MASTEROPPGAVE

Masterstudium i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikk og matematikkdidaktikk

Mai 2022

Sammenligning av matematikkoppgaver fra TIMSS med norske matematikklærebøker for ungdomstrinnet

En analyse av matematikkoppgaver i lys av rammeverk for matematisk forståelse og kompetanse

Martine Johnsrud

OsloMet – storbyuniversitetet

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier

Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på mine seks år som lærerstudent ved OsloMet – Storbyuniversitet. Jeg går nå bort fra studenttilværelsen og går inn i en ny epoke som grunnskolelærer. Masterstudiet og selve masteroppgaven har gitt meg større innsikt i hvordan matematikkdidaktikk utøves i skolen. Gjennom et års arbeid med analyse av matematikkoppgaver fra kjente lærebøker og TIMSS-undersøkelser har gitt meg erfaring med hvor viktig selve utformingen av matematikkoppgavene er, hvordan lærebøkene setter standarden for hva elevene arbeider med i skolen og hvordan dette kan påvirke resultater fra internasjonale undersøkelser slik som TIMSS.

Selve arbeidet med masteroppgaven hadde ikke vært gjennomførbart uten hjelp. Jeg ønsker derfor å spesielt takke min veileder Arne Hole for god oppfølging, tilbakemeldinger og innspill gjennom prosessen. Jeg vil også takke mine medstudenter for gode innspill, motiverende samtaler og hyggelige lunsjpauser.

Å skrive en masteroppgave har vært en stressende og krevende prosess. En lang periode med arbeid innenfor Excel, lange dager med skriving og redigering setter sitt preg i hvordan oppgaven har blitt til. Prosessen har selvfølgelig også vært lærerik. Jeg sitter igjen med gode erfaringer fra undervisningen vi har fått og arbeidet med masteroppgaven i sin helhet.

OsloMet – Storbyuniversitet, Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier
Oslo, 2022
Martine Johnsrud

Sammendrag

Dette forskningsprosjektet er en matematikkdidaktisk masteravhandling som tar for seg en sammenligning av matematikkoppgaver fra den internasjonale undersøkelsen TIMSS – *Trends in International Mathematics and Science Study* og to norske læreverk. Når det gjelder TIMSS, ser jeg på matematikkoppgavene for 8. og 9. trinn fra undersøkelsene som ble gjennomført i 2015 og 2019. Prosjektet tar for seg alle matematikkoppgavene fra 8. og 9. trinn i de to læreverkene, tillegg til de frigitte oppgavene fra TIMSS, totalt antall oppgaver er 2313. Fagområdene som er gjennomgående i prosjektet vil derfor være tall, geometri, statistikk og algebra. Problemstillingen min er:

Hvordan fremstår matematikkoppgaver fra TIMSS for ungdomstrinnet sammenlignet med oppgaver fra norske lærebøker når de analyseres ved hjelp av rammeverk for kompetanse og forståelse?

Jeg tar utgangspunkt i teoriene til Richard R. Skemp (2006) og Jeremy Kilpatrick (2001) om matematisk kompetanse og forståelse, samt de kognitive nivåene fra TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Jeg analyserer matematikkoppgavene basert på både en kvalitativ og kvantitativ metodetilnærming. Jeg tar utgangspunkt i Philipp Mayring (2015) sin induktive kategoridannelse for å utvikle et klassifiseringsverktøy som brukes til å analysere matematikkoppgavene i lys av de nevnte teoriene. Klassifiseringsskjemaet brukes deretter til å sammenligne ulike aspekter ved oppgavematerialet i TIMSS med oppgavene fra lærebøkene, blant annet prosentvis fordeling av fagområde og kognitive nivåer. Deretter sammenligner jeg statistiske mål som gjennomsnitt og spredningsmål, samt ser på mål av korrelasjon gjennom Pearsons R og benytter kategorisk krysstabell. Ved å bruke disse teoriene og denne metodiske tilnærmingen undersøker jeg i hvilken grad matematikkoppgavene i lærebøkene samsvarer med matematikkoppgavene i TIMSS-undersøkelsen.

Funn fra analysen viser at fagområdet algebra blir vektlagt i større grad i matematikkoppgavene fra TIMSS, dette kan gi en forklaring på de relativt dårlige norske prestasjonene innenfor algebra i de tidligere undersøkelsene. Lærebøkene vektlegger fagområdet tall i stor grad, det viser seg at over 50 % av lærebøkenes samlede innhold har matematikkoppgaver som tilhører fagområdet tall.

Her er det Faktor 8 som bidrar med flest talloppgaver. En sammenligning av matematikkoppgavene fra hvert læreverk viser at det er en variasjon i hvordan oppgavene er utformet og hva slags type oppgaver læreverkene vektlegger. Faktor fokuserer i stor grad på mengdetrening, og har en stor andel oppgaver som kun krever utregning ved bruk av algoritme. Tekstoppgavene fra lærebøkene og TIMSS har i stor grad lik utforming. Det kognitive nivået «å resonnere» tar mindre plass i lærebøkene enn i TIMSS. Færre problemløsningsoppgaver i lærebøkene kan ha innvirkning på dette. «Å anvende» vektlegges derimot i stor grad i lærebøkene, noe som kan være forklaringen på at resonnering ikke blir vektlagt.

Abstract

The English title for this master thesis is:
A comparison of mathematics tasks from TIMSS and Norwegian textbooks for lower secondary school: An analysis of mathematics tasks using frameworks for mathematical understanding and competence.

This research project is a mathematics education master thesis that covers a comparison of mathematical tasks from the international survey TIMSS - Trends in International Mathematics and Science Study and two Norwegian textbooks. Considering the TIMSS survey, I have selected the mathematics tasks that was conducted in 2015 and 2019 for 8th and 9th grade. The project includes all the mathematical subject areas from the textbooks as well as the released assessment tasks from the TIMSS survey, a total of 2313 tasks. The subject areas are numbers, geometry, statistics, and algebra. The main research question I will be answering through this thesis is:

How do mathematical tasks from TIMSS for the lower secondary school, grade 8, compare to tasks from Norwegian textbooks when they are analyzed using frameworks regarding proficiency and understanding?

I use Richard R. Skemp´s (2006) and Jeremy Kilpatrick´s (2001) theories regarding mathematical proficiency and understanding, as well as the cognitive levels from TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). I analyze the mathematical tasks based on a qualitative and quantitative methodological approach. Through Philipp Mayring's (2015) inductive category formation I developed a classification scheme to analyze the mathematics tasks using the mentioned theories. The classification scheme was then used to compare different aspects of the task material in the TIMSS survey with the tasks from the textbooks, including the percentage distribution of subject area and cognitive levels. A comparison of statistical measures such as average and scatter measures, as well as see measures of correlation through Pearson's R and a use of categorical cross-tabulation, are methods also used in the analysis. Using these theories and this methodological approach, I investigate whether the mathematics tasks from the textbooks correspond with the mathematics problems from the TIMSS survey.

Findings from the analysis show that the subject area algebra is emphasized to a greater extent in the assessment items from TIMSS, this may provide an explanation for the relatively poor Norwegian performance in algebra shown in the previous surveys. The Norwegian textbooks emphasize the subject area numbers to a great extent, it turns out that this subject area covers more than 50% of the textbook mathematical content. Here, Faktor 8 contributes with most of the mathematics tasks covering the subject area numbers. A comparison of the mathematics tasks between the textbooks shows that there is a variation in how the tasks are structured, and what type of problems the textbooks emphasize. Faktor focuses mainly on routine exercises and has a large proportion of tasks that only require calculation using an algorithm. The tasks involving a story, or a text. have a largely similar design. The cognitive level “reasoning” takes a smaller role in the Norwegian textbooks than in TIMSS. Fewer problem-solving tasks in the textbooks can have an impact on this. “Applying”, on the other hand, is emphasized in the textbooks to a larger extent, which may be the reason why reasoning is less emphasized.

Innholdsfortegnelse

Liste over tabeller

Liste over figurer

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av forskningsprosjekt

Internasjonale undersøkelser slik som TIMSS - *Trends in International Mathematics and Science Study* og PISA - *Programme for International Student Assessment* har blitt gjennomført i norsk skole i flere år. TIMSS baserer sin undersøkelse på måling av elevers kompetanse innenfor fagene naturfag og matematikk, samt på å analysere faktorer som kan bidra til elevenes læringsutbytte (Utdanningsdirektoratet, 2020). Matematikk er et av de mest sentrale fagene i skolen (Grønmo, 2017) og vil være temaet dette forskningsprosjektet baserer seg på.

TIMSS og PISA følger egne rammeverk for å utforme oppgavematerialet i undersøkelsene. PISA har et teoribasert rammeverk (OECD, 2019). TIMSS, arrangert av IEA, baserer sitt rammeverk på deltakerlandenes læreplaner og skolepraksis (Kelly et al., 2020; Mullis, Martin, Goh, et al., 2016). Analogt med disse, baserer den norske matematikkundervisningen seg på rammeverk fastsatt av regjeringen og utdanningsdirektoratet, altså læreplanen. Læreplanen vil derfor være utgangspunktet for hva elevene skal lære gjennom utdanningsløpet (Imsen, 2016). Lærebøkene i matematikk er den nærmeste tilnærmingen elevene har til læreplanen og elevenes forståelse av lærebøkene setter standarden for hvordan de tilegner seg kunnskap (Valverde et al., 2002).

Basert på mine erfaringer fra egen skolegang og praksis i lærerutdanningen er mitt inntrykk at lærebøkene har en sentral rolle i undervisningen. Matematikkbøkene er derfor sterkt knyttet opp mot hvordan undervisningen utspiller seg. I følge Alseth et al. (2003) har matematikkundervisningen over lang tid vært læreboksentrert, isolert og faktaorientert. Matematikkoppgaver i lærebøker kan påvirke graden av elevenes mulighet til å lære (Jones & Pepin, 2016). Lærebøkene vil derfor ha en stor betydning for hva elevene lærer gjennom sin skolegang. Likevel er det ulikheter i hvordan lærebøkene blir brukt i undervisningssituasjoner både sett fra et internasjonalt perspektiv, men også sett fra et nasjonalt perspektiv, altså innad i norsk skole (Valverde et al., 2002). TIMSS Encyclopedia fra 2015 og 2019 beskriver de ulike deltakerlandenes utdanningssystem og undervisningssituasjon, på denne måten ønsker TIMSS å utforme undersøkelsene slik at de er mest mulig tilsvarende deltakerlandenes læreplan og kompetansemål (Kelly et al., 2020; Mullis, Martin, Goh, et al., 2016). Selv om dette er noe TIMSS ønsker, er det langt fra mulig å realisere perfekt, på grunn av mange deltakerland og ulik skolepraksis. Gjennom dette forskningsprosjektet vil jeg derfor sammenligne de matematikkoppgavene fra TIMSS med to norske læreverk for å se om det finnes likheter og ulikheter i utformingen av matematikkoppgaver og vektlegging av matematiske fagområder.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Formålet med forskningsprosjektet er å gå dypere inn på hvordan TIMSS og to norske læreverk samsvarer med hverandre. Jeg vil primært gå inn på matematikkoppgaver hentet fra TIMSS og norske lærebøker med fokus på oppgaveanalyse. Jeg har definert følgende problemstilling og forskningsspørsmål.

Problemstilling

Hvordan fremstår matematikkoppgaver fra TIMSS for ungdomstrinnet sammenlignet med oppgaver fra norske lærebøker når de analyseres ved hjelp av rammeverk for kompetanse og forståelse?

Forskningsspørsmål

1) *På hvilken måte kan sammenligning av frigitte oppgaver fra TIMSS med oppgaver fra norske lærebøker for ungdomstrinnet bidra til å forklare norske TIMSS-resultater?*

2) *Hvordan er vektleggingen av fagområder i de norske lærebøkene i matematikk sammenlignet med det faglige rammeverket i TIMSS?*

For å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene tar jeg utgangspunkt i Mayring (2015) sin induktive kategoridannelse for å utforme et klassifiseringsskjema. Klassifiseringsskjemaet inneholder kategorier som omhandler matematisk kompetanse og forståelse. Her vil Kilpatricks (2001) fem komponenter for matematisk kyndighet stå sentralt, samt Skemp (2006) sitt rammeverk om instrumentell og relasjonell forståelse. I tillegg analyseres matematikkoppgavene ut ifra TIMSS Mathematics framework sin dimensjon om kognitive nivåer (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Gjennom klassifiseringsskjemaet analyserer jeg totalt 2313 matematikkoppgaver og går inn på vektleggingen av fagområder, sammenligning av statistiske mål og knytter mine resultater opp mot tidligere resultater fra TIMSS 2015 og 2019.

1.3 Tidligere forskning

Dette forskningsprosjektet handler primært om oppgaveanalyse innenfor matematikkfaget med tilknytning til TIMSS-undersøkelsen. Jeg vil derfor presentere tidligere forskning som omhandler dette temaet, men også nevne tidligere forskning på lærebøker. Kildene inkluderer forskningsartikler, masteroppgaver, rapporter og en doktorgradsavhandling som jeg vurderer som særlig relevante for min studie.

Ryvold (2018) legger stor vekt på oppgaveanalyse i sin masteroppgave. Hun tar primært utgangspunkt i matematikkoppgaver fra to læreverk og TIMSS 2015 fra fagområdene statistikk og sannsynlighet, samt algebra. Hun analyserer disse ut ifra rammeverket til Lithner (2008) om imitativ og kreativ resonnering og de kognitive nivåene fra TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Ryvold (2018) tar i bruk en mixed method tilnærming hvor hun både inkluderer en kvalitativ og en kvantitativ metodetilnærming. Hun tar for seg analyseverktøyet til Charalambous et al. (2010) og analyserer matematikkoppgavene gjennom en horisontal og vertikal analyse. Den horisontale analysen handler om bakgrunnsinformasjon og struktur av valgte læreverk og TIMSS 2015, samt matematikkoppgavene som disse inneholder. Den vertikale analysen er en dybdeanalyse som går inn på det matematiske innholdet i lærebøkene og TIMSS 2015. I tillegg til dette analyseverktøyet utviklet hun et kategoriseringsverktøy for å analysere matematikkoppgavene. Deretter gjorde hun et kvalitativt dypdykk gjennom å kvantifisere data ut ifra kategoriseringsverktøyet (Ryvold, 2018). På bakgrunn av dette konkluderte hun med at det var et stort flertall av oppgaver som inneholdt flere komponenter fra de kognitive nivåene «å kunne» og «å anvende» sammenlignet med «å resonnere». Det samme gjaldt for imitativt resonnement sammenlignet med kreativt resonnement (Ryvold, 2018).

Det finnes flere forskningsartikler som legger vekt på sammenligning av matematikklærebøker i ulike land. Draagen og Helvig (2015), samt Karimzadeh (2014) sammenligner lærebøker i Norge og Singapore med utgangspunkt i fagområdet algebra. Draagen og Helvig (2015) legger sitt fokus spesielt innenfor emnet derivasjon. Karimzadeh (2014) bruker resultater fra TIMSS 2011 som utgangspunkt for sammenligningen. I likhet med Ryvold (2018) tar disse masteroppgavene også utgangspunkt i den horisontale og vertikale analysen til Charalambous et al. (2010). Sammenligning av matematikkoppgaver står sentralt i begge masteroppgavene, og utforming, oppgavetype og vanskelighetsgrad er gjengående begreper i begge. Karimzadeh (2014) sin oppgave ligger tettere opp mot mitt forskningsprosjekt grunnet inkluderingen av TIMSS 2011 og de kognitive nivåene hentet fra TIMSS Mathematics framework. Hun fokuserer på hva årsakene kan være til den svake prestasjonen innenfor fagområdet algebra i TIMSS-undersøkelsen fra 2011.

Ida Friestad Pedersen (2014) forsker i sin doktorgradsavhandling på TIMSS Advanced med fokus på innhold, kompetanse og motivasjon. Hun tar både utgangspunkt i data fra TIMSS Advanced og analyserer elevsvar på oppgavene som gjelder undersøkelsen, samt spørreskjemaene som blir brukt for å undersøke elevenes bakgrunn. Videre analyserer hun beskrivelser av det matematiske innholdet i TIMSS Advanced og de norske læreplanene for videregående valgfag innenfor fagområdet matematikk. Hun adresserer en rekke forskningsspørsmål i doktoravhandlingen, men det som er nærmest mitt forskningsfelt av disse beskrives i artikkelen «How can we characterize the Norwegian upper secondary school students´ competence in algebra based on the algebra items in the TIMSS Advanced mathematics test?» (Pedersen, 2014, s. 9). Gjennom denne problemstillingen undersøker hun norske elevers styrker og svakheter innenfor fagområdet algebra, og ser hvilke undertemaer den norske skolen vektlegger, samt hvilke undertemaer som vektlegges i mindre grad Resultatene viser at norske elever i videregående utdanning presterte bedre i oppgaver som krevde en modifikasjon av en tekstoppgave enn oppgaver hvor formlene og uttrykkene allerede var gitt. De norske elevene presterte dårligere i oppgaver som krevde manipulasjon av symbolske uttrykk.

Internasjonale studier tilknyttet TIMSS og TIMSS Advanced har siden 1995 analysert vektleggingen av faglig innhold i ulike deltakerland (Grønmo, 2017). I disse studiene har deltakerlandene blitt delt inn i ulike grupper basert på hvordan resultatene utspiller seg og hvordan vektleggingen av de ulike fagområdene er. De fire gruppene er den nordiske, den engelsktalende, den østeuropeiske og den østasiatiske gruppen (Grønmo, 2017; Grønmo & Onstad, 2013). Selv om gruppene av land først og fremst kan karakteriseres ved forskjeller mellom gruppene, og felles profil innad i hver enkelt gruppe, er det også likhetstrekk mellom noen av gruppene. Den nordiske og den engelsktalende gruppen hadde klare likhetstrekk fordi begge gruppene la stor vekt på anvendt matematikk (Grønmo, 2017). De presterte altså bedre innenfor oppgaver som la vekt på matematikk innenfor dagliglivet, slik som statistikk og overslagsregning (Grønmo & Onstad, 2013). Den østeuropeiske og østasiatiske gruppen la større vekt på den «rene» matematikken (Grønmo, 2017). Dette vil si formell matematikk som eksakt regning med tall og algebra. De nordiske og de engelsktalende gruppene skåret derimot relativt lavt på oppgaver som omhandlet ren matematikk (Grønmo & Onstad, 2013). I likhet med dette beskriver Jukka Törnroos (2005) i sin artikkel at vektleggingen av fagområde i både læreplan og lærebøker, kan ha innvirkning på hva elevene lærer og hvor mye. Det samme gjelder derfor også for hvilken type matematikk skolene legger vekt på, enten ren matematikk eller anvendt matematikk.

Norge har prestert dårlig i TIMSS-undersøkelsen innenfor fagområdet algebra i 2003 og 2007 (Grønmo & Onstad, 2013), men også på de senere undersøkelsene frem til 2019 (Bergem, 2016; Grønmo et al., 2012; Kaarstein et al., 2020). Grønmo og Onstad (2013) mener at de dårlige prestasjonene i 2003 og 2007 kan være grunnet lærebøkenes vektlegging av fagområdet algebra. For undersøkelsen fra 2011 mener Grønmo et al. (2012) at grunnen er aldersforskjellen mellom de norske elevene og elevene fra de andre deltakerlandene. Selv om deltakerpopulasjonen i Norge endret seg i 2015, både populasjoner fra 8. og 9. trinn deltok da i undersøkelsen, viser deg seg at Norge fortsatt har relativt dårlige prestasjoner sammenlignet med de andre deltakerlandene innenfor fagområdet algebra, både i 2015 og 2019 (Bergem, 2016; Kaarstein et al., 2020).

Lianghuo Fan, Yan Zhu og Zhenzhen Miao (2013) inkluderer en rekke empiriske studier vedrørende lærebøker i sin artikkel. De trekker frem ulike måter å analysere lærebøker på, og i hvor stor grad de ulike metodene er benyttet i forskning. I artikkelen og gjennom deres forskning har de delt lærebokforskning inn i tre ulike kategorier, analyse av lærebøker, bruk av lærebøker i undervisningssammenheng og andre områder. Analyse av lærebøker inkluderer både lærebokanalyse og sammenligning av lærebøker. Dette området opptar 63 % av all forskning de har funnet. Bruk av lærebøker opptar 25 % og andre områder opptar 12 % (Fan et al., 2013). Med utgangspunkt i min problemstilling og formålet med dette prosjektet vil lærebokanalyse og læreboksammenligning være sentralt. I artikkelen til Fan et al. (2013) presenteres fem aspekt ved lærebokanalyse, (1) matematikkinnhold og emne, (2) kognisjon og pedagogikk, (3) kjønn, etnisitet, equity, kultur og verdier, (4) sammenligning av ulike lærebøker og (5) konseptualisering og metodiske forhold (Fan et al., 2013). De fem aspektene kan brukes om hverandre innenfor forskning. Her vil matematikkinnhold, samt sammenligning av ulike lærebøker være et viktig utgangspunkt for mitt forskningsprosjekt.

Å forske på hvordan en forbedrer undervisningen i skolen er viktig for Stigler og Hiebert (2009), som empirisk baserer seg på TIMSS Video Study fra 1999 (Stigler & UCLA team, u.å.). Denne studien, gjennomført i regi av IEA, utnyttet videokameraets den gang revolusjonerende betydning for klasseromsforskning. En slik type forskning gir muligheter til å hente ut informasjon som både trengs for å undersøke allerede eksisterende klasseromspraksis, samt gi et innblikk i hvordan den kan forbedres (Stigler & Hiebert, 2009). TIMSS Video Study ga muligheter for å sammenligne ulik skolepraksis mellom ulike land. Et eksempel som ble brukt i studien, var sammenligning av undervisning i Tyskland, Japan og USA (Stigler & Hiebert, 2009). Det viste seg at det var klare forskjeller mellom de ulike landene når det gjaldt hvilken rolle lærerne hadde i undervisningen, i hvor stor grad elevene var delaktige og hvilken type matematikk elevene møtte i undervisningen (Stigler & Hiebert, 1997). Et eksempel fra TIMSS Video Study som det ofte refereres til, er tradisjonen med Lesson study. Denne vises i videoene tatt opp i Japan. Diskusjonen om dette kan innebære et skifte i hvordan man ser på undervisningspraksis. En skifter fokus fra å se på læreren, over til å se på undervisning. Lesson study viser en rekke momenter vedrørende undervisningen som kan forbedres over tid (Stigler & Hiebert, 1997). Selv om en slik type tilnærming kan hjelpe til å forbedre undervisningen i flere land, kan det være vanskelig for skolene å tilpasse seg et slikt skifte. Det krever tid og motivasjon fra både skolelederne og lærerne (Stigler & Hiebert, 1997).

1.4 Forskningsprosjektets oppbygging

Denne masteroppgaven er delt inn i seks kapitler. Kapittel 1 har gitt en innledning til problemstilling og forskningsspørsmål og danner grunnlaget for prosjektets oppbygging og formål. Dette kapittelet inkluderer også tidligere forskning som omhandler samme tema eller har lignende formål som min masteroppgave. Kapittel 2 legger til grunn for de teoretiske perspektivene som vil være gjennomgående i avhandlingen. Her trekker jeg først frem ulike oppgavesjangre en kan møte i oppgavene fra lærebøkene og TIMSS, deretter går jeg inn på de ulike rammeverkene som preger oppgaven. Læreplanen for 2006 og 2020, samt TIMSS Mathematics framework vil være de som står sentralt i denne studien. Videre trekker jeg inn rammeverk for matematisk kompetanse og forståelse som er nødvendig for forståelse av analysen. I kapittel 3 tar jeg for meg mine metodiske valg. Jeg går blant annet inn på hvilken metodisk tilnærming jeg bruker og redegjør for valg av populasjon, fagområde og lærebøker. Videre definerer jeg dokumentanalyse og går dypere inn på hvordan mitt analyseverktøy ble utformet og ulike valg rundt dette. I dette kapittelet nevner jeg også kvaliteter innenfor studien og legger til etiske betraktninger. Kapittel 4 presenterer resultatene jeg har kommet frem til etter gjennomføringen av analysen. Her vil både kvalitative og kvantitative betraktninger komme til uttrykk gjennom sammenligning av oppgaveutforming, statistiske mål, mål på korrelasjon og kategorisk krysstabell. I kapittel 5 drøfter jeg resultatene opp mot teoriene jeg presenterte i kapittel 2, samt andre påvirkende faktorer. Her drøfter jeg også forskningsprosjektets hovedfunn. Det siste kapittelet inneholder en oppsummering av studien, samt en konklusjon hvor jeg svarer på problemstilling og forskningsspørsmål. Jeg inkluderer også begrensninger ved studien og legger til rette for videre forskning.

2 Teoretiske perspektiver

I dette kapittelet vil jeg presentere relevante teoretiske perspektiver med utgangspunkt i problemstillingen og forskningsspørsmålene jeg presenterte i kapittel 1. Begreper som vil være gjennomgående i dette kapittelet er oppgavesjangre, læreplan og rammeverk, matematisk kompetanse, matematisk forståelse og TIMSS-undersøkelsen. Jeg tar for meg teoretiske rammeverk innenfor matematisk kompetanse og forståelse som vil følge prosjektet som en rød tråd, men nevner også andre relevante teorier som belyser begrepene matematisk kompetanse og forståelse. Jeg går også i dybden på TIMSS-undersøkelsen i Norge og TIMSS Mathematics framework.

2.1 Lærebøker og oppgavemateriale

Lærebøkene er bindeleddet mellom læreplanen og hva som faktisk blir undervist i skolen (Imsen, 2016). Lærebøkene tilbyr elevene læring gjennom en objektiv og didaktisk struktur på innholdet og har derfor en viktig rolle innenfor undervisningen (van den Ham & Heinze, 2018). Fordelen ved lærebøker er at den gir muligheter for at elevene kan tilegne seg ny kunnskap og repetere allerede kjent kunnskap. Lærebøkene gir lærere retningslinjer for hvordan de skal utøve sin undervisning, og læreboken i seg selv gir et grunnlag for kontinuitet selv om lærerne blir skiftet ut (Pratama & Retnawati, 2018). Med dette som bakgrunn, vil lærebøkene være en viktig ressurs innenfor matematikkundervisningen og grunnen til at jeg har valgt matematikkoppgaver hentet fra utvalgte lærebøker.

Innenfor matematikken er innholdet i undervisningen og hvordan matematikkoppgavene er bygget opp en viktig faktor. Swan (2007) mener at det ikke bare er det matematiske innholdet i en oppgave som er viktig, men også hvordan de visuelt er utformet og hvilke ressurser som må tas i bruk for å arbeide med dem. Gjennom sitt forskningsprosjekt, utformet Swan (2007) matematikkoppgaver som ble kategorisert inn i fem ulike oppgavetyper. Disse oppgavetypene tar høyde for flere aspekter ved oppgavedesign slik som fokus på innhold, den kognitive aktiviteten oppgavene frembringer og hensyn til klasseromsmiljøet. De fem oppgavetypene er *classifying, interpreting, evaluating, creating og generalising* (Swan, 2007). Klassifisering inkluderer oppgaver hvor elevene skal sortere ulike matematiske objekter ut ifra matematiske kriterier. Her skal de gjenkjenne egenskaper, samt bruke matematiske definisjoner og språk. De skal også kunne utforme egne klassifiseringer eller bruke klassifiseringer utviklet av andre. Et eksempel på en oppgave er «hvem skal ut?». Elevene blir presentert tre ulike geometriske figurer og skal bruke figurenes egenskaper til å finne ut hvilken av disse som ikke passer inn (Swan, 2007). Tolkning inkluderer oppgaver hvor elevene skal se sammenhengen mellom ulike representasjoner og vite hva som representerer det samme. Oppgavene kan være utformet på en måte hvor elevene skal se sammenhengen mellom desimaltall, prosent og brøk. I likhet med dette vil ulike representasjoner av algebraiske uttrykk vise sammenhenger, og to uttrykk kan gi samme svar (Swan, 2007). Å evaluere inkluderer oppgaver hvor elevene skal argumentere og evaluere om et matematisk utsagn er sant eller ikke. Denne oppgavetypen gir elevene mulighet til å argumentere, forklare og bevise matematiske ideer (Swan, 2007). Å utvikle inneholder oppgaver som går på elevenes kompetanse til å formulere egne oppgaver, deretter løse egne og andre elevers oppgaver. De selvutviklede oppgavene må tenkes grundig gjennom før de er ferdige og det er viktig at eleven selv vet hvordan den løses. Gjennom en slik type oppgave får elevene mulighet til å hjelpe medelever i prosessen og være en slags lærer for sine medelever (Swan, 2007). Generalisering inkluderer oppgaver hvor elevene skal generalisere de matematiske uttrykkene i allerede eksisterende oppgaver. På denne måten får elevene undersøkt forholdene mellom ulike regnestykker ved å ta i bruk symboler i istedenfor tall (Swan, 2007).

2.2 Oppgavesjangere i matematikk

Det finnes ulike oppgavesjangre innenfor matematikken, og både teoretikere og lærere har som kjent ulikt syn på hvordan man skal implementere oppgavemateriale i skolen. Jeg vil derfor presentere noen sjangre som er relevant for analyser av både læreplan, oppgavene i lærebøkene og oppgavene fra TIMSS-undersøkelsene.

2.2.1 Rike oppgaver

Rike oppgaver eller LIST-oppgaver karakteriseres som oppgaver med lav inngangsterskel og høy takhøyde (Gilderdale & Kiddle, 2015; Nosrati & Wæge, 2018). Dette betyr at oppgavene skal være kognitivt krevende, men samtidig legger opp til å treffe elever på ulikt matematisk nivå (Gilderdale & Kiddle, 2015). Den lave inngangsterskelen gjør at alle elever får mulighet til å begynne med arbeidet på bakgrunn av egne interesser og nivåer, alle elevene kan jobbe med samme oppgave på sitt eget nivå ettersom oppgavene kan løses på mange ulike måter, med ulik grad av teoribruk

(Nosrati & Wæge, 2018; Piggott, 2018). Samtidig finnes det muligheter til å arbeide med utfordrende matematikkoppgaver. Takhøyden har kun noe å si for hvor høyt nivå elevene kan nå (Nosrati & Wæge, 2018). Rike oppgaver oppfordrer elevene til å tenke kreativt, bli selvstendig i arbeidet med matematikk og åpner opp for ulike fremgangsmåter (Piggott, 2018). Slike typer oppgaver kan også danne et grunnlag for motivasjon, metakognisjon og læring i matematikk. Ettersom rike oppgaver kan være kognitivt krevende, kan dette være med på å fremme resonnering og problemløsning (Nosrati & Wæge, 2018). Et typisk eksempel på en rik oppgave er fra TIMSS video study (1999), hvor 8. trinns elever fra Japan skal løse ulikheter gjennom en oppgave som omhandler todimensjonal geometri. Læreren la stort fokus på elevenes fremgangsmetode og poengterte flere ganger at elevene skulle finne flere metoder for å komme frem til løsningen, samt hvorfor de valgte å løse oppgaven på denne måten (TIMSS video study, 1999). TIMSS video Study hadde som siktemål å sammenligne matematikkundervisningen innenfor ulike land, blant annet Tyskland, Japan og USA (Stigler & Hiebert, 2009). Det viste seg at undervisningen i Japan, hvor eksempelet over er hentet fra, hadde et stort fokus på strukturert problemløsning hvor lærerne bygger såkalte «stillas», *scaffolding*, slik at elevene utvikler egne metoder for å løse et problem (Stigler & Hiebert, 2009).

2.2.2 Utforskende matematikk

Utforskende undervisningspedagogikk defineres, ifølge Michèle Artigue og Morten Blomhøj (2013), som en måte å undervise på som åpner opp for at elevene skal arbeide på samme måte som matematikere og naturvitere. Dette knyttes opp mot begrepet *learing by doing* fra filosofen John Dewey (1895-1952) som mente at undervisningen skulle være for alle og at elevene skulle spille en aktiv rolle i sin egen utvikling (Artigue & Blomhøj, 2013). Begrepet *inquiry* er mye brukt innenfor utforskende undervisning og defineres nærmere som en innfallsvinkel til matematikkundervisningen som åpner opp for undring, utforsking og eksperimentering (Gulaker, 2018). Utforskende tilnærming til matematikk handler om at elevene skal bli utfordret til å finne sammenhenger og løsningsstrategier istedenfor å lære seg visse strategier for å utføre en oppgave eller et problem (Opheim & Simensen, 2017). Utforsking i matematikk er et relativt nytt begrep, men det knyttes gjerne opp mot problemløsning i matematikkundervisningen (Artigue & Blomhøj, 2013). Begrepet problemløsning finner en igjen i den nye læreplanen fra 2020. Begrepene dybdelæring og utforsking står sentralt innenfor kjerneelementene hvor vi igjen finner begrepet problemløsning i matematikk (Meld. St. 28 (2015-2016); NOU 2015: 8, 2015).

