at matematikken kan brukes i mange ulike situasjoner (Booth et al., 1999; Fauskanger & Bjuland, 2018; Marton, 1975; Marton et al., 1993; Marton & Säljö, 1976; Pellegrino & Hilton, 2012; Ramsden, 1992).

Det at læreplanen implementerer praktiske situasjoner, hverdagshandlinger og elevenes nærmiljø i kompetansebeskrivelsene vil bidra til at elevene må relatere fagstoffet til andre situasjoner enn oppgavene og problemstillingene de opplever å møte på i læreboka (Sawyer, 2006). Dette skaper muligheter for at elevene opparbeider seg relasjonell forståelse av fagstoffet og se at matematikkfaget kan ha overføringsverdi til andre relaterte situasjoner, utenom de elevene møter på i faget (Skemp, 1976). Læreplanen legger her til rette for at elevene skal kunne opparbeide seg relasjonell forståelse (Skemp, 1976), samt konstruere relasjoner mellom uformelle og formelle kunnskapsformer (Carpenter & Lehre, 1999). Det er stor konsensus om at dybdelæring handler om å kunne overføre kunnskapene man har bygd opp til andre situasjoner (Booth et al., 1999; Fauskanger & Bjuland, 2018; Marton, 1975; Marton et al., 1993; Marton & Säljö, 1976; Pellegrino & Hilton, 2012; Ramsden, 1992). Det handler ikke bare om å overføre kunnskapen til andre situasjoner innenfor fagdisiplinen, men at ny kunnskap kobles opp og kan benyttes på tvers av fag og fagdisipliner (Tochon, 2010). Læreplanen trekker også frem og poengterer at «*elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikken i ulike situasjoner, både i og utenfor faget*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 31). Læreplanen fremhever at erfaringer og hverdagsmiljø skal trekkes inn i opplæringen, noe som gjør at elevene må benytte sine kompetanser i ulike situasjoner. Elever som har tilegnet seg en relasjonell forståelse i matematikkfaget vil lettere kunne tilpasse seg ulike oppgaver, på bakgrunn av at de ikke bare putter oppgavene inn i metodene, men at de analyserer oppgavetekstene og finner ut hvilke metoder seg er mest hensiktsmessig å benytte seg av for å løse de gjeldende problemene de står ovenfor (Skemp, 1976).

### 5.1.2. Utforskning av matematiske sammenhenger

Utforskning er et annet aspekt som kommer til uttrykk i læreplanen, og det står skrevet at elevene skal bli gode til å utforske (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det understrekes gjennomgående i læreplanen at elevene skal opparbeide seg kompetanse i å utforske ulike matematiske emner og temaer i opplæringen. Utforskning i matematikk handler om at elevene skal oppdage sammenhenger og mønstre. Dette skaper muligheter for at elevene kan oppdage relasjoner og sammenhenger mellom ulike kunnskapselementer (Carpenter & Lehre, 1999; Sawyer, 2006). Elevene gis mulighet, gjennom læreplanen, til å opparbeide seg en forståelse av at matematikkemnene henger sammen, i stedet for at de oppleves som atskilte enheter (Sawyer, 2006). For å fremme dybdelæring i matematikk er det viktig at elevene gis mulighet til å se etter mønstre og underliggende prinsipper (Sawyer, 2006). «*Utforskning i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30). Utforskende arbeid muliggjør undersøkelser og hypotesetesting, og gir dermed elevene mulighet til å være aktive deltakere i eget undervisningsforløp (Arends & Kilcher, 2010; Bruner, 1961; Hidayati et al., 2019; Schunk, 2012). Utforskende arbeidsmåter anses derfor som en svært læringsfremmende tilnærming som kan bidra til at elevene tilegner seg dybdelæring i matematikkfaget (Rillero, 2016).

Å ta i bruk utforskende arbeidsmetoder i matematikkfaget vil gi elevene en mulighet til å få en undersøkende tilnærming til fagstoffet (Hidayati et al., 2019). Elevene gis muligheter til selv å forklare ulike observasjoner eller løse forskjellige problemstillinger gjennom utforskning. Utforskning kan få elevene til å løsrive seg fra en lærers instrumentelle overføring av fakta og kunnskaper. Samtidig så krever utforskning, som et verktøy for læring, aktiv elevdeltakelse og at det er elevene selv som får utforske de ulike situasjonene de står ovenfor, og ikke læreren som overstyrer elevene i det utforskende arbeidet (Bruner, 1961). I læreplanen blir utforskning benyttet flere steder i kompetansemålene, og det fremheves at elevene skal utforske ulike matematiske problemer og problemstillinger, for så å forklare sammenhenger eller beskrive det de kommer frem til. Arends og Kilcher (2010) understreker at utforskende arbeid vil oppmuntre elevene til å undersøke, utforske og selv bli ansvarlige for å løse ulike problemstillinger de står ovenfor. Gjennom det utforskende arbeidet gis elevene muligheter til å relatere de matematiske emnene til kunnskaper og ferdigheter de allerede innehar. Elevene får anledninger til å bygge broer mellom egne uformelle og formelle kompetanser (Carpenter & Lehre, 1999). Om elever har vansker for å forstå hvordan ulike kunnskapselementer henger sammen, vil det være



vanskelig å gjennomføre utforskende arbeid, og derav vanskelig å opparbeide seg dybdelæring (Sawyer, 2006). Utforskende arbeid vil således kunne bidra til å bygge opp nye kunnskapsstrukturer hos elevene, og for å fremme dette er det viktig å relatere utforskningen til kunnskaper elever vil kunne bygge videre på. Således kan utforskning bidra til at elevene opplever fagstoffet som relevant og bidra til varig kunnskap (Kamaluddin & Widjajanti, 2019). Det at læreplanens kompetansemål trekker frem og påpeker at elevene skal utforske ulike matematiske aspekter kan dernest relateres til at kunnskap og ny lærdom konstrueres i samhandling med de kunnskapene og erfaringene man allerede har (Bransford et al., 2000/2004; Carpenter & Lehre, 1999).

I Utdanningsdirektoratets (2019) fremstilling av å utforske påpeker en derimot ikke hvordan man skal gå frem for å sørge for at utforskningen som foregår faktisk er læringsfremmende. Kunnskapsdepartementet (2018) påpeker at det er elevenes ideer, strategier og fremgangsmåter som er viktige, ikke hvilket produkt de produserer, men forut for å vektlegge elevenes aktive deltakelse viser ikke dette til hvordan en kan benytte og gå frem med utforskning for å fremme elevenes læring. Det er sterk konsensus blant forskere at ren utforskning ene og alene ikke er læringsfremmende (de Jong, 2005; Goldner et al., 1969; Kirschner et al., 2006; Mayer, 2004; Pellegrino & Hilton, 2012; Shulman & Keisler, 1966). Pellegrino og Hilton (2012) hevder at bruk av åpen utforskning, uten veiledning ikke vil fremme dybdelæring. De, i likhet med Shulman og Keisler (1966), viser til at en mer læringsfremmende tilnærming vil være å benytte guidet utforskning, hvor læreren fungerer som en støttespiller og veileder, til forskjell fra at elevene ene og alene står for utforskningen. Ved at læreplanen ikke vektlegger eller påpeker hvordan en skal gå frem for å benytte utforskning på en læringsfremmende måte, står utforskningsaspektet i læreplanen i fare for å bidra at elevene ikke får sjanse til å utvide sin matematiske forståelse (Carpenter & Lehre, 1999), og at elevene da ikke vil klare å anvende sin matematikkompetanse på hensiktsmessige måter for å løse andre situasjoner og problemstillinger. Utforskningsaspektet blir implementert i læreplanen for å fremme dybdelæring, men på bakgrunn av at det ikke presiseres hvordan en skal utforske, kan dette resultere i at elevene ikke tilegner seg de ferdighetene som er målet.