Utforskende undervisning kan også defineres som et undersøkelseslandskap ifølge Ole Skovsmose (2001). Undersøkelseslandskapet står i kontrast til den tradisjonelle matematikkundervisningen, noe Skovsmose (2001) kaller oppgaveparadigmet. Dette paradigmet viser at tradisjonell matematikkundervisning ofte gjennomføres ved at en lærer går gjennom oppgaver på tavlen og elevene jobber selvstendig med oppgaver fra en lærebok i etterkant. Den tradisjonelle matematikken inneholder gjerne oppgaver med et entydig fasitsvar (Alseth et al., 2003; Skovsmose, 1998). Dette står i kontrast med undersøkelseslandskapet (Alrø & Skovsmose, 2004). Undersøkelseslandskapet inviterer elevene til å bli en del av matematiske prosesser gjennom utforskning og argumentasjon (Skovsmose, 2001). Undersøkelseslandskapet handler derfor om at vi skal bort fra en lærerstyrt undervisning og rette oss mot elevdeltakelse gjennom oppgaver som fører til utforskning, diskusjon, resonnement og argumentasjon (Skovsmose, 1998).

2.3 Læreplanverket

Gunn Imsen (2016) mener at læreplanverket er et styringsdokument som er bestemt av sentrale myndigheter, og gir føringer for hva som skal inngå i elevenes utdanning. Den forteller hva som skal gjøres i ulike fag og hvor stor plass hvert fag skal få gjennom elevenes utdanning. Det er derfor viktig å definere hvordan læreplanen er lagt opp, samt forklare innholdet i den utgåtte læreplanen, som vil være hovedfokus i dette prosjektet, og den gjeldene læreplanen.

2.3.1 Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006

Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006 (Kunnskapsdepartementet, 2013), eller LK06, i matematikkfaget inneholder både grunnleggende ferdigheter og kompetansemål. De grunnleggende ferdighetene skal innlemmes i kompetansemålene for matematikk. De grunnleggende ferdighetene er å ha muntlige ferdigheter, å skrive, å regne, å lese og å ha digitale ferdigheter i faget (Kunnskapsdepartementet, 2013). Kompetansemålene er formulert for fire grupper av årstrinn, nemlig kompetansemål etter 2., 4., 7. og 10. årstrinn. Kompetansemålene etter 10. årstrinn tar for seg alt elevene skal lære fra 8. trinn til 10. trinn. Fagområdene som er inkludert i denne læreplanen er tall og algebra, geometri, måling, statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk, og funksjoner (Kunnskapsdepartementet, 2013). Hvert fagområde inneholder ulike kompetansemål som elevene skal kunne etter 10. årstrinn.

2.3.2 Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020

Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (Kunnskapsdepartementet, 2019), eller LK20, i matematikkfaget har utviklet seg siden versjonen fra 2006. I tillegg til grunnleggende ferdigheter og kompetansemål, har læreplanen for 2020 iverksatt kjerneelementer i faget i tillegg til tverrfaglige temaer. De grunnleggende ferdighetene er de samme, men inndelingen av kompetansemål har endret seg. Nå er det kompetansemål etter 2., 3., 4., ..., og opp til og med 10. årstrinn. Det finnes derfor ikke en felles samling kompetansemål for alle trinnene i ungdomsskolen, men ett for hvert trinn. Kompetansemålene er ikke lenger fordelt på tema, de har blitt mer generelle og kan brukes innenfor flere temaer. Kjerneelementene i matematikk består av blant annet utforskning og problemløsning, abstraksjon og generalisering, og resonnering og argumentasjon. De tverrfaglige temaene er demokrati og medborgerskap, folkehelse og livsmestring, og bærekraftig utvikling (Kunnskapsdepartementet, 2017).

2.4 Rammeverk for matematisk kompetanse og læring

Rammeverk for matematisk kompetanse og læring kan gi føringer for hva elevene skal lære og hvordan de skal tilegne seg kunnskap innenfor matematikk. Det finnes en rekke rammeverk innenfor dette temaet. Jeg vil spesielt presentere to som er rettet mot mitt forskningsprosjekt og min problemstilling, men også inkludere andre relevante rammeverk.

Mogens Niss (1999) har utviklet et rammeverk som omhandler ulike kompetanser som elevene skal utvikle gjennom faget matematikk. De åtte kompetansene som inngår i dette rammeverket er tankegangskompetanse, problembehandlingskompetanse, modelleringskompetanse, resonnementskompetanse, representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelskompetanse (Niss & Jensen, 2002). Disse kompetansene innenfor matematikk finner vi i det matematiske rammeverket til PISA - *Programme for International Student Assessment*. Dette er en internasjonal undersøkelse som tar for seg elevers prestasjoner innenfor matematikk, naturfag og lesning (OECD, 2019; Røsseland, 2005a).

Tankegangskompetansen omhandler det å kjenne til, forstå og bruke matematiske begreper. Det handler også om at elevene skal kunne abstrahere og generalisere, samt skille mellom påstander, antagelser og bevis (Niss & Jensen, 2002; Røsseland, 2005a). Problembehandlingskompetansen inneholder det å kunne finne og formulere matematiske problemstillinger samt løse disse. Et matematisk problem krever en matematisk undersøkelse for å kunne komme frem til et svar. Problemene kan være alt fra enklere regneoppgaver til mer krevende problemløsningsoppgaver (Niss & Jensen, 2002; Røsseland, 2005b). Modelleringskompetanse handler om det å kunne oversette en tekst til noe matematisk. Eleven skal kunne lese en tekstoppgave for å deretter omformulere dette til noe matematisk gjennom bruk av symboler og matematiske uttrykk. Elevene skal kunne utføre slike oppgaver slik at resultatene blir realistiske i forhold til situasjonen de står ovenfor (Niss & Jensen, 2002; Røsseland, 2005b). Resonnementskompetansen går ut på å kunne tenke ut og gjennomføre både formelle og uformelle resonnementer innenfor matematikken. Videre handler det om å omforme disse resonnementene til bevis. Elevene må altså kunne overbevise seg selv og andre gjennom resonnement og evaluere gyldigheten av disse (Niss & Jensen, 2002; Røsseland, 2005a). Representasjonskompetanse handler om å kunne bruke ulike representasjoner innenfor matematikken. Med representasjoner menes bruk av symboler, både algebraiske, visuelle, geometriske, verbale representasjoner, diagrammer, tabeller og konkreter (Niss & Jensen, 2002; Røsseland, 2005b). Symbol- og formalismekompetansen handler om det å kunne bruke et matematisk språk og kunne oversette det til dagligtale. Innenfor denne kompetansen skal elevene også kunne bruke det matematiske språket slik at det blir forståelig og kunne matematiske regler som for eksempel regneregler (Niss & Jensen, 2002; Røsseland, 2005b). Kompetanse innenfor kommunikasjon handler om å kunne sette seg inn i og tolke matematiske tekster og utsagn, dette kommer til uttrykk både muntlig, visuelt og skriftlig. Denne kompetansen er ifølge Mona Røsseland (2005a) todelt fordi kommunikasjon skjer mellom avsender og mottaker. Den første delen omhandler det å tolke andre sine matematikkholdige tekster, både visuelt, muntlig og skriftlig. Dette vil da være den mottakende siden. Den andre siden, uttrykkssiden, handler om at elevene skal formidle sine egne matematiske kunnskaper, dette kan også gjøres skriftlig, muntlig og visuelt. Hjelpemiddelkompetansen inneholder det å vite om ulike hjelpemidler som kan brukes og ha kjennskap til mulighetene og begrensningene disse hjelpemidlene gir. Elevene skal kunne bruke hjelpemidlene på en hensiktsmessig måte. Hjelpemidler i matematikken kan være alt fra det digitale som kalkulator, regneark og andre digitale verktøy til linjal, passer og vinkelmåler (Niss & Jensen, 2002; Røsseland, 2005b).

Alan H. Schoenfeld (2018) har utviklet et rammeverk som tar for seg undervisning for robust forståelse, TRU-rammeverket (*teaching for robust understanding*). Dette er et rammeverk som inneholder fem dimensjoner av aktiviteter som er utviklet for å gi retningslinjer innenfor undervisningen. Det er altså ikke en fasit for hvordan undervisningen skal foregå. Disse fem dimensjonene skal bidra til å gjøre matematikk til noe personlig og eget, og ikke minst at elevene uteksamineres som kunnskapsrike, ressurssterke, selvstendige tenkere og problemløsere. Fokuset i rammeverket er ikke på hva læreren gjør, men på hvilke muligheter klasserommet kan gi for å øke engasjementet rundt matematisk innhold (Schoenfeld, 2018).

De fem dimensjonene til TRU er omfattende, og alle dimensjonene må sees i sammenheng med hverandre, samt brukes til samme tid. Hvis én eller flere av dimensjonene ikke er like godt representert i klasserommet, vil ikke elevene få tilstrekkelig læringsutbytte. De fem dimensjonene innenfor TRU-rammeverket er (1) Content, (2) Cognitive Demand, (3) Equitable Access to Content, (4) Agency, Ownership and Identity og (5) Formative Assessment. Dimensjon 1, «The Content», inneholder aspektet om at matematikklasserommet har et tilbud som gir elevene muligheten til å bli kunnskapsrike og nå sitt fulle potensial (Schoenfeld, 2018). Videre skal dette gi elevene mulighet til å skape matematikkforståelse, se sammenhenger og få muligheten til å delta i matematisk praksis (Schoenfeld, 2018). Dimensjon 2, «Cognitive Demand», tar for seg i hvilken grad elevene blir utfordret og støttet i undervisningen. Dette er viktig for at elevene skal skape forståelse for de matematiske ideene (Schoenfeld, 2018). Dimensjon 3, «Equitable Access to Content», tar for seg i hvilken grad elevene blir inkludert i undervisningen på en meningsfull måte. Dimensjon 4, «Agency, Ownership, and Identity», går nærmere inn på viktigheten av at elever lærer å mestre evnen til å bygge argumentasjon på andres innspill og ideer. Hvis en behersker dette, kan det skape eierskap til sine egne ideer, etablere positive og engasjerte elever og gi økt selvtillit. Dimensjon 5, «Formative Assessment», ser på hvordan en kan lokke frem elevers misoppfatninger og misforståelser gjennom å respondere på elevenes argumentasjon og ideer. Ved å skape en norm der en systematisk bruker elevers argumenter til videre diskusjon, kan dette gjøre elevene tryggere på sin forståelse (Schoenfeld, 2018).

Johan Lithner (2008) har utviklet et rammeverk som tar for seg to former for resonnement, imitativt resonnement og kreativt resonnement. Disse er to motstridende poler som viser to ulike måter å resonnere på (Lithner, 2015). Imitativt resonnement er når elevene bruker innlærte algoritmer og tidligere erfaringer i resonneringen (Lithner, 2008) Elevene baserer svaret sitt på memorert kunnskap fra tidligere oppgaver og at de kun husker, men ikke vet hvorfor de bruker den spesifikke strategien (Lithner, 2015). Denne typen resonnement kan minne mye om Richard R. Skemp (2006) sin instrumentelle forståelse. Elevene kopierer eller følger en modell for å utføre en matematikkoppgave, men vet ikke hvorfor eller hvordan metoden fungerer. Det finnes to hovedtyper for imitativ resonnering, memorert resonnement og algoritmisk resonnement. Memorert resonnement er når elevene kun skriver ned svaret på en matematikkoppgave uten noe form for forklaring. Denne typen for resonnering kan være nyttige i noen sammenhenger, men ikke for å løse mer avanserte matematikkoppgaver (Lithner, 2015). Algoritmisk resonnement er når elevenes strategi er å memorere en algoritme og bruke denne i gjennomføringen av en oppgave. Dette vil ikke gi elevene ny kunnskap om matematikken, de forstår ikke hva de gjør (Lithner, 2008, 2015). Kreativt resonnement handler om at elevene blir kreative i sitt arbeid med matematikken. Elevene blir mer fleksible i sitt arbeid og klarer å rive seg vekk fra det imitative. Ulike løsningsmetoder kan tas i bruk for en og samme oppgave, de er ikke bundet til en fast løsningsstrategi. Elevene lærer seg å tenke logisk for å komme frem til en løsning på et problem (Lithner, 2008).

2.4.1 Kilpatricks fem komponenter for å måle matematisk kyndighet

I analysen av matematikkoppgavene vil jeg blant annet ta i bruk Jeremy Kilpatricks (2001) fem komponenter for matematisk kyndighet *(intertwined strands of proficiency).* Disse komponentene ble inkludert i Ludvigsenutvalget (NOU 2015: 8, 2015) og deretter implementert i LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019). De fem komponentene, eller trådene, utgjør et rammeverk som diskuterer kunnskap, ferdigheter og evner som til sammen utgjør matematisk kyndighet hos elevene (Pulles & Burns, 2022). Dette rammeverket inneholder det som er nødvendig for at elevene skal forstå matematikk på en gunstig måte (National Research Council, 2001). Oversettelsene til de fem komponentene er i utgangspunkt hentet fra Johnsen og Olsen (2015), men inspirasjon er også hentet fra NOU 2015: 8 (2015). De fem komponentene er konseptuell forståelse *(conseptual* *understanding),* prosedyreflyt *(procedural fluency),* strategisk kompetanse *(strategic competence),* tilpasset resonnering *(adaptive reasoning)* og produktiv disponering *(productive reasoning).* Dette verktøyet et ment for å måle matematisk kyndighet og læring. Det er viktig at en ikke ser komponentene som individuelle metoder å forstå matematikken på, alle komponentene er flettet sammen og symboliserer en helhet (National Research Council, 2001).

2.4.1.1 Konseptuell forståelse

Konseptuell forståelse handler om at elever lærer seg matematikk gjennom forståelse. De ser sammenhenger mellom ulike komponenter i matematikken og kan forstå ulike representasjoner og benytte de i ulike situasjoner, der de er mest nyttig (NOU 2015: 8, 2015). Ved å ha en konseptuell forståelse for symboler, kan elevene få en større innsikt i hva en spesifikk oppgave egentlig går ut på (Pulles & Burns, 2022). Ved å forstå hva et divisjonstegn egentlig representerer, kan elevene få større innsikt i hva regnestykket egentlig handler om, som for eksempel at de deler et visst antall på noe annet. Elever med en konseptuell forståelse bruker forkunnskaper for å tilegne seg ny kunnskap. Ettersom kunnskapen elevene har tilegnet seg er knyttet sammen med forkunnskaper, er den enklere å huske og ta i bruk (National Research Council, 2001). Elever med konseptuell forståelse kan uttrykke matematikken gjennom flere ulike strategier som for eksempel ved bruk av konkreter, visualisering og regning. De forstår også at de ulike fremgangsmåtene fører til samme løsning (Pulles & Burns, 2022). Elever som har tilegnet seg en slik forståelse har mindre sjanse for å gjøre feil i problemløsningsoppgaver, nettopp fordi de har oversikt over komponentene innenfor matematikken og vet når og hvordan de brukes (Pulles & Burns, 2022).

2.4.1.2 Prosedyreflyt

Prosedyreflyt knyttes opp mot kunnskap om prosedyrer, hvordan og når de de brukes, samt å bruke de fleksibelt, effektivt og hensiktsmessig (National Research Council, 2001). Elever med prosedyreflyt forstår de grunnleggende trinnene i å løse en spesiell oppgave, og kan løse denne uten å telle på fingrene, bruke tabeller eller andre ressurser innenfor matematikkfaget (Pulles & Burns, 2022). Elevene skal kunne være fleksible, skal kunne bruke ulike fremgangsmetoder, og skal forstå hvor en gitt fremgangsmetode er mest hensiktsmessig (NOU 2015: 8, 2015). Å kunne forstå hva symbolsk representasjon i matematikken faktisk betyr, kan gi dem en innsikt i helhetsbildet av visuelle mønstre (Pulles & Burns, 2022). Elevene skal også være effektive i sitt arbeid med matematikken. Det er for eksempel ikke effektivt å bruke penn og papir for alle multiplikasjons- eller divisjonsstykker, her kan hoderegning både være mer effektivt og hensiktsmessig (National Research Council, 2001). Økt konseptuell forståelse leder til økt prosedyreflyt, dette vil si at elever som for eksempel kan plassverdi innenfor matematikken, har lettere for å løse oppgaver som inneholder plassverdi (Pulles & Burns, 2022).

2.4.1.3 Strategisk kompetanse

Strategisk kompetanse innebærer å kunne formulere matematiske problemer, representere dem og løse dem (National Research Council, 2001). Elevene skal både kunne løse hverdagslige matematiske problemer, som å handle på butikken, men også abstrakte matematiske problemer (NOU 2015: 8, 2015). Strategisk kompetanse blir ofte knyttet opp mot problemløsning fordi begge involverer åpen og ustrukturert læring, og oppmuntrer elevene til å utvikle egne ideer og prosedyrer (Pulles & Burns, 2022). I matematikken vil elevene bli presentert med et opplagt problem, men i hverdagen må elevene formulere det matematiske problemet ut ifra situasjonen de er i. Elevene skal derfor kunne ulike løsningsmetoder og når de er hensiktsmessig (National Research Council, 2001). Elever med strategisk kompetanse er i stand til å forstå alle komponenter ved et problem eller oppgave, de skal kunne eliminere relevant informasjon og bruke en spesifikk og organisert tilnærming for å komme frem til en løsning (Pulles & Burns, 2022).

2.4.1.4 Tilpasningsdyktig resonneringsevne

Tilpasningsdyktig resonnering knyttes opp mot logisk tenkning (National Research Council, 2001). Elevene må kunne forklare hva de tenker og kunne redegjøre for hvorfor de tenker på denne måten, samtidig som de selv forstår at de har kommet frem til en løsning basert på deduktivt resonnement (Pulles & Burns, 2022). Et resonnement er riktig og valid om elevene har vurdert andre alternativer i tillegg til sitt eget (National Research Council, 2001). Resonnering handler om å begrunne sammenhengene mellom begreper, egenskaper og fremgangsmåter. Elevene skal ta utgangspunkt i noe som er kjent, for å deretter finne veien til det ukjente som skal undersøkes (NOU 2015: 8, 2015). For å tilegne seg tilpasningsdyktig resonneringsevne må elevene ha konseptuell forståelse som grunnlag og være komfortabel med materialet de får. I tillegg må selve oppgaven være forståelig og motiverende (Pulles & Burns, 2022).

2.4.1.5 Produktiv disponering

Produktiv disponering innebærer å se matematikk som nyttig og verdifullt (National Research Council, 2001). Innsats er også et viktig begrep innenfor denne komponenten. Om elevene gir innsats i faget, vil dette øke læringsutbyttet (National Research Council, 2001). Elever som har utviklet produktiv disponering vet at det er mulig å utvikle ferdigheter innenfor matematikken, og å bli kompetent i matematikk (NOU 2015: 8, 2015; Pulles & Burns, 2022). Elever som har tilegnet seg produktiv disponering vil få større selvtillit innenfor matematikkfaget og vil se på faget som nyttig og relevant for hverdagslivet (Pulles & Burns, 2022).

2.4.2 Skemps instrumentelle og relasjonelle forståelse

Et viktig poeng innenfor matematikkundervisningen er at elevene skal *forstå* matematikk (Hiebert & Carpenter, 1992). Forståelse i matematikk kan ifølge Richard R. Skemp (1976, 2006) deles inn i to kategorier, instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse handler om å lære seg regler og formler som er til hjelp for å løse oppgaver, elevene vet altså hvordan oppgaven skal løses ved hjelp av en rekke regler de har tilegnet seg, men ikke hvorfor regelen brukes eller hvorfor den fungerer (Eriksson et al., 2019; Rachmawati et al., 2021). Se også Mellin-Olsen (1981), som benytter begrepet «instrumentalisme» i en noe annen, men relatert, betydning. Et problem med instrumentell forståelse i Skemps forstand, oppstår når en lærer stiller et spørsmål som ikke passer reglene elevene allerede kan. Dette fører gjerne til feilsvar eller misoppfatninger. Et eksempel på dette er:

> So*, he asked them: "What is the area of a field 20 cms by 15 yards?" The reply was: "300 square centimetres". He asked: "Why not 300 square yards?" Answer: "Because area is always in square centimetres.*
>
> (Skemp, 2006, s. 4)

Gjennom dette eksemplet kan vi se at elevene har tilegnet seg en regel om at areal alltid skrives i kvadratcentimeter, de ser altså ikke på benevnelsene i regnestykket. For å unngå slike feil trenger elevene en relasjonell forståelse (Eriksson et al., 2019; Skemp, 1976, 2006). Relasjonell forståelse handler om å bygge strukturer og se sammenhenger mellom matematiske begrep som hjelper eleven med å vite hvordan oppgaven løses og hvorfor oppgaven løses på denne måten. Elevene får derfor en større forståelse for matematikken (Nosrati & Wæge, 2015) og de ser på faget som én helhet (Eriksson et al., 2019). Selv om relasjonell forståelse gir elevene et større utbytte av matematikken, er det mange lærere som velger å legge opp undervisningen slik at elevene får en instrumentell forståelse av matematikken, ifølge Skemp (1976, 2006) har det sine fordeler. En instrumentell forståelse av matematikk kan være lettere å huske og derfor forstå innenfor den instrumentelle konteksten. Det kan være vanskelig å forstå noen matematiske operasjoner relasjonelt, et eksempel vil være å dividere to brøker med hverandre. Det å snu bakerste brøk for å deretter å multiplisere brøkene er en regel som vil være lett å lære seg. Denne instrumentelle regelen kan bidra til riktige svar og er mer effektivt for elevenes og lærerens del, et riktig svar kan gi elevene en følelse av mestring og høyere selvtillit i matematikken (Skemp, 1976, 2006).

Å undervise for en relasjonell forståelse av matematikk har også sine fordeler. Relasjonell forståelse av matematikk er mer tilpasningsdyktig til nye problemer eller oppgaver (Skemp, 1976, 2006). Hvis eleven starter med en regel og kan overføre denne til nye oppgaver, kan de utvikle regelen slik at den fungerer i flere sammenhenger. Relasjonell forståelse av matematikk er også lettere å huske. I stedet for å huske formlene for areal av alle figurer, kan elevene gå dypere inn i forståelsen ved å vite hvorfor formelen er som den er. Hvis de vet hvorfor arealet til et rektangel er $A = L * B$ kan de overføre denne kunnskapen til formel for areal av en trekant. Hvis et rektangel deles diagonalt i to deler, vil de ende opp med to rettvinklede trekanter. Da vil også formelen $A = \frac{L*H}{2}$ gi en større forståelse (Skemp, 1976, 2006). Skemp (1976, 2006) mener også at relasjonell forståelse kan være et mål i seg selv. Dette utsagnet bygger på forskning hvor behovet for belønning og straff var sterkt redusert. Hvis elevene får sansen for relasjonell forståelse, vil de ikke bare løse oppgavene de blir gitt på denne måten, men også oppsøke nytt materiale og utforske nye områder.

2.5 Trends in International Mathematics and Science Study

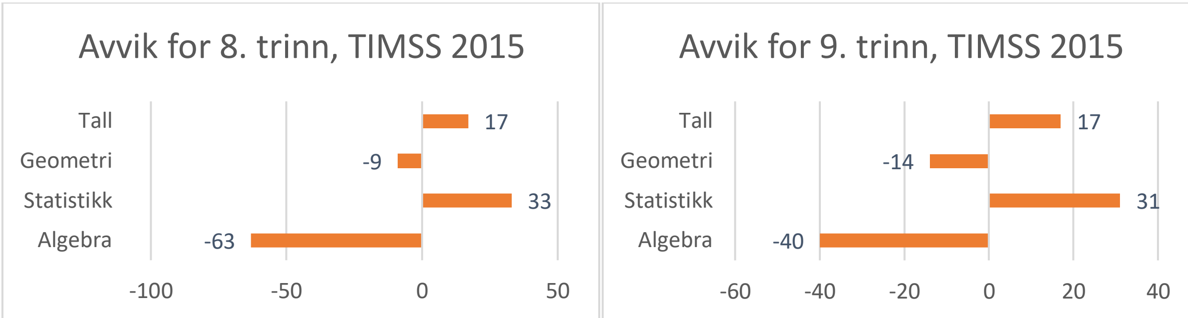
Trends in International Mathematics and Science Study, eller TIMSS, er en internasjonal undersøkelse, utviklet av IEA – *International Association for the Evaluation of Educational Achievement.* Denne undersøkelsen måler elever på 4./5. trinn og 8./9. trinn sin kompetanse i matematikk og naturfag. I tillegg til kunnskapsbaserte oppgaver har TIMSS også spørreskjemaer som evaluerer læringskonteksten. Disse spørreskjemaene blir både gitt til elevene, lærerne og skolelederne (Utdanningsdirektoratet, 2020). Formålet med undersøkelsen er å kartlegge faktorer som fremmer læring, følge elevers utvikling innenfor realfagene, og å sammenligne ulike lands utdanningssystemer (Kaarstein et al., 2020). Den første TIMSS-undersøkelsen ble gjennomført i 1995 og blir avholdt hvert fjerde år (Mullis, 2017). Norge deltok i 1995, 2003, 2007, 2011, 2015 og 2019 (Bergem & Radišić, 2020). TIMSS-undersøkelsen tester elevene i oppgaver som inneholder ren matematikk, som er formell matematikk gjennom regning med tall og algebra, i tillegg til anvendt matematikk hvor elevene skal løse hverdagsaktuelle kontekster (Grønmo, Hole & Onstad, 2017). Den rene matematikken vil være oppgaver uten noen form for hverdagslig kontekst. Anvendt matematikk er når elevene skal løse et problem ved å ta i bruk sine matematiske kunnskaper (Grønmo, Hole & Stedøy, 2017).

2.6 TIMSS-undersøkelsen i Norge

I de tidligere deltagelsene av TIMSS-undersøkelsen i Norge var populasjonen Norge deltok med elever på 4. og 8. trinn, slik som i de fleste andre landene som deltar. I 2015 deltok Norge med dobbelt sett populasjoner, både 4. og 8. trinn, og 5. og 9. trinn (Bergem et al., 2016; Onstad & Kaarstein, 2016). Gjennom Reform 97 gikk Norge bort fra skolestart for 7-åringer til skolestart for 6-åringer (NOU 2003: 16, 2003). Det viste seg dog at andre skandinaviske land som deltok i TIMSS-undersøkelsen var i gjennomsnitt nesten ett år eldre enn de norske elevene. For å jevne ut aldersforskjellen, søkte Norge om å endre populasjonen (Onstad & Kaarstein, 2016). Derfor har kun elever på 5. og 9. trinn deltatt i TIMSS-undersøkelsen for 2019.

2.6.1 Norske resultater i TIMSS

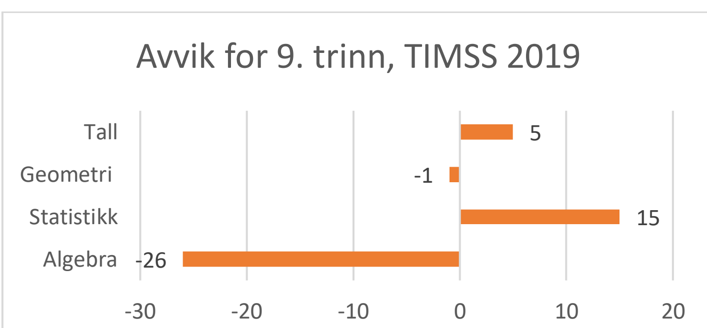
Fra tidligere undersøkelser i matematikk innenfor TIMSS ser vi at norske elever skårer svært lavt innenfor algebra sammenlignet med Norges totalskår i undersøkelsen. Resultatene innenfor algebra i 2015 viser at norske elever på 8. trinn har et avvik fra totalskår på -63 poeng og 9. trinn har et avvik på -40 poeng (Mullis, Martin, Foy, et al., 2016). Avviket på 8. trinn er det største negative avviket mellom totalskår og skår i et emneområde i hele undersøkelsen, på tvers av alle emneområder og deltakerland. Avviket på 9. trinn er det nest største negative avviket mellom totalskår og skår i algebra i undersøkelsen. De norske elevene skårer derimot høyt innenfor statistikk og tall. Figur 2-1 visualiserer de norske avvikene for både 8. og 9. trinn. Norge er det landet som har den største forskjellen i skår mellom algebra og statistikk, i favør av statistikk (Grønmo, Hole & Stedøy, 2017).



Figur 2-1: Norges avvik i skår på fagområder relativt til Norges generelle prestasjonsskår, TIMSS 2015, 8. og 9.trinn

Norge fikk, etter TIMSS 2011, endret populasjonen sin fra å være en av de yngste til å bli en av de eldste som deltok i undersøkelsen (Bergem et al., 2016; Onstad & Kaarstein, 2016). Selv om både 8. og 9. trinn deltok i undersøkelsen fra 2015, gjorde dette ikke store utslag på avvikene. Som Figur 2-1 viser, er det ikke en stor forskjell mellom avvikene for 8. og 9. trinn. Dette viser at det ikke bare er alderen som har noe å si for de ekstremt store negative avvikene innenfor algebra.

Resultatene for 2019 som er visualisert i Figur 2-2 viser at algebraavviket fortsatt er høyt i forhold til de andre avvikene (Mullis et al., 2020). Selv om skåren innenfor algebra spesielt, og til en viss grad geometri, har forbedret seg fra 2015, har nå prestasjonene innenfor de andre temaene blitt dårligere (Kaarstein et al., 2020).



Figur 2-2: Norges avvik i skår på fagområder relativt til Norges generelle prestasjonsskår, TIMSS 2019, 9.trinn

2.7 TIMSS Mathematics Framework

Vurderingsrammen i TIMSS 2015 og 2019 er utformet med søkelys på to dimensjoner, *innholdsdimensjonen* og *den kognitive dimensjonen*. Innenfor innholdsdimensjonen er det emnet som vurderes og innenfor den kognitive dimensjonen er det tankeprosesser som vurderes (Lindquist et al., 2017). Innholdsdimensjonen er delt inn i fire emner, *tall, geometri, algebra og statistikk.* Den kognitive dimensjonen er delt inn i tre kategorier*, å kunne, å anvende, og å resonnere.*

2.7.1 Innholdsdimensjonen

Innholdsdimensjonen består av fire hovedemner (emneområder), hvor hvert emneområde har flere underkategorier. Innenfor innholdsdimensjonen for 8. trinn er hvert hovedemne vektlagt i omtrent like stor grad. Innholdsdimensjonen for 8.trinn bygger på innholdsdimensjonen for 4. trinn, en sammenligning av disse viser hvor mye elevene skal ha utviklet seg innenfor matematikken (Lindquist et al., 2017).

Innholdsdimensjonene for 8. trinn	Prosentandel
Tall	30 %
Geometri	20 %
Algebra	30 %
Statistikk	20 %

Tabell 2-1: Prosentandel for innholdsdimensjonen for 8. trinn (Lindquist et al., 2017)

2.7.1.1 Tall

Elever på 8. trinn skal ha utviklet ferdigheter som omhandler avanserte heltallsbegreper og prosedyrer. «Building on the number content domain at the fourth grade, eighth grade students should have developed proficiency with more advanced whole number concepts and procedures as well as extended their Mathematics understanding of rational numbers» (Lindquist et al., 2017, s. 18). De skal også ha utvidet sin forståelse for rasjonale tall slik som heltall, brøker og desimaltall. Rasjonale tall kan representeres ved hjelp av ulike skriftlige symboler, og elevene må kunne gjenkjenne forskjellene mellom tolkninger av rasjonale tall, konvertere mellom dem og resonnere med dem. Elevene skal kunne regne med heltall og forstå betydningen av brøk og desimaltall. De må ha en forståelse for at brøk og desimaltall symboliserer mengde og at de er deler av hele tall. I tillegg skal elevene skal kunne løse problemer som involverer forholdstall, proporsjoner og prosenter (Lindquist et al., 2017).