### 5.1.3. Kommunisere om og med matematikk

Kommunikasjon er et sentralt aspekt for å opparbeide seg forståelse og kompetanse. Det er imperativt for dybdelæring at man opparbeider seg en forståelse av hvordan kunnskap skapes gjennom dialog med andre (NOU 2014 : 7, 2014; Sawyer, 2006). Læreplanen i matematikk påpeker at kommunikasjon omhandler det å kunne bruke «*matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer*» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 31). I tillegg understrekes det at matematisk kommunikasjon handler om å kunne benytte seg av, og veksle mellom, ulike matematiske representasjonsformer (Kunnskapsdepartementet, 2018, 2019). Kommunikasjon i matematikkfaget skal bygges opp fra et uformelt hverdagspråk, til et formelt matematikkspråk og handler om å kunne oversette og forstå begge kommunikasjonsformene (Kunnskapsdepartementet, 2018, 2019). Kommunikasjon fremmer forståelse, samtidig som at de som deltar i kommunikasjonsprosessene får mulighet til å fremme sine egne ideer, både gjennom skriftlige og muntlige kommunikasjonsformer (Carpenter & Lehre, 1999; NCTM, 2000). Å skape helklassesdiskusjoner er en av de største utfordringene en matematikklærer står ovenfor (Ball, 1993; Stein et al., 2008), men det skaper muligheter for at en lærer kan bygge videre på elevenes egne tanker og ideer, samtidig som elevene gis mulighet til å opparbeide seg en felles forståelse innad i klassefelleskapet (Sawyer, 2006). På bakgrunn av at læreplanen presiserer at elevene skal få trening i å benytte seg av ulike kommunikasjonsformer i klasserommet, bidrar det ikke bare til at elevene må være aktive deltakere i sin egen opplæring, men også at elevene får mulighet til å omdanne de matematiske kunnskapene og ferdighetene de kommuniserer om, og derav gjøre de til sine egne (Carpenter & Lehre, 1999). Læreplanen legger opp til at elevene skal kunne uttrykke sine egne kunnskaper både muntlig og skriftlig i opplæringen, noe som bidrar til å bygge opp en bedre forståelse i matematikkfaget (Carpenter & Lehre, 1999).

Å stille seg spørrende til det som skjer, samt å kritisk vurdere det som foregår i opplæringen, er viktig når det kommer til matematisk kommunikasjon (Hufferd-Ackles et al., 2004). Læreplanen presiserer at elevene gjennom opplæringen både skal få trening i å kritisk vurdere det som skjer og stille spørsmål.

*«Når elevene får tid til å tenke, reflektere, resonnerer matematisk, stille spørsmål og oppleve at faget er relevant, legg faget til rette for kreativitet og skapartrøng»*  
(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 30).

For å fremme matematisk tenkning er det ansett som et viktig element å finne ut hva elevene kan og hvordan de tenker om matematiske begreper. Gjennom spørsmål vil en kunne bidra til

at elevenes svar vil få en plass i klasseromsdiskursen, slik at de kan vurderes og bygges videre på. Det å stille spørsmål viser elevenes kunnskaper og ferdigheter, samtidig som de gis mulighet til å benytte kompetansen sin på andre måter gjennom å stille spørsmål. Elevene gis anledning til å benytte ferdighetene sin i andre situasjoner gjennom å stille seg spørrende og gjennom å kritisk vurdere det som foregår i opplæringen. Det er stor konsensus rundt at det å kunne benytte kompetansen sin i forskjellige situasjoner anses som viktig for oppnåelse av dybdelæring (Booth et al., 1999; Fauskanger & Bjuland, 2018; Marton et al., 1993; Marton & Säljö, 1976; Pellegrino & Hilton, 2012; Ramsden, 1992; Utdanningsdirektoratet, 2019a). Om man ukritisk godtar informasjon, uten å stille spørsmål rundt dens gyldighet, vil man ikke kunne oppnå dybdelæring, men i stedet ende opp med overflatekunnskaper (Marton & Säljö, 1976; Rillero, 2016; Sawyer, 2006). Det at læreplanen understreker at elevene må gis mulighet og opplæring i å stille spørsmål og være kritiske til det fagstoffet de blir introdusert for blir dermed å anse som en måte læreplanen uttrykker dybdelæring i matematikkfaget på.

Resonnering kommer gjentatte ganger til uttrykk i læreplanen. Å resonnerere i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå egne og andres matematiske tankerekker (Kunnskapsdepartementet, 2019). For å kunne si at man har lært matematikk med forståelse må elevene være i stand til å uttrykke egne kunnskaper og ferdigheter. Elevene må evne å presentere sin matematiske forståelse (Carpenter & Lehre, 1999). For å opparbeide seg en dypere forståelse er det imperativt at elevene kan vurdere matematiske ideer, for så å trekke slutninger rundt ideene de blir presentert for (Sawyer, 2006). Det kan relateres til resonnering på bakgrunn av at det i kjerneelementene vises til at dette omhandler det å «følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 31). For å forstå matematikk er det viktig med resonnering, å vite at matematikk ikke er basert på tilfeldigheter, men at alle regler og resultater er basert på klare resonnementer og begrunnelser. Resonnering er fremtredende i læreplanen, og det presiseres at elevene må få mulighet til å lage og fremme egne resonnement, men også at de må klare å følge og forstå andres. Læreplanen presiserer, gjennom å vektlegge resonnering, at elevene skal få muligheten til å være en kilde til matematiske ideer. Dette gir elevene mulighet til å forklare sin egen matematiske tankegang, sine egne metoder og ideer (Carpenter & Lehre, 1999; Hufferd-Ackles et al., 2004). Dette presiserer læreplanen ved at det i kompetansemålene trekkes frem at elevene må få muligheter til å forklare sine egne tanker og fremgangsmåter i det matematiske arbeidet. Gjennom at elevene selv gis mulighet til å resonnerere over ulike aspekter ved matematikkopplæringen gis de, ikke bare muligheten til å være aktive deltakere når det kommer til egen læring, men også

en vei vekk fra den tradisjonelle, instrumentelle undervisningsformen hvor læreren står for all presentasjon av fagstoff og informasjon (Sawyer, 2006).

Det uttrykkes i læreplanen at elevene skal kunne benytte seg av og veksle mellom ulike representasjonsformer. Å kunne veksle mellom ulike representasjoner og velge ut hvilke representasjoner som er hensiktsmessige å benytte seg av i ulike situasjoner viser god konseptuell forståelse (Kilpatrick et al., 2001). Det å forstå at det er sammenhenger mellom representasjoner og at disse kan benyttes om hverandre handler om å bygge opp forståelse for matematikkfaget, og handler om å skape gode strukturer (Skemp, 1976). NCTM (2000) underbygger dette da de påpeker at kommunikasjonsprosesser bidrar til å bygge opp elevenes forståelse, og gir dem muligheter til å representere matematikken både skriftlig og muntlig. Å lære matematikk med forståelse handler om kunne uttrykke seg gjennom å benytte et matematisk språk (Carpenter & Lehre, 1999). Det å kunne representere matematikken på ulike måter viser forståelse, samtidig som det viser at elevene er klar over at begreper, problemer og matematiske emner henger sammen. For å fremme dybdeløring er det viktig at elevene gis mulighet til å organisere kunnskapen og gis mulighet til å se at det er en sammenheng mellom de ulike fagemnene og de ulike matematiske temaene (Sawyer, 2006).

Det at læreplanen trekker frem så mange ulike aspekter som kan relateres til kommunikasjon og det å kommunisere matematikk på ulike måter, både muntlig og skriftlig, kan anses som et forsøk på å gjøre elevene mer ansvarlige for egen læring, samtidig som det gir lærere et innblikk i elevenes egentlige forståelse. For å oppnå dybdeløring er det viktig at elevene selv tar en aktiv rolle i oppløringen, og ikke ukritisk godtar at læreren skal overføre egne kunnskaper til elevene (Sawyer, 2006). Dette bidrar til at elevene tar en mer aktiv rolle, og gis mulighet til å gjøre matematikkundervisningen til sin egen (Carpenter & Lehre, 1999). Det kommer frem av læreplanens at kommunikasjon er en essensiell del av matematikkfaget. Kommunikasjon er et viktig virkemiddel for å fremme forståelse (NCTM, 2000), og kan anses å være et virkemiddel for å uttrykke dybdeløring i fagdisiplinen.

#### 5.1.4. Metakognisjon og selvregulering, et viktig element ved dybdeløring

Metakognisjon og selvregulering kommer mindre til uttrykk i læreplanen. Læreplanen trekker frem at eleven skal tenke, reflektere og å utvikle egne tankeprosesser. Om det ikke legges til rette for at elevene får reflektere over egen oppløring, vil det kunne resultere i kun memorering av fakta og prosedyrekunnskaper (Kilpatrick et al., 2001; Skemp, 1976). Dette vil ikke bidra til at elevene opparbeider seg en dypere forståelse for matematikkfaget, og vil kunne resultere i instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Gjennom refleksjon vil elevene få mulighet til å

reflektere over sin egen forståelse, samt tenke gjennom hvordan de selv kan ta kontroll over egen læringsprosess (Sawyer, 2006). Ved at læreplanen implementerer metakognisjon og selvregulering gis elevene mulighet til å tilegne seg kunnskaper om egne tankeprosesser (Flavell, 1976; Schoenfeld, 1987). For å fremme dybdeløring er det viktig at elevene, gjennom læreplanen, gis mulighet til å reflektere over egen kunnskapstilegnelse, samt hvordan de på best mulig måte kan gå frem for å tilegne seg kunnskaper og ferdigheter i matematikkfaget (Schoenfeld, 1987). Det at læreplanen i liten grad går inn og presiserer metakognisjon og selvregulering er å anse som en svakhet ved læreplanens uttrykkelse av dybdeløring.

Hvilke matematiske holdninger og ideer en tar med seg inn i arbeidet med matematikkfaget har stor innvirkning på hvordan en går frem og arbeider med faget (Schoenfeld, 1987). Dette er noe som kommer frem i læreplan, da det understrekes at for å skape produktive holdninger må elevene «*oppleve at faget er relevant*». For å kunne bygge opp matematisk kyndighet vil det være imperativt at man klarer å se fornuft i matematikken man får oppløring i (Kilpatrick et al., 2001). For at man skal kunne bygge opp forståelse er det viktig at elevene gis rikelig med muligheter til og selv evner å reflektere over hva man egentlig forstår og hvordan en kan gå frem for lettere å tilegne seg nye kunnskaper og ferdigheter (Carpenter & Lehre, 1999; NOU 2014 : 7, 2014; Sawyer, 2006; Utdanningsdirektoratet, 2019a). Elevene må benytte sine evner til å reflektere over egen læring. I læreplanen påpekes det derimot også at elevene må få mulighet til å utvikle egen læring.

Selv om metakognisjon og selvregulering ved første øyekast er lite synlig i læreplanen, kan man se spor av aspektet i tilknytning til andre elementer læreplanen trekker frem. Vi finner blant annet at metakognisjon kan tilknyttes dybdeløring gjennom problemløsing, og det faktum at metakognisjon er et viktig element i det å løse ulike problemer. Læreplanen legger til rette for at problemløsningsoppgavene, som skal benyttes i matematikkoppløringen, er å anse som et viktig aspekt ved å opparbeide seg kunnskap om egne tankeprosesser og det å regulere og overvåke egen problemløsing og problemløsningsaktivitet (Lester & Kehle, 2003; Schoenfeld, 1987). Selv om metakognisjon ikke kommer eksplisitt frem av læreplanen spiller det en sentral rolle i alle muntlige kommunikasjonsformer, det man leser, problemløsing med mer (Flavell, 1979). Så slik å forstå er metakognisjon en viktig del av alle de foregående temaene som tidligere er påpekt kommer frem i læreplanen, og blir derfor, til tross for liten anvendelse i læreplanen, det temaet som kommer til uttrykk flest ganger på bakgrunn av at dette blir et viktig aspekt ved alle de andre temaene som er tiltenkt å skulle bidra til å fremme dybdeløring. Det presiseres i læreplanen at elevene skal gis muligheter til selv å vurdere egne

fremgangsmåter, gyldighet og stille seg spørrende til det de faktisk tilegner seg av kunnskaper og ferdigheter. Metakognisjon og selvregulering, slik det kommer til uttrykk i læreplanen, er i stor grad korrelerende med de andre aspektene som kan relateres til dybdelæring, og blir derfor mindre synlig i LK20s læreplan i matematikk.

## 5.2. Opplæring for dybdelæring

Det er i kjerneelementene de fleste kjennetegnene på dybdelæring i læreplanen kommer til uttrykk. Utdanningsdirektoratet (2019b) trekker frem at kjerneelementene er aspekter ved faget som må ligge til grunn for å tilegne seg kunnskaper og ferdigheter i faget. Kjerneelementene trekker frem ulike kunnskapsformer, begreper og arbeidsformer som er sentrale for det enkelte fagområde (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Gjennom kjerneelementene skal elevene gis mulighet til gradvis å utvikle forståelse for faget. Det er her kunnskapselementene skal kobles sammen slik at en lærer å se sammenhenger mellom det faglige innholdet (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Elevene må gjennom skolegangen gis muligheter til gradvis å opparbeide seg forståelse av begreper og forståelse innenfor ulike fagdisipliner (NOU 2014 : 7, 2014; NOU 2015 : 8, 2015; Skemp, 1976). Det uttrykkes i læreplanen at det er imperativt at elevene gis mulighet til å utvikle matematisk forståelse ved at de selv skal arbeide med problemløsningsoppgaver og utforskning. Ved å arbeide med problemløsning og utforskning blir elevene gitt muligheter til å konstruere «*helhetlig og varig forståelse*» (NOU 2014 : 7, 2014, s. 35).

Det som i størst grad uttrykker et dybdelæringsfokus i fagfornyelsens læreplan i matematikk er at læreplanen gjentatte ganger peker på at elevene må klare å overføre de kunnskapene og ferdighetene de har til kjente og ukjente situasjoner. Dette presiseres i alle definisjoner og kjennetegner det å lære matematikk med forståelse, kyndighet eller å opparbeide seg relasjonell forståelse. Dette kan også settes opp mot hvordan læreplanens overordnede del henviser til kompetansebegrepet og hva det vil tilsi å tilegne seg kompetanse. Det vektlegges at elevene skal tilegne seg kunnskaper og ferdigheter, og være i stand til å mestre ulike situasjoner på bakgrunn av de kunnskapene de sitter inne med (Kunnskapsdepartementet, 2017). Det at elevene skal benytte kunnskapene og ferdighetene kommer godt frem igjennom ulike delene av læreplanen i matematikk, og det er det aspektet ved anvendelse som kommer til sterkest til uttrykk. Elevene skal både arbeide problemløsende, arbeide med å trene på egne ferdigheter og de skal utforske ulike situasjoner. Dette korrelerer i stor grad med kompetansebeskrivelsen til læreplanen, og det ser ut som om læreplanen, på bakgrunn av at dette anvendelsesaspektet i større grad vektlegges, viser til et ønske om kompetansetilegnelse heller enn dybdelæring.

Samtidig så blir dybdelæring i læreplanen definert i samråd med å definere hva kompetanse tilsier. Vi finner også at det kommer frem at for å oppnå kompetanse, er det en forutsetning av man allerede har klart å opparbeide seg dybdeforståelse (NOU 2015 : 8, 2015). Slik å forstå kan man si at til tross for at man i større grad anser det å kunne benytte kunnskapen i ulike situasjoner som kompetanseoppnåelse, vil det på bakgrunn av at dybdelæring er en forutsetning for denne kompetanseoppnåelsen, også være et tiltak læreplanen i matematikk vektlegger i stor grad både for å bidra til dybdelæring og kompetanseoppnåelse.

Det å opparbeide seg dybdeforståelse er en tidkrevende prosess som en gradvis må utvikle (Meld. St. 28. (2015-2016); NOU 2014 : 7, 2014; NOU 2015 : 8, 2015). Elevene skal gjennom skolegangen gis muligheter til gradvis å opparbeide seg forståelse av begreper og forståelse innenfor ulike fagdisipliner. I læreplanen i matematikk uttrykkes det at elevene skal arbeide problemløsende og utforskende, og at dette skal bidra til at elevene opparbeider seg bedre forståelse i faget. Ved å arbeide med problemløsning og utforskning blir elevene gitt muligheter til å konstruere «*helhetlig og varig forståelse*» (NOU 2014 : 7, 2014, s. 35).