I TIMSS rammeverket er temaet tall inndelt i tre ulike undertemaer, disse er (1) heltall, (2) brøk og desimal, og (3) forhold, andel og prosent. Disse er like mye vektlagt innenfor TIMSS-oppgavene og opptar 10 % av alt materialet innenfor tall. Innenfor heltall skal elevene kunne egenskaper ved tall og operasjoner som blant annet å identifisere primtall og løse problemer som involverer kvadratrøtter av hele tall. De skal også kunne løse problemer med positive og negative tall, samt ta i bruk ulike verktøy, som tallinje eller modeller, for å løse slike oppgaver. Innenfor brøk og desimaler skal elevene kunne sammenligne og ordne brøker og desimaltall etter størrelse, samt utføre regneoperasjoner med disse. Det siste temaet, forhold, andel og prosent, inneholder kunnskap om konvertering mellom prosent, brøk og desimaler, løse problemer som inneholder proporsjoner og å dele mengde inn i et gitt forhold (Lindquist et al., 2017).

2.7.1.2 Geometri

Innenfor denne dimensjonen skal elever på 8. trinn utvide forståelsen sin om figurer og mål. De skal kunne analysere egenskapene til ulike to- og tredimensjonale figurer, og beregne omkrets, areal og volum. De skal også kunne løse problemer og gi forklaringer basert på geometriske sammenhenger som kongruens, likheter og Pythagoras setning (Lindquist et al., 2017). I TIMSS rammeverket har temaet geometri kun ett undertema, dette er geometriske figurer og mål. Dette opptar derfor hele dimensjonen i seg selv og 20 % av alle dimensjonene. Innenfor dette undertemaet er det viktig å kunne noe om geometriske figurer, dette inneholder for eksempel sirkler, ulike typer trekanter som likebente og rettvinklede, ulike typer firkanter som parallellogrammer, rektangler og romber. Elevene må også kunne noe om polygoner som femkanter, sekskanter og åttekanter. På 8. trinn må elevene ha kunnskap om tredimensjonale figurer slik som prismer og pyramider. Elevene skal i tillegg kunne identifisere og tegne ulike vinkler og bruke forholdet mellom vinkler på både linjer og i geometriske figurer for å løse problemer. Å regne ut overflateareal og volum, samt løse problemer som involverer Pythagoras setning, omkrets og areal er også viktig. Elevene skal kunne ta i bruk kongruens, rotasjon og speiling ved bruk av tegning, men også kunne gjenkjenne hvilke metoder som er brukt innenfor en allerede rotert eller speilet gjenstand (Lindquist et al., 2017).

2.7.1.3 Algebra

Algebra gir mulighet for å uttrykke mønstre og relasjoner på en matematisk måte. Elevene skal kunne løse problemer ved å bruke algebraiske modeller og forklare sammenhenger som involverer algebraiske begreper. Elevene må ha en konseptuell forståelse for algebra og kunne forstå sammenhengene i en formel, likning og funksjon. Algebra er inndelt i to hovedtemaer, disse er uttrykk, operasjoner og likninger som opptar 20 % av algebradimensjonen, samt forhold og funksjoner som opptar 10 % av algebradimensjonen (Lindquist et al., 2017). Innenfor uttrykk, operasjoner og likninger skal elevene blant annet kunne finne verdien av et uttrykk eller formel ved gitte verdier for variablene, forenkle algebraiske uttrykk og løse lineære likninger og ulikheter. Innenfor forhold og funksjoner skal elevene kunne tolke og analysere ulike representasjoner av lineære likninger, her skal de blant annet kunne identifisere stigningstall og skjæringspunkt. Elevene skal også kunne gjøre dette med enkle ikke-lineære likninger av ulike slag (Lindquist et al., 2017).

2.7.1.4 Statistikk

Innenfor statistikkdimensjonen står visuell fremstilling av data sentralt. Dette kan blant annet vises gjennom søylediagrammer, linjediagrammer og sektordiagrammer. Elevene skal kunne trekke ut informasjon fra slike diagrammer og se den helhetlige betydningen av disse. Elevene skal også vite hvordan de samler inn, organiserer og representerer data. Ordet sannsynlighet kommer også frem innenfor denne dimensjonen (Lindquist et al., 2017). Statistikkdimensjonen er delt inn i to hovedtemaer, statistikk som opptar 15 % og sannsynlighet som opptar 5 % av statistikkdimensjonen. Innenfor statistikk skal elevene kunne lese og tolke data fra både tabeller og diagrammer, bestemme passende fremgangsmåter for innsamling av data, samt organisere og representere disse i en passende tabell eller diagram. Elevene skal også kunne bruke både sentralmål og spredningsmål innenfor statistiske data. Innenfor sannsynlighet skal elevene kunne bestemme teoretisk sannsynlighet basert på sannsynlige utfall og estimere den empiriske sannsynligheten basert på eksperimentelle utfall (Lindquist et al., 2017).

2.7.2 Den kognitive dimensjonen

Den kognitive dimensjonen inneholder tre kognitive steg: *Kunne, anvende* og *resonnere*. De tre kognitive dimensjonene anvendes i TIMSS-undersøkelsen for både 4. og 8. trinn, men fremkommer ulikt med utgangspunkt i aldersforskjellen mellom disse to trinnene. Jeg vil kun gå inn på den kognitive dimensjonen for 8.trinn ettersom studien fokuserer på ungdomstrinnet. For å kombinere innholdsdimensjonen og den kognitive dimensjonen vil hver innholdsdimensjon inneholde oppgaver som adresserer hvert av de tre kognitive dimensjonene (Lindquist et al., 2017).

De kognitive dimensjonene for 8. trinn	Prosentandel
Å kunne	35 %
Å anvende	40 %
Å resonnere	25 %

Tabell 2-2: Prosentandel for den kognitive dimensjonen for 8. trinn (Lindquist et al., 2017)

2.7.2.1 Å kunne

Den første kognitive dimensjonen har å gjøre med at elevene må ha både faktakunnskaper, konseptuell forståelse og prosedyrekunnskaper for å kunne forstå matematikk. Elevene må altså ha kjennskap til matematiske begreper og ferdigheter. Uten disse basiskunnskapene, som matematisk språk, symboler, fakta og prosedyrer, kan ikke elevene utvikle seg til å bli matematiske tenkere (Lindquist et al., 2017). I TIMSS sitt matematiske rammeverk er det ulike komponenter som er en del av «å kunne». Disse er (1) å huske, (2) å gjenkjenne, (3) å klassifisere, (4) å beregne, (5) å hente ut informasjon, og (6) å måle. (1) Å huske går ut på at elevene skal kunne huske matematiske definisjoner, terminologi, tallegenskaper, måleenheter, geometriske egenskaper og symboler/notasjoner (Lindquist et al., 2017). (2) Å gjenkjenne inkluderer elevenes evne til å gjenkjenne tall, uttrykk, mengder og former. De skal være kjent med enheter som er matematisk likeverdig som brøk, prosent og desimaler (Lindquist et al., 2017). (3) Å klassifisere viser til at elevene skal kunne klassifisere tall, uttrykk, mengder og former etter kjente egenskaper (Lindquist et al., 2017). Innenfor (4) å beregne skal elevene utføre algoritmiske prosedyrer ved å bruke addisjon, subtraksjon, divisjon og multiplikasjon eller en kombinasjon av disse. De skal i tillegg utføre enkle algebraiske prosedyrer (Lindquist et al., 2017). (5) Å hente ut informasjon betyr at elevene skal kunne hente ut informasjon fra grafer, tabeller og tekster (Lindquist et al., 2017). (6) Å måle viser til at elevene skal kunne bruke måleinstrumenter som linjal og gradskive. I tillegg skal de kunne velge passende måleenheter innenfor matematikken (Lindquist et al., 2017).

2.7.2.2 Å anvende

Den andre kognitive dimensjonen setter søkelys på å anvende matematikken i ulike sammenhenger. Her går de videre fra det å kunne, til å bruke kunnskapen de har tilegnet seg (Lindquist et al., 2017). Ved å ta i bruk kunnskapen om fakta, begreper og prosedyrer, kan elevene utforme representasjoner. Problemløsning er sentralt i dette domenet. Problemene kan holde seg innenfor hverdagslige problemer eller mer matematiske spørsmål som for eksempel funksjoner, ligninger, geometriske figurer eller statistiske data (Lindquist et al., 2017). I likhet med «å kunne» dimensjonen har også «å anvende» ulike komponenter som er en del av dimensjonen. Disse er (1) å utføre operasjoner og strategier, (2) å representere og modellere, og til slutt (3)å utføre. (1) Å utføre operasjoner og strategier handler om at elevene skal kunne bruke effektive og passende operasjoner, strategier og verktøy for å løse oppgaver innenfor matematikk (Lindquist et al., 2017). (2) Å representere og modellere tilsier at elevene skal kunne vise data i tabeller og grafer, samt utforme likninger, ulikheter, geometriske figurer og diagrammer (Lindquist et al., 2017). (3) Å utføre handler om at elevene skal utføre strategier og operasjoner for å løse matematiske problemer knyttet til matematiske konsepter og prosedyrer (Lindquist et al., 2017).

2.7.2.3 Å resonnere

Den siste kognitive dimensjonen er ment å måle grad av logisk og systematisk tenkning innenfor matematikken. Resonnement basert på regelmessigheter blir tatt i bruk for å finne løsninger på problemer som oppstår i ulike situasjoner. I likhet med den andre dimensjonen, kan disse problemene både være innenfor dagliglivet og matematikken. Å resonnere handler om å overføre kjent kunnskap til nye situasjoner (Lindquist et al., 2017). En går fra å tenke kontekstuelt, til generaliserende (Lindquist et al., 2017). Komponentene som tilhører «å resonnere» er (1) analysere, (2) kombinere, (3) vurdere, (4) trekke konklusjoner, (5) generalisere og (6) rettferdiggjøre. Å (1) analysere handler om at elevene skal undersøke, beskrive og bruke forhold mellom tall, uttrykk, mengder og former (Lindquist et al., 2017). Å (2) kombinere handler om at elevene skal koble sammen ulike komponenter innenfor sin egen matematiske forståelse, representasjoner og prosedyrer for å løse problemer (Lindquist et al., 2017). Dette vil si at elevene skal kunne bruke ulike representasjoner, prosedyrer samt forståelse til å løse nye problemer ved å kombinere disse til en helhetlig metode. (3) Vurdere går inn på hvordan elevene skal kunne vurdere alternative problemløsningsstrategier og løsninger (Lindquist et al., 2017). De må altså tenke over hvordan en oppgave kan løses gjennom en annet metode enn hva de vanligvis bruker. Her skal se også kunne se om en annen metode eller løsning er bedre enn en annen. Å (4) trekke konklusjoner handler om at elevene skal kunne komme frem til en løsning basert på informasjon og bevis (Lindquist et al., 2017). Dette vil si at all informasjon elevene får gjennom å løse en oppgave vil hjelpe de med å komme frem til en fornuftig løsning. Å (5) generalisere knyttes opp mot i hvor stor grad elevene klarer å komme med utsagn som representerer relasjoner i mer generelle og mer allment anvendelige termer. Til slutt handler å (6) rettferdiggjøre om at elevene skal kunne argumentere matematisk for å rettferdiggjøre en strategi eller løsning (Lindquist et al., 2017).

2.7.3 eTIMSS og PSI

I 2019 gikk TIMSS-undersøkelsen bort fra penn og pair, og startet med eTIMSS. Undersøkelsen eTIMSS inneholder de samme type oppgaver som tidligere år, men den har blitt digitalisert. Omtrent halvparten av deltakerlandene utførte undersøkelsen gjennom den digitale plattformen, den andre halvparten fortsatte med den gamle versjonen ved bruk av penn og papir (Lindquist et al., 2017; Mullis et al., 2021). I denne versjonen ble det lagt opp til flere problemløsnings- og undersøkelsesoppgaver som kalles PSI – *Problem Solving and Inquiry* (Mullis, 2017; Mullis et al., 2021). Det ble utviklet to PSI-oppgaver innenfor matematikk og to innenfor naturfag for både 4. og 8. trinn (Mullis et al., 2021). PSI-oppgavene har en spesiell oppbygging og hver oppgave inkluderer gjerne flere ulike fagområder, samt kognitive nivåer.

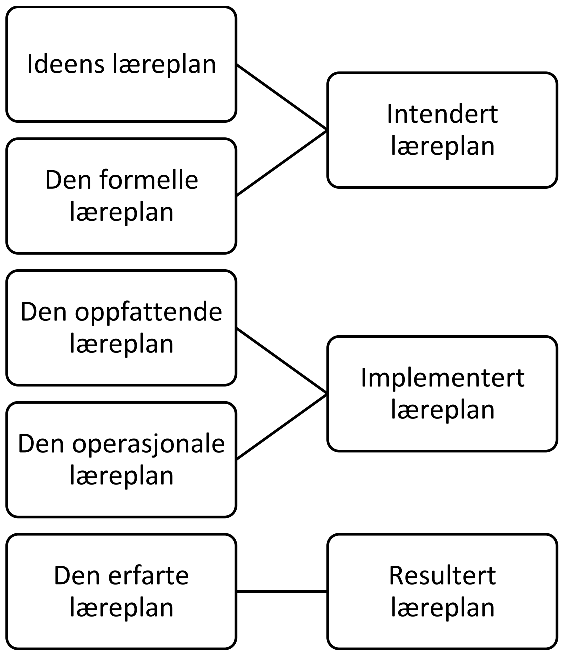
> *Each PSI task should be situated in a real world, problem, investigation, or activity that provides an underlying narrative or theme for the items. The problem or situation must be sufficiently wide to encompass a number of content and cognitive areas in the Mathematics or Science Frameworks. As much as possible, PSI tasks should attempt to include items addressing various content topics and a range of cognitive demands.*
>
> (Mullis et al., 2021, s. 5)

Disse oppgavene legger til rette for at elevene kan bruke tidligere ferdigheter innenfor kunnskap og prosesser for å løse problemer innenfor matematikken (Lindquist et al., 2017). PSI oppgavene inkluderer interaktive scenarioer som er visuelt iøynefallende. Dette gir elevene mulighet til å løse en oppgave gjennom en rekke steg og frem mot en løsning. I tillegg til dette er det mulig å se elevenes valg innenfor disse typer oppgaver og hvordan de har resonnert seg frem til en løsning (Lindquist et al., 2017). Selv om PSI-oppgavene var relativt nytt i TIMSS-undersøkelsen fra 2019, har IEA operert med oppgaver som både har inneholdt problemløsning og utforskning siden 1995 (Mullis et al., 2021). De norske resultatene fra TIMSS 2019 gir derimot ikke en signifikant forskjell i skår med og uten PSI på 9. trinn (Mullis et al., 2021). Dette viser at norske elever skårer relativt likt innenfor matematikkoppgaver med PSI og de vanlige matematikkoppgavene.

2.8 Norske læreplaner versus rammeverket i TIMSS

For å få en større forståelse av tilnærmingsmåten til matematikken innenfor læreplanene og rammeverket til TIMSS, vil jeg sammenligne disse med utgangspunkt i Goodlads (1979) fremstillingsformer av læreplanen, samt IEA sin modell for å analysere læreplanen. (Grønmo & Onstad, 2017) . Lærebøkene er utformet etter LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2013) og oppgavene fra TIMSS er utformet etter TIMSS Mathematics Framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Selve innholdet er definert tidligere i teorikapittelet, derfor vil jeg beskrive likhetene og ulikhetene i disse to rammeverkene.

Rammeverket til TIMSS har et mål om å være lik de aktuelle læreplanene for deltakerlandene i TIMSS-undersøkelsen. Dette kan bli problematisk fordi deltakerlandene har læreplaner som er utformet på forskjellige måter, et land kan vektlegge et fagområde i større grad enn hva et annet land gjør og kompetansemålene kan være varierende. Det vil derfor være praktisk umulig å utvikle en undersøkelse som tar hensyn til alle komponentene i alle læreplanene til deltakerlandene, og det vil derfor være visse avvik (Grønmo & Onstad, 2017). For at TIMSS-undersøkelsene skal være tilnærmet lik de aktuelle læreplanene i deltakerlandene, har IEA utviklet en modell som analyserer læreplanen på tre nivåer: Intendert læreplan, implementert læreplan og resultert læreplan (Grønmo & Onstad, 2017; Valverde et al., 2002). Disse er inspirert av Goodlads (1979) fem fremstillingsformer av læreplanen: *Ideological curricula, formal curricula, perceived curricula,* *operational curricula* og *experiental curricula*. Disse begrepene er oversatt av Britt Ulstrup Engelsen (2012) til *ideens læreplan, den formelle læreplanen, den oppfattende læreplanen, den operasjonaliserte læreplanen* og *den erfarte læreplanen.* Figur 2-3 viser likhetene mellom Goodlad (1979) og TIMSS (Grønmo & Onstad, 2017) sin forståelse av læreplanen.



Figur 2-3: Nivåer av læreplan basert på Goodlad og TIMSS

Den intenderte læreplanen dreier seg om utdanningssystemet, altså om organisering av skoletilbudet, rammefaktorer, ressurstilgang, elevenes mulighet til skole- og fagvalg, samt læreplaner og vurderingsformer (Grønmo & Onstad, 2017; Grønmo et al., 2010). Informasjon om dette er hentet fra nasjonale prosjektledere i de enkelte deltakerlandene (Bergem & Radišić, 2020; Grønmo & Onstad, 2017; Onstad & Kaarstein, 2016). Den implementerte læreplan handler om undervisningen og klassemiljøet, altså det som skjer i klasserommet (Grønmo & Onstad, 2017). For å hente ut denne informasjonen får både elevene, lærerne og skolelederne et spørreskjema som opptar ulike faktorer som omhandler de enkelte deltakerne. Elevene får spørsmål om trivsel, hjemmebakgrunn og tidsbruk på skolearbeid utenfor skolen. Spørreskjemaene for lærerne inneholder spørsmål som tar for seg blant annet alder, utdanning og bruk av undervisningsmetoder. Skolelederne blir ofte stilt spørsmål som omhandler skolens ressurser og begrensninger, skolens miljø og vektlegging av realfagene (Grønmo & Onstad, 2017). Den resulterte læreplanen omhandler hva elevene faktisk har oppnådd med undervisningen eller TIMSS-undersøkelsen (Grønmo & Onstad, 2017).

For å få en bredere forståelse av hvordan læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006, LK06, er lagt opp i forhold til TIMSS Mathematics framework, vil jeg sammenligne disse. LK06 er som nevnt tidligere i kapittelet utformet gjennom fagområde og kompetansemål (Kunnskapsdepartementet, 2013). Kompetansemålene etter 10. årstrinn har fagområdene tall og algebra, geometri, måling, statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk, samt funksjoner. Under hvert fagområde finnet det ulike kompetansemål elevene skal kunne etter dette årstrinnet. TIMSS Mathematics framework har også fagområder med ulike beskrivelser av hva som hører til under hvert fagområde (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Fagområdene TIMSS har i sitt rammeverk er tall, geometri, algebra, samt statistikk og sannsynlighet (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Ved å sette de ulike rammeverkene opp mot hverandre kan en se at det er likheter i fagområdene. Begge rammeverkene tar for seg de samme temaene, men med ulik gruppering. Tall og algebra er to adskilte fagområder i TIMSS sitt rammeverk, mens i læreplanen er det samlet til et fagområde. Måling er et eget fagområde i læreplanen, men i TIMSS er dette samlet inn i fagområdet om tall. Hvis en ser på kompetansemålene fra læreplanen i sammenheng med innholdsbeskrivelsen i TIMSS Mathematics framework kan en se en del likheter. Blant annet kompetansemålet «eleven skal kunne samanlikne og rekne om mellom heile tal, desimaltal, brøkar, prosent, promille og tal på standardform, uttrykkje slike tal på varierte måtar og vurdere i kva for situasjonar ulike representasjonar er formålstenlege» (Kunnskapsdepartementet, 2013, s. 8) og «eleven skal kunne bruke faktorar, potensar, kvadratrøter og primtal i berekningar» (Kunnskapsdepartementet, 2013, s. 8) under fagområdet tall og algebra har likheter med beskrivelsen av fagområdet tall innenfor TIMSS Mathematics framework.

> *Demonstrate understanding of properties of numbers and operations; find and use multiples and factors, identify prime numbers, evaluate positive integer powers of numbers, evaluate square roots of perfect squares up to 144, and solve problems involving square roots of whole numbers.*

(Lindquist et al., 2017, s. 19)

Disse sitatene viser er et tydelig eksempel på likhetene mellom kompetansemålene fra LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2013) og innholdsbeskrivelsen fra TIMSS 2019 Mathematics framework (Lindquist et al., 2017). Ulikhetene mellom kompetansemålene i læreplanen og innholdsbeskrivelsene i TIMSS sitt rammeverk er nettopp dette at læreplanen beskriver hva elevene skal kunne gjennom 10 år med skolegang. Rammeverket til TIMSS sier ikke noe om hva elevene skal kunne, men heller hva innholdet i undersøkelsen sikter mot. TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017) har som nevnt tidligere en viss prosentvis fordeling av fagområdene. LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2013) har ingen spesifikke regler for hvor mye vekt en skal legge på hvert fagområde i matematikkundervisningen. Hvis en ser på LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019) har den nye læreplanen enda færre retningslinjer for hvilke fagområder som skal innlemmes i undervisningen, her er det større fokus på kompetansemålene. De skal være så generelle at de kan brukes innenfor flere matematiske fagområder og temaer. I tillegg til en oversikt over fagområder, har TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017) også tre kognitive nivåer hvor elevene blir testet i sin kompetanse utover det faglige. Disse tre kognitive nivåene finnes verken i LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2013) eller LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019).

3 Metode

Da jeg skulle ta et valg om hvilken metodisk tilnærming jeg ville benytte meg av for å klassifisere de ulike oppgavene i læreverkene og fra TIMSS, utforsket jeg ulike kilder i litteraturen. Den induktive kategoridannelsen til Mayring (2015), samt ideer fra Fan et al. (2013) og Ryvold (2018), står sentralt innenfor metodekapittelet. Jeg vil gå inn på hvilken metodisk tilnærming jeg tar i bruk for å analysere matematikkoppgavene, hvilke valg jeg har tatt i forhold til populasjon og dokumenter, samt hvilket analyseverktøy som blir brukt i dette forskningsprosjektet. I tillegg går jeg inn på hvilke begrensninger valg av metodetilnærming kan ha og hvordan dette kan påvirke prosjektets reliabilitet og validitet. Til slutt drøfter jeg etiske betraktninger i studien som en er nødt til å ta hensyn til.

3.1 Kvalitativ og kvantitativ tilnærming

Sigmund Grønmo (2004) konstaterer at det finnes en forskjell mellom kvalitative og kvantitative data. Dette skillet handler om hvordan data registreres og analyseres. Kvalitative tilnærminger opererer vanligvis primært med tekst og kvantitative metoder opererer primært med tall (Johannessen et al., 2021). Kvalitative og kvantitative data er ikke konkurrerende, men de kan utfylle hverandre til én enhet. Det vil ofte finnes elementer av kvalitativ data i en kvantitativ undersøkelse og vice versa. En kombinasjon av disse dataene kan gi en bredere forståelse av forskningsprosjektet som gjennomføres (Grønmo, 2004). Innenfor både kvalitativ og kvantitativ tilnærming er det viktig å holde seg objektiv. Postholm og Jacobsen (2018) mener likevel at all forskning vil være påvirket av forskerens subjektive og individuelle teorier. Forskning på atferd og sosiale teorier vil aldri være verdinøytralt fordi alt som fortolkes og fremstilles, slik som valg av teori og design, valg av metode, samt egen forforståelse og bakgrunn, vil ha innvirkning på hvordan prosjektet blir seende ut til slutt. Disse valgene vil derfor, i seg selv, være verdiladet (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.1.1 Kvalitativ tilnærming

En kvalitativ metodetilnærming gir en større forståelse av fenomenet som for eksempel gjennom utførelse av intervju og observasjon. På denne måten vil forskeren få et dypdykk i temaet, slik at en forstår fenomenet, gjennom informantene, fra et innenfraperspektiv (Johannessen et al., 2021).

Et kjennetegn for denne metodiske tilnærmingen er at en får mye informasjon ut av få enheter (Thagaard, 2013). Kvalitativ tilnærming tar utgangspunkt i at virkelighet er noe som skapes av forskeren og informantene som deltar i forskningsprosjektet (Postholm & Jacobsen, 2018). Målet med denne tilnærmingen er derfor å forstå og fremheve meningen informantene har konstruert i forhold til sine erfaringer og sin livsverden. Oppmerksomheten blir rettet mot informantenes perspektiv, og hvordan dette henger sammen med forskerens perspektiv. På denne måten blir det er nært forhold mellom informant og forsker. En kvantitativ tilnærming vil ikke knytte forsker og informant sammen på lik måte som ved en kvalitativ tilnærming (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.1.2 Kvantitativ tilnærming

I følge Tove Thagaard (2013) blir spesielt begrepene utbredelse og antall vektlagt i en kvantitativ metodetilnærming. Variablene blir ikke nødvendigvis satt inn i en samfunnsmessig kontekst i en kvantitativ tilnærming, slik den gjør i en kvalitativ tilnærming. En ønsker å fokusere mer på mengde og størrelse samt hyppighet av et fenomen (Grønmo, 2004; Postholm & Jacobsen, 2018). Kvantitativ tilnærming innebærer statistiske prosedyrer hvor en kan telle opp frekvensdata, eller en mer avansert teknikk. Derfor kan en slik type metodetilnærming forutsette omfattende kunnskap om statistikk. Selv om kvantitativ tilnærming forutsetter kunnskap innenfor statistikk, må forskeren også vite hvordan en skal tolke resultatene (Johannessen et al., 2021). Tolkningen gjøres for å forstå virkeligheten av fenomenet en forsker på, men dette betyr ikke at fortolkningen er det samme som virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018). Kvantitativ tilnærming handler om å samle inn empiri i form av tall. Gjennom statistiske metoder får en mulighet til å håndtere store mengder informasjon i form av data. En kvantitativ tilnærming vil være mer representativ fordi dataen som samles inn allerede er predefinert av forskeren (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.1.3 Mixed methods research

Som nevnt tidligere vil en kombinasjon av kvalitativ og kvantitativ tilnærming utfylle hverandre og det gir en bredere forståelse av forskningsprosjektet (Grønmo, 2004). En slik metode kalles mixed methods research. Dette betyr at forskeren samler inn, analyserer, tolker og trekker konklusjoner på bakgrunn av både kvalitative og kvantitative data (Ary et al., 2014; Johannessen et al., 2021). Ved å bruke mixed methods research minimaliserer en begrensningene til både kvalitativ og kvantitativ tilnærming. Styrkene til begge tilnærminger kommer bedre frem ved en kombinasjon av disse, enn ved bruk av kun én (Creswell & Creswell, 2018). I tillegg kan en få en mer helhetlig forståelse av samfunnsforholdene som undersøkes (Grønmo, 2004). Både kvalitativ og kvantitativ metode er nyttig for verifikasjon og generering av teorier og i flere tilfeller er begge typer metode og data nødvendig (Postholm & Jacobsen, 2018). I dette forskningsprosjektet samler jeg inn kvalitative data og bruker an kvantitativ tilnærming for å finne sammenhengen i den kvalitative dataen, dette kalles for utforskende design eller «exploratory sequential mixed methods design» (Creswell & Creswell, 2018; Johannessen et al., 2021). I følge Ary et al. (2014) vil dette anses som et «conversion design». Dette går ut på at dataen er samlet inn og omgjort til en annen form, deretter analysert. I dette tilfellet vil innhenting av data være basert på matematikkoppgaver som er rangert ved bruk av skåringsrubrikker. Matematikkoppgavene i seg selv kan analyseres kvalitativt gjennom tekstanalyse og skårene jeg har gitt kan analyseres kvantitativt gjennom statistiske mål og mål på korrelasjon, samt kategorisk krysstabell. En positiv side ved disse formene for mixed methods design er at en kan ta i bruk skåringsrubrikker i form av tall og knytte disse opp mot oppgaver som er utformet gjennom bilder eller tekst (Ary et al., 2014).

3.1.3.1 Begrensninger ved mixed methods research

Ved å ta i bruk en mixed methods metodetilnærming, må forskeren være i stand til å forstå kompleksiteten bak begge tilnærminger, både kvalitativ og kvantitativ, og hvordan disse kan brukes i fellesskap. Det er også tidkrevende å ta i bruk en mixed methods research (Ary et al., 2014). Den største utfordringen ved innsamling av kvalitativ data, med kvantitativ analyse i etterkant, er å oppnå en god utnyttelse av de kvalitative data som blir innsamlet under forberedelsene til kvantitative undersøkelser. Dette dreier seg om integrasjon av de kvalitative og de kvantitative dataene under analyse og tolkning, og det handler om formidling av erfaringer fra den kvalitative forundersøkelsen i tillegg til resultater fra de kvantitative analysene (Grønmo, 2004). En må i tillegg sjekke validitet for både de kvalitative og de kvantitative dataene. En annen begrensning er at forskeren ikke utnytter de kvalitative funnene godt nok (Creswell & Creswell, 2018). Noen mener også at kvantitativ tilnærming ikke kan bli målt for å få en forståelse av verden, derfor trenger vi individer som kan gi oss en forståelse av sosiale fenomener. Dette kan du ikke få på noen andre måter enn å observere individene og la de snakke med egne ord. (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.2 Utvalg

Her vil jeg beskrive hvilke valg jeg har tatt angående datainnsamling i dette forskningsprosjektet. Jeg går inn på mine valg rundt populasjon, fagområder, lærebøker og TIMSS-undersøkelser. Jeg drøfter også eventuelle begrensninger som kan påvirke mine valg gjennom prosjektet.

3.2.1 Valg av populasjon

Jeg har valgt å bruke TIMSS 2015 og 2019 som en del av min analyse. Dettte valget baseres på ønsket om at forskningsprosjektet skulle være så aktuelt som mulig med tanke på dags dato. TIMSS-undersøkelsen gjennomføres hvert fjerde år og undersøkelsen fra 2019 er den siste som ble gjennomført. Grunnen til at jeg valgte å ha med undersøkelsen fra 2015 i tillegg er fordi jeg får mer materiale å analysere ettersom de frigitte oppgavene fra 2019 var fåtallig. Som nevnt tidligere ble PSI-oppgavene ble en del av eTIMSS i 2019 (Mullis et al., 2021). Disse oppgavene ble publisert i 2021 og kommer i tillegg til de frigitte oppgavene jeg har valgt å bruke i dette forskningsprosjektet. Disse oppgavene et ment som utforskning og det er interaktive oppgaver som følger et problem gjennom en rekke deloppgaver (Mullis et al., 2021). Grunnen til at jeg ikke analyserte disse vil jeg gå nærmere inn på under begrensninger for utvalget.

I Norge blir TIMSS-undersøkelsen gjennomført på 5. og 9. trinns elever i motsetning til stort sett resten av verden, her gjennomføres undersøkelsen på elever fra 4. og 8. trinn (Kaarstein et al., 2020). Ettersom jeg tidligere har utført utdanningen grunnskolelærer på 5.-10. trinn er mellomtrinnet og ungdomstrinnet noe jeg har erfaring med fra tidligere. Dette er grunnen til at jeg har valgt å bruke elever på 9. trinn i dette forskningsprosjektet. Ettersom det kun er et utvalg av elever på 9. trinn i Norge som blir tilbudt denne undersøkelsen, er utvalget allerede gitt. TIMSS komiteen valgte ut 4575 elever fra 157 norske skoler i 2019. For at undersøkelsen skal få et representativt utvalg blir skolene trukket først, deretter hele klasser på de utvalgte skolene. Det blir trukket maksimalt to klasser per skole (Kaarstein et al., 2020). Dette tilsier at utvalget i TIMSS-undersøkelsen er en klyngeutvelgelse som er en variant av sannsynlighetsutvalg (Johannessen et al., 2021). Klyngeutvelgelse går ut på at populasjonen grupperes i klynger, som tilsvarer skolene i Norge. Ut ifra disse klyngene blir nye klynger valg ut, som tilsvarer klassene på de ulike skolene.