Det som ikke kom frem i læreplanen i matematikk var derimot hvordan matematikken kommer til uttrykk på tvers av ulike fagområder. Hvordan kan matematikken bli benyttet i andre fag for å fremme dybdelæring på tvers av fag? Dybdelæring forutsetter at man kan benytte kunnskapene og ferdighetene på tvers av ulike fagemner (Meld. St. 28. (2015-2016); NOU 2014 : 7, 2014; NOU 2015 : 8, 2015). Dette er ikke noe som kommer frem i den enkelte læreplanen. De tverrfaglige temaene inneholder også lite innhold som kan sees i relasjon til dybdelæring. Til tross for at læreplanen presiserer hverdagssituasjoner og elevenes egne hverdagsmiljøer er ikke dette nok til å bidra til en tverrfaglig overføring av matematikken mellom fagemner og fagdisipliner.

Det kommer flere aspekter til uttrykk i læreplanen som kan relateres til både dybdelæring og overflatelæring. Selv om aspektene kommer til uttrykk i læreplanen er det verdt å påpeke at det som kommer til uttrykk i relasjon til overflatelæring handler om at elevene skal øve på deres ferdigheter og kunnskaper. Dette i seg selv er ikke negativt, da forskning påpeker at det å øve inn ferdigheter er en vei å gå for å oppnå dybdelæring (Bransford et al., 2000/2004). Læreplanen trekker derimot frem og presiserer alle aspektene som kan relateres til å lære matematikk med forståelse (Carpenter & Lehre, 1999) og matematisk kyndighet (Kilpatrick et al., 2001). Slik å forstå så ser det ut til at dybdelæring i matematikkfaget handler om at elevene skal opparbeide seg en god matematisk forståelse, som gjør det mulig for elevene å benytte

kunnskapene og ferdighetene i flere ulike situasjoner, være seg om de er fagrelaterte eller ikke. Elevene må også i henhold til læreplanene ta et større ansvar i sin egen opplæring. De må være aktive deltakere, som både kommuniserer og er mottakere for matematisk kommunikasjon. Læreplanen presiserer at elevene skal utforske og arbeide problemløsende, og på den måten uttrykker læreplanen mange elementer som korrelerer med dybdelæring. Dybdelæring kommer altså godt til uttrykk i den nye læreplanen i matematikk.



## 6.0. Konklusjon

---

I denne masteravhandlingen har jeg forsket på den nye læreplanen i matematikk i relasjon til dybdelæring. Bakgrunnen for valget var at flere matematikklærere jeg kjenner uttrykte frustrasjon rundt hva dybdelæring i matematikk faktisk var og hvordan de kunne benytte læreplanen i matematikk for å bistå elevene i deres arbeid mot å tilegne seg en dypere forståelse, og på bakgrunn av dette ble oppgavens forskningsspørsmål todelt. Først måtte jeg finne ut hvordan dybdelæring kom til uttrykk i fagfornyelsen, for så å gå inn og se på hvordan de elementene som læreplanen trakk frem kunne bistå lærerne i å legge til rette for at elevene kunne få mulighetene til å tilegne seg dybdekunnskaper i matematikk.

I læreplanen kommer dybdelæring til uttrykk ved at det presiseres ulike arbeidsmåter, tenkemåter og kommunikasjonsformer som er å anse som relevante når det kommer til elevenes opplæring i matematikkfaget. Dybdelæring kommer til uttrykk ved at læreplanen trekker frem anvendelse, utforskning, kommunikasjon og metakognisjon og selvregulering. Det presiseres at elevene må få ta del i egen opplæring, lære å benytte kunnskapene og ferdighetene de sitter inne med i ulike situasjoner og være aktive deltakere i eget opplæringsforløp. Dette presiserer læreplanen at skal kunne oppnås ved å ta i bruk problemløsningsoppgaver, utforskning og det at elevene må kommunisere om og med matematikken.

Til tross for dette oppleves læreplanen i matematikk som mangelfull på bakgrunn av at dybdelæring i seg selv ikke blir operasjonalisert, noe som også kan gjenspeiles i frustrasjonen lærere uttrykker når det kommer til den nye læreplanen. Dog føler jeg samtidig at jeg sitter igjen med et bedre bilde av hvordan læreplanen i matematikk legger til rette for at vi som lærere skal kunne bistå elevene i å tilegne seg dybdelæring, men samtidig så skaper dette flere nye spørsmål som man eventuelt kunne valgt å forske videre på. Jeg vil under vise til noen av spørsmålene jeg tenker kunne vært aktuelt å forske videre på, på bakgrunn av masterens forskning og konklusjon.

1. Hvordan går matematikklærere frem for å benytte læreplanen som et virkemiddel for å fremme dybdelæring i norske klasserom?
2. Hvordan går andre læreplaner frem for å fremme dybdelæring, og hvordan differensierer dette seg fra læreplanen i matematikk?
3. Hvordan tolker andre matematikklærere læreplanen opp mot hvordan den tilrettelegger for å fremme dybdelæring?

4. Hvordan bidrar læreplanens læringsprogresjon til å fremme dybdelæring?

Dette er bare noen muligheter for videre forskning innenfor tematikken som jeg tenker kunne vært interessante å forske videre på.

## Referanseliste

---

- Alvesson, M. & Sköldberg, K. (2009). *Reflexive methodology : new vistas for qualitative research* (2nd ed. utg.). Sage.
- Arends, D. & Kilcher, A. (2010). *Teaching for Student Learning: Becoming an Accomplished Teacher*. Florence: Routledge.
- Ball, D. L. (1993). With an Eye on the Mathematical Horizon: Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics. *The Elementary school journal*, 93(4), 373-397.
- Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm akademisk.
- Biggs, J. B. (1999). *Teaching for quality learning at university*. England: Society for Research into Higher Education.
- Bjørqvist, O. (2001). Matematisk problemløsning. I B. Grevholm (Red.), *Matematikdidaktikk - ett nordiskt perspektiv*. Studentlitteratur.
- Booth, P., Luckett, P. & Mladenovic, R. (1999). The quality of learning in accounting education: the impact of approaches to learning on academic performance. *Accounting education (London, England)*, 8(4), 277-300. (Accounting Education)
- Bransford, J. D., Brown, A. L. & Cocking R. R. (2000/2004). *How people learn : brain, mind, experience, and school* (Expanded ed. utg.). National Academy Press.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3 (2), 77-101.  
<http://dx.doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970-1990* (Bd. 19). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*, (31), 21-32.
- Carpenter, T. P. & Lehre, R. (1999). Teaching and Learning Mathematics with understanding. I E. Fennema & T. A. Romberg (Red.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (s. 19-32). Lawrence Erlbaum Associates, Inc. .
- Chang, S. L. & Chang, Y. (2008). Using online concept mapping with peer learning to enhance concept application. *Quarterly review of distance education*, 9(1), 17.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational research : planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (4th ed. utg.). Pearson Education.
- Dahl, T. & Østern, T. P. (2019). Dybde//læring med overflate og dybde. I T. P. Østern, T. Dahl, A. Strømme, J. A. Petersen, A.-L. Østern & S. Selander (Red.), *Dybde//Læring - en flerfaglig, relasjonell og skapende tilnærming* (2. utg., s. 39-56). Universitetsforlaget.

- Dahl, T., Strømme, A., Aagaard Petersen, J., Østern, A.-L., Selander, S. & Østern, T. (2019). *Dybdelæring - en flerfaglig, relasjonell og skapende tilnærming*. Universitetsforl.
- Dalland, O. (2018). *Metode og oppgaveskriving* (O. Dalland, Red. 6.2. utg.). Gyldendal Norsk Forlag
- de Jong, T. (2005). The Guided Discovery Principle in Multimedia Learning. I (s. 215-228). Cambridge University Press.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (2005). Introduction: The Discipline and Practice of Qualitative Research. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *The Sage Handbook of Qualitative Research* (3. utg., s. 1-32). Sage Publications.
- Duedahl, P. & Hviid Jacobsen, M. (2010). *Introduktion til dokumentanalyse* (Bd. vol. 394). Syddansk Universitetsforlag.
- Fangen, K. (2019). *Deltakende observasjon* (2. utg.). Fagbokforlaget.
- Fauskanger, J. & Bjuland, R. (2018). Deep Learning as Constructed in Mathematics teachers' Written Discourses. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 149-160.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem-solving. I L. B. Resnick (Red.), *The nature of intelligence* (s. 231-236). Erlbaum.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *The American psychologist*, 34(10), 906-911.
- Gadamer, H.-G. (2004). *Truth and method* (2nd, rev. ed. translation revised by Joel Weinsheimer and Donald G. Marshall. utg.). Continuum.
- Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter : å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis* (1. utgave. utg.). Cappelen Damm akademisk.
- Goldner, R. H., Shulman, L. S. & Keislar, E. R. (1969). Learning by Discovery: A Critical Appraisal. I (Bd. 6, s. 128-130). American Educational Research Association.
- Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Fagbokforl.
- Hall, M., Ramsay, A. & Raven, J. (2004). Changing the learning environment to promote deep learning approaches in first-year accounting students. *Accounting education (London, England)*, 13(4), 489-505. (Accounting Education)
- Hidayati, N. A., Fahmi, S. & Farida, K. (2019). The comparative of mathematics learning using guided discovery method and expository method to mathematics learning outcomes. *J. Phys.: Conf. Ser*, 1321(3), 32103.
- Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A*