3.2.1.1 Begrensninger for utvalget

TIMSS-komiteen har valgt ut et representativt utvalg for undersøkelsen. Et representativt utvalg vil si et utvalg som kan representere populasjonen (Johannessen et al., 2021). For at et utvalg skal være representativt, blir det gjerne brukt sannsynlighetsutvalg. Her er utvelgelsen av utvalget tilfeldig eller randomisert. Sannsynlighetsutvalg kan ikke garantere et representativt utvalg, men det gir en stor sannsynlighet for at det er det (Johannessen et al., 2021). Jeg kan derfor ikke si med sikkerhet at resultatene fra TIMSS-undersøkelsen er 100 % representativ, dette kan ha innvirkning på min analyse. PSI-oppgavene har ikke blitt analysert på lik linje som de andre oppgavene. PSI-oppgavene er utformet på en helt annen måte og ble derfor vanskelig å analysere i sammenheng med resten av oppgavene fra TIMSS. I tillegg ble de publisert i artikkelen «Findings from the TIMSS 2019 Problem Solving and Inquiry Tasks» (Mullis et al., 2021), og ikke under frigitte oppgaver.

3.2.2 Valg av matematiske fagområder

Mitt valg av matematiske fagområder innenfor dette forskningsprosjektet baserer seg på vektleggingen av fagområder i læreplanen for Kunnskapsløftet av 2006 og TIMSS Mathematics framework. Disse rammeverkene har likt fokus når det kommer til fagområder, men ulik inndeling. Dette vil si at den norske læreplanen har for eksempel tall og algebra som et samlet fagområde, men TIMSS legger dette opp som to adskilte fagområder. I tillegg til de faglige rammeverkene til TIMSS for ungdomstrinnet og den norske læreplanen, tok jeg også utgangspunkt i lærebøkenes kapittelinndeling. Det var viktig for meg at alle oppgavene i lærebøkene, samt TIMSS-undersøkelsene skulle falle innenfor et spesifikt fagområde. Derfor gikk jeg gjennom kapittel for kapittel, samt oppgave for oppgave før jeg valgte ut fagområder. Ut ifra dette valgte jeg å inkludere fire fagområder i prosjektet. Disse er tall, geometri, statistikk og algebra.

3.2.3 Valg av lærebøker

Med utgangspunkt i TIMSS-undersøkelsen, hvilke trinn disse setter søkelys på, samt hvilke årstall undersøkelsene ble gjennomført, har jeg valgt fire ulike lærebøker. Jeg ønsket å finne lærebøker som ble brukt på omtrent samme tidspunkt som undersøkelsen ble gjennomført, slik at oppgavene i lærebøkene stemte tidsmessig overens med oppgavene i TIMSS-undersøkelsen. Dette for å sikre at de utvalgte lærebøkene i størst mulig grad samsvarte med lærebøkene brukt av den norske deltakerpopulasjonen i TIMSS. Jeg ville derfor finne læreverk som ikke var utdatert med tanke på de to undersøkelsene, men som heller ikke lærebøker som var for nye. TIMSS-undersøkelsen for 2015 ble som nevnt tidligere brukt på 4. og 8. trinn, samt 5. og 9. trinn og undersøkelsen for 2019 ble brukt på 5. og 9. trinn. Ettersom jeg har fullført min grunnskoleutdanning for 5.-10. trinn ville jeg sette søkelys på ungdomstrinnet. Jeg visste derfor at jeg ville ta i bruk lærebøker som er utviklet for 9. trinn. Undersøkelsen gjennomføres tidlig på 9. trinn og derfor er flere av oppgavene hentet fra pensum for 8. trinn. Jeg inkluderte derfor også lærebøker som brukes på 8. trinn. Ved å ta utgangspunkt i ulike læreverk, får en se ulike perspektiver på utforming av oppgaver, inndeling av kapitler og fagområder, samt vektleggingen av disse. Jeg valgte derfor to ulike læreverk, Faktor og Maximum, samt bøkene for 8. og 9. trinn innenfor disse. Valget mitt falt derfor på Faktor 8 (2014a), Faktor 9 (2014b), Maximum 8 (2013) og Maximum 9 (2014). Disse læreverkene har ulike forfattere og forlag. Derfor vil det være stor sannsynlighet for at de ikke er lagt opp på samme måte. Likevel er begge læreverkene gitt ut før fagfornyelsen og er utformet etter LK06. Dette viser at begge læreverkene skal føre elevene gjennom kompetansemålene fra den samme læreplanen.

Lærebok	Forfattere	Utgiver	Årstall	Sidetall
Maximum 8: grunnbok	Tofteberg et al.	Gyldendal	2013	343
Maximum 9: grunnbok	Tofteberg et al.	Gyldendal	2014	289
Faktor 8: grunnbok	Hjardar, E Pedersen, J.-E	Cappelen Damm	2014	285
Faktor 9: grunnbok	Hjardar, Espen Pedersen, J.-E	Cappelen Damm	2014	293

Tabell 3-1: Oversikt over utvalgte lærebøker

Faktor 8	Faktor 9	Maximum 8	Maximum 9
1. Tall og tallforståelse	1. Tall og tallforståelse	1. Tall og tallregning	1. Tallregning
2. Brøk	2. Algebra	2. Geometri	2. Funksjoner
3. Prosent	3. Geometri	3. Brøk, desimaltall og prosent	3. Mål og enheter
4. Geometri	4. Statistikk og sannsynlighetsregning	4. Statistikk	4. Geometri og beregninger
5. Statistikk	5. Måling og beregninger	5. Algebra og likninger	
6. Tall og algebra	6. Funksjoner		
7. Måling og enheter	7. Økonomi		

Tabell 3-2: Kapittelinndeling i de utvalgte lærebøkene

Med tanke på tidspress og oppgaveutvelging var det nødvendig å sette begrensninger for utvalg av oppgaver i lærebøkene. Grunnbøkene til de utvalgte læreverkene inneholder 2199 oppgaver alene. Med tanke på mine begrensninger på tid og problemstilling ville grunnbøkene ha nok varierte oppgaver under hvert tema. Tilleggsmaterialet har ofte samme type oppgaver, dette hadde blitt en repetisjon av oppgavene jeg allerede ville analysere. Jeg bestemte meg derfor for at grunnbøkene hadde oppgavene jeg ville bruke i dette forskningsprosjektet. Jeg har derfor valgt å ekskludere alle digitale ressurser, oppgavebøker og annet tilleggsmateriale som tilhører læreverkene. Faktor 9 er den eneste læreboken som har et kapittel om økonomi. Det var vanskelig for meg å plassere dette kapittelet innenfor temaene hentet fra innholdsdimensjonen i TIMSS Mathematics framework, samtidig var det ingen andre bøker som tok for seg dette temaet. Oppgavene hentet fra TIMSS-undersøkelsen hadde heller ikke oppgaver innenfor økonomi. Jeg valgte derfor å ikke analysere disse oppgavene.

3.2.3.1 Maximum

Maximum (Tofteberg et al., 2013, 2014) er et læreverk for ungdomstrinnet som har bøker for 8.-10. trinn. Det fines både grunnbok og oppgavebok for elevene, og lærerens egen bok. På baksiden av hver grunnbok har de punkter over hva Maximum vektlegger.

Læreverket Maximum (Tofteberg et al., 2013, 2014) vektlegger:

- Faglig fokus, logisk oppbygging og progresjon
- Tydelige og presise målformuleringer
- Praktiske eksempler og oppgaver
- Tilpasset opplæring til alle elever i et læringsfellesskap
- Konkret veiledning og støtte for læreren både før, under og etter undervisningen

Maximum (Tofteberg et al., 2013, 2014) sin grunnbok har delt opp innholdet i ulike deler. Den inneholder lærestoff og oppgaver, aktivitet, bli bedre og tren tanken. I Tabell 3-3 finner du en beskrivelse av hver del. I tillegg til denne inndelingen har lærestoff og oppgaver-delen ulike hjelpemidler. Lærebøkene fra læreverket Maximum inneholder mål for hva eleven skal lære, ordforklaringer, illustrasjoner, rammer med definisjoner og regler, forklarende tekst, eksempler og oppgaver med ulik vanskelighetsgrad. Vanskelighetsgraden finner en kun på noen av oppgavene. De er fargekoordinert med fargene blå, gul og grønn, hvor blå er lett, gul er middels og grønn er vanskelig.

Bok	Oppgavetype	Beskrivelse
Maximum 8 og 9	Lærestoff og oppgaver	Disse type oppgavene finnes det flest av i hele boken. Her er det både nye utfordringer og øvingsoppgaver.
	Aktivitet	Disse oppgavene er aktive oppgaver som spill og aktiviteter.
	Bli Bedre	Dette er øvingsoppgaver etter hvert kapittel. De summerer opp hva elevene allerede har jobbet med tidligere i kapittelet. Denne delen tester elevene om de har lært noe.
	Tren tanken	Disse oppgavene er annerledes enn de andre i boken og får elevene til å utfordre seg selv.

Tabell 3-3: Oversikt over oppgaver i Maximum for 8. og 9. trinn

3.2.3.2 Faktor

I motsetning til Maximum, har ikke Faktor de samme punktene som blir vektlagt gjennom bøkene. På Cappelen Damm sine hjemmesider beskriver de Faktor som en trygg progresjon, en god og utprøvd modell for differensiering, og vekt på repetisjon, skaper du gode læringsopplevelser i matematikk ved bruk av Faktor (Cappelen Damm, u.å.). Grunnboken blir beskrevet som en rolig progresjon med kortfattet tekst og enkelt språk, slik at den skal passe best mulig for alle elever (Hjardar & Pedersen, 2014a, 2014b). Hvert kapittel blir innledet med en problemstilling for å skape motivasjon for læring, og mer kognitivt krevende oppgaver er spesielt merket. Hvert kapittel avsluttes med en sekvens med øvingsoppgaver, etterfulgt av et sett med problemløsningsoppgaver.

Faktor sin grunnbok er delt inn i ulike deler slik som Maximum. Den inneholder lærestoff og oppgaver, «prøv deg selv», og «noe å lure på». I Tabell 3-4 vises en beskrivelse av hver del. Gjennomgående i boken er noen av oppgavene markert med ulike symboler. Hvert symbol har hver sin betydning. Symbolene symboliserer oppgaver som har behov for bruk av kalkulator og digitale verktøy, samt frioppgaver, utfordrende oppgaver og oppgaver hvor en må løse et problem.

Bok	Oppgavetype	Beskrivelse
Faktor 8 og 9	Lærestoff og oppgaver	Disse type oppgavene er det flest av i hele boken. Her er det både utfordringer og øvingsoppgaver.
	Prøv deg selv	Dette er øvingsoppgaver etter hvert kapittel. De summerer opp hva elevene allerede har jobbet med tidligere i kapittelet. Denne delen tester elevene om de har lært noe.
	Noe å lure på	Disse oppgavene er annerledes enn de andre i boken og får elevene til å utfordre seg selv.

Tabell 3-4: Oversikt over oppgaveinndeling i Faktor for 8. og 9. trinn

3.2.3.3 Begrensninger for utvalget

TIMSS ønsker ikke at resultater fra undersøkelsen kan kobles til skoler. På samme måte ønsker ikke forlagene å oppgi kjøpere av deres læreverk. Derfor kan jeg ikke si med sikkerhet hvor mange skoler eller hvilke skoler som tok i bruk Maximum og Faktor i 2015 og 2019. Jeg kan heller ikke si hvor mange skoler som brukte disse bøkene samme året, eller om skolene som ble trukket ut til undersøkelsen brukte disse bøkene. Dette vil gi en begrensning for utvalget av lærebøker i analysen. Jeg kan heller ikke si noe om hvordan lærere på de ulike skolene brukte læreverkene eller hvordan de la opp undervisningen i de ulike matematiske temaene. Derfor må jeg kun gå ut ifra hvordan lærebøkene er utformet og sammenligne dette med hvordan TIMSS 2015 og 2019 er utformet.

3.3 Dokumentanalyse

Definisjonen av begrepet dokument er ifølge Thagaard (2013) alle slags skriftlige kilder som er tilgjengelige for forskerens analyser. Det kan være alt fra publiserte dokumenter som stortingsmeldinger til private dokumenter som dagbøker (Johannessen et al., 2021). Dokumentene innenfor en dokumentanalyse skiller seg fra data forskeren har samlet inn i felten ettersom disse dokumentene er skrevet for et annet formål enn hva forskeren skal bruke det til (Thagaard, 2013). Dokumenter sier noe om forfatterne, deres virkelighetsforståelse og meninger, samt faktabeskrivelser som forfatterne ønsker å presentere (Johannessen et al., 2021). En deler inn dokumenter i *type*, *form* og *innhold*. Når en snakker om type dokumenter refererer en til primærkilde, sekundærkilde og tertiærkilde (Johannessen et al., 2021).

Primærkilden er dokumenter som kun bygger på den eldste bevarte kilden som ligger nærmest begivenheten i tid (Johannessen et al., 2021). Eksempler på dette er forskningsrapporter, doktoravhandlinger og fellesvurderte tidsskriftartikler. Sekundærkilden er dokumenter som bygger på primærkilden. Dette er en indirekte tilgang til begivenheten (Johannessen et al., 2021). Eksempler på dette er oppslagsverk og lærebøker som gjengir informasjon som allerede finnes der ute. Tertiærkilden er dokumenter som er fortolket av andre. Det er viktig å kontrollere disse før en tar de i bruk (Johannessen et al., 2021). Dokumentenes form deles inn i skriftlige dokumenter, visuelle dokumenter og lyddokumenter (Johannessen et al., 2021). Innenfor skriftlige dokumenter finner en private kilder som dagbøker eller interne notater, offentlige kilder som for eksempel årsmeldinger, personlige kilder som er skrevet av enkeltpersoner og institusjonelle kilder som har et offisielt preg. Visuelle dokumenter er fremstillinger gjennom bilde og film, for eksempel en reklamefilm. Lyddokumenter er opptak av muntlige fremstillinger som for eksempel en radiomonolog (Johannessen et al., 2021). Innholdsmessig i dokumenter skiller en mellom ytringer hos dem som står bak dokumentene som for eksempel en lederartikkel i en avis og faktaorientert innhold om enkelte temaer som for eksempel en avisartikkel om resultater fra et kommunevalg (Johannessen et al., 2021).

I dette forskningsprosjektet vil jeg som nevnt ta i bruk matematikkoppgaver fra lærebøker og matematikkoppgaver fra TIMSS-undersøkelsen, dette tilsvarer primærkilden. Dette er en primærkilde fordi matematikkoppgavene i seg selv gir en direkte tilgang til primærkilden og vil derfor ikke være en sekundærkilde. Matematikkoppgavene er utformet etter rammeverk, altså LK06 og TIMSS Mathematics framework, men rammeverkene i seg selv er ikke primærkilden, det er det oppgavene fra lærebøkene og TIMSS-undersøkelsen som er. Formen jeg tar i bruk er skriftlige dokumenter i form av lærebøker og matematikkoppgaver hvor innholdet er faktaorientert. Dette er fordi at i matematikkoppgaver er det sjeldent ytringer kommer til uttrykk. Senere i kapitlet vil jeg inkludere begrensninger ved valg av metode og drøfte til hvilken grad dokumentanalyse belyses gjennom forskningsprosjektet.

3.3.1 Kvalitativ innholdsanalyse

Kvalitativ innholdsanalyse er en metode for å beskrive innholdet i kvalitative data på en systematisk måte. Dette gjøres ved å klassifisere data som forekomster av kategoriene til en kodingsramme. Dataen har ingen mening i seg selv, det er vi som forskere som må konstruere (Schreier, 2012). I følge Grønmo (2004) bygger kvantitativ innholdsanalyse på systematisk gjennomgang av dokumenter med sikte på kategorisering av innholdet og registrering av data som er relevant for problemstillingen i den aktuelle studien. Tabell 3-5 viser en oversikt over datainnsamling ved kvalitativ innholdsanalyse.

Aspekt ved datainnsamling	Kjennetegn ved kvalitativ innholdsanalyse

Forberedelser til datainnsamling	• Avklare fokus
	  ○ Velge prioritert tema
	  ○ Velge typer av tekster
	• Finne tekster
	• Eventuelt avtale adgang til å bruke tekstene og vurdere grad av åpenhet

Gjennomføring av datainnsamling	• Gjennomgå tekstene systematisk
	  ○ Foreta kildekritiske og kontekstuelle vurderinger
	  ○ Velge ut og registrere relevant innhold
	  ○ Kategorisere det relevante innholdet
	• Velge ut andre relevante tekster og gjennomgå disse systematisk

Typiske problemer under datainnsamling	• Forskerens perspektiv kan påvirke utvelgingen og tolkningen av tekstene • Begrenset kildekritisk forståelse kan påvirke tolkningen av tekstene • Begrenset kontekstuell forståelse kan påvirke tolkningen av tekstene

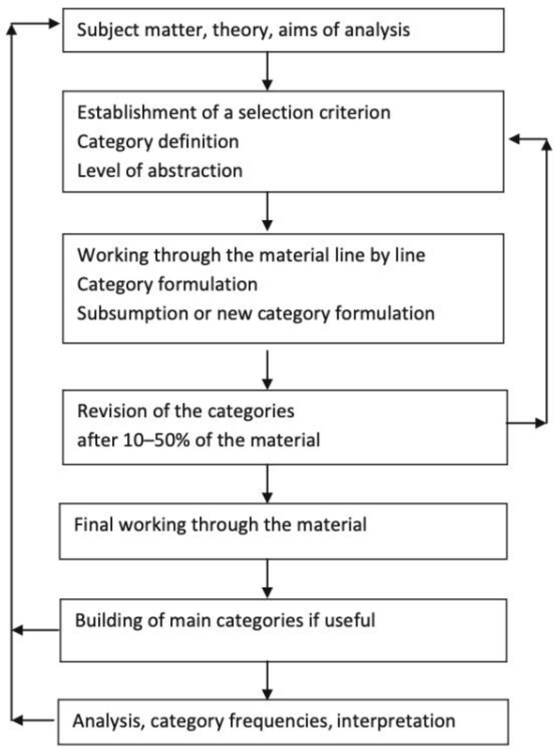
Tabell 3-5: Oversikt over datainnsamling ved kvantitativ innholdsanalyse (Grønmo, 2004)

Philipp Mayring (2015) deler innholdsanalyse inn to ulike metoder. Den hermeneutiske tilnærmingsmetoden handler om å forstå tekstens betydning som samspill mellom leserens forforståelse og forfatterens intensjon. Dette vil være relevant i mitt forskningsprosjekt fordi det kan være vanskelig å forstå forfatterens intensjon med matematikkoppgavene. Dette vil si at teksten blir fortolket i lys av leserens forhåndsforståelse og kontekst. Den positivistiske metoden handler om å måle, registrere og kvantifisere ulike sider av teksten. Ved å bruke denne metoden, kan aspektene analyseres statistisk. I dette forskningsprosjektet har jeg valgt å bruke Mayrings (2015) induktive kategoridannelse for å analysere alle matematikkoppgavene hver for seg.

3.3.1.1 Induktiv kategoridannelse

Det finnes to mulige standardprosedyrer innenfor kategoridannelse, deduktiv og induktiv (Mayring, 2015). Den deduktive kategoridannelsen tar utgangspunkt i teoretiske betraktinger i utformingen av kategorier. Den induktive kategoridannelsen går ut på å utvikle kategorier ut ifra materialet en allerede har valgt (Mayring, 2015). Induktiv kategoridannelse skal være systematisk og det er utviklet en prosessmodell som vises i Figur 3-1.

Det første steget i prosessmodellen handler om å definere temaet, dette er viktig for å finne et mål for analysen (Mayring, 2015). Dette gir kriteriene for hvordan en skal formulere en kategoridefinisjon, velge ut kategorier og hvordan en skal arbeide videre med disse. Det andre steget handler om å sette er kriterium for utvelgelse av kategorier og klargjøre abstraksjonsnivået blant kategoriene. Abstraksjonsnivå handler om kategorier som er generelle og kategorier som er konkrete. Desto høyere abstraksjonsnivå kategorien har, jo mer generell er den. En ønsker å finne generelle trekk i innholdsmaterialet slik at de lar seg kategorisere gjennom underkategorier. Dette gjør analysen systematisk. Videre jobber en gjennom materialet til en finner materiale som passer til kategoridefinisjonen. Da konstrueres en kategori, som er et begrep, som passer kategorietiketten. Neste gang en finner en passasje som passer til kategoridefinisjonen, må en sjekke om denne faller inn under forrige kategori. Om dette ikke stemmer, må en ny kategori formuleres. Steg fire i prosessmodellen er å arbeide seg gjennom 10-50 % av alt materiale (Mayring, 2015). Deretter foregår det en pålitelighetssjekk av kodingsrammen og endringer gjøres etter behov. En må sjekke om alle kategoriene er logiske og om abstraksjonsnivået er tilstrekkelig for temaet og målet for analysen. Om kategoridefinisjonen må endres, må alle de fire første stegene gjøres på nytt. Hvis ikke, kan en jobbe videre gjennom hele materialet. Til slutt må en se hvor denne analysen fører. Enten kan hele systemet av kategorier tolkes i forhold til målet og teoriene for analysen, eller en kan se koblingene mellom kategorier og passasjer i materialet gjennom en kvantitativ metode (Mayring, 2015).



Figur 3-1: Prosessmodell for induktiv kategoridannelse (Mayring, 2015 s. 375)

3.4 Utforming av klassifiseringsskjema

Med utgangspunkt i Mayrings (2015) induktive kategoriseringsdannelse har jeg utviklet et kategoriseringsskjema. I likhet med prosessmodellen, utviklet klassifiseringsskjemaet seg etter hvert som jeg jobbet med det. Kategoridannelse er en prosess hvor et ferdig produkt blir til på veien. Det krever revisjon og en god del arbeid for at skjemaet skal bli slik du ønsker (Mayring, 2015). Jeg startet med et tema og ulike teorier hvor hovedtemaet er analyse av matematikkoppgaver med utgangspunkt i teoriene jeg har valgt. Teoriene jeg brukte i skjemaet er Skemp (2006) sin instrumentelle og relasjonelle forståelse, Kilpatrick (National Research Council, 2001) sine fem komponenter for matematisk kyndighet og TIMSS rammeverket (Lindquist et al., 2017) for en gradering av kognitive nivå. Med utgangspunkt i dette temaet, teoriene og matematikkoppgavene jeg hadde valgt, hadde jeg et godt grunnlag for å utvikle kategorier (Mayring, 2015). Før jeg startet med utformingen av klassifiseringsskjemaet, valgte jeg hvilke oppgaver jeg ville analysere. Tidlig i valg av oppgaver valgte jeg alle algebraoppgavene i Faktor 8 og 9, Maximum 8 og 9, og TIMSS 2015 og 2019. Etter jeg hadde sett gjennom oppgavene, spesielt i TIMSS, så jeg at dette valget ville gitt for lite data. Derfor valgte jeg å bruke alle temaene i lærebøkene og i TIMSS undersøkelsene. Totalt ble dette 2313 oppgaver jeg ville analysere.

For å komme i gang med klassifiseringen, begynte jeg med rammen for klassifiseringsskjemaet. Jeg visste på forhånd hvilke teorier jeg ville ta utgangspunkt i og bygget deretter kategorier ut ifra disse (Mayring, 2015). Hovedkategoriene i skjemaet ble derfor *forståelse, matematisk kyndighet og kognitive nivå*. Ut ifra disse hovedkategoriene utviklet jeg underkategorier. Jeg delte forståelse inn i instrumentell og relasjonell, matematisk kyndighet inn i konseptuell forståelse, prosedyreflyt, strategisk kompetanse, tilpasningsdyktig resonnering og produktiv disponering. Til slutt delte jeg kognitive nivå inn i å kunne, å anvende, og å resonnere. Dette tilsvarer abstraksjonsnivå innenfor prosessmodellen til Mayring (2015). Her vil for eksempel kognitive nivå ha et høyere abstraksjonsnivå enn å kunne som er mer konkret. Ettersom jeg skulle klassifisere matematikkoppgaver fra ulike læreverk og TIMSS undersøkelser, måtte jeg finne en metode for å gjenkjenne hvor oppgavene ble hentet fra. Jeg valgte derfor å lage kategorier som viste hvilken bok eller TIMSS undersøkelse oppgavene var fra, hvilket oppgavenummer oppgavene hadde, hvilket hovedtema de tilhørte, hvilket bokkapittel eller blokk de var innenfor og til slutt hvilket undertema de lå innenfor. For å velge hvilket hovedtema oppgavene tilhørte, utviklet jeg et skjema. Dette skjemaet har fire hovedkategorier, tall, geometri, algebra og statistikk. Disse er hentet fra TIMSS 2019 Mathematics Framework (Lindquist et al., 2017) hvor de tar for seg innholdsdimensjonen i de ulike TIMSS oppgavene. Jeg så gjennom lærebøkene for å se hvilke temaer som ble vist i hvert kapittel. Ut ifra dette, fant jeg underkategoriene. Skjemaet er vist i Tabell 3-6 på neste side.

Tall	Talluttrykk	Hele tall
		Brøk
		Desimaltall
		Prosent
		Promille
		Potens
	Regneoperasjoner	Kvadratrot
		Standardform
Geometri	Beregninger	Omkrets
		Areal
		Volum
		Overflate
		Pytagoras setning
	Figurer	Egenskaper
		2D
		3D
		Vinkler
		Symmetri
		Konstruksjon

Algebra	Uttrykk	Talluttrykk
		Bokstavuttrykk
		Parenteser
		Regnerekkefølge
	Funksjoner	Tabeller
		Koordinatsystem
		X-koordinat
		Y-koordinat
		Punkt
		Formler
		Funksjoner
		Grafer
		Nullpunkt
		Ekstremalpunkt
	Likninger	Lineære uttrykk
		Andregradsuttrykk
		Parenteser
		Potenser
		Addisjonsregelen
		Subtraksjonsregelen
		Multiplikasjonsregelen
		Divisjonsregelen
		Flytte-bytte-regelen
		Likhetstegn
	Ulikheter	Mindre enn
		Større enn
		Flytte-bytte-regelen
		Subtraksjonsregelen
		Addisjonsregelen
Statistikk	Diagrammer	Sektordiagram
		Linjediagram
		Søylediagram
	Sentralmål	Gjennomsnitt
		Median
		Typetall
	Spredningsmål	Variasjonsbredde
		Standardavvik
	Sannsynlighet	Utfall
		Frekvens
		Relativ frekvens
		Regning med sannsynlighet
		Kombinatorikk

Tabell 3-6: Kategorisering av tema innenfor læreverkene

3.4.1 Klassifisering

For å velge skåringsrubrikker innenfor hovedkategoriene mine måtte jeg prøve meg frem, dette samsvarer med prosessmodellen innenfor induktiv kategoridannelse (Mayring, 2015). Jeg valgte å ha målingene mine på intervallnivå ettersom det finnes en logisk rangering i klassifiseringene mine, samt like intervaller mellom hver verdi (Johannessen et al., 2021). I startfasen av kategoridannelsen hadde jeg kun skåringsrubrikk innenfor matematisk kyndighet. Under matematisk forståelse og kognitive nivå ønsket jeg kun å se hvilken underkategori som var til stede. Derfor valgte jeg en klassifisering som viste 0 eller 1 der 0 viste at undertemaet ikke var til stede og 1 viste at undertemaet var til stede. Jeg ville også analysere alle matematikkoppgavene i samme skjema.

Bok/TIMSS	Tema	Kapittel	Oppgave	Antall deloppgaver	Matematisk forståelse		Matematisk kyndighet					Kognitivt nivå		
					I	R	KF	PF	SK	TR	PD	K	A	R
							0-5	0-5	0-5	0-5	0-5			
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.1	4	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.2	4	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.3	4	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.4	3	1	0	3	2	2	2	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.5	4	1	0	2	3	1	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.6	3	1	0	4	4	2	2	1	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.7	1	1	0	2	1	0	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.8	4	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.9	4	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.10	4	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.11	6	1	0	2	1	1	1	0	0	1	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.12	6	1	0	2	1	2	2	0	0	1	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.13	4	1	0	2	1	1	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.14	1	1	0	2	1	1	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.15	1	1	0	3	2	1	0	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.16	1	1	0	2	1	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.17	1	1	0	2	2	1	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.18	1	1	0	2	2	1	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.19	8	1	0	2	2	1	2	0	0	1	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.20	6	1	0	2	2	1	2	0	0	1	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.21	6	1	0	2	2	1	2	0	0	1	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.22	1	1	0	2	2	2	2	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.23	4	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.24	2	1	0	3	3	3	2	0	0	1	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.25	4	1	0	3	3	2	1	0	0	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.26	4	1	0	3	3	2	1	0	0	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.27	4	1	0	3	3	2	1	0	0	0	0
Faktor 8	Tall	Tall og tallforståelse	1.28	1	1	0	3	3	2	1	0	0	0	0

Tabell 3-7: Utsnitt fra førsteutkast av klassifiseringsskjema

Førsteutkastet mitt viste seg å være problematisk med tanke på videre kvantitativ analyse. Jeg hadde en plan om å finne gjennomsnitt av de ulike underkategoriene og finne eventuelle korrelasjoner. Jeg måtte derfor revidere kategoriene matematisk forståelse og kognitive nivå. Jeg valgte derfor å utvikle skåringsrubrikker på disse slik som jeg hadde gjort med matematisk kyndighet.

Jeg startet med skår 0-1 under forståelse ettersom det kun er to underkategorier. Instrumentell forståelse blir fremstilt som 0 i skjemaet, og relasjonell forståelse blir fremstilt som 1. Det samme gjelder for kognitiv forståelse. Her valgte jeg en skår på 0-2 hvor 0 viser kunne-dimensjonen, 1 viser anvende-dimensjonen og 2 viser resonnere-dimensjonen. Jeg var mer usikker på matematisk kyndighet. Her var jeg nødt til å prøve meg frem. Jeg startet med et skåringsnivå på 0-5. Jeg testet 50 oppgaver for å se om analysen var gjennomførbar. Dette motstrider Mayrings (2015) prosessmodell som sier en burde teste 10-50 % av all materiale. Grunnen til at jeg kun valgte 50 oppgaver, var fordi jeg fort fant ut at en skår på 0-5 var alt for detaljert for denne analysen. Jeg endret derfor skåren til 0-3 og gjennomførte analysen på nytt. Tabell 3-8 viser kriteriene for min skår av Kilpatricks fem komponenter for matematisk kyndighet.

Skår	Beskrivelse
0	Oppgaven legger ikke opp for av denne komponenten. Den har ingen tegn til å inneholde noen av elementene til komponenten.
1	Oppgaven legger delvis opp for denne komponenten. Den har spor av kjernen til komponenten, men ikke godt nok til å definere oppgaven.
2	Oppgaven legger i større grad opp for denne komponenten. Den har flere av elementene som må til for å måle kyndighet, men ikke alle.
3	Oppgaven legger i stor grad opp for denne komponenten. Oppgaven oppfyller alle krav som komponenten legger opp til.

Tabell 3-8: Beskrivelse av kriteriene for skår til Kilpatricks fem komponenter for matematisk kyndighet

Jeg valgte en systematisk gjennomgang av oppgavene der jeg analyserte én bok av gangen og deretter TIMSS oppgavene. Jeg delte derfor analysen inn i 5 skjemaer hvor hver lærebok er analysert i hvert sitt skjema, og TIMSS 2015 og 2019 er analysert i samme skjema. Gjennom arbeidet med klassifiseringen så jeg det nødvendig å vise antall deloppgaver og hva slags oppgavetype hver oppgave hadde. Dermed ble disse kategoriene lagt med i skjemaet. Vedlegg 1 viser utsnitt av de ulike skjemaene og vedlegg 2 viser forklaringer på forkortelsene jeg har brukt i skjemaet. Jeg valgte dog ikke å analysere alle deloppgavene hver for seg ettersom det ville resultert i alt for mange oppgaver å analysere. Jeg valgte derfor å se på helheten av hver enkelt oppgave og ga de skår deretter. Etter alle matematikkoppgavene var ferdig analysert, lagde jeg fire nye skjemaer med inndeling etter innholdsdimensjonen fra TIMSS rammeverket. Her ble oppgavene inndelt etter temaene tall, geometri, algebra og statistikk. På denne måten fikk jeg både se ulikhetene mellom lærebøker og TIMSS-oppgaver, samt ulikhetene mellom hvert tema. I vedlegg 2 vises utsnitt fra klassifiseringsskjemaene og i vedlegg 3 vises forklaringer på forkortelsene jeg har brukt i klassifiseringsskjemaene.