- project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 65-97). NY: Macmillan Publishing CO, Inc.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in Mathematics: An introductory analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). NJ: Erlbaum.
- Hiebert, J. S. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I F. K. Lester (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Bd. 1, s. 371–404). Information Age.
- Hitching, G. H. & Mørch, H. W. (2014). Problemløsning i matematikk. I T. S. Gustavsen, K. R. C. Hinna, I. C. Borge & P. S. Andersen (Red.), *QED 5-10 : Matematikk for grunnskolelærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.
- Høgheim, S. (2020). *Masteroppgaven i GLU* (1. utgave. utg.). Fagbokforlaget.
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. C. & Sherin, M. G. (2004). Describing Levels and Components of a Math-Talk Learning Community. *Journal for research in mathematics education*, 35(2), 81-116.
- Imsen, G. (2021). *Lærerens verden : innføring i generell didaktikk* (6. utgave. utg.). Universitetsforlaget.
- Kamaluddin, M. & Widjajanti, D. B. (2019). The Impact of Discovery Learning on Students' Mathematics Learning Outcomes. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 1320(1), 12038.
- Kilpatrick, J. (2020). Competency Frameworks in Mathematics Education. I (s. 110-113). Cham: Springer International Publishing.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. & National Research, C. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kirschner, P. A., Sweller, J. & Clark, R. E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational psychologist*, 41(2), 75-86.
- Kjeldstadli, K. (1999). *Fortida er ikke hva den en gang var : en innføring i historiefaget* (2. utg. utg.). Universitetsforlaget.
- Krogh, T. (2014). *Hermeneutikk : om å forstå og fortolke* (2. utg. utg.). Gyldendal akademisk.
- Kunnskapsdepartementet. *Overordnet del - verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Utdanningsdirektoratet.
- Kunnskapsdepartementet. (2018). *Kjerneelementer i fag*. Kunnskapsdepartementet. Hentet 13. Januar 2023 fra

<https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>

Kunnskapsdepartementet. *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05)*.

<https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>

Kvam, V. (2019). *Jakten på den gode skole : utdanningshistorie for lærere* (2. utg.).

Universitetsforlaget.

Lester, F. K. & Kehle, P. E. (2003). From Problem Solving to Modeling: The Evolution of Thinking About Research on Complex Mathematical Activity IR. Lesh & H. M. Dorr (Red.), *Beyond Constructivism : Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (s. 501-518). Routledge.

Lyke, J. A. & Young, A. J. K. (2006). Cognition in Context: Students' Perceptions of Classroom Goal Structures and Reported Cognitive Strategy Use in the College Classroom. *Research in higher education*, 47(4), 477-490.

Marton, F. (1975). On non-verbatim learning: 1. Level of processing and level of outcome. *Scandinavian journal of psychology*, 16(1), 273-279.

Marton, F., Dall'Alba, G. & Beaty, E. (1993). Conceptions of learning. *International journal of educational research*, 19(3), 277-300.

Marton, F. & Säljö, R. (1976). ON QUALITATIVE DIFFERENCES IN LEARNING: I—OUTCOME AND PROCESS. *British Journal of Educational Psychology*, 46(1), 4-11.

Mayer, R. E. (2004). Should There Be a Three-Strikes Rule Against Pure Discovery Learning?: The Case for Guided Methods of Instruction. *Am Psychol*, 59(1), 14-19.

Meld. St. 28. (2015-2016). *Fag – Fordypning – Forståelse — En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartementet.

<https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/>

Moustakas, C. (1994). *Phenomenological research methods*. Sage.

NCTM. (2000). *Principles Standards and for School Mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

NOU 2014 : 7. *Elevenes læring i fremtidens skole*. Kunnskapsdepartementet.

<https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/>

NOU 2015 : 8. *Fremtidens skole — Fornyelse av fag og kompetanser*.

Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>

- Nyeng, F. (2012). *Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori*. Fagbokforl.
- Pellegrino, J. W. & Hilton, M. L. (2012). *Education for life and work : developing transferable knowledge and skills in the 21st century*. The National Academies Press.
- Pólya, G. (1990). *How to solve it : The classic introduction to mathematical problem-solving - with a foreword by Ian Stewart* (2. utg.). Penguin Books.
- Postholm, M. B. (2020). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave, 4. opplag. utg.). Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2016). *Læreren med forskerblikk : innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter* (1. utgave , 10. opplag. utg.). Cappelen Damm Akademisk.
- Ramsden, P. (1992). *Learning to teach in higher education*. Routledge.
- Rillero, P. (2016). Deep Conceptual learning in science and mathematics: Perspectives of teachers and administrators. *Electronic Journal of Science Education*, 20(2), 14-31.
- Rønning, W. (2013). Kunnskapsløftet i klasserommet : lærernes praksis, tenkning og utfordringer for videre læringsarbeid. I (s. s. 101-117). Universitetsforl.
- Sawyer, R. K. (2006). Introduction: The New Science of Learning. I (s. 1-18). Cambridge University Press.
- Schacter, D. S., D. T. Gilbert & Wegner, D. M. (2009, 2011). *Psychology* (2. utg.). Worth Publishers.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? I A. H. Schoenfeld (Red.), *Cognitive science and Mathematical education*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. *ZDM*, 39(5-6), 537-551.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of education (Boston, Mass.)*, 196(2), 1-38.
- Schunk, D. H. (2012). *Learning Theories : An educational Perspective* (6. utg.). Pearson Education, Inc.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. & Keisler, E. R. (1966). *Learning by discovery*. Rand McNally.
- Silverman, D. (2006). *Interpreting qualitative data : methods for analyzing talk, text and interaction* (3rd ed. utg.). SAGE.

- Skemp, R., R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*.
- Skott, J., Skott, C. K., Jess, K. & Hansen, H. C. (2018). *Matematik for lærerstuderende : Delta 2.0 Fagdidaktik, 1.-10. klasse* (2. udg. utg.). Samfundslitteratur.
- Staksrud, E., Kolstad, I., Bang, K. J., Bomann-Larsen, L., Fretheim, K., Granaas, R. C., Harpviken, K. B., Haugen, H. Ø., Jakobsen, K. A., Johnsen, R., Lie, M. H., Lile, H. S., Nevøy, A., Nilsen, T. K., Skilbrei, M.-L. & Enebak, V. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. De nasjonale forskningsetiske komiteene.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing Procedural Knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 404-411.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical thinking and learning*, 10(4), 313-340.
- Sunde, D. J. & Wille, T. S. (2017). *Fra læreplan til klasserom : kreativt arbeid med kompetanse og vurdering for læring i fag*. Gyldendal akademisk.
- Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitativ metode* (4. utg. utg.). Fagbokforl.
- Tochon, F. V. (2010). Deep education. *Journal for educators, teachers and trainers*, 1(1), 1-12.
- Utdanningsdirektoratet. (2019a, 13. Mars 2019). *Dybdelæring*. Utdanningsdirektoratet. Hentet 13. Januar 2023 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019b, 18. November 2019). *Hva er kjerneelementer?* Utdanningsdirektoratet. Hentet 13. Januar 2023 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020, 03. September. 2020). *Hva er nytt i matematikk?* Utdanningsdirektoratet. Hentet 13. Januar 2023 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/>
- Wilson, J. W., Fernandez, M. L. & Hadaway, N. (1993). *MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING*. MacMillan. Hentet 20.01.2023 fra <http://jwilson.coe.uga.edu/emt725/PSsyn/PSsyn.html>