3.5 Kvantitativ analyse

En univariat analyse brukes når en vil analysere enkeltvariabler hver for seg. En motsats til dette er bivariat analyse hvor en analyserer sammenhengen mellom to variabler, eller regresjonsanalyse hvor en analyserer sammenhengen mellom tre eller flere variabler (Johannessen et al., 2021). Univariat analyse kommer til uttrykk gjennom tabeller og figurer, samt statistiske mål. Denne formen for analyse vil være nyttig om en ønsker å presentere en mengde av data på en forenklet måte. «Den enkleste formen for statistisk analyse er å undersøke hvordan enheter fordeler seg på én egenskap, eller hvordan enhetene fordeler seg på verdiene på én variabel» (Johannessen et al., 2021). I dette forskningsprosjektet bruker jeg variabler på intervallnivå. Som nevnt tidligere er dette fordi jeg har verdier som kan rangordnes og det er like stort intervall mellom hver verdi. I følge Johannessen et al. (2021) kan en ta i bruk statistiske målinger som modus, median, gjennomsnitt, variasjonsbredde, kvartiler, kvartildifferanser og standardavvik når målnivået er satt til intervallnivå. Bivariat analyse brukes når en ønsker å se på krysstabeller, sammenligne gjennomsnitt eller gjennom en korrelasjonsanalyse (Johannessen et al., 2021).

Korrelasjon betyr samvariasjon og brukes for å se om to variabler med mange verdier samsvarer (Johannessen et al., 2021). Et korrelasjonsmål som er mye brukt heter Pearsons produktmomentkorrelasjon, også kalt Pearsons r. Dette målet viser hvor sterk lineær sammenheng det er mellom to variabler. Pearsons r viser både typen samvariasjon og styrken av den. Med type menes det at samvariasjonen kan være positiv, negativ eller fraværende. Med styrke på samvariasjon måles dette med en standardisert koeffisient som varierer mellom -1 og +1. -1 viser fullstendig negativ lineær korrelasjon og +1 viser fullstendig positiv lineær korrelasjon. Om koeffisienten viser 0, er det ingen lineær korrelasjon mellom variablene (Johannessen et al., 2021). Jeg vil også se på sammenhengen mellom to variabler gjennom en kategorisk krysstabell.

Disse to metodene er relevant for mitt forskningsprosjekt fordi jeg ønsker å se på statistiske mål innenfor hver kategori i mitt klassifiseringsskjema. Ved hjelp av en univariat analyse kan beregne gjennomsnittene i hver kategori fra klassifiseringsskjemaene, deretter sammenligne disse ut ifra innholdsdimensjon, og valg av lærebøker og TIMSS-oppgaver. Dette støttes opp mot Creswell og Creswell (2018) sitt «exploratory sequential mixed methods design» hvor en samler inn kvalitative data og bruker en kvantitativ tilnærming for å finne sammenhengen i den kvalitative dataen. Den bivariate analysen gir meg mulighet til å sammenligne gjennomsnitt på tvers av lærebøker samt TIMSS-undersøkelsen og gjennomsnitt ut ifra innholdsdimensjonen. Korrelasjon vil vise meg og det finnes en samvariasjon mellom ulike variabler, hvilken type samvariasjon som finnes og styrken av denne.

3.6 Begrensninger ved valg av metodisk tilnærming

Med utgangspunkt i den metodiske tilnærmingen jeg har valgt å bruke i dette prosjektet, vil jeg presentere ulike begrensninger som kan prege prosjektets helhetlige bilde. Ut ifra hvordan dokumentanalyse blir definert gjennom de ulike teoretiske perspektivene jeg har tatt i bruk, vil ikke selve oppgaveanalysen falle innenfor disse kriteriene. Dokumentanalyse handler om å analysere gitte dokumenter, i dette tilfellet vil lærebøkene og TIMSS undersøkelsene være dokumentene, men selve innholdet, altså oppgavene, vil ikke kategoriseres som dokumenter. Med dette til grunn har jeg derfor definert at oppgavene vil være det primære hovedfokuset. Det kan derfor være misvisende å navngi prosjektets analyseutgangspunkt som dokumentanalyse.

Gjennom den induktive kategoridannelsen har jeg selv utviklet et klassifiseringsskjema. Selv om jeg har fulgt prosessmodellen, kunne jeg fortsatt gjennomført flere revideringer av det ferdige skjemaet. Begrensningene som kommer til uttrykk ved valg av denne metoden, er at jeg ikke har analysert deloppgavene hver for seg, jeg valgte å se oppgavene som en helhet. Hvis jeg hadde analysert deloppgavene, kunne det vist et tydeligere skille mellom hver deloppgave og at noen av deloppgavene innad i én oppgavene kunne fått bedre skår enn de andre. Med tanke på tidsbruk og omfanget av oppgavene jeg valgte, viste det seg at jeg ikke hadde kapasitet til å analysere alle deloppgavene. Dette kan ha innvirkning på hvordan resultatene utspiller seg. Oppgavenes karakter og utforming kommer ikke til uttrykk gjennom klassifiseringsskjemaet jeg har brukt. Jeg vil inkludere noen eksempler fra både lærebøkene og TIMSS i resultatkapittelet, men det vil være problematisk å vise alle eksemplene. Dette vil gi en begrensning i studien fordi oppgavenes oppbygning ikke kommer godt nok frem, en får kun resultatene basert på skjemaet og hvordan jeg har analysert dem.

3.7 Studiens kvalitet

I dette underkapittelet vil jeg vurdere kvaliteten på mitt forskningsdesign. Jeg vil gå inn på begrepene pålitelighet, troverdighet og overførbarhet, og trekke inn relevante scenarioer angående mitt valg for metodisk tilnærming.

3.7.1 Validitet

I følge Tove Thagaard (2013) er validitet knyttet opp mot tolkning av data og handler om gyldigheten av tolkningene forskeren kommer frem til. Validitet er viktig å ta hensyn til når en evaluerer målingene sine (Ary et al., 2014). Johannessen et al. (2021) deler validitet inn i to momenter, intern og ekstern validitet. Intern validitet knyttes opp mot troverdighet, altså om vi måler det vi ønsker å måle. Ekstern validitet knyttes opp mot overførbarhet. Dette vil si om studien kan være nyttig på andre områder enn hva som studeres (Johannessen et al., 2021).

For å styrke validiteten i mitt forskningsprosjekt har jeg lagt stor vekt på analysen. Jeg har blant annet definert begrepene som er brukt som skåringskategorier og understreket hva jeg baserer skåringene ut ifra. På bakgrunn av min blandede tilnærming til kvalitativ og kvantitativ metode, vil generaliserbarhet innenfor den kvantitative tilnærmingen være relevant. For å styrke generaliserbarheten har jeg lagt vekt på å bruke alle oppgavene innenfor valgte lærebøker og TIMSS-undersøkelser. TIMSS-undersøkelsen utvikles ut ifra TIMSS sitt eget rammeverk og en kan si at undersøkelsene fra tidligere år og årene som vil komme vil være lagt opp på samme måte. Det samme gjelder lærebøkene. Jeg har valgt lærebøker som er utviklet før undersøkelsene ble utført og lagt stor vekt på at de ikke skal være utdatert, men heller ikke for nye. Ved å legge stor vekt på dette, kan studien min generaliseres på basis av flere læreverk og TIMSS-undersøkelser fra tidligere år. For å se om studien måler det jeg ønsker at den skal måle har jeg basert studien på både kvalitativ og kvantitativ tilnærming. I stedet for å kun bruke kvalitativ innholdsanalyse, har jeg i tillegg målt dataene ut ifra en kvantitativ tilnærming. Ved å gjøre dette får jeg muligheten til å sjekke om det jeg ser i analysen stemmer overens med utregningene gjennom gjennomsnitt og prosentregning.

3.7.2 Reliabilitet

Reliabilitet måler hvor pålitelig datamaterialet i et forskningsprosjekt er. Påliteligheten kommer til uttrykk ved at en bruker det samme undersøkelsesopplegget ved ulike innsamlinger av data om de samme fenomenene og ender opp med de samme resultatene. Reliabilitet er derfor et uttrykk for hvor stort samsvar det er mellom datasettene fra gjentatte datainnsamlinger (Grønmo, 2004). Reliabilitet knyttes altså opp mot data innenfor forskningen, altså hvilke data som brukes, hvordan de samles inn og hvordan de bearbeides (Johannessen et al., 2021).

I dette forskningsprosjektet har jeg satt søkelys på reliabiliteten ved å utforme et gjennomtenkt kategoriseringsverktøy med nøye beskrivelser. Jeg har også sett på hver matematikkoppgave i enkelthet uten å sammenligne de for mye med resten av oppgavene. Jeg har prøvd å være objektiv i min klassifisering og definert skåringene slik at det vil være enkelt å etterprøve dette ved en senere anledning. Ved å kun ta i bruk dokumenter i analysen, unngår jeg typiske tolkningsproblemer knyttet til intervju og observasjon. Oppgavene jeg har valgt må også fortolkes, og jeg kan ikke vite for sikkert hva meningen med en oppgave er. Likevel har jeg satt visse rammer for hvordan oppgavene fortolkes i lys av gitte teorier og om en etterprøver denne studien, er det godt beskrevet hvordan jeg har gått frem.

3.8 Forskningsetikk

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har vedtatt forskningsetiske retningslinjer som en må ta hensyn til i gjennomførelsen av et forskningsprosjekt. Retningslinjene skal bidra til å utvikle forskningsetisk skjønn og refleksjon, avklare etiske dilemmaer, fremme ansvarlig forskning og forebygge uredelighet (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH], 2021). Retningslinjene har fem deler; (A) forskerfellesskapet, (B) hensyn til personer, (C) grupper og institusjoner, (D) oppdragsgivere, finansiører og (E) samarbeidspartnere og forskningsformidling. I dette forskningsprosjektet vil (B) hensyn til personer være sentralt. Det må spesielt legges til rette for punkt 21 om konfidensialitet og taushetsplikt i dette prosjektet. Konfidensialitet og taushetsplikt innebærer at informasjonen jeg har fått tilgang til, skal behandles fortrolig og ikke formidles videre på måter som går ut over avtalen en har inngått (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH], 2021). Denne plikten er gjennomført på bakgrunn av innsyn i oppgaver fra TIMSS 2015 og 2019. Gjennom en signering av taushetskontrakt og reproduksjon av TIMSS materiale til dette formålet alene. Under (D) oppdragsgivere, finansiører og samarbeidspartnere vil punkt 43 om rett til publisering og offentliggjøring også være relevant innenfor dette forskningsprosjektet. Hovedregelen innenfor dette er at forskere har rett til å offentliggjøre forskningsprosjektet. Offentlige og private aktører han dog lov til å begrense offentliggjøringen med en legitim grunn (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH], 2021). På bakgrunn av min kontrakt med IEA som omhandler reproduksjon av TIMSS materiale, har jeg kun lov til å bruke de frigitte oppgavene i dette forskningsprosjektet, se vedlegg 1.

4 Resultater og analyse

I dette kapittelet presenterer jeg resultatene mine i lys av både en kvalitativ og kvantitativ metodetilnærming. Jeg analyserer matematikkoppgavene med utgangspunkt i hvordan de er utformet i lærebøkene og TIMSS-undersøkelsene, samt hvordan de samsvarer gjennom statistiske mål, korrelasjon og kategorisk krysstabell. Jeg inkluderer også vektleggingen av fagområde og kognitive nivå i både lærebøkene og TIMSS-undersøkelsene som ble gjennomført i 2015 og 2019.

4.1 Oppgavetyper og oppgavesjangre

Etter gjennomgang av de utvalgte matematikkoppgavene i lærebøkene og TIMSS-undersøkelsene, har jeg kommet frem til noen resultater. Et kjent fenomen innenfor lærebøker er at oppgavene er inndelt i kapitler etter tema. Lærebøkene har en inndeling som gjør at elevene jobber seg gjennom et tema før de går videre til neste. Et tema kan for eksempel være geometri, hvor hele kapittelet inneholder oppgaver om figurer, omkrets, areal, tegning, konstruksjon og speiling. Bøkene er også bygget slik at de starter med enklere oppgaver før de går videre på mer kognitivt krevende oppgaver (Hjardar & Pedersen, 2014a, 2014b; Tofteberg et al., 2013, 2014) Dette kan være fordi elevene trenger en introduksjon til temaet, i hvert fall hvis både fagområde og oppgaveutformingen er ukjen, før de kan begynne å arbeide med mer krevende oppgavene. Lærebøkene har derfor inkludert en rekke eksempeloppgaver og veivisere for hvordan en kan løse en spesifikk oppgave. Grunnen til dette er at elevene skal tilegne seg kunnskap og lære noe nytt ved bruk av en lærebok (Hjardar & Pedersen, 2014a, 2014b; Tofteberg et al., 2013, 2014). TIMSS undersøkelsen er ikke bygget opp på denne måten. Dette er fordi TIMSS skal undersøke hva elevene kan innenfor matematikken, ikke hjelpe elevene til å tilegne seg ny kunnskap. Det finnes derfor ingen løsningsforslag eller veivisere i hvordan oppgavene kan løses.

I motsetning til lærebøkene har ikke TIMSS en tematisk inndeling, den har dog de samme fagområdene inkludert i undersøkelsen. Elevene må selv forstå hvilket tema oppgaven faller innenfor og løse den ut ifra sine forutsetninger og forkunnskaper. I likhet med lærebøkene er TIMSS er utviklet med utgangspunkt i læreplanene til deltakerlandene i undersøkelsen (Bergem & Radišić, 2020; Kelly et al., 2020; Mullis, Martin, Goh, et al., 2016; Onstad & Kaarstein, 2016). Det skal derfor i utgangspunktet ikke være oppgaver eller fagområder som er ukjent for elevene i TIMSS-undersøkelsen. Både matematikkoppgavene fra TIMSS-undersøkelsene og lærebøkene inkluderer oppgaver som både faller innenfor den rene og den anvendte matematikken. Den rene matematikken er en abstrakt form for matematikk som kun tar for seg symboler og regler, og oppgavene utformes uten noen form for kontekst i bakgrunn (Grønmo, 2017). Den anvendte matematikken tar utgangspunkt i problemer fra den virkelige verden. Elevenes oppgave er da å hente ut relevant informasjon og matematisere problemet før en regner ut gjennom ren matematikk (Grønmo, 2017).

Både TIMSS-undersøkelsen fra 2015 og 2019 har inkludert flere oppgaver med svaralternativer, noe matematikkbøkene ikke har. En forklaring på dette kan være at en lærebok ønsker ikke å undersøke elevenes kunnskapsnivå, men den er laget for at elevene skal tilegne seg kunnskap innenfor matematikk. TIMSS er en undersøkelse som vil undersøke hvor elevene ligger i forhold til nivå. Svaralternativene vil derfor være med på å undersøke om elevene kan det de skal kunne. Lærebøkene ligger til grunn for en slik undersøkelse og er med på å lære elevene de ulike aspektene ved matematikken. Et eksempel med svaralternativer finner vi i TIMSS 2019 og er vist i Figur 4-1. Denne oppgaven viser et spørsmål til elevene deretter en rekke påstander. Elevenes oppgave er å velge om påstanden er sann eller usann. En slik oppgave vil ikke kreve høye kognitive krav for å kunne løses. En problematisk side ved en slik oppgave er at vi ikke kan vite hvordan elevene har tenkt. Derfor kan både elever som kan svaret og elever som gjetter seg frem få et riktig svar på denne oppgaven. En slik oppgave fikk lav skår på kognitivt nivå i likhet med oppgavene fra læreboka som var innenfor kategorien «regn ut» uten noe form for kontekst og krevde kun et entydig fasitsvar (Alseth et al., 2003). Dette er fordi «å kunne» handler om å gjenkjenne tall, uttrykk, mengder og former, samt utføre algoritmiske utregninger (Lindquist et al., 2017).

Hvis a er et heltall, er disse påstandene sanne for **alle** verdier av a?

Velg et svar for hver påstand.

	Sant	Usant
$a^2 = 2a$	A	B
$a + 2 = 2 - (-a)$	A	B
$a - 2 = -2 + a$	A	B
$\frac{a+3}{2} = a + \frac{3}{2}$	A	B
$\frac{a \cdot 3}{2} = a \cdot \frac{3}{2}$	A	B

Figur 4-1: Oppgave med svaralternativ fra den norske utgaven av TIMSS 2019 (TIMSS 2019 for 9. trinn: Blokk 2)

Selv om denne oppgaven hentet fra TIMSS ikke er utformet på lik linje med «regn ut» oppgavene fra lærebøkene, har de likevel likhetstrekk. Som nevnt tidligere krever ikke oppgaven høye kognitive krav for å kunne løses. I tillegg kreves det kun utregning med et entydig svar. Det er ikke nødvendig å hente ut informasjon fra en tekst eller bilde for å løse en slik oppgave. På bakgrunn av denne beskrivelsen vil oppgavene rangeres innenfor «å kunne» i den kognitive dimensjonen. Læreverket Faktor la spesielt opp til flere oppgaver som trente elevene i mengdetrening. Elevene skal regne ut en rekke matematikkstykker gjennom algoritmiske utregninger, uten noe form for kontekst. Denne oppgaven hører til den tradisjonelle matematikken fordi det er en oppgave med ren matematikk som kun har et entydig fasitsvar (Alseth et al., 2003; Skovsmose, 1998). Figur 4-2 viser et eksempel fra Faktor 8 (Hjardar & Pedersen, 2014a) av to oppgaver som kun fokuserer på utregning. Disse oppgavene går ut på å regne med negative tall.

1.72 Regn ut.

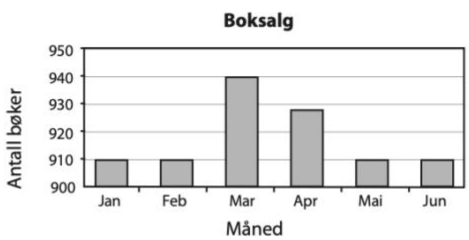
a) $2 - 10$	c) $-23 - 17$	e) $-10 - 15$	g) $72 - 89$
b) $-2 - 3$	d) $10 - 25$	f) $100 - 109$	h) $-58 - 58$

1.73 Regn ut.

a) $20 - 10$	c) $-7{,}8 + 2{,}9$	e) $-20 + 40$	g) $-2{,}5 + 2{,}5$
b) $-2{,}5 - 4{,}0$	d) $2{,}5 - 4{,}0$	f) $-40 - 20$	h) $-1{,}7 - 2{,}6$

Figur 4-2: Oppgave innenfor sjangeren "regn ut" med fokus på negative tall hentet fra Faktor 8 (Hjardar & Pedersen, 2014a, s. 33)

Selv om TIMSS bruker noen oppgaver med svaralternativer legger de også vekt på tekstoppgaver som ligner oppgavene i lærebøkene. Tekstoppgavene fremstiller gjerne et problem hvor elevene selv må finne den relevante informasjonen som videre skal brukes til utregning. De samme oppgavene inkluderes i stor grad i lærebøkene. TIMSS inkluderer også oppgaver, til en viss grad, som krever begrunnelse. Figur 4-3 er et eksempel på dette. Her legges det frem en påstand hvor elevene må begrunne hvorfor de er enig eller uenig. En slik type oppgave krever høy resonneringsevne som både spiller inn på kognitivt nivå og tilpasningsdyktig resonneringsevne i mitt analyseskjema. En slik oppgave vil få en høyere skår på blant annet disse to kategoriene enn hva oppgaven som er fremstilt i Figur 4-1 og Figur 4-2 vil få.

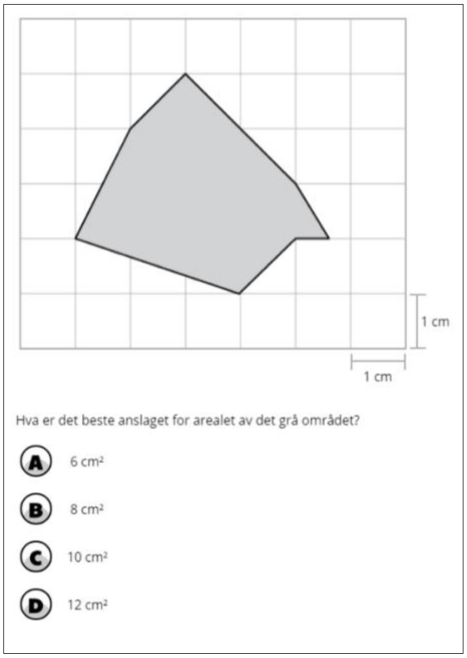


En selger så på diagrammet over boksalget de første 6 månedene i 2004 og sa: "Jeg solgte fire ganger så mange bøker i mars som i februar."

Er du enig eller uenig med selgeren? Begrunn svaret ditt.

Figur 4-3: Oppgave som krever begrunnelse fra den norske utgaven av TIMSS 2015 (TIMSS 2015 for 8. og 9. trinn: Blokk 1)

Utformingen av oppgavene er i stor grad lik i både TIMSS og lærebøkene. En kan se at det finnes likhetstrekk i hva oppgavene vil frem til i alle fagområdene. Figur 4-4 og Figur 4-5 viser et eksempel på lik utforming, begge oppgavene ligger innenfor fagområdet geometri. Oppgaven som er hentet fra TIMSS 2019 går ut på at elevene skal finne anslå arealet til en figur. Figuren er plassert i et rutenett hvor hver rute er 1 cm^2. Ut ifra denne informasjonen beregne seg frem til et omtrentlig areal. Oppgaven har svaralternativer som kan forenkle oppgaven til en viss grad.



Figur 4-4: Oppgave med arealanslag fra den norske utgaven av TIMSS 2019 (TIMSS 2019 for 9. trinn: Blokk 6)

Oppgaven fra Maximum 9 viser en rødspette som er plassert i et rutenett. Her forklarer oppgaveteksten at det er 3 cm mellom hver linje som tilsier at hver rute er 9 cm^2. I motsetning til den forrige oppgaven, har ikke denne noen svaralternativer. Elevene får derfor ikke en omtrentlig pekepinn på hvor stor rødspetta er. Om vi sammenligner disse oppgavene, vil likevel oppgaven være utformet likt, og en vil frem til samme fremgangsmåte. Oppgaven fra Maximum vil dog kreve høyere kognitive krav for å kunne bli løst. Elevene trenger til en viss grad, en større matematisk forståelse for å løse denne oppgaven ettersom det ikke er svaralternativer som kan hjelpe på veien.

Figur 4-5: Oppgave med arealanslag hentet fra Maximum 9 (Tofteberg et al., 2014, s. 242)

Gjennom min analyse av hver enkelt matematikkoppgave, har jeg lagt merke til at det er et fåtall av oppgaver som legger opp til resonnering i lærebøkene. Maximum og Faktor har dog hver sin inndeling som inneholder oppgaver som kan fremme elevenes resonneringsevne. Dette vil jeg kalle problemløsningsoppgaver hvor elevene må løse problemet ved hjelp av kjent kunnskap. Maximum sin inndeling kalles «tren tanken» og faktor sin inndeling kalles «noe å lure på». Figur 4-6 viser en problemløsningsoppgave hvor elevene skal finne ut det største arealet en kan få ut ifra 20 m lang netting og hvordan kaninburet vil se ut til slutt. Denne oppgaven legger til rette for ulike inngangsvinkler. Her kan en for eksempel bruke konkreter, visualisering og regning.

Figur 4-6: Resonneringsoppgave innenfor fagområdet geometri hentet fra Faktor 9 (Hjardar & Pedersen, 2014b, s. 117)

Generelt er både matematikkoppgavene i TIMSS og lærebøkene varierte. Det finnes både enkle oppgaver som kun krever utregning, tekstoppgaver hvor elevene må hente ut informasjon, oppgaver som krever begrunnelse, konstruksjon, antagelser og litt mer utfordrende oppgaver.

4.2 Resultater fra innholdsanalysen

Jeg tar for meg analysen og presentasjonen av resultatene i to deler, innholdsdimensjonen og den kognitive dimensjonen. Her vil begrepet prosentandel stå sentralt, dette vil si at jeg har beregnet meg frem til hvor stor prosentandel hvert tema i innholdsdimensjonen og den kognitive dimensjonen har i lærebøkene og TIMSS. Prosentandelen vil vises i to ulike format, skriftlig gjennom tabeller og visuelt gjennom diagrammer.

4.2.1 Resultater for innholdsdimensjonen

For å definere innholdsdimensjonen vil jeg nevne at dette omhandler de fire temaene som er gjennomgående i den induktive kategoridannelsen fra metodekapittelet. De fire dimensjonene er *tall, geometri, algebra* og *statistikk.* Jeg vil først gå inn på fordeling av prosentene innenfor samtlige lærebøker og TIMSS-undersøkelser. Tabell 4-1 viser fremstillingen av innholdsdimensjonen i lærebøkene og TIMSS-oppgavene jeg har analysert gjennom den induktive kategoridannelsen. Tabellen viser antall oppgaver innenfor hver dimensjon i tillegg til prosentfordelingen. Allerede her kan en se at læreverket Maximum har flere oppgaver i sine bøker enn hva læreverket Faktor har. Dette vises under det totale antallet oppgaver til hver lærebok. Ved å se på temaet tall kan en se at dette temaet har flest oppgaver i alle lærebøkene. TIMSS har derimot flest oppgaver innenfor temaet algebra. Det er kun Faktor 9 som prioriterer oppgaver innenfor algebra på et høyt nivå av alle lærebøkene. Alle lærebøkene i tillegg til TIMSS har statistikk lavest på prioriteringslisten.

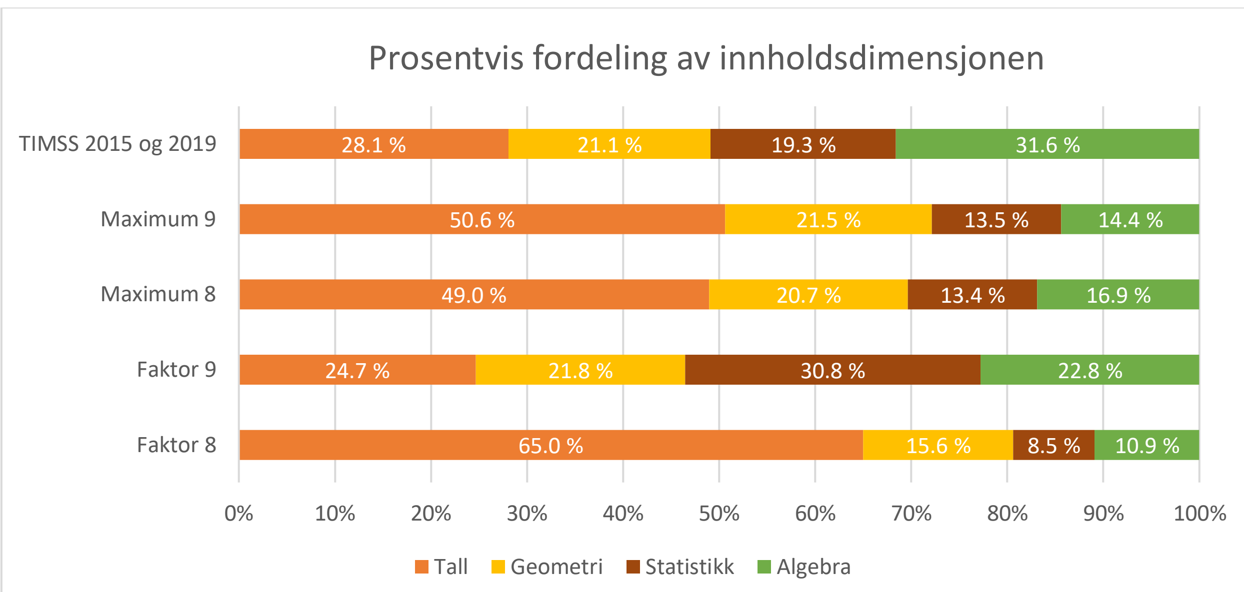
		Innholdsdimensjonen				
		Faktor 8	Faktor 9	Maximum 8	Maximum 9	TIMSS 2015 og 2019
Tall	Antall	345	118	310	316	32
	Prosent	65,0 %	24,7 %	49,0 %	50,6 %	28,1 %
Geometri	Antall	83	104	131	134	24
	Prosent	15,6 %	21,8 %	20,7 %	21,5 %	21,1 %
Algebra	Antall	58	109	107	90	36
	Prosent	10,9 %	22,8 %	16,9 %	14,4 %	31,6 %
Statistikk	Antall	45	147	85	84	22
	Prosent	8,5 %	30,8 %	13,4 %	13,5 %	19,3 %
Total	Antall	531	478	633	624	114
	Prosent	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Tabell 4-1: Oversikt over fordelingen av innholdsdimensjonen i brukte lærebøker og TIMSS-undersøkelser

For å oppsummere tabellen vil jeg vise hvordan lærebøkene og TIMSS har fordelt sine oppgaver fra flest til færrest (1-4) som vist under.

Faktor 8	**Faktor 9**	**Maximum 8**	**Maximum 9**	**TIMSS**
1. Tall	1. Tall	1. Tall	1. Tall	1. Algebra
2. Geometri	2. Algebra	2. Geometri	2. Geometri	2. Tall
3. Algebra	3. Geometri	3. Algebra	3. Algebra	3. Geometri
4. Statistikk	4. Statistikk	4. Statistikk	4. Statistikk	4. Statistikk

Her kan en se at Faktor 8, Maximum 8 og Maximum 9 har helt lik prioritering av oppgavene på de gitte temaene. TIMSS skiller seg ut med flest oppgaver innenfor algebra, noe lærebøkene, bortsett fra Faktor 9, har prioritert på et lavere nivå. Ettersom TIMSS 2015 og 2019 har et betydelig mindre antall oppgaver enn lærebøkene, vil prosentandelen være det viktigste å legge merke til. Prosentfordelingen visualiseres i Figur 4-7.



Figur 4-7: Visuell fremstilling over prosentvis fordeling av innholdsdimensjonen

Den visuelle fremstillingen viser at oppgavene som er hentet fra TIMSS-undersøkelsen har den jevneste fordelingen i forhold til de fire lærebøkene. Grunnen til dette er at TIMSS Mathematics Framework legger opp en viss prosentandel for hvert matematiske tema hvor tall skal ha en prosentandel på 30 %, geometri skal dekke 20 %, algebra skal dekke 30 % og statistikk skal dekke 20 % av innholdet i undersøkelsen (Lindquist et al., 2017). Hvis vi tar utgangspunkt i TIMSS sin fordeling kan vi se at lærebøkene har en meget skjev fordeling i forhold. Maximum 8 og 9, samt Faktor 8 har et betydelig større søkelys på temaet tall, hvor Faktor 8 troner med sine 65 %. Dette er over halvparten av lærebokens helhet. Faktor 9 er dog den læreboken som har en mest lik prosentfordeling til TIMSS. Noe som utmerker seg spesielt, er at læreverket Maximum har en lik prosentfordeling innenfor innholdsdimensjonen. Med dette mener jeg at Maximum 8 og Maximum 9 sin fordeling av temaene er tilnærmet lik. Læreverket Faktor 8 og Faktor 9 har derimot en skjev fordeling sett opp mot hverandre. Faktor 9 fokuserer betydelig mindre på tall enn hva Faktor 8 gjør. Innenfor de andre temaene, geometri, statistikk og algebra, er det Faktor 9 som har høyest fokus. Grunnen til at Faktor har en så høy prosentandel innenfor tall, kan være på grunn av kapittelinndelingen i boka og hvordan jeg har kategorisert disse. Tabell 4-2 viser bøkenes kapitler og hvordan jeg har delt de inn i fire temaene fra innholdsdimensjonen. Denne tabellen viser at Faktor 8 har flest kapitler innenfor temaet tall, men kun et kapittel til hvert av de andre temaene. Fordelingen av kapitler til hvert tema kan være grunnen til den skjeve fordelingen. Dette vil jeg drøfte nærmere i kapittel 5.

	Faktor 8	Faktor 9	Maximum 8	Maximum 9
Tall	1. Tall og tallforståelse 2. Brøk 3. Prosent 7. Måling og enheter	1. Tall og tallforståelse 5. Måling og beregninger	1. Tall og tallregning 3. Brøk, desimaltall og prosent	1. Tallregning 3. Mål og enheter
Geometri	4. Geometri	3. Geometri	2. Geometri	4. Geometri og beregninger
Algebra	6. Tall og algebra	2. Algebra 6. Funksjoner	5. Algebra og ligninger	2. Funksjoner
Statistikk	5. Statistikk	4. Statistikk og sannsynlighet	4. Statistikk	5. Sannsynlighet og kombinatorikk

Tabell 4-2: Fordeling av kapitler i innholdsdimensjonen for samtlige lærebøker

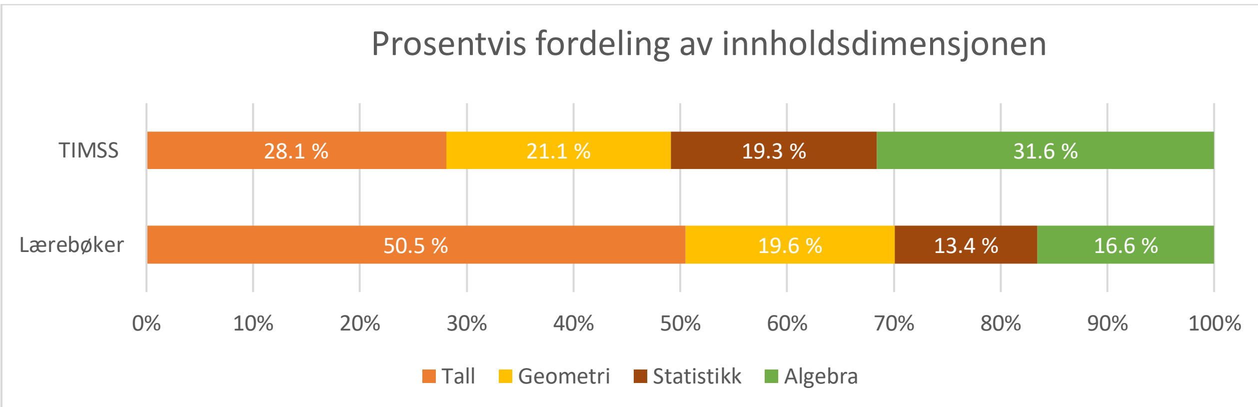
For å få en større forståelse av ulikhetene og likhetene mellom lærebøkene og TIMSS, innenfor innholdsdimensjonen, har jeg samlet de fem kategoriene i Tabell 4-3 og Figur 4-8 slik at det blir to kategorier. Disse er kategorisert temavis på tvers av lærebøkene og TIMSS. Tabellen viser at oppgaver innenfor tall tar en stor del av totalsummen til lærebøkene, temaet tar i halvparten av plassen til alle lærebøkene samlet. Statistikk har igjen lavest verdi i form av antall oppgaver. Geometri tar nest størst plass, deretter algebra og statistikk til slutt hvor antall oppgaver tilsier at dette temaet tar minst plass i lærebøkene. TIMSS har flest oppgaver innenfor temaet algebra og færrest oppgaver innenfor statistikk. Med tanke på at det er en stor forskjell i totalt antall oppgaver fra lærebøkene og TIMSS, vil det være prosentfordelingen som vil være viktig å legge merke til.

		Innholdsdimensjonen	
		Lærebøker	TIMSS
Tall	Antall	1110	32
	Prosent	50,5 %	28,1 %
Geometri	Antall	431	24
	Prosent	19,6 %	21,1 %
Algebra	Antall	364	36
	Prosent	16,6 %	31,6 %
Statistikk	Antall	294	22
	Prosent	13,4 %	19,3 %
Total	Antall	2199	114
	Prosent	100 %	100 %

Tabell 4-3: Oversikt over fordelingen av innholdsdimensjonen i en samlet lærebok- og TIMSS-kategori

Figur 4-8 viser en visuell fremstilling av fordelingen av innholdsdimensjonen i en samlet lærebok og TIMSS kategorier. Her er det prosentfordelingen som vises. I tillegg til antall oppgaver, kan en også se at temaet tall tar over 50 % av plassen i lærebøkene. Ved å sammenligne lærebøkene og TIMSS, ser vi at det er en skjev fordeling innenfor alle temaene. Det temaet som særlig ligner i både lærebøkene og TIMSS er geometri, statistikk har også en likhet. Både tall og algebra skiller seg spesielt ut med tanke på skjev fordeling. Lærebøkene har fokusert mye på tall i forhold til TIMSS, men TIMSS har fokusert mer på algebra enn hva lærebøkene har gjort.

Ved å sammenligne Figur 4-7 og Figur 4-8 kan en se at fordelingen innenfor talldimensjonen jevner seg ut når alle lærebøkene er samlet i en kategori. Jeg kan likevel se at det fortsatt er en forskjell mellom lærebøkene og TIMSS. Dette vises spesielt innenfor talldimensjonen, men også algebradimensjonen i Figur 4-8. Den relativt høye prosentandelen av algebra i Faktor 9 vil ikke komme like godt frem når vi samler lærebøkene i en samlet tematisk kategori. Det samme gjelder for samme lærebok innenfor temaet tall. Faktor 9 har en betydelig lavere prosentandel av tall i forhold til de andre lærebøkene, dette vil heller ikke komme like godt frem i Figur 4-8. Hvis en legger merke til statistikk, vil ikke den lave prosentandelen fra Faktor 8 komme like godt frem, men det er fortsatt en forskjell mellom prosentandelen i lærebøkene og i TIMSS-undersøkelsene. Geometri er den dimensjonen som er mest lik hvis vi sammenligner lærebøkene og TIMSS.



Figur 4-8: Visuell fremstilling over fordelingen av innholdsdimensjonen i en samlet lærebok- og TIMSS-kategori

4.2.2 Den kognitive dimensjonen

Tabell 4-4 viser en oversikt over prosentfordeling og antall oppgaver fordelt på de kognitive nivåene. I likhet med innholdsdimensjonen har TIMSS Mathematics framework en prosentvis fordeling av den kognitive dimensjonen som de går ut ifra før de lager oppgavene. *Å kunne* skal oppta 35 % av alle oppgavene, *å anvende* tar 40 % og *å resonnere* har en prosentandel på 25 %. Hvis en ser på antall oppgaver som ligger innenfor hvert kognitive nivå i den kognitive dimensjonen har samtlige lærebøker flest oppgaver innenfor resonnering. Det samme gjelder for TIMSS, som nevnt tidligere på grunn av rammeverket. Deretter har samtlige lærebøker og TIMSS satt søkelys på å kunne, og til slutt på å resonnere. Det er Maximum 9 som har flest oppgaver innenfor anvendelsesdimensjonen, men Maximum 8 følger like bak. Faktor 9 har færrest oppgaver innenfor samme dimensjon, men Faktor 8 er ikke lagt unna. Dette viser at læreverket Maximum har likhetstrekk i hvor mye de setter søkelys på anvendelse, det samme gjelder for læreverket Faktor. Maximum 8 har flest oppgaver innenfor resonneringsdimensjonen, de andre læreverkene har fokusert svært lite på resonnering i forhold til Maximum 8 hvis en ser på antall oppgaver.

		Kognitive nivå				
		Faktor 8	Faktor 9	Maximum 8	Maximum 9	TIMSS 2015 og 2019
Å kunne	Antall	215	116	173	190	40
	Prosent	40,5 %	28,3 %	27,3 %	30,4 %	35,1 %
Å anvende	Antall	284	254	391	402	48
	Prosent	53,5 %	62,0 %	61,7 %	64,4 %	42,1 %
Å resonnere	Antall	32	40	70	32	26
	Prosent	6,0 %	9,8 %	11,0 %	5,1 %	22,8 %
Total	Antall	531	410	634	624	114
	Prosent	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Tabell 4-4: Oversikt over fordelingen av kognitive nivå i brukte lærebøker og TIMSS-undersøkelser

For å oppsummere tabellen vil jeg vise hvordan lærebøkene og TIMSS har fordelt sine oppgaver fra flest til færrest (1-3). Dette vises under.

Faktor 8
1. Å anvende
2. Å kunne
3. Å resonnere

Faktor 9
1. Å anvende
2. Å kunne
3. Å resonnere

Maximum 8
1. Å anvende
2. Å kunne
3. Å resonnere

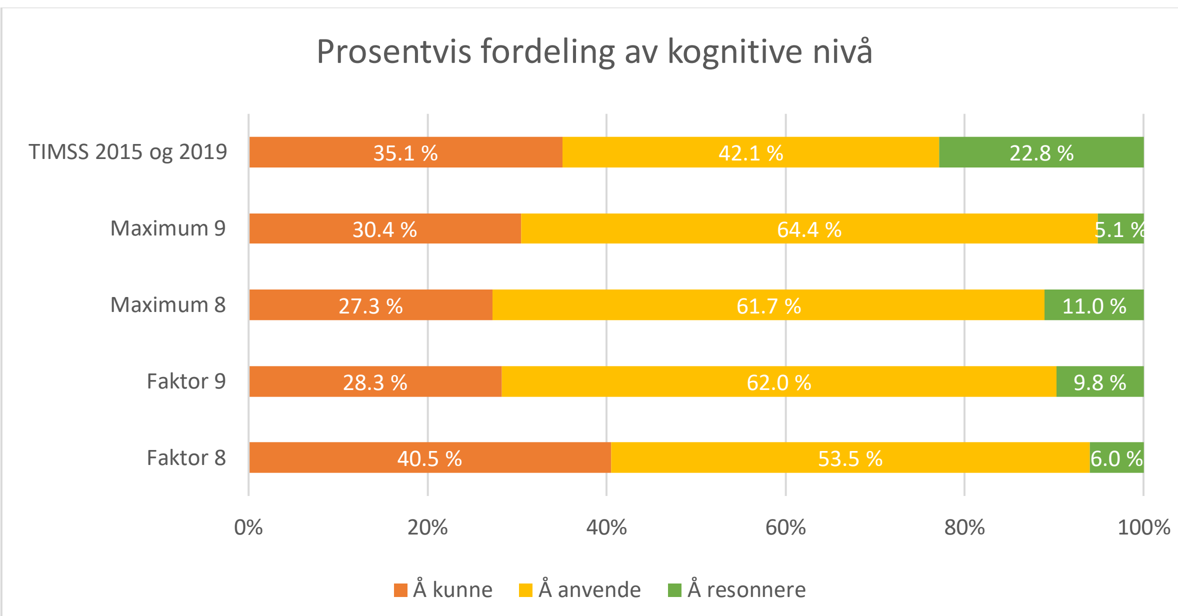
Maximum 9
1. Å anvende
2. Å kunne
3. Å resonnere

4. **TIMSS**
1. Å anvende
2. Å kunne
3. Å resonnere

Denne oversikten viser at alle lærebøkene og TIMSS-undersøkelsene har likt fokus innenfor den kognitive dimensjonen. Denne oversikten er basert på antall oppgaver, og ettersom TIMSS har svært få oppgaver i forhold til lærebøkene, faller det seg naturlig å se på prosentfordelingen.

Tabell 4-4 viser prosentfordelingen, men Figur 4-9 visualiserer fordelingen gjennom et diagram. Jeg vil fokusere på figuren fordi det er lettere å se ulikhetene mellom de forskjellige lærebøkene og TIMSS. Ut ifra Figur 4-9 kan en se at fordelingen i TIMSS lever opp til prosentfordelingen i TIMSS-rammeverket. Ved å sette på lærebøkene opp mot TIMSS kan en se at anvende tar større plass i lærebøkene enn i TIMSS. Anvende opptar over 50 % av alle lærebøkene, men i TIMSS opptar denne dimensjonen i underkant av 50 %. Det motsatte gjelder for resonnering. Resonnere tar meget stor plass i TIMSS i forhold til lærebøkene, dette gjelder for samtlige lærebøker. Maximum 9 er den boken som har lavest prosent innenfor resonnering, altså bare 5,13 %. I

Maximum 8 tar resonnering 11,04 % av boken. Dette viser at selve læreverket har ulik fordeling på de forskjellige bøkene innad. Faktor 8 og Faktor 9 har også ujevn fordeling av å resonnere. Dette viser igjen det jeg akkurat nevnte. Innenfor den kognitive dimensjonen, å kunne, er det ikke betydelig store forskjeller mellom hver lærebok og TIMSS. Det som bemerkes er at Faktor 8 har størst prosentandel innenfor denne dimensjonen. Gjennom min gjennomgang av hver enkelt oppgave, la jeg merke til at læreverket Faktor inneholder mange oppgaver som er gjentagende og repeterende. Samtidig var det oppgaver innenfor sjangeren «regn ut» istedenfor tekstoppgaver hvor elevene må kunne hente ut relevant informasjon. Disse oppgavene hører til den tradisjonelle matematikken, hvor elevene kun skal finne et fasitsvar (Alseth et al., 2003; Skovsmose, 1998). Dette viser at læreverket sikter inn på mengdetrening, jeg valgte å gi disse lite kognitivt krevende oppgavene en lav skår. Selv om læreverket Faktor hadde mange oppgaver av denne typen, er det et skille mellom Faktor 8 og Faktor 9, dette vises gjennom prosentfordelingen. Faktor 9 har lavere prosentandel innenfor «å kunne» enn hva Faktor 8 har.



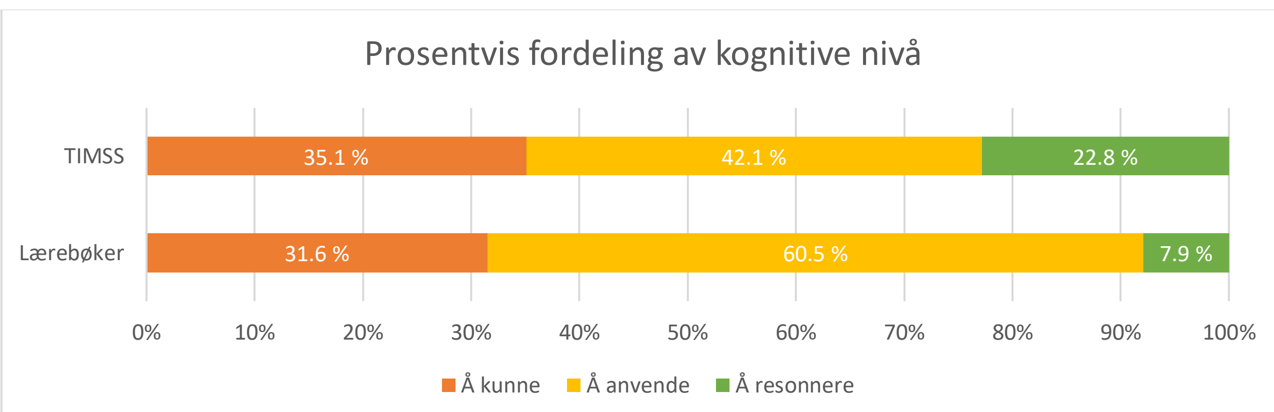
Figur 4-9: Visuell fremstilling over prosentvis fordeling av kognitive nivå

I likhet med innholdsdimensjonen har jeg samlet læreverkene og TIMSS i to samlede kategorier på tvers av tema, dette vises i Tabell 4-5 og visualiseres i Figur 4-10. Tabellen viser igjen at å anvende opptar flest oppgaver i både lærebøkene og TIMSS, deretter følger å kunne, og til slutt å resonnere.

		Kognitive nivå	
		Lærebøker	TIMSS
Å kunne	Antall	694	40
	Prosent	31,6 %	35,1 %
Å anvende	Antall	1331	48
	Prosent	60,5 %	42,1 %
Å resonnere	Antall	174	26
	Prosent	7,9 %	22,8 %
Total	Antall	2199	114
	Prosent	100 %	100 %

Tabell 4-5: Oversikt over fordelingen av kognitive nivå i en samlet lærebok- og TIMSS-kategori

Ved å gå bort fra antall oppgaver, for å så legge vekt på prosentandelen, legger en merke til størrelsen på anvendelsesdimensjonen innenfor lærebøkene. Selv om denne dimensjonen også tar størst plass i TIMSS, er mengden innenfor lærebøkene bemerkelsesverdig. En rak motsetning til anvendelsesdimensjonen er resonneringsdimensjonen. Ved å ta utgangspunkt i TIMSS sitt rammeverk, er ikke lærebøkene i nærhet av å like stort fokus på resonnering. Dette kan tyde på lite kognitivt krevende oppgaver i lærebøkene, altså oppgaver som ikke får elevene til å resonnere og tenke på et dypere plan. Dette vil jeg drøfte videre i kapittel 5. Å kunne er dog betydelig lik både for lærebøkene og TIMSS.



Figur 4-10: Visuell fremstilling over fordelingen av kognitive nivå i en samlet lærebok- og TIMSS-kategori

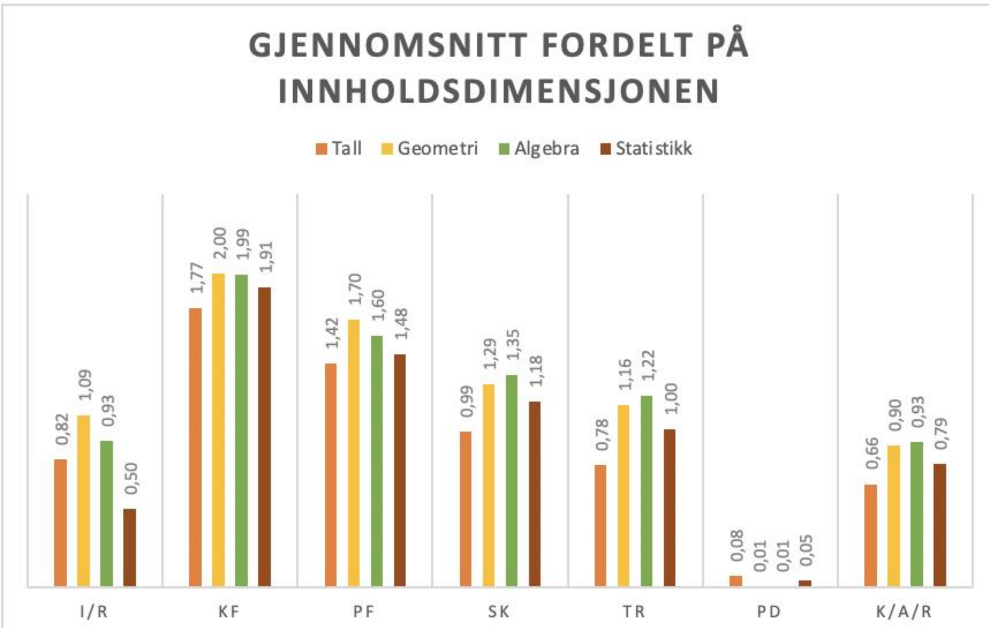
4.3 Resultater for den kvantitative analysen

I dette delkapittelet presenterer jeg resultatene for den kvantitative analysen. Dette gjøres ved å se på gjennomsnittverdiene basert på klassifiseringsskjemaet fra kapittel 3. Videre støtter jeg opp gjennomsnittverdiene med spredningsmål og til slutt går jeg inn på måling av korrelasjon og kategorisk krysstabell.

4.3.1 Resultater basert på innholdsdimensjonen

For å se på resultatene innenfor innholdsdimensjonen, valgte jeg å fremstille gjennomsnittene innenfor hver kategori fra klassifiseringsskjemaet jeg utviklet som beskrevet i kapittel 3. Figur 4-11 fremstiller derfor gjennomsnittskår fordelt på innholdsdimensjonen. Jeg vil først gå inn på innholdsdimensjonen tematisk etter fagområde, deretter presentere kategoriene som er brukt i klassifiseringsskjemaet.

Figuren viser at både algebra og geometri en jevn høy skår innenfor alle kategoriene. Dette støtter blant annet opp mot mitt utsagn nevnt tidligere i prosjektet om at det krever et høyere kognitivt nivå hos elevene for å kunne løse algebraoppgavene. Jeg vil poengtere at selv innenfor temaet algebra var det flere instrumentelle oppgaver som ikke krevde like høyt kognitivt nivå. Det viser seg også at geometri har likheter med algebra. Blant annet at geometri har et høyt gjennomsnitt innenfor matematisk forståelse (I/R, instrumentell/relasjonell) (Skemp, 1976, 2006). Med et gjennomsnitt på 1,09 kan jeg si at det (1) enten er mange oppgaver som har fått en skår på 1, som vil si en mellomting mellom instrumentell og relasjonell forståelse, eller (2) det er både mange oppgaver som har fått en skår på 0, som vil si instrumentell forståelse, samtidig som det er mange oppgaver som har fått en skår på 2, som vil si relasjonell forståelse. For å støtte oppom dette utsagnet, har jeg regnet ut standardavviket innenfor alle gjennomsnittene. Innenfor matematisk forståelse (I/R) har geometri et standardavvik på 0,59. Dette viser at det er en jevn spredning i hvilken skår de ulike oppgavene har fått. Jeg kan dog si at det var mange oppgaver innenfor geometri som krevde kunnskaper innenfor konstruksjon og symmetri. Dette krever en relasjonell forståelse fordi oppgavene utviklet seg gjennom kapitlene. Det startet med en oppskrift som viste hvordan elevene skulle løse en konstruksjons- eller symmetrioppgave, og deretter utviklet seg til oppgaver hvor elevene måtte bruke denne oppskriften til å løse andre og mer krevende oppgaver. Innenfor de fem komponentene for matematisk kyndighet (National Research Council, 2001) har geometri og algebra høye gjennomsnitt. Dette vises spesielt innenfor konseptuell forståelse (KF) og tilpasningsdyktig resonneringsevne (TR). Innenfor tilpasningsdyktig resonneringsevne ser en at geometri og algebra har et særegent høyere gjennomsnitt enn de andre fagområdene. Dette vil jeg drøfte nærmere i kapittel 5.



Figur 4-11: Visuell fremstilling av gjennomsnittsskår innenfor kategoriene for matematisk kompetanse og forståelse fordelt på innholdsdimensjonen på en skala fra 0 til 2 innenfor I/R (instrumentell/relasjonell) og K/A/R (kunne/anvende/resonnere), og fra 0 til 3 innenfor KF (konseptuell forståelse, PF (prosedyreflyt), SK (strategisk kompetanse), TR (tilpasningsdyktig resonneringsevne) og PD (produktiv disponering)

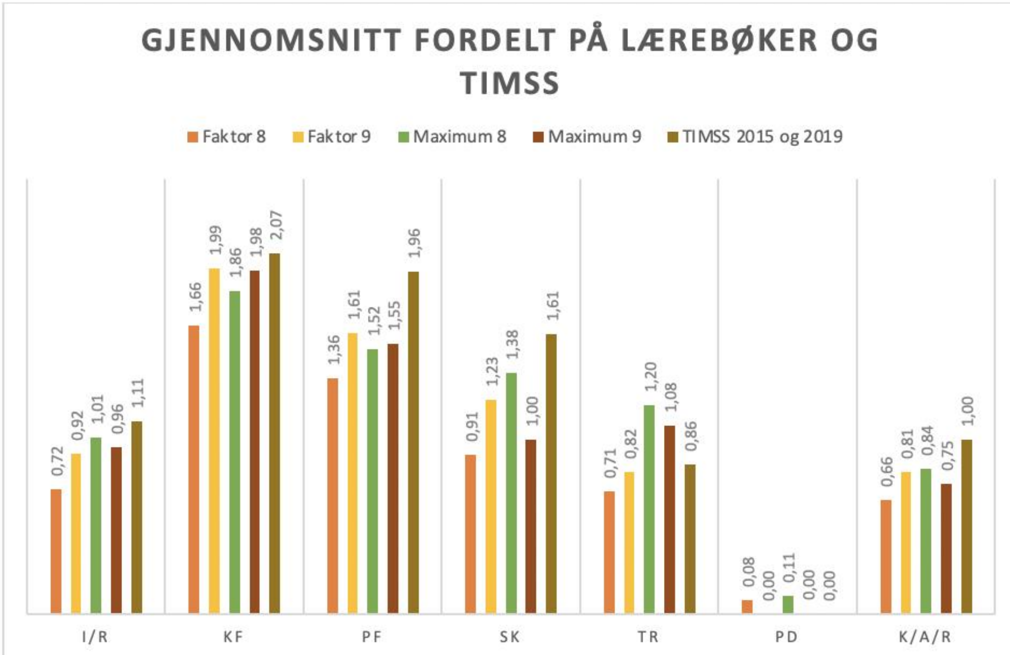
Talldimensjonen er den som viser seg å ha det laveste gjennomsnittet jevnt over alle kategoriene. Forklaringen på dette er at tall er et kjent tema for elevene, de har vært borti dette flere ganger gjennom barnetrinnet og ungdomstrinnet. Temaet tall inneholder gjerne kjent kunnskap innenfor addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. Disse regneoperasjonene er utgangspunkt for å kunne utføre oppgaver innenfor de andre temaene. Ettersom dette er noe elevene er kjent med, kreves det blant annet et lavere kognitivt nivå for å kunne løse en slik oppgave. Som nevnt tidligere hadde kapitlene i bøkene som omhandlet tall flere instrumentelle oppgaver innenfor kategorien «regn ut». Alle de fem komponentene til Kilpatrick (National Research Council, 2001) fikk da også en lavere skår enn hva en algebraoppgave fikk. Dette er fordi algebra krever en større forståelse enn hva temaet tall gjør ettersom algebraoppgavene var bygget på en annen måte. Fagområdet statistikk viser en jevn kurve i gjennomsnitt utenom innenfor matematisk forståelse (I/R). Statistikkdimensjonen et betydelig lavere gjennomsnitt enn de andre fagområdene. Dette kan være grunnet en rekke oppgaver hvor elevene kun skulle ferdigstille frekvenstabeller, samt lese av ulike tabeller og diagrammer og arbeide med oppgaver innenfor undertemaene sannsynlighet og kombinatorikk. Ut ifra min skårgivning og tolkning av oppgavene, vil ikke ferdigstilling av en allerede gitt frekvenstabell gi elevene en relasjonell forståelse og elevene kunne lett memorert hvordan dette gjøres. Om oppgaven derimot gikk ut på at elevene skulle lage egne frekvenstabeller og diagrammer, fikk de en høyere skår under matematisk forståelse (I/R). En forståelse av matematikken som helhet kommer delvis frem gjennom sannsynlighetsregning, men selve oppgavene krevde nødvendigvis ikke en slik forståelse og ble derfor sett på som instrumentelle (Skemp, 1976, 2006).

Konseptuell forståelse (KF) har høyest gjennomsnitt i alle temaene i forhold til de andre kategoriene. Dette er fordi elevene må lære seg matematisk kunnskap gjennom forståelse. Om de ikke forstår matematikken, vil elevene få en overflatekunnskap som innebærer memorering. Oppgavene i både lærebøkene og TIMSS legger derfor opp til at oppgavene krever en konseptuell forståelse for å kunne løses. Blant annet at regnerekkefølge ligger i grunn for å kunne utføre krevende algebraiske oppgaver. Ved å se på produktiv disponering (PD) i Figur 4-11 får alle temaene innenfor innholdsdimensjonen en lav skår. Dette vil, på grunn av definisjonen på produktiv disponering, være vanskelig å rangere en oppgave ut ifra dette. Produktiv disponering handler om å se matematikken som en verdi i seg selv og at når elevene gir innsats i fager, vil det øke læringsutbyttet (National Research Council, 2001). Med tanke på at jeg ikke inkluderte lærer- eller elevperspektiv i prosjektet, kunne jeg ikke måle hvordan elevene og læreren oppfattet oppgavene eller om utførelsen av disse hadde en verdi i seg selv. Det ble derfor vanskelig å måle dette og kan derfor svekke funnene mine noe. Selv om denne var kategorien var vanskelig å måle ved hjelp av en skår, har jeg likevel gitt noen av oppgavene en skår på 1 noe som vises i gjennomsnittet. Jeg la vekt på hvordan verdien av denne oppgaven kunne være verdifull for dagliglivet. Tall har høyest gjennomsnitt ut av de fire temaene. Oppgavene innenfor tall la ofte opp til dagligdagse situasjoner som å handle på butikken, veie bakervarer ut ifra en oppskrift

4.3.2 Resultater basert på lærebøkene og TIMSS

Figur 4-12 viser en visuell fremstilling over fordelingen av innholdsdimensjonen i en samlet lærebok- og TIMSS-kategori. Basert på denne kan en si at TIMSS 2015 og 2019 har en jevn høy skår innenfor alle temaene bortsett fra tilpasningsdyktig resonneringsevne (TR) og produktiv disponering (PD). Ettersom tilpasningsdyktig resonneringsevne (TR) legger opp til at elevene skal kunne forklare hva de tenker og hvorfor de tenker på denne måten, fikk TIMSS en lav skår innenfor dette. Grunnen er fordi TIMSS-oppgavene ikke legger opp til begrunnelser. De har ofte et problem som vises til elevene og en rubrikk hvor elevene skal skrive svaret. Oppgavene legger ikke opp til at elevene skal begrunne hvorfor eller hvordan de kom frem til et svar. Det finnes eksempler fra både TIMSS 2015 og 2019 hvor det står spesifikt i oppgaven «begrunn svaret». Tilpasningsdyktig resonneringsevne (TR) er derfor ikke ekskludert fra TIMSS, men det finnes færre oppgaver i TIMSS som vektlegger dette enn i lærebøkene. Dette kan vi se fordi lærebøkene viser et relativt høyere gjennomsnitt. Vi ser dog at Maximum inkluderer resonnering mer enn hva Faktor gjør. Grunnen til at TIMSS har et gjennomsnitt på 0,0 under produktiv disponering (PD) er som nevnt tidligere, det er vanskelig å måle basert på mine valg rundt forskningsprosjektet.

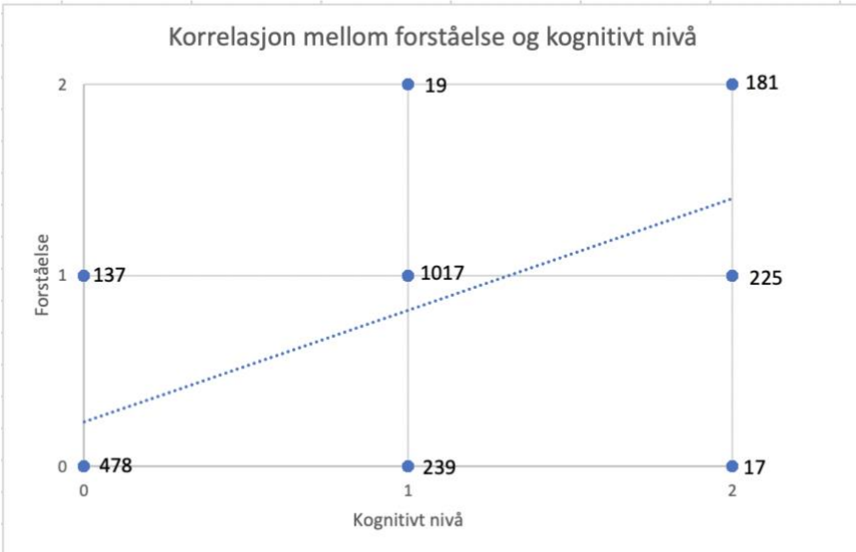
Når vi ser på kognitivt nivå (K/A/R, kunne/anvende/resonnere) i Figur 4-12 kan vi se at lærebøkene har et jevnt gjennomsnitt. Faktor 9 og Maximum 8 har omtrent samme gjennomsnitt, men Faktor 8 og Maximum 9 har et lavere gjennomsnitt. Som nevnt tidligere krevde kapitlene som inneholdt algebra et høyere kognitivt nivå enn tall og statistikk. Faktor 9 har to kapitler hvor funksjoner og algebra står sentralt, men Faktor 8 har kun ett kapittel. Dette kan være forklaringen på hvorfor det er et gap mellom gjennomsnittene for disse to bøkene. Innenfor Maximum har Maximum 8 et høyere gjennomsnitt enn Maximum 9. Maximum 9 har ikke et eget kapittel for algebra, kun for funksjoner. Maximum 8 har et felles kapittel for begge temaene. På denne måten legger Maximum 8 et større fokus på både algebra og funksjoner, noe Maximum 9 ikke gjør. Dette kan være grunnen til at Maximum 9 har et lavere gjennomsnitt innenfor kognitive krav (K/A/R).