## Vedlegg

### Vedlegg 1: Innledende koder

Problemløsning	Å løse problemer	Mer vekt på strategi enn løsning	Bruke matematikken i og utenfor faget	Modellering	Mønstre
sammenhenger	anvendelser	utforskning	Kritisk tenking	Kommunikasjon	Kritisk vurdering
Resonere matematisk	Stille spørsmål	Vurdere modeller	Diskutere seg frem til en felles forståelse	Utvikle en metode for å løse et problem de ikke kjenner til fra før	Å tenke
Bryte ned et problem	Vurdere løsningenes gyldighet	Begrunne løsninger	Kjente problemer	Resonnering	Å reflektere
Å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker	Begrunne fremgangs-måter	Matematiske representasjoner	Uttrykke matematiske begreper	Utforme egne resonnementer	Generalisering
Matematiske samtaler	Veksle mellom ulike representasjoner	Å bruke hverdagsspråk	uttrykke matematiske problemer	Argumentasjon	Oppdage sammenhenger
Utforske utregninger	Utforske strukturer	Å utvikle egne tanker	representasjoner	Begrunne resonnementer	Strukturer
Utvikle varierte regnestrategier	Utforske mønstre	Vurdere form	Fra formelt symbolspråk og formelle resonnementer	Uttrykke matematiske sammenhenger	Utforske tall
Utforske relasjoner	Utforske sammenhenger innenfor og mellom kunnskaps-områdene	Kjenne igjen konkrete problemer	Samtale i og om matematikk	Kommunisere ideer	Drøfte matematiske problemer
Drøfte matematiske strategier	Drøfte matematiske løsninger med andre	Effektive og hensiktsmessige metoder	Å bruke et mer presist matematisk språk	Å beskrive og forklare sammenhenger	Å beskrive og forklare oppdagelser

Å beskrive og forklare ideer	Hensiktsmessige representasjoner	Å behandle informasjon	Å utvikle egen læring	Å kunne løse problemer	Presentere løsninger
å sortere informasjon	Analysere	lage egne mønstre	Vurdere innhold	Bruke matematiske representasjoner	Bruke matematiske begreper
Bruke matematiske fremgangsmåter	Vurdere om løsninger er gyldige	Beskriv posisjonssystemet ved hjelp av ulike representasjoner	Formulere spørsmål	Å analysere	Å løse et spekter av stadig er komplekse problemer
Effektive og hensiktsmessige begreper	Effektive og hensiktsmessige symboler	Utforske de kommutative og den assosiative egenskapen	Effektive og hensiktsmessige strategier	Å utforske	Løse matematiske problemer
Å finne informasjon	Å analysere informasjon	hensiktsmessige representasjoner	Å presentere informasjon	Bruke og velge hensiktsmessige digitale verktøy	Å utforske matematiske problemer
Å løse matematiske problemer	Å presentere matematiske problemer	hverdagssituasjoner	Reflektere over om det kan gjøres på flere måter	Utforsk tall, mengder og telling	Reprenter tallene på ulike måter
Beskriv mønstre i tellingene	Utforsk	sammenligning av størrelser, mengder, uttrykk og tall og bruke likhets- og ulikhetstegn	Bruke tallinjen i regning og problemløsning	Utforske addisjon og subtraksjon	Oversett mellom representasjonene
Å formulere problemer fra lek og egen hverdag	Å løse problemer fra lek og egen hverdag	Utforsk	Kjenne igjen og beskrive repeterende enheter i mønstre	Utforske, tegne og beskrive geometriske figurer	Eget nærmiljø
Samtale om resultatene	Utvikle hensiktsmessige representasjoner	Forklar sammenhenger mellom de fire regnearter	Utforsk sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon	Forklare sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon	Argumentere

problemløsning	Utforske multiplikasjon ved telling	Praktiske situasjoner	Representere multiplikasjon på ulike måter	Praktiske situasjoner	Bruk kommutative, assosiative og distributive egenskaper til å utforske strategier i multiplikasjon
Oversett mellom de ulike representasjonene	Praktiske situasjoner	Representer brøker	Utforsk likevekt og balanse	Representer divisjon på ulike måter	Representer dette på ulike måter
Utforsk, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategier	Utforsk sammenhenger mellom de fire regnearter	Praktiske situasjoner	Praktiske situasjoner	Forklare tenkemåtene sine	Oversett mellom de ulike representasjonene
lage regneuttrykk til praktiske situasjoner	Utforsk, beskriv å sammenligne egenskaper	Løse problemer fra egen hverdag	Modeller situasjoner fra egen hverdag	Utforske og beskrive strukturer	finne praktiske situasjoner som passer til oppgitte regneuttrykk
		Løs problemer fra egen hverdag	Begrunne valget	Utvikle og bruk strategier	Utforske og beskrive mønstre
Formuler problemer fra egen hverdag	Løs problemer fra egen hverdag	Praktiske situasjoner	Løse ligninger og ulikheter	Logiske resonnement	Forklare tenkemåtene sine
Løse oppgaver	Formuler problemer fra egen hverdag	Forklar tenkemåtene sine	Lag algoritmer	Utforsk og beskriv symmetri i mønstre	Lage oppgaver
Argumenter for sammenhenger	Utforsk mål for areal og volum	Utforsk og bruk	Forklar tenkemåtene sine	Utforsk sammenhenger	Utforsk strategier for regning
Utvikle hensiktsmessige strategier	Bruk hensiktsmessige strategier	Argumenter for resultat	Representer på ulike måter	Utforsk de matematiske sammenhengene	Utforsk sammenhenger

Praktiske situasjoner	Vurdere om løsningene er gyldige	Lage problemer	Representer og bruk	Utforske data i tabeller og datasett	Utforsk geometriske figurer og mønstre
Problemløsning	Argumenter for fremgangsmåter	Løse ligninger knyttet til praktiske situasjoner	Begrunn valget av framstilling	Kommuniser strategier for hoderegning	Utforsk negative tall
Utforsk algebraiske regneregler	Generaliser mønstre	representere funksjoner på ulike måter	Utvikle strategier for hoderegning	Lage regneuttrykk med tall variabler og konstanter	Utforsk og beskriv
Knyttet til praktiske situasjoner	lage ligninger knyttet til praktiske situasjoner	utforske egenskapene ved ulike polygoner	Løse problemer	Utforske funksjoner	Forklar regneuttrykk med tall variabler og konstanter
forklare strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre	Presentere strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre	utforske formler for areal og volum av tredimensjonale figurer	forklare ligninger knyttet til praktiske situasjoner	utforske hvordan algoritmer kan skapes	forklare funksjoner
utforske hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger	argumentere for hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger	utforske og generalisere multiplikasjon av polynomer algebraisk og geometrisk	vise sammenhenger mellom representasjonene	Beskrive sammenhenger mellom sidelengdene i trekkanter	beskrive strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre
utforske hvordan framstillinger av tall og data kan brukes for å fremme ulike synspunkter	argumentere for hvordan framstillinger av tall og data kan brukes for å fremme ulike synspunkter	utforske sammenhengen	Utforske sammenhenger mellom sidelengdene i trekkanter	kritisk vurdere	argumentere for sammenhenger mellom sidelengdene i trekkanter

Forklare ligningssett knyttet til praktiske situasjoner	forklare begrepene	Argumenter for resultater	argumentere for formler for areal og volum av tredimensjonale figurer	Lage ligningssett knyttet til praktiske situasjoner	diskutere sentralmål og spredningsmål i reelle datasett
Argumenter for fremgangsmåter	formulere og løse problemer	Presenter resultatene	Utforsk egenskaper ved ulike funksjoner	utforskende arbeid	løse ligningssett knyttet til praktiske situasjoner
Utforsk matematiske egenskaper og sammenhenger	Presenter et utforskende arbeid knyttet til personlig økonomi	Modeller situasjoner knyttet til reelle datasett	Argumenter for modellene	oppleve at faget er relevant	