Figur 4-12: Visuell fremstilling av gjennomsnittsskår innenfor kategoriene for matematisk kompetanse og forståelse, fordelt på lærebøker og TIMSS på en skala fra 0 til 2 innenfor I/R (instrumentell/relasjonell) og K/A/R (kunne/anvende/resonnere), og fra 0 til 3 innenfor KF (konseptuell forståelse, PF (prosedyreflyt), SK (strategisk kompetanse), TR (tilpasningsdyktig resonneringsevne) og PD (produktiv disponering)

4.3.3 Mål på korrelasjon

Som mål på samvariasjon mellom variablene innenfor klassifiseringsskjemaet, valgte jeg å ta i bruk korrelasjonsmål. Figur 4-13 viser mål på korrelasjon mellom matematisk forståelse, altså instrumentell og relasjonell forståelse, samt kognitivt nivå, altså kunne, anvende og resonnere. Ettersom jeg kun har skår mellom 0-2 til hver variabel, fikk jeg kun 8 punkter fremstilt i punktdiagrammet. For å vise mangfoldet innenfor hvert punkt utførte jeg en utregning over hvor mange punkter som egentlig ligger innenfor hvert punkt. Antallet vises i Figur 4-13. Det finnes altså 1017 tilfeller hvor jeg har gitt skår 1 på både matematisk forståelse og kognitivt nivå, 225 tilfeller hvor matematisk forståelse har fått skår 1 og kognitivt nivå har fått skår 2 osv. Ved å se på diagrammet ser jeg at det ikke finnes noen tilfeller hvor kognitivt nivå har fått skår 0 og matematisk forståelse har fått skår 2. Det finnes dog 17 tilfeller hvor kognitivt nivå har fått skår 2 og matematisk forståelse har fått skår 0. Gjennom en Pearsons R utregning har jeg funnet ut at korrelasjonskoeffisienten er 0,65658463. Ettersom den standardiserte koeffisienten varierer mellom -1 og +1 vil min koeffisient si at det er en positiv lineær samvariasjon mellom matematisk kompetanse og kognitivt nivå. Den positive korrelasjonen er signifikant.



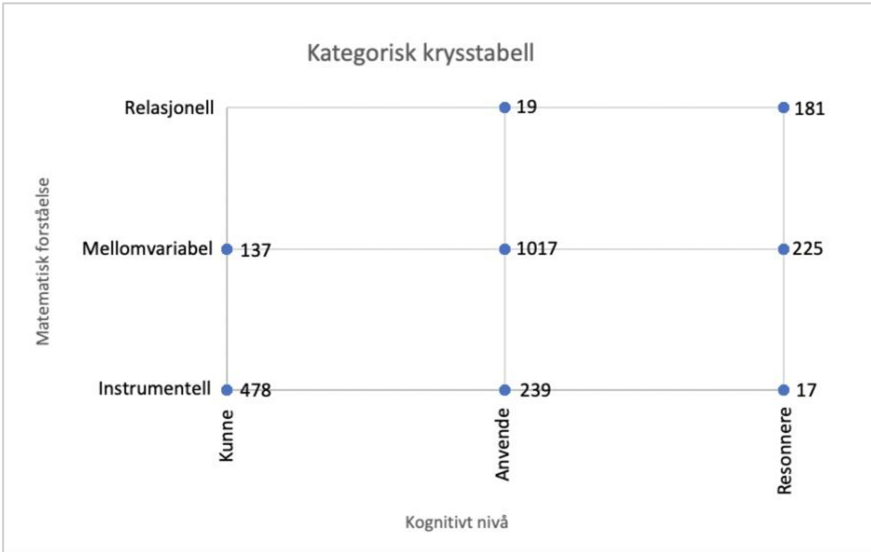
Figur 4-13: Visuell fremstilling av mål på korrelasjon som viser sammenhengen mellom matematisk forståelse og kognitivt nivå

4.3.4 Kategorisk krysstabell

Ved å ta i bruk kategorisk krysstabell kan en se sammenhengen mellom to eller flere variabler. I Tabell 4-6 og Figur 4-14 vises sammenhengen av matematisk forståelse (Skemp, 1976, 2006) og kognitive nivå fra TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Den kategoriske krysstabellen har likheter med visualiseringen av mål på korrelasjon. Krysstabellen viser blant annet at det ikke finnes noen tilfeller hvor oppgavene har fått lavest skår på matematisk forståelse og på samme tid har fått høyest skår på kognitivt nivå. Det er imidlertid tilfeller hvor forståelse og kognitivt nivå har fått høy skår. Dette tilsier at det finnes en sammenheng mellom disse variablene. Dette vises igjen innenfor mellomvariabelen innenfor matematisk forståelse sammenlignet med «å anvende», her finnes det 1017 tilfeller.

		Kognitivt nivå			
		Å kunne	Å anvende	Å resonnere	Total
Forståelse	Instrumentell	478	137		615
	Mellom	239	1017	19	1275
	Relasjonell	17	225	181	423
	Total	734	1379	200	2313

Tabell 4-6: Kategorisk krysstabell som viser sammenhengen mellom matematisk forståelse og kognitive nivå



Figur 4-14: Visuell fremstilling av kategorisk krysstabell som viser sammenhengen mellom matematisk forståelse og kognitive nivå

5 Funn og diskusjon

I dette kapittelet vil jeg drøfte og gi kommentarer til resultatene som jeg presenterte i kapittel 4. Jeg går først inn på resultatene som omhandler statistiske mål, fagområdet statistikk sin rolle i lærebøkene, samt korrelasjon og kategorisk krysstabell. Videre drøfter jeg hovedfunnene for dette forskningsprosjektet. Jeg vil drøfte resultatene og funnene opp mot relevante teoretiske betraktninger for å få en bredere forståelse av hvordan momentene knyttes sammen. Kapittelet består av fire hovedfunn som både tar for seg de ulike fagområdene som vektlegges i lærebøkene og TIMSS, hvordan oppgavene i lærebøkene samsvarer med hverandre og hvordan de kognitive nivåene fra TIMSS sitt rammeverk kommer til uttrykk i matematikkoppgavene i lærebøkene.

5.1 Drøfting og kommentarer til resultatene

5.1.1 Statistiske mål

Analysen i kapittelet viser hvordan skillet mellom matematikkoppgaver fra lærebøkene og TIMSS kommer til uttrykk gjennom gjennomsnittsmål. Ved å analysere oppgavene i lys av tre teoretiske rammeverk så jeg fort at oppgavene fra TIMSS-undersøkelsen skilte seg ut, i positiv forstand, i forhold til oppgavene fra lærebøkene. Innenfor matematisk forståelse og kognitivt nivå har TIMSS er høyere gjennomsnitt enn hva noen av lærebøkene har. Dette tilsier at oppgavene innenfor TIMSS legger opp til oppgaver som både krever relasjonell forståelse og høyere kognitive krav. Å ha en relasjonell forståelse i matematikk handler om å se sammenhenger og strukturer innenfor de ulike komponentene i faget, i tillegg til å utføre prosedyrer for å komme frem til en løsning, samt vite hvorfor prosedyren fungerer (Skemp, 1976, 2006). Dette kan knyttes opp mot «å resonnere» innenfor de kognitive nivåene i TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Relasjonell forståelse, på lik linje med «å resonnere» handler altså om å bruke ulike komponenter innenfor sin egen matematiske forståelse og bruke disse til å løse et problem. Likheten mellom disse kan ha innvirkning på hvorfor begge får en høy gjennomsnittsverdi og at flere av oppgavene både får høy skår innenfor matematisk forståelse og kognitivt nivå som vises innenfor mål på korrelasjon og den kategoriske krysstabellen. En kan likevel se at det finnes flere tilfeller der kognitivt nivå skårer høy, skårer matematisk forståelse på mellomverdien i Figur 4-14 i delkapittel 4.3.4.

TIMSS skiller seg spesielt ut fra de norske lærebøkene innenfor to av Kilpatricks (2001) komponenter for matematisk kyndighet. Innenfor prosedyreflyt (PF) og strategisk kompetanse (SK) har TIMSS er relativt høyt gjennomsnitt sammenlignet med lærebøkene. Dette viser at TIMSS har fått høyere skår når det kommer til å utforme oppgaver som legger opp til at elevene skal knytte kunnskap opp mot prosedyrer, samt oppgaver som krever problemløsning. Dette vil ikke si at lærebøkene var spesielt dårlige til å fremme utvikling av disse komponentene. TIMSS hadde dog et større fokus på oppgaver som kunne løses gjennom ulike løsningsmetoder. Lærebøkene hadde eksempeloppgaver før hvert undertema som viste et eksempel på en utregningsmetode. Et slikt eksempel kan invitere elevene til å regne ut på denne spesifikke måten og gi inntrykk av det er det riktige metoden å bruke. Dette gir ikke rom for eksperimentering med andre løsningsmetoder og kan gjøre at oppgaven blir relativt lukket (Opheim & Simensen, 2017). Det samme gjelder for enkelte oppgaver fra lærebøkene. Det var flere tilfeller hvor det var en forklaring på hvordan elevene skulle utføre utregningen sin, et eksempel er «bruk hoderegning for å regne ut...» (Hjardar & Pedersen, 2014a, s. 18). Selv om hoderegning i seg selv er en god måte å lære seg komponenter innenfor matematikken på, vil det likevel ikke gi elevene mulighet til å bruke andre metoder. Strategisk kompetanse og problemløsningsoppgaver finnes det lite av i lærebøkene kontra TIMSS. Selv om strategisk kompetanse også handler om å løse både anvendt og ren matematikk (National Research Council, 2001), er det vektleggingen av problemløsningsoppgaver som utgjør skillet mellom TIMSS og lærebøkene i Figur 4-12.

5.1.2 Fagområdet statistikk

Ut ifra mine resultater er fagområdet statistikk relativt anonymt i forhold til fagområdet tall, dette visualiseres i Figur 4-7 i delkapittel 4.2.1. Alle lærebøkene jeg har analysert har kun et kapittel som omhandler statistikk noe som sier at vektleggingen på dette temaet ikke er like høyt som for eksempel fagområdet tall. Faktor 8 har den laveste vektleggingen av statistikk i forhold til de andre lærebøkene, samt TIMSS. Faktor 9 sin prosentvise fordeling viser at den er tilnærmet lik TIMSS sin fordeling som er basert på TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). Selv om vektleggingen av statistikk er lav i lærebøkene, ser en likevel at norske elever skårer relativt høyt innenfor statistikk i tidligere TIMSS-undersøkelser som vi så i kapittel 2 (Grønmo, Hole & Stedøy, 2017). Statistikk går innenfor det en kaller anvendt matematikk som er en virkeliggjøring av matematikken (Grønmo, 2017). I motsetning til den rene matematikken, kan den anvendte være lettere å forstå på grunn av den dagligdagse konteksten og innfallsvinkelen. Dette samsvarer med Niss (1999) sin modelleringskompetanse ettersom elevene transformerer en kjent kontekst til noe matematisk, deretter kan de utføre matematiske operasjoner for å finne en løsning på problemet (Grønmo, 2017). Dette kan være grunnen til at norske elever får såpass gode resultater på de tidligere TIMSS-undersøkelsene (Grønmo, Hole & Onstad, 2017; Grønmo & Onstad, 2013). Innenfor den bivariate analysen får fagområdet statistikk relativt høye gjennomsnitt, dette vises i Figur 4-11. Det eneste unntaket er innenfor matematisk forståelse (I/R, instrumentell/relasjonell). Statistikk får et relativt lavt gjennomsnitt i forhold til de fagområdene. Dette viser at oppgavene innenfor statistikk vare mer instrumentelle enn hva oppgavene innenfor de andre fagområdene var. Å hente ut informasjon fra tabeller, grafer o.l., samt å lage frekvenstabeller fikk ikke en høy skår innenfor matematisk forståelse. Det fantes en mengde oppgaver av denne arten, noe som vil ha innvirkning på gjennomsnittsresultatet.

5.1.3 Korrelasjon og kategorisk krysstabell

Korrelasjonsanalysen og den kategoriske krysstabellen i delkapittel 4.3.3 og 4.3.4 viser at det finnes en sammenheng mellom matematisk forståelse (I/R) og kognitivt nivå (K/A/R, kunne/anvende/resonnere). Ut ifra korrelasjonskoeffisienten på 0,65658463 kan jeg konstatere at det er en positiv lineær korrelasjon mellom disse variablene og at denne er signifikant. Skemps (1976, 2006) rammeverk om matematisk forståelse og de kognitive nivåene fra TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017) er på mange måter like. «Å kunne» har en sammenheng med instrumentell forståelse, på lik linje med at «å resonnere» ligner på relasjonell forståelse. Dette vil jeg drøfte grundigere senere i kapittelet.

5.1.4 Problemløsningsoppgaver

Med utgangspunkt i gjennomgangen av alle matematikkoppgavene fra lærebøkene, samt de frigitte oppgavene fra TIMSS-undersøkelsene, har jeg fått et oppfatning av at det finnes svært lite oppgaver som inkluderer elevenes mulighet til problemløsning og utforskning. En problemløsningsoppgave eller utforskende oppgave skal åpne opp for undring, utforskning og eksperimentering i matematikken (Gulaker, 2018). Lærebøkene har, som nevnt tidligere, inkludert problemløsning til en viss grad i hvert kapittel, disse oppgavene ligger under inndelingene «tren tanken» og «noe å lure på» (Hjardar & Pedersen, 2014a, 2014b; Tofteberg et al., 2013, 2014). Oppgaven som vises i Figur 4-6 i delkapittel 4.1 er et eksempel på en problemløsningsoppgave. Dette er fordi den inviterer elevene til å se sammenhenger og ta i bruk ulike løsningsstrategier (Opheim & Simensen, 2017). Selv om problemløsning er, til en viss grad, inkludert i lærebøkene, er det ikke noe som vektlegges i stor grad. LK06 sine kompetansemål etter 10. årstrinn (Kunnskapsdepartementet, 2013) legger ikke til rette for problemløsning i like stor grad som kompetansemålene for 8.-10. trinn i LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019) gjør. Dette vil jeg drøfte nærmere under funn 4 i delkapittel 5.5.

5.2 Funn 1: Fagområdet algebra vektlegges i større grad i TIMSS

Resultatene fra kapittel 4 indikerer at TIMSS legger større vekt på algebra enn hva lærebøkene gjør. Lærebøkene inneholder færre kapitler som setter søkelys på algebra og funksjoner, i forhold til de andre fagområdene. Ut ifra prosentmålingene mine fra kapittel 4, viser dette en stor forskjell i hvordan vektleggingen av de ulike temaene er i TIMSS kontra lærebøkene. I lærebøkene legger jeg merke til at færre av kapitlene i bøkene inneholder fagområdet algebra. Faktor 9 er den eneste boka som skiller seg ut og har to kapitler knyttet til dette fagområdet, de resterende lærebøkene har ett kapittel som omhandler algebra. Maximum 9 har dog ikke et eget algebrakapittel, men et som kun tar for seg funksjoner. Dette vises spesielt godt i min analyse gjennom sammenligning av prosentvis fordeling av fagområder

Törnroos (2005) beskriver i sin artikkel at vektleggingen av fagområde i både læreplan og lærebøker, kan ha innvirkning på hva elevene lærer og hvor mye. Lite vektlegging av algebra i lærebøkene vil derfor være et utgangspunkt for hvor mye algebra elevene faktisk lærer på 8. og 9. trinn. Om en ser på TIMSS-undersøkelsene, har disse omtrent en dobbel så høy prosentandel med algebrainnhold enn hva lærebøkene har. Ettersom jeg ikke har utført intervju av lærere, kan jeg ikke vite i hvor stor grad fagområdet algebra blir prioritert i undervisningssammenheng. Likevel er lærebøkene ofte et utgangspunkt for hva som vektlegges i undervisningen (Törnroos, 2005), og disse kan påvirke graden av elevenes mulighet til å lære (Jones & Pepin, 2016). I tidligere funn fra TIMSS-undersøkelsene viser det seg at nordiske land, med Norge inkludert, fokuserer lite på den rene matematikken, den rene matematikken fokuserer på spesielt på aritmetisk tenkning innenfor algebra (Grønmo, 2017). Ettersom forskning har vist at Norge vektlegger dette mindre enn anvendt matematikk, kan dette være grunnen til at TIMSS vektlegger dette i en større grad. TIMSS må ta utgangspunkt i alle deltakerlandene og finne oppgaver som favner alle, siden landenes vektlegging er splittet kan dette være forklaringen på at lærebøkene har tilsynelatende mindre oppgaver innenfor algebra enn hva TIMSS har.

Det norske algebraavviket fra resultatene i TIMSS 2015 og 2019 viser at norske elever presterer meget dårlig i algebra sammenlignet med Norges totalskår i undersøkelsene (Mullis, Martin, Foy, et al., 2016; Mullis et al., 2020), jamfør kapittel 2. Grunnene til dette kan være mangfoldige, og min analyse beskriver kun noe av den mulige bakgrunnen for dette. Min analyse viser at, sammenlignet med vektleggingen i rammeverket til TIMSS, blir algebra og funksjoner blir nedprioritert i forhold til andre temaer i de norske lærebøkene jeg har undersøkt. Dette samsvarer med norske resultater fra tidligere gjennomføringer av TIMSS (Bergem, 2016; Grønmo, Hole & Stedøy, 2017; Grønmo et al., 2012; Kaarstein et al., 2020; Mullis, Martin, Foy, et al., 2016; Mullis et al., 2020). Grunnen til at norske elever skårer dårlig på algebra er fordi det blir nedprioritert i undervisningen (Grønmo, Hole & Stedøy, 2017). Spørsmålet er hvorfor blir algebra nedprioritert? Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006 (Kunnskapsdepartementet, 2013) viser ingen eksplisitte tegn til at algebra blir nedprioritert. I kompetansemålene etter 10. årstrinn står det at elevene skal blant annet «kunne bruke tal og variablar i utforsking, eksperimentering og praktisk og teoretisk problemløysing og i prosjekt med teknologi og design» (Kunnskapsdepartementet, 2013) og «analysere samansette problemstillingar, identifisere faste og variable storleikar, kople samansette problemstillingar til kjende løysingsmetodar, gjennomføre berekningar og presentere resultata på ein formålstenleg måte» (Kunnskapsdepartementet, 2013). Selv om algebra har sin plass i læreplanen, er den svevende og konkretiserer ikke hvor mye algebra elevene skal lære på tre år. Avgjørelsene vedrørende dette overlates til utgiverne av læreverk, samt den enkelte skole og lærer.

5.3 Funn 2: Stor variasjon mellom de norske lærebøkene

Haggarty og Pepin (2002) utførte en analyse på matematikkbøker i England, Frankrike og Tyskland og fant ut at det var stor variasjon i vektlegging av blant annet fagområder i de ulike landene. Samtidig fant de også ut at det i England og Tyskland var variasjon i matematikkbøkene innad i landene. Dette viser at elevene har ulike muligheter for å lære og ulik vektlegging i hva de lærer kun med tanke på hvilket læreverk skolene har. Dette viser seg blant annet i Faktor og Maximum, hvor vektleggingen på fagområder er ulikt og at oppgavene er, til en viss grad, varierende når en sammenligner disse læreverkene.

De store avvikene mellom Maximum og Faktor viser at norske elever som har tilgang til ulikt læringsmateriale, får forskjellig utgangspunkt i undervisningen. Dette kan ha innvirkning på hva de lærer innenfor matematikken og hvor mye de lærer innenfor hvert fagområde (Haggarty & Pepin, 2002; Jones & Pepin, 2016; Valverde et al., 2002). Dette vises spesielt innenfor fagområdet tall og algebra i Figur 4-7 fra delkapittel 4.2.1. Resultatene viser at fordelingen av fagområder er svært likt på 8. og 9. trinn i læreverket Maximum og at det ikke finnes store avvik mellom Maximum 8 og Maximum 9. Det er dog store forskjeller på de ulike trinnene i læreverket Faktor. En kan se at Faktor 8 fokuserer minimalt på statistikk, men Faktor 9 har en høyere prosentskår. Forholdet mellom Faktor 8 og Faktor 9 innenfor fagområdet tall, viser en enda større forskjell. Dette temaet vektlegges i mye større grad i Faktor 8. Både ulikhetene innad i lærebøkene og på tvers, er et kjent fenomen (Fan et al., 2013).

Figur 4-12 fra delkapittel 4.3.2 viser at gjennomsnittskåren på de ulike kategoriene som er tatt i bruk gjennom analysen er variert når en sammenligner lærebøkene. Dette vil si instrumentell/relasjonell (I/R), konseptuell forståelse (KF), prosedyreflyt (KF), strategisk kompetanse (SK), tilpasningsdyktig resonneringsevne (TR), produktiv disponering (PD) og kunne/anvende/resonnere (K/A/R). Maximum 8 og Faktor 8 skal følge de samme kompetansemålene innenfor LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2013). En kan likevel se spesielt store forskjeller mellom gjennomsnittsverdiene innenfor Skemps (1976, 2006) matematiske forståelse (I/R) og to av de fem komponentene til Kilpatrick (National Research Council, 2001). Innenfor matematisk forståelse skårer Faktor 8 betydelig lavere enn Maximum 8. Dette viser at Maximum 8 har utformet oppgaver som legger opp til relasjonell forståelse, i en større grad enn hva Faktor 8 har. Det samme gjelder for strategisk kompetanse (SK) og tilpasningsdyktig resonnement (TR). Faktor 8 har igjen et lavere gjennomsnitt enn Maximum 8. Innenfor strategisk kompetanse betyr dette at Maximum 8 legger et større fokus på problemløsning og vektlegging av bruken av ulike løsningsmetoder (National Research Council, 2001). Innenfor tilpasningsdyktig resonnement handler dette om at Maximum 8 vektlegger oppgaver som knyttes opp mot logisk tenkning og elevenes evne til å resonnere enn hva Faktor 8 gjør (National Research Council, 2001).

For å tilegne seg tilpasningsdyktig resonneringsevne, må elevene ha konseptuell forståelse som grunnlag (Pulles & Burns, 2022). Dette kan være forklaringen på at Maximum 8 har et høyere gjennomsnitt enn Faktor 8 innenfor denne komponenten. Sammenligningen av gjennomsnittene mellom Maximum 9 og Faktor 9 viser at det er likheter i gjennomsnittene mellom disse lærebøkene under konseptuell forståelse (KF) og prosedyreflyt (PF). Økt konseptuell forståelse leder til økt prosedyreflyt (Pulles & Burns, 2022), og dette kan ha innvirkning på hvorfor gjennomsnittene til lærebøkene ligger på lik linje innenfor disse komponentene.

Innenfor de kognitive nivåene (K/A/R) hentet fra TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017) finnes det også ulikheter mellom vektleggingen av «å kunne», «å anvende» og «å resonnere» som vises i Figur 4-9 i delkapittel 4.2.2. De største ulikhetene mellom de norske lærebøkene vises innenfor «å resonnere». En sammenligning av Faktor 8 og Maximum 8 viser at Maximum 8 vektlegger resonnering i større grad. Det vises derimot at Faktor 9 vektlegger resonnering på et høyere nivå enn hva Maximum 9 gjør. Dette viser at Maximum 8 og Faktor 9, som er lærebøker laget for ulike klassetrinn, har en likhet i sin vektlegging av dette kognitive kravet. Ulikhetene mellom vektleggingen av kognitive krav, innenfor samme klassetrinn og ulike klassetrinn, viser igjen at det er forskjeller i hva elevene undervises i og hvilken kunnskap de tilegner seg (Haggarty & Pepin, 2002; Jones & Pepin, 2016). Figur 4-12 i forrige kapittel fremstiller noe av dette samme som nevnt angående kognitive krav, men gjennom gjennomsnittsberegninger. En ser igjen at Faktor 9 og Maximum 8 har likhetstrekk i gjennomsnittsverdiene, det samme gjelder for Faktor 8 og Maximum 9.

5.4 Funn 3: Tall har en større plass i de norske lærebøkene

Ut ifra resultatene i kapittel 4 tar temaet «tall» en relativt stor plass i de norske lærebøkene. LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2013) har kategorisert måling og statistikk som egne som egne områder selv om det kunne falt inn under samme kategori som tall. TIMSS har valgt å plassere måling innenfor geometri og statistikk som en egen kategori (Grønmo, Hole & Stedøy, 2017). I min analyse har jeg valgt å dele statistikk inn i en egen kategori, men måling har jeg valgt å plassere i to ulike fagområder. Måling av geometriske figurer ligger innenfor temaet geometri, men måling i form av beregninger og enheter ligger under temaet tall. Dette kan være en grunn til at tall tar såpass stor plass innenfor min analyse. I følge resultatene fra TIMSS-undersøkelsen for 2015 og

2019 (Mullis, Martin, Foy, et al., 2016; Mullis et al., 2020) skårer norske elever på 8. og 9. trinn relativt høyt innenfor fagområdet tall. Vektleggingen av dette fagområdet innenfor lærebøkene viser at dette kan være en av grunnene. Prosentfordelingen innenfor tall i lærebøkene er uvanlig høyt i forhold til TIMSS. Dette viser at lærebøkene legger opp til mer arbeid innenfor tall enn de andre fagområdene.

For å arbeide med avansert aritmetisk matematikk, må elevene har et grunnlag, eller knagger, for å få en forståelse av hvordan komponentene innenfor faget henger sammen (Artigue & Blomhøj, 2013). De må blant annet ha kunnskaper innenfor de fire regneartene, tallenes plassverdi og utførelse av regneoperasjoner for å kunne bevege seg inn på symbolbruk innenfor algebra, regning av areal innenfor geometri og bruk av tabeller og diagrammer innenfor statistikk. Fagområdet tall er et grunnlag for all annen matematikk på grunn av dets inkludering av oppgaver som viser elevene hvordan de ulike komponentene innenfor basismatematikken. TIMSS Mathematics framework beskriver hva elever på 8. trinn skal kunne om talldimensjonen. De skal blant annet ha ferdigheter om heltallsbegrepet og kunne utføre algoritmiske prosedyrer, samt å forstå hva tallene symboliserer innenfor ulike regneoperasjoner (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017). I LK06 viser kompetansemålene innenfor fagområdet tall at elevene skal blant annet kunne bruke ulike regnearter, kunne utføre omgjøringer innenfor brøk, desimaltall og prosent, samt bruke ulike metoder ved bruk av hoderegning (Kunnskapsdepartementet, 2013). Dette kompetansemålet knyttes opp mot Swans (2007) oppgavetype som omhandler tolkning. Slik basisk kunnskap om matematikk må være på plass før elevene kan utføre avanserte matematiske operasjoner innenfor fagområdet algebra. Ved å se på disse faktorene kan en forstå hvorfor lærebøkene har et stort fokus innenfor fagområdet tall.

5.5 Funn 4: Lite oppgaver som krever resonnering i lærebøkene

Prosentfordelingen for kognitive krav i oppgaver fra de norske lærebøkene viser at «å resonnere» tar betydelig liten plass i lærebøkene kontra i oppgavene hentet fra TIMSS-undersøkelsene. Jeg har tatt i bruk lærebøker som er utformet etter kompetansemålene fra LK06. Denne læreplanen hadde ikke med elementer som utforskning og problemløsning (Kunnskapsdepartementet, 2013). Disse begrepene ble ikke aktuelle før fagfornyelsen trådte i kraft (Kunnskapsdepartementet, 2019). Kjerneelementene ble da en ny faktor innenfor læreplanen som skulle gjenspeiles sammen med kompetansemålene. Utforskende oppgaver med problemløsning knyttes gjerne opp mot resonnering (Gulaker, 2018) og uten slike pekepinner i læreplanen for Kunnskapsløfter fra 2006, er det ikke mye som tilsier at elevene skal bruke sine resonneringsevner i matematikken. Dette kan være en av grunnene til at det finnes lite resonnering i lærebøkene jeg har analysert.

En annen grunn til at mine resultater viser få oppgaver som krever resonnement i lærebøkene, kan være utformingen av kategoriene jeg bruker. «Å anvende» ligger midt mellom «å kunne» og «å resonnere» på den kognitive skalaen. Gjennom analysen i klassifiseringsskjemaene var det ofte oppgaver som krevde høyere kognitivt nivå enn «å kunne», men også et mindre kognitivt nivå enn «å resonnere». Disse oppgavene ble plassert innenfor anvendelsesdimensjonen. Det samme gjaldt for tekstoppgavene med flere deloppgaver. Om mesteparten av deloppgavene krevde et kognitivt nivå innenfor «å anvende», og et mindretall av deloppgavene krevde et kognitivt nivå innenfor «å kunne» eller «å resonnere», plasserte jeg hele oppgaven innenfor «å anvende». Dette kan ha innvirkning på størrelsen på prosentandelen av denne kognitive dimensjonen, en visualisering av dette vises i kapittel 4 i Figur 4-10. Etter å ha gått gjennom alle oppgavene i lærebøkene kunne jeg se i forkant av de statistiske utregningene at resonnering fikk en liten plass i forhold til de andre kognitive nivåene. Ut ifra min analyse gjennom klassifiseringsskjemaene så jeg at oppgaver innenfor algebra ofte skåret høyt innenfor den kognitive dimensjonen i motsetning til de andre kapitlene og temaene, se vedlegg 2. Et mindre fokus på algebraoppgaver i lærebøkene kan derfor ha innvirkning på den lave prosentandelen innenfor resonneringsdimensjonen.

Som nevnt tidligere tok talldimensjonen stor plass innenfor lærebøkene. Disse krevde ikke like høyt kognitivt nivå som algebradimensjonen og fikk derfor en lavere skår. Gjennom analysen av matematikkoppgavene i lærebøkene, innenfor fagområdet geometri, så jeg raskt at disse ofte fikk en skår 1, altså innenfor anvendelsesdimensjonen. Se vedlegg 2. Dette er på grunn av mange oppgaver som var lagt opp til konstruksjon. Å konstruere geometriske figurer handler om at elevene skal ta i bruk prosedyrer som de har tilegnet seg gjennom matematikkundervisningen. «Å anvende» går ut på at elevene skal kunne bruke ulike verktøy i matematikken for å komme frem til en løsning, samt å kunne modellere blant annet geometriske figurer (Lindquist et al., 2017). Dette viser at konstruksjon inneholder komponenter innenfor anvendelsesdimensjonen. Ettersom det var mange oppgaver som innehold konstruksjon, kan det være en forklaring på hvorfor prosentandelen til «å anvende» tar såpass stor plass som den gjør ut ifra min analyse.

Om vi ser på den siste kognitive dimensjonen «å kunne», handler denne blant annet om å beregne. Dette betyr at elevene skal utføre algoritmiske prosedyrer ved å ta i bruk addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon, samt en kombinasjon av disse (Lindquist et al., 2017). Matematikkoppgavene innenfor talldimensjonen i lærebøkene, inneholdt som nevnt tidligere i prosjektet, en rekke oppgaver som kun krevde at elevene skulle regne ut et oppstilt regnestykke. Dette var altså ikke en tekstoppgave. Disse oppgavene la opp til, i likhet med den kognitive dimensjonen «å kunne», at elevene skulle utføre algoritmiske prosedyrer uten noe form for tilleggsinformasjon. Dette tilsier at denne form for oppgave, tilhører dimensjonen «å kunne». Ettersom det var en del oppgaver innenfor algebradimensjonen som var utformet på samme måte som oppgavene innenfor talldimensjonen, kan dette ha innvirkning på hvorfor den prosentvise fordelingen av kognitive nivå, har færrest prosent av oppgaver innenfor «å resonnere». Lindquist et al. (2017) forklarer i TIMSS Mathematics framework at det å utføre enkle algebraiske prosedyrer, ikke viser et høyere kognitivt nivå enn «å kunne». Her vises det igjen en forklaring over hvorfor resonnering nedprioriteres i lærebøkene. Ettersom det var en rekke oppgaver som omhandlet enkle algebraiske prosedyrer, ville ikke oppgavene få en høy skår innenfor de kognitive nivåene.