## Vedlegg 2: Samling og søking etter temaer

<b>TEMATISK KODE</b>	<b>SAMLING AV INNLEDENDE KODER</b>
<b>PROBLEMLØSNING</b>	Problemløsning Utvikle en metode for å løse et ukjent problem Vurdere løsninger gyldighet Bryte ned et problem Bruke tallinjen i regning og problemløsning Vurdere om løsningene er gyldige
<b>FERDIGHETSTRENING</b>	Kjente problemer Å løse problemer Å løse et spekter av stadig mer komplekse problemer Løse matematiske problemer Kjenne igjen konkrete problemer Å kunne løse problemer Å løse matematiske problemer Å løse problemer fra lek og egen hverdag Å formulere problemer fra lek og egen hverdag Formulere problemer fra egen hverdag Løse problemer fra egen hverdag Løse likninger og ulikheter Lage oppgaver Lage algoritmer Lag regneuttrykk med tall, variabler og konstanter Lag likninger knyttet til praktiske situasjoner Løse ligninger knyttet til praktiske situasjoner Lage likningsett knyttet til praktiske situasjoner Løse likningsett knyttet til praktiske situasjoner bruke matematiske fremgangsmåter Lage egne mønstre formulere og løse problemer
<b>ANVENDELSE</b>	Vekt på strategi Bruke matematikk i og utenfor faget Modellering Vurdere modeller Utvikle varierte regnestrategier Effektive og hensiktsmessige begreper, symboler, metoder og strategier

	<p>Hensiktsmessige representasjoner</p> <p>Utvikle hensiktsmessige representasjoner</p> <p>Bruke og velge hensiktsmessige digitale verktøy</p> <p>Relater matematikken til eget nærmiljø, praktiske situasjoner og hverdagssituasjoner</p> <p>Finne praktiske situasjoner som passer til regneuttrykk</p> <p>Lage regneuttrykk til praktiske situasjoner</p> <p>Modellere situasjoner fra egen hverdag</p> <p>Bruke hensiktsmessige strategier</p> <p>Utvikle hensiktsmessige strategier</p> <p>Knyttet til praktiske situasjoner</p> <p>Modeller situasjoner knyttet til reelle datasett</p> <p>Utvikle og bruk strategier</p> <p>Utvikle strategier for hoderegning</p>
<b>SAMMENHENGER</b>	<p>Mønstre</p> <p>Generalisere</p> <p>Oppdage sammenhenger</p> <p>Strukturer</p> <p>Forklar sammenhenger mellom ...</p> <p>Kjenne igjen og beskrive repeterende enheter i mønstre</p> <p>Beskriv mønstre i tellingene</p> <p>sammenligning av størrelser, mengder, uttrykk og tall og bruke likhets- og ulikhetstegn</p> <p>beskrive strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre</p> <p>Beskrive sammenhenger mellom sidelengdene i trekkanter</p> <p>vise sammenhenger mellom representasjonene</p> <p>Generalisere mønstre</p>
<b>UTFORSKNING</b>	<p>Utforskning</p> <p>Å utforske</p> <p>Utforsk</p> <p>Utforske tall</p> <p>Utforske regninger</p> <p>Utforske strukturer</p> <p>Utforske mønstre</p> <p>Utforske relasjoner</p> <p>Utforske sammenhenger innenfor og mellom kunnskapsområdene</p>

	<p>Å utforske matematiske problemstillinger</p> <p>Utforsk tall, mengder og telling</p> <p>Utforsk addisjon og subtraksjon</p> <p>Utforsk sammenhenger ...</p> <p>Utforske, tegne og beskrive geometriske figurer</p> <p>Utforske de kommutative og den assosiative egenskapen</p> <p>Utforske multiplikasjon ved telling</p> <p>Bruk kommutative, assosiative og distributive egenskaper til å utforske strategier i multiplikasjon</p> <p>Utforsk likevekt og balanse</p> <p>Utforske og beskrive mønstre</p> <p>Utforske og beskrive strukturer</p> <p>Utforsk, beskriv og sammenlign egenskaper</p> <p>Utforsk, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategier</p> <p>Utforsk strategier ved regning</p> <p>Utforsk geometriske figurer og mønstre</p> <p>Utforsk og beskriv symmetri i mønstre</p> <p>Utforsk negative tall</p> <p>Utforsk og beskriv ...</p> <p>Utforsk de matematiske sammenhengene</p> <p>Utforske data i tabeller og datasett</p> <p>Utforsk mål for areal og volum</p> <p>Utforsk funksjoner</p> <p>utforske hvordan algoritmer kan skapes</p> <p>Utforske sammenhenger mellom sidelengdene i trekanter</p> <p>utforske egenskapene ved ulike polygoner</p> <p>utforsk algebraiske regneregler</p> <p>utforske hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger</p> <p>utforske formler for areal og volum av tredimensjonale figurer</p> <p>Utforsk egenskaper ved ulike funksjoner</p> <p>utforske og generalisere multiplikasjon av polynomer algebraisk og geometrisk</p> <p>utforske hvordan framstillinger av tall og data kan brukes for å fremme ulike synspunkter</p> <p>utforskende arbeid</p> <p>Utforsk matematiske egenskaper og sammenhenger</p>
<p><b>VURDERING OG KRITISK TENKNING</b></p>	<p>Vurdere innhold</p> <p>Vurdere form</p>



## KOMMUNIKASJON

Kritisk tenkning  
Kritisk vurdering  
Å analysere  
Å sortere informasjon  
Å finne informasjon  
Å analysere informasjon  
Å behandle informasjon  
Stille spørsmål  
Å formulere spørsmål  
Kommunikasjon  
Diskutere seg frem til en felles forståelse  
Begrunne løsninger  
Begrunne fremgangsmåter  
Uttrykke matematiske begreper  
Matematiske samtaler  
Uttrykke matematiske problemer  
Uttrykke matematiske sammenhenger  
Kommuniser ideer  
Samtale om og i matematikk  
Drøfte matematiske problemer  
Drøfte matematiske strategier  
Drøfte matematiske løsninger  
Å bruke hverdagsspråk  
Å bruke er stadig mer presist matematikkspråk  
Å beskrive og forklare sammenhenger  
Å beskrive og forklare oppdagelser  
Å beskrive og forklare ideer  
Presentere løsninger  
Bruke matematiske begreper  
Å presentere informasjon  
Å presentere matematiske problemer  
Samtale om resultater  
Forklar sammenhenger mellom de fire regnearter  
Begrunne valg ... av fremstilling  
Kommuniser strategier for hoderegning

	<p>Forklar regneuttrykk med tall variabler og konstanter</p> <p>Forklar funksjoner</p> <p>Forklar likninger knyttet til praktiske situasjoner</p> <p>Presentere strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre</p> <p>forklare strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre</p> <p>diskutere sentralmål og spredningsmål i reelle datasett</p> <p>Forklare ligningssett knyttet til praktiske situasjoner</p> <p>forklare begrepene</p> <p>Presenter et utforskende arbeid knyttet til personlig økonomi</p> <p>Presenter resultatene</p>
<b>ARGUMENTASJON</b>	<p>Argumentasjon</p> <p>Argumenter</p> <p>Argumenter for sammenhenger</p> <p>Argumenter for fremgangsmåter</p> <p>Argumenter for resultat</p> <p>argumentere for sammenhenger mellom sidelengdene i trekant</p> <p>argumentere for hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger</p> <p>argumentere for formler for areal og volum av tredimensjonale figurer</p> <p>argumentere for hvordan framstillinger av tall og data kan brukes for å fremme ulike synspunkter</p> <p>Argumenter for modellene</p>
<b>RESONNERING</b>	<p>Utforme egne resonnementer</p> <p>Resonnering</p> <p>Resonnere matematisk</p> <p>Å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker</p> <p>Begrunne resonnementer</p> <p>Formelt symbolspråk og formelle resonnementer</p> <p>Logiske resonnement</p>
<b>REPRESENTASJONER</b>	<p>Representasjoner</p> <p>Veksle mellom ulike representasjoner</p> <p>Matematiske representasjoner</p> <p>Bruke matematiske representasjoner</p> <p>Representer tall på ulike måter</p> <p>Oversett mellom representasjoner</p> <p>Beskriv posisjonssystemet ved hjelp av ulike representasjoner</p> <p>Representer multiplikasjon på ulike måter</p>

Representer ... på ulike måter  
Representer divisjon på ulike måter  
Oversett mellom de ulike representasjonene  
Representer brøk  
Representer og bruk

## Å TENKE

Å tenke  
Å reflektere  
Å utvikle egne tanker  
Å reflektere over om ting kan gjøres på andre måter  
Forklar tenkemåtene sine  
oppleve at faget er relevant  
Kritisk tenkning  
Kritisk vurdering  
analyserer

## EGEN LÆRING

Å utvikle egen læring

Vedlegg 3: De fire overordnede temaene med underkategorier

	<b>TEMATISK KODE</b>	<b>SAMLING AV INNLEDENDE KODER</b>
<b>ANVENDELSE</b>	<b>Problemløsning</b>	Problemløsning Utvikle en metode for å løse et ukjent problem Vurdere løsninger gyldighet Bryte ned et problem Bruke tallinjen i regning og problemløsning Vurdere om løsningene er gyldige
	<b>Ferdighetstrening</b>	Kjente problemer Å løse problemer Å løse et spekter av stadig mer komplekse problemer Løse matematiske problemer Kjenne igjen konkrete problemer Å kunne løse problemer Å løse matematiske problemer Å løse problemer fra lek og egen hverdag Å formulere problemer fra lek og egen hverdag Formulere problemer fra egen hverdag Løse problemer fra egen hverdag Løse likninger og ulikheter Lage oppgaver Lage algoritmer Lag regneuttrykk med tall, variabler og konstanter Lag likninger knyttet til praktiske situasjoner Løse ligninger knyttet til praktiske situasjoner Lage likningsett knyttet til praktiske situasjoner Løse likningsett knyttet til praktiske situasjoner bruke matematiske fremgangsmåter Lage egne mønstre formulere og løse problemer
	<b>Anvendelse</b>	Vekt på strategi Bruke matematikk i og utenfor faget Modellering Vurdere modeller Utvikle varierte regnestrategier Effektive og hensiktsmessige begreper, symboler, metoder og strategier

# UTFORSKNING

	<p>Hensiktsmessige representasjoner Utvikle hensiktsmessige representasjoner Bruke og velge hensiktsmessige digitale verktøy Relater matematikken til eget nærmiljø, praktiske situasjoner og hverdagssituasjoner Finne praktiske situasjoner som passer til regneuttrykk Lage regneuttrykk til praktiske situasjoner Modellere situasjoner fra egen hverdag Bruke hensiktsmessige strategier Utvikle hensiktsmessige strategier Knyttet til praktiske situasjoner Modeller situasjoner knyttet til reelle datasett Utvikle og bruk strategier Utvikle strategier for hoderegning</p>
<b>Vurdering</b>	<p>Vurdere innhold Vurdere form</p>
<b>Sammenhenger</b>	<p>Mønstre Generalisere Oppdage sammenhenger Strukturer Forklar sammenhenger mellom ... Kjenne igjen og beskrive repeterende enheter i mønstre Beskriv mønstre i tellingene sammenligning av størrelser, mengder, uttrykk og tall og bruke likhets- og ulikhetstegn beskrive strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre Beskrive sammenhenger mellom sidelengdene i trekanter vise sammenhenger mellom representasjonene Generalisere mønstre</p>
<b>Vurdering</b>	<p>Å analysere Å sortere informasjon Å finne informasjon Å analysere informasjon Å behandle informasjon</p>
<b>Utforskning</b>	<p>Utforskning Å utforske Utforsk</p>

Utforske tall  
Utforske regninger  
Utforske strukturer  
Utforske mønstre  
Utforske relasjoner  
Utforske sammenhenger innenfor og mellom kunnskapsområdene  
Å utforske matematiske problemstillinger  
Utforsk tall, mengder og telling  
Utforsk addisjon og subtraksjon  
Utforsk sammenhenger ...  
Utforske, tegne og beskrive geometriske figurer  
Utforske de kommutative og den assosiative egenskapen  
Utforske multiplikasjon ved telling  
Bruk kommutative, assosiative og distributive egenskaper til å utforske strategier i multiplikasjon  
Utforsk likevekt og balanse  
Utforske og beskrive mønstre  
Utforske og beskrive strukturer  
Utforsk, beskriv og sammenlign egenskaper  
Utforsk, bruke og beskrive ulike divisjonsstrategier  
Utforsk strategier ved regning  
Utforsk geometriske figurer og mønstre  
Utforsk og beskriv symmetri i mønstre  
Utforsk negative tall  
Utforsk og beskriv ...  
Utforsk de matematiske sammenhengene  
Utforske data i tabeller og datasett  
Utforsk mål for areal og volum  
Utforsk funksjoner  
utforske hvordan algoritmer kan skapes  
Utforske sammenhenger mellom sidelengdene i trekanter  
utforske egenskapene ved ulike polygoner  
utforsk algebraiske regneregler  
utforske hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger  
utforske formler for areal og volum av tredimensjonale figurer  
Utforsk egenskaper ved ulike funksjoner

# KOMMUNIKASJON

utforske og generalisere multiplikasjon av polynomer algebraisk og geometrisk  
utforske hvordan framstillinger av tall og data kan brukes for å fremme ulike synspunkter  
utforskende arbeid

Utforsk matematiske egenskaper og sammenhenger

## Kommunikasjon

Stille spørsmål

Å formulere spørsmål

Kommunikasjon

Diskutere seg frem til en felles forståelse

Begrunne løsninger

Begrunne fremgangsmåter

Uttrykke matematiske begreper

Matematiske samtaler

Uttrykke matematiske problemer

Uttrykke matematiske sammenhenger

Kommuniser ideer

Samtale om og i matematikk

Drøfte matematiske problemer

Drøfte matematiske strategier

Drøfte matematiske løsninger

Å bruke hverdagspråk

Å bruke er stadig mer presist matematikkspråk

Å beskrive og forklare sammenhenger

Å beskrive og forklare oppdagelser

Å beskrive og forklare ideer

Presentere løsninger

Bruke matematiske begreper

Å presentere informasjon

Å presentere matematiske problemer

Samtale om resultater

Forklar sammenhenger mellom de fire regnearter

Begrunne valg ... av fremstilling

Kommuniser strategier for hoderegning

Forklar regneuttrykk med tall variabler og konstanter

Forklar funksjoner

Forklar likninger knyttet til praktiske situasjoner

	<p>Presentere strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre</p> <p>forklare strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre</p> <p>diskutere sentralmål og spredningsmål i reelle datasett</p> <p>Forklare ligningssett knyttet til praktiske situasjoner</p> <p>forklare begrepene</p> <p>Presenter et utforskende arbeid knyttet til personlig økonomi</p> <p>Presenter resultatene</p>
<b>Argumentasjon</b>	<p>Argumentasjon</p> <p>Argumenter</p> <p>Argumenter for sammenhenger</p> <p>Argumenter for fremgangsmåter</p> <p>Argumenter for resultat</p> <p>argumentere for sammenhenger mellom sidelengdene i trekkanter</p> <p>argumentere for hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger</p> <p>argumentere for formler for areal og volum av tredimensjonale figurer</p> <p>argumentere for hvordan framstillinger av tall og data kan brukes for å fremme ulike synspunkter</p> <p>Argumenter for modellene</p>
<b>Resonnering</b>	<p>Utforme egne resonnementer</p> <p>Resonnering</p> <p>Resonnere matematisk</p> <p>Å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker</p> <p>Begrunne resonnementer</p> <p>Formelt symbolspråk og formelle resonnementer</p> <p>Logiske resonnement</p>
<b>Representasjoner</b>	<p>Representasjoner</p> <p>Veksle mellom ulike representasjoner</p> <p>Matematiske representasjoner</p> <p>Bruke matematiske representasjoner</p> <p>Representer tall på ulike måter</p> <p>Oversett mellom representasjoner</p> <p>Beskriv posisjonssystemet ved hjelp av ulike representasjoner</p> <p>Representer multiplikasjon på ulike måter</p> <p>Representer ... på ulike måter</p> <p>Representer divisjon på ulike måter</p> <p>Oversett mellom de ulike representasjonene</p>



**METAKOGNISJON  
OG  
SELVREGULERING**

	Representer brøk Representer og bruk
<b>Kritisk tenkning</b>	Kritisk tenkning Kritisk vurdering
<b>Å tenke</b>	Å tenke Å reflektere Å utvikle egne tanker Å reflektere over om ting kan gjøres på andre måter Forklar tenkemåtene sine oppleve at faget er relevant
<b>Egen læring</b>	Å utvikle egen læring