Selv om det var et fåtall av oppgaver som fremmet resonnering i lærebøkene, hadde både Maximum (Tofteberg et al., 2013, 2014) og Faktor (Hjardar & Pedersen, 2014a, 2014b) en inndeling etter hvert kapittel som fikk elevene til å bruke sin resonneringsevne. I Faktor het denne inndelingen «noe å lure på» og i Maximum het inndelingen «tren tanken». Selve navnet på inndelingene gir oss en pekepinn for hva slags type oppgaver som er inkludert. Disse oppgavene inneholdt elementene innenfor det kognitive nivået «å resonnere» ved å legge til rette for at elevene skulle løse et problem ved å ta i bruk ulike komponenter innenfor sin egen matematiske forståelse og trekke beslutninger på bakgrunn av informasjon og bevis (Lindquist et al., 2017). Dette samspiller med Skemp (2006) sin relasjonelle forståelse. Ved å arbeide med en problemløsningsoppgave, får elevene mulighet til å bruke allerede kjent kunnskap fra ulike fagområder, se sammenhenger mellom disse og bruke de til å finne en løsning på problemet de står ovenfor. Dette knyttes sterkt opp mot Kilpatricks konseptuelle forståelse og tilpasningsdyktige resonneringsevne (National Research Council, 2001). Den konseptuelle forståelsen blir ivaretatt ved at elevene, som nevnt tidligere, bruker sin matematiske forståelse til å evaluere hvilke komponenter i matematikken som er mest hensiktsmessig å ta i bruk. Den tilpasningsdyktige resonneringsevnen, blir i likhet med det kognitive nivået «å resonnere» (Lindquist et al., 2017), ivaretatt gjennom at elevene må se sammenhenger mellom fremgangsmåter og egenskaper i matematikken. De går fra noe de kjenner fra før og bruker denne kunnskapen til å løse nye problemer de står ovenfor (National Research Council, 2001). Samtidig vil ikke oppgavene innenfor «noe å lure på» og «tren tanken» være sammenlignbare med PSI-oppgavene som ble inkludert i TIMSS-undersøkelsen fra 2019.

6 Konklusjon og videre forskning

I dette kapittelet vil jeg gi en kort oppsummering av oppgaven, samt ta for meg funnene i korte trekk. Jeg vil også besvare problemstillingen og de to forskningsspørsmålene som jeg presenterte i kapittel 1. Jeg vil konkludere i tre avsnitt hvor jeg først tar for meg problemstillingen, deretter de to forskningsspørsmålene hver for seg. Videre vil jeg beskrive begrensninger ved studien og presentere muligheter for videre forskning.

6.1 Oppsummering og konklusjon

Gjennom dette forskningsprosjektet har jeg analysert 2313 matematikkoppgaver hentet fra fire ulike lærebøker, samt de frigitte oppgavene fra TIMSS-undersøkelsene for 2015 og 2019. Med utgangspunkt i Mayrings (2015) rammeverk om induktiv kategoridannelse, har jeg utviklet et klassifiseringsskjema som inkluderer kategorier for matematisk forståelse og kompetanse, samt kognitive nivå. Jeg har analysert oppgavene i lys av Skemps (1976, 2006) instrumentelle og relasjonelle forståelse, Kilpatricks (2001) fem komponenter for matematisk kyndighet og TIMSS Mathematics framework (Grønmo et al., 2013; Lindquist et al., 2017) som inneholder tre kognitive nivå.

Resultatene som inngikk i min analyse, gjennom den kvalitative og kvantitative tilnærmingen, viser at de frigitte oppgavene fra TIMSS skårer relativt høyere enn oppgavene fra lærebøkene innenfor samtlige kategorier fra analysen, bortsett fra strategisk kompetanse i rammeverket til Kilpatrick (National Research Council, 2001). Det viste seg at oppgavene fra bøkene la mindre vekt på relasjonell forståelse og oppgaver som krevde resonnering. Anvendelsesdimensjonen var derimot godt representert innenfor lærebøkene. Lærebøkene la lite vekt på oppgaver med svaralternativer, noe de frigitte oppgavene fra TIMSS hadde noen eksempler av. En kunne se at det var likhetstrekk mellom oppgavene i lærebøkene og i TIMSS-undersøkelsen, og at utformingen av oppgavene stemte overens med hva læreplanen mener at elevene skal lære, samt i hva TIMSS undersøker om elevene kan. Mål på korrelasjonen og den kategoriske krysstabellen viser at det finnes en positiv lineær samvariasjon mellom matematisk forståelse og kognitivt nivå.

6.1.1 Svar på problemstillingen

Problemstillingen i denne studien var:

> *Hvordan fremstår matematikkoppgaver fra TIMSS for ungdomstrinnet sammenlignet med oppgaver fra norske lærebøker når de analyseres ved hjelp av rammeverk for kompetanse og forståelse?*

Diskusjonen og hovedfunnene fra kapittel 5 viser at de frigitte oppgavene hentet fra TIMSS 2015 og 2019 har en høyere gjennomsnittsskår enn lærebøkene innenfor alle kategorier i klassifiseringsskjemaet, bortsett fra to. TIMSS skårer altså høyt innenfor instrumentell/relasjonell (I/R), konseptuell forståelse (KF), prosedyreflyt (PF), tilpasningsdyktig resonneringsevne (TR) og kunne/anvende/resonnere (K/A/R), men ikke strategisk kompetanse (SK) og produktiv disponering (PD). Dette vises gjennom gjennomsnittsmålingene som ble utført i delkapittel 4.3.2. Dette kan tolkes som en indikasjon på at oppgavene som er hentet fra TIMSS-undersøkelsen i større grad enn oppgavene fra de norske lærebøkene legger til rette for at elevene skal oppnå en relasjonell forståelse, samt evnen til å resonnere. Innenfor de fem komponentene for matematisk kyndighet har TIMSS også en høy gjennomsnittskår. Dette tilsier at oppgavene legger opp til at elevene skal kunne forstå matematikken på en gunstig måte gjennom kunnskap, ferdigheter og evner. Den strategiske kompetansen (SK) har fortsatt en relativt høy skår, men ikke den høyeste når en ser på TIMSS kontra de fire lærebøkene. En kan se at oppgavene ikke kunne klassifiseres innenfor produktiv disponering, slik som de andre komponentene. Begrensningene ved dette vil jeg diskutere senere i kapittelet.

Når en ser på selve utformingen av oppgavene, kan en finne likhetstrekk mellom oppgavene i lærebøkene og TIMSS. En kan se at TIMSS rammeverket baserer sine oppgaver på læreplanene til deltakerlandene. Likevel har TIMSS inkludert flere oppgaver som omhandler problemløsning, utforskning og resonnement, og de legger ikke like stor vekt på mengdetrening slik som lærebøkene gjør. Som nevnt tidligere er dette på grunn av lærebøkenes formål ved å formidle kunnskap til elevene, mens TIMSS sitt formål er å teste elevenes kunnskap.

6.1.2 Svar på forskningsspørsmålene

Det første forskningsspørsmålet i studien min var:

> *På hvilken måte kan sammenligning av frigitte oppgaver fra TIMSS med oppgaver fra norske lærebøker for ungdomstrinnet bidra til å forklare norske TIMSS-resultater?*

Tidligere i denne oppgaven har jeg gjort rede for at tidligere resultater fra TIMSS-undersøkelsene viser at norske elevers prestasjoner innenfor algebra er lavere enn de andre deltakerlandene, jamfør delkapittel 1.3 og 2.6.1. Med bakgrunn i hovedfunn 1 i delkapittel 5.2 viser det seg at algebra blir svært lite vektlagt i lærebøkene. Dette tilsier at lav vektlegging av fagområdet algebra i lærebøkene, kan være grunnen til de lave prestasjonene i TIMSS-undersøkelsen. En ser likevel at fagområdet statistikk har en lavere vektlegging i lærebøkene, men prestasjonene innenfor TIMSS-undersøkelsen er fortsatt gode. Dette kan skyldes de norske elevenes bakgrunn i statistikk fra barnetrinnet og mellomtrinnet, men forklaringen kan også være forskjellen mellom ren matematikk og anvendt matematikk. Algebra faller innenfor ren matematikk og forskning på feltet viser at de nordiske landene presterer svært dårlig innenfor dette. De nordiske landene presterer dog høyt innenfor den anvendte matematikken, noe statistikk faller innenfor. Den anvendte matematikken kan være lettere å forstå og har såkalt dagligdags innfallsvinkel, noe algebra, til en viss grad, ikke har. Den høye vektleggingen av fagområdet tall i lærebøkene, skulle tilsi at elevene skårer høyt innenfor dette emnet i TIMSS-undersøkelsen. Det viser seg at de norske elevene har en relativt høy skår innenfor dette fagområdet, men ikke like høyt som statistikk. Her vil stor vektlegging av anvendt matematikk i lærebøkene igjen være en forklaring. Flere av oppgavene fra lærebøkene innenfor fagområdet tall, hadde en kontekst som var knyttet til hverdagslivet, slik som å handle på butikken.

Det andre forskningsspørsmålet i studien min var:

> *Hvordan er vektleggingen av fagområder i de norske lærebøkene i matematikk sammenlignet med det faglige rammeverket i TIMSS?*

TIMSS Mathematics framework har en prosentvis fordeling basert på dekkområde av fagområder i undersøkelsen. Med utgangspunkt i dette har jeg sammenlignet vektleggingen av fagområder i lærebøkene med TIMSS-undersøkelsen. Det viser seg i hovedfunn 3 at lærebøkene har en spesielt høy vektlegging av fagområdet tall i forhold til TIMSS-undersøkelsen, jamfør delkapittel 5.5. Det motsatte vises innenfor fagområdet algebra, i lærebøkene vektlegges dette svært lite sammenlignet med TIMSS. Innenfor geometri og statistikk viser det seg at prosentfordelingen i TIMSS, sammenlignet med lærebøkene, er relativt like. Når en ser på vektleggingen innad i lærebøkene er den relativt ulik. Det finnes sprik, spesielt når en ser på Faktor 8 og Faktor 9 opp mot hverandre. Lærebøkene i læreverket Maximum har en større likhet i vektleggingen av fagområder.

6.2 Begrensninger i studien

I forbindelse med mitt forskningsprosjekt er det visse begrensninger som må tas hensyn til. Mitt valg av metode som kun tar for seg dokumenter i form av matematikkoppgaver, kan være problematisk i den forstand at jeg ikke har med læreres eller elevers syn på oppgavene. Ved å foreta intervjuer av lærere eller elever, samt observasjon og innsikt i elevenes løsninger på oppgavene, kunne jeg fått et annet syn på hvordan oppgavene fra lærebøkene i matematikk blir brukt i undervisning, hvordan elevene stiller seg til ulike oppgaver og hvordan de arbeider med dem. Ettersom jeg kun tok utgangspunkt i oppgavenes utforming kan jeg ikke si noe om hvordan matematikken blir undervist i norsk skole, derfor vet jeg ikke om lærere kun tar utgangspunkt i lærebøkene, om de går rett ut ifra læreplan eller bruker andre ressurser i undervisningen.

De nye PSI-oppgavene ble, som nevnt i kapittel 3, ikke brukt i klassifiseringsarbeidet i denne studien. Disse problemløsnings- og undersøkende oppgavene kunne selvsagt også vært nyttig å analysere for å se ulikhetene i hvordan de er utformet i TIMSS, og hvordan de eventuelt kunne sammenlignes med problemløsningsoppgaver fra lærebøkene. Dette kan være aktuelt i fremtidige studier. I dette tilfellet ble det problematisk å sammenligne PSI-oppgavene med problemløsningsoppgavene fra lærebøkene. Det er fordi oppgavene er utformet på helt ulike måter og er derfor ikke sammenlignbare ved bruk av klassifiseringsskjemaet jeg har brukt i denne studien.

Komponenten produktiv disponering (PD) fra Kilpatricks rammeverk med komponenter for matematisk kyndighet («trådmodellen»), har vist seg å ikke være målbar i denne sammenhengen.

Med analyse av matematikkoppgaver som bakgrunn, viste det seg å være vanskelig å se om oppgavene i seg selv gjør at elevene utvikler selvtillit innenfor faget og lærer seg å se matematikken som noe nyttig og verdifullt. Dette kan gjøre at funnene mine blir svekket til en viss grad, dette er fordi de fem komponentene skal sees i sammenheng og at de sammen utgjør er rammeverk som viser hvordan elevene kan forstå matematikk. Jeg kan likevel si at denne ene komponenten ikke har så stor innvirkning på de andre faktorene som preger selve forskningsprosjektet, resultatene og funnene.

6.3 Videre forskning

Med tanke på videre forskning kan det være relevant å inkludere elev- og lærerperspektiv på matematikkoppgavene fra lærebøkene og TIMSS. I likhet med Bergrem (2020) kan oppgavebasert intervju gi et nytt perspektiv. På denne måten får elevene gjennomført et oppgavesett, deretter får intervjuer gått gjennom løsningene og intervjue hver enkelt elev om hvordan de kom frem til en løsningsmetode og hvorfor de har løst oppgaven på denne måten. En får også innsikt i hva elevene strevde med, samt hva de syns var forståelig. På denne måten kan en få større innsikt i hvordan elevene opplever oppgaver av ulik oppbygging med tanke på Kilpatricks komponenter for matematisk kyndighet, hvordan elevene stiller seg til de ulike kognitive nivåene og om de har en instrumentell eller relasjonell forståelse av matematikken. Ved å få inn ulike lærerperspektiv i studien, kan en få større innsikt i hvordan undervisningen foregår, hvor mye vekt hver enkelt lærer legger på ulike fagområder og hvor lærebokstyrt undervisningen er. Ved å utføre intervju av lærere, kan en få en slik innsikt. I tillegg kan analyse av andre læringsressurser som lærerveiledning, oppgavebøker og digitale ressurser være relevant å trekke inn i videre forskning. De digitale ressursene kan ha andre innfallsvinkler enn hva lærebøkene har, og lærerveiledningen kan inneholde ulike måter å bruke oppgavene i undervisningen på.

PSI-oppgavene, som omhandler problemløsning og utforskning innenfor matematikk, kan være nyttige å knytte opp mot den nye norske læreplanen LK20. Ettersom det er stort fokus på disse temaene i denne læreplanen, kunne en analysert oppgaver fra lærebøkene som er utformet etter denne. På denne måten kunne en sett om det fortsatt er lite fokus på problemløsning i lærebøkene kontra TIMSS, og sett om det har blitt en utvikling i utforming av oppgaver. PSI-oppgavene er interaktive oppgaver, og en kunne sammenlignet disse med interaktive oppgaver fra de digitale ressursene som hører til de nye utgavene av de norske lærebøkene.

Bruk av andre teoretiske rammeverk, som for eksempel Niss (1999) sine kompetanser eller komponentene til Schoenfeld (2018) i TRU-rammeverket, for å analysere oppgavene, kan endre resultatene og vise noe helt annet enn hva resultatene fra denne studien gjør. Ettersom kategoriene i klassifiseringsverktøyet endres, kan det vise seg at funnene ikke blir like innenfor en slik studie. Det ville vært interessant å se hva som var ulikt og hvorfor de eventuelle endringene i teorien utgjør nye funn. En annen interessant mulighet er å gå bort ifra kategoriseringsverktøyet jeg har brukt og heller analysere oppgavene på en helt annen måte, samtidig som man fortsatt baserer seg på et underliggende rammeverk for matematisk kompetanse og forståelse.

En analyse av alle deloppgavene i en gitt oppgave hver for seg kan gi et innblikk i hvordan deloppgavene er ulike, selv innad i en hovedoppgave. Det ville være interessant å se i hvilken grad resultatene fra denne studien hadde endret seg med tanke på resultater og funn, dersom man hadde tatt hensyn til dette i forskningsdesignet.

Litteraturliste

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2004). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Kluwer Academic Publishing.

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering: matematikkfaget som kasus* (02/2003). Telemarksforsking. http://hdl.handle.net/11250/2439972

Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, *45*(6), 797-810. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6

Ary, D., Walker, D. A. & Jacobs, L. C. (2014). *Introduction to research in education* (9. utg.). Wadsworth Cengage Learning.

Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 22-43). Universitetsforlaget.

Bergem, O. K., Kaarstein, H. & Nilsen, T. (2016). TIMSS 2015. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 11-21). Universitetsforlaget.

Bergem, O. K. & Radišić, J. (2020). Norway. I D. L. Kelly, V. A. S. Centurino, M. O. Martin & I. V. S. Mullis (Red.), *TIMSS 2019 Encyclopedia: Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/encyclopedia/norway.html

Bergrem, K. H. (2020). *«Jeg klarer ikke å huske hvorfor. Og det er jo egentlig litt viktig å vite hvorfor»: En kvalitativ studie av R2-elevers utfordringer med algebra- og funksjonsoppgaver fra TIMSS Advanced* [Masteroppgave, Universitetet i Oslo]. DUO vitenarkiv. http://urn.nb.no/URN:NBN:no-82722

Cappelen Damm. (u.å.). *Faktor 8 Grunnbok*. Hentet 22. april 2022 fra https://www.cappelendammundervisning.no/_faktor-8-grunnbok-espen-hjardar-jan-erik-pedersen-9788202441302

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries.

Mathematical thinking and learning, *12*(2), 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2018). *Research design : qualitative, quantitative & mixed methods approaches* (5. utg.). SAGE Publications

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH]. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5. utg.). De nasjonale forskningsetiske komiteene. https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora.pdf

Draagen, M. V. & Helvig, C. (2015). *Matematikklærebøker i Norge og i Singapore: En komparativ analyse av muligheten til å lære derivasjon* [Masteroppgave, Universitetet i Oslo]. DUO vitenarkiv. http://urn.nb.no/URN:NBN:no-50338

Engelsen, B. U. (2012). *Kan læring planlegges? : arbeid med læreplaner - hva, hvordan, hvorfor* (6. utg.). Gyldendal akademisk.

Eriksson, K., Helenius, O. & Ryve, A. (2019). Using TIMSS items to evaluate the effectiveness of different instructional practices. *Instructional Science*, *47*(1), 1-18. https://doi.org/10.1007/s11251-018-9473-1

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, *45*(5), 633-646. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Gilderdale, C. & Kiddle, A. (2015). What Are Rich Tasks? https://nrich.maths.org/11249

Goodlad, J. I. (1979). *Curriculum inquiry : the study of curriculum practice*. McGraw-Hill.

Grønmo, L. S. (2017). Et matematikkdidaktisk perspektiv. I L. S. Grønmo & A. Hole (Red.), *Prioritering og progresjon i skolematematikken : En nøkkel til å lykkes i realfag. Analyser av TIMMS Advanced og andre internasjonale studier* (s. 45-61). Cappelen Damm Akademisk.

Grønmo, L. S., Hole, A. & Onstad, T. (2017). Hovedresultater i matematikk i TIMSS Advanced, TIMSS og PISA. I L. S. Grønmo & A. Hole (Red.), *Prioritering og progresjon i skolematematikken : En nøkkel til å lykkes i realfag. Analyser av TIMMS Advanced og andre internasjonale studier* (s. 31-44). Cappelen Damm Akademisk.

Grønmo, L. S., Hole, A. & Stedøy, I. M. (2017). Prioritering og nedprioritering av fagområder i matematikk. I L. S. Grønmo & A. Hole (Red.), *Prioritering og progresjon i* *skolematematikken : En nøkkel til å lykkes i realfag. Analyser av TIMMS Advanced og andre internasjonale studier* (s. 79-94). Cappelen Damm Akademisk.

Grønmo, L. S., Lindquist, M., Arora, A. & Mullis, I. V. S. (2013). TIMSS 2015 Mathematics Framework. I M. O. Martin & I. V. S. Mullis (Red.), *TIMSS 2015 Assessment Frameworks* (s. 11-27). TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15_Frameworks_Full_Book.pdf

Grønmo, L. S. & Onstad, T. (2013). TIMSS in Norway: Challenges in school mathematics as evicenced by TIMSS and TIMSS Advanced. I L. S. Grønmo & T. Onstad (Red.), *The Significance of TIMSS and TIMSS Advanced: Mathematics Education in Norway, Slovenia and Sweden* (s. 11-50). Akademika forlag.

Grønmo, L. S. & Onstad, T. (2017). Rammeverk og metoder. I L. S. Grønmo & A. Hole (Red.), *Prioritering og progresjon i skolematematikken : En nøkkel til å lykkes i realfag. Analyser av TIMMS Advanced og andre internasjonale studier* (s. 271-299). Cappelen Damm Akademisk.

Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H. & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Akademika forlag.

Grønmo, L. S., Pedersen, I. F. & Onstad, T. (2010). *Matematikk i motvind : TIMSS advanced 2008 i videregående skole*. Unipub.

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Fagbokforlaget.

Gulaker, D. (2018). Utforskende læring i matematikk. I T. A. Fiskum, D. Gulaker & H. P. Andersen (Red.), *Den engasjerte eleven: Undrende, utforskende og aktiviserende undervisning i skolen* (s. 107-129). Cappelen Damm Akademisk. https://doi.org/10.23865/noasp.35

Haggarty, L. & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British educational research journal*, *28*(4), 567-590. https://doi.org/10.1080/0141192022000005832

Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65-97.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2014a). *Faktor 8: Grunnbok*. Cappelen Damm.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2014b). *Faktor 9: Grunnbok*. Cappelen Damm.

Imsen, G. (2016). *Lærerens verden: innføring i generell didaktikk* (5. utg.). Universitetsforlaget.

Johannessen, A., Christoffersen, L. & Tufte, P. A. (2021). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (6. utg.). Abstrakt forlag.

Johnsen, E. & Olsen, E. (2015). *Elevers matematiske forklaringer: Praktisk og matematisk baserte likheter og ulikheter* [Masteroppgave i lærerutdanning 5.-10. trinn, UiT Norges arktiske universitet]. UiT Munin open research archive. https://hdl.handle.net/10037/8109

Jones, K. & Pepin, B. (2016). Research on mathematics teachers as partners in task design. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*(2), 105-121. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9345-z

Karimzadeh, A. (2014). *Algebra i norske og singaporske matematikklærebøker: En sammenligning på bakgrunn av resultatene fra TIMSS 2011* [Masteroppgave, Universitetet i Oslo]. DUO vitenarkiv. http://urn.nb.no/URN:NBN:no-45795

Kelly, D. L., Centurino, V. A. S., Martin, M. O. & Mullis, I. V. S. (2020). *TIMSS 2019 Encyclopedia: Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/encyclopedia/

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006. https://www.udir.no/kl06/mat1-04

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn* (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Kaarstein, H., Radišić, J., Lehre, A.-C., Nilsen, T. & Bergem, O. K. (2020). *TIMSS 2019. Kortrapport*. Institutt for lærerutdanning og skoleforskning. Universitetet i Oslo. https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/timss/2019/timss-2019-kortrapport.pdf

Lindquist, M., Philpot, R., Mullis, I. V. S. & Cotter, K. E. (2017). TIMSS 2019 Mathematics Framework. I I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Red.), *TIMSS 2019 Assessment Frameworks* (s. 13-25). TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/

Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational studies in mathematics*, *67*(3), 255-276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2

Lithner, J. (2015). Learning Mathematics by Creative or Imitative Reasoning. I S. J. Cho (Red.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (s. 487-506). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_28

Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. I A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of Methodology and Methods* (s. 365-380) (Advances in Mathematics Education). Springer. https://link-springer-com.ezproxy.oslomet.no/book/10.1007%2F978-94-017-9181-6

Meld. St. 28 (2015-2016). *Fag – Fordypning – Forståelse — En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pdfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf

Mellin-Olsen, S. (1981). Instrumentalism as an educational concept. *Educational studies in mathematics*, *12*(3), 351-367. https://doi.org/10.1007/BF00311065

Mullis, I. V. S. (2017). Introduction. I I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Red.), *TIMSS 2019 Assessment Frameworks* (s. 3-10). TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). https://doi.org/http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Fishbein, B., Foy, P. & Moncaleano, S. (2021). *Findings from the TIMSS 2019 Problem Solving and Inquiry Tasks*. TIMSS & PIRLS International Study

Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/psi/

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/wp-content/uploads/filebase/full%20pdfs/T15-International-Results-in-Mathematics.pdf

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L. & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Goh, S. & Cotter, K. (2016). *TIMSS 2015 Encyclopedia: Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/encyclopedia/

National Research Council. (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics* (J. Kilpatrick, J. Swafford & B. Findell, Red.). National Academy Press.

Niss, M. (1999). Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse. *Uddannelse*, *9*, 21-29.

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematikklæring: ideer og inspirasjon til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriets forlag.

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Matematikksenteret. https://www.matematikksenteret.no/nettbutikk/sentrale-kjennetegn-på-god-læring-og-undervisning-i-matematikk

Nosrati, M. & Wæge, K. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.

NOU 2003: 16. (2003). *I første rekke: Forsterket kvalitet i en grunnopplæring for alle*. Utdannings- og forskningsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2003-16/id147077/?ch=1

NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=1

OECD. (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

Onstad, T. & Kaarstein, H. (2016). Norway. I I. V. S. Mullis, M. O. Martin, S. Goh & K. Cotter (Red.), *TIMSS 2015 Encyclopedia: Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/encyclopedia/

Opheim, L. G. & Simensen, A. M. (2017). Matematikk - utforsking av mønstre og de store sammenhengene. I S. Bjørshol & R. Nolet (Red.), *Utforsking i alle fag* (s. 101-131). Cappelen Damm akademisk.

Pedersen, I. F. (2014). *Insights from TIMSS Advanced on critical aspects of the advanced mathematics program in Norwegian upper secondary school: Content, Competence and Motivation* [Doktorgradsavhandling, Universitetet i Oslo].

Piggott, J. (2018). Rich Tasks and Contexts. https://nrich.maths.org/5662

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Pratama, G. S. & Retnawati, H. (2018). Urgency of higher order thinking skills (HOTS) content analysis in mathematics textbook. *Journal of Physics: Conference Series*, *1097*(012147). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1097/1/012147

Pulles, S. M. & Burns, M. K. (2022). Alignment of K-8 mathematics interventions with strands of mathematical proficiency in meta-analytic research. *Psychology in the Schools*. https://doi.org/10.1002/pits.22676

Rachmawati, I., Usodo, B. & Subanti, S. (2021). Analysis of 7th Grade Student's Mathematical Understanding in Solving Sets Problem: A Perspective of Skemp Understanding Theory. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, *597*, 129-135. https://doi.org/10.2991/assehr.k.211122.018

Ryvold, T. E. S. (2018). *Sammenligning av norske lærebøker i matematikk* *og matematikkoppgaver i TIMSS: En komparativ studie av matematikkoppgaver i to norske læreverk og matematikkoppgaver i TIMSS 2015* [Masteroppgave, Norges Arktiske Universitet]. UIT Munin. https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/13792/thesis.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Røsseland, M. (2005a). Hva er matematisk kompetanse? *Tangenten*, *2005*(1), 12-18. http://www.caspar.no/tangenten/2005/t-2005-1.pdf

Røsseland, M. (2005b). Hva er matematisk kompetanse? – del 2. *Tangenten, 2005*(2), 48-53. http://www.caspar.no/tangenten/2005/t-2005-2.pdf

Schoenfeld, A. H. (2018). Video analyses for research and professional development: the teaching for robust understanding (TRU) framework. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, *50*(3), 491-506. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0908-y

Schreier, M. (2012). *Qualitative content analysis in practice*. SAGE publications

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), 20-26.

Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching in the middle school*, *12*(2), 88-95.

Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaber. I T. Dalvang & V. Rohde (Red.), *Matematikk for alle : LAMIS 1. sommerkurs, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU), Trondheim 6.-9. august 1998* (s. 24-37). Landslaget for matematikk i skolen.

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *ZDM*, *33*(4), 123-132. https://doi.org/10.1007/BF02652747

Stigler, J. & UCLA team. (u.å.). *TIMSS video study*. TIMSS video. Hentet 14. mai 2022 fra http://www.timssvideo.com

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1997). Understanding and Improving Classroom Mathematics Instruction: An Overview of the TIMSS Video Study. *The Phi Delta Kappan*, *79*(1), 14-21. http://www.jstor.org/stable/20405948

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (2009). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. Free Press.

Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*(4), 217-237. https://doi.org/10.1007/s10857-007-9038-8

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (4. utg.). Fagbokforlaget.

TIMSS video study. (1999). *JP3 solving inequalities*. http://www.timssvideo.com/jp3-solving-inequalities

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Stedøy-Johansen, I. M. & Alseth, B. (2013). *Maximum 8: Grunnbok*. Gyldendal undervisning.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Stedøy-Johansen, I. M. & Alseth, B. (2014). *Maximum 9: Grunnbok*. Gyldendal undervisning.

Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in educational evaluation*, *31*(4), 315-327. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2005.11.005

Utdanningsdirektoratet. (2020). *TIMSS*. Udir. Hentet 13. mai 2021 fra https://www.udir.no/tall-og-forskning/internasjonale-studier/timss/#157828

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Kluwer Academic Publishers.

van den Ham, A. K. & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students’ achievement in mathematics. *Studies in educational evaluation*, *59*, 133-140. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005

Vedlegg 1: Innvilget innsyn i TIMSS materiale

IEA

Researching education, improving learning

SOURCE: TIMSS 2007 Assessment. Copyright © 2009 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Publisher: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Please note that citing without naming the source can or will constitute plagiarism for which you can and will be held accountable.

Number IEA-21-088 **(to be filled by IEA)**

4. Permission ☒ **Granted** ☐ **Denied**

Terms of agreement: Permission is granted for non-exclusive rights to reproduce the material requested above upon the terms and solely for the purpose indicated.

☒ Free ☐ Agreed Fee (payable to NL63ABNA0481961968)

Signature: D. Hastedt Date: 23, September 2021

Name: Dirk Hastedt

Title: Executive Director

Disclaimer: Please note that the website and its contents, together with all online and/or printed publications and restricted use items ('works') by TIMSS, PIRLS, ICCS, ICILS, and other IEA studies, were created with the utmost care. However, the correctness of the information cannot be guaranteed at all times and IEA cannot and will not be held responsible or liable for any damages that may arise from the use of these resources, nor will IEA be liable for the wrongful use and/or interpretation of its works.

Please be advised that IEA cannot authorize the use of texts or items that include third-party copyrighted materials (e.g., reading passages in PIRLS, photographs, images). Users of any third-party copyrighted materials must first seek and be granted copyright permission from the owner of the content as indicated in the copyright citation line.

Please note that permission is only granted for the particular case as described in this form. Any additional use of this or any other IEA materials requires further permission. IEA copyright must be explicitly acknowledged, and the need to obtain permission for any further use of the published text/material clearly stated in the requested use/display of this material.

IEA, its proprietary assessment instruments, and studies are all the result of the choices and combination of elements by which the creator has expressed its creativity in an original matter, further to which a result has been achieved which is an intellectual creation and therefore protected as a copyright protected work, as stipulated in article 10 of the Dutch Copyright Act ("DCA") and article 2(a) of Directive 2001/29/EC regarding the harmonization of certain aspects of copyright and related rights in the information society (the "EU Copyright Directive").[1] The copyrights in these works are owned by IEA. National versions of instruments are recognized as the joint venture and shared intellectual property of IEA and the relevant participating institutions, and should be treated accordingly.

IEA has a strict Intellectual Property Policy in place regarding third-party use of its copyright protected instruments and studies. All publications and restricted use items by TIMSS, PIRLS, and other IEA studies, as well as translations thereof, are for non-commercial, educational, and research purposes only. Prior permission is required when using IEA data sources for assessments or learning materials. As stated, IEA reserves the right to refuse copy deemed inappropriate or not properly sourced. IEA Intellectual Property Policy is *inter alia* included on the IEA website (www.iea.nl) and on the TIMSS and PIRLS website (https://timssandpirls.bc.edu/), in which it is clearly stated that all accessible instruments and/or data are IEA proprietary copyright protected. Said webpages also contain links to its permission form, which should be submitted with IEA prior to any use of its materials and/or instruments.

TIMSS, PIRLS, ICCS, and ICILS are registered trademarks of IEA. Use of these trademarks without permission of IEA by others may constitute trademark infringement. Furthermore, the website and its contents, together with all online and/or printed publications and restricted use items by TIMSS, PIRLS, ICCS, ICILS, and other IEA studies are and will remain copyright of IEA.

[1] Cf. ECJ 16 July 2009, Case C-5/08 (Infopaq I).

Researching education, improving learning

PERMISSION APPROVAL FORM FOR NATIONAL RESEARCH CENTERS

To be completed and signed by a representative of the National Research Center to grant permission for use of translated IEA materials.

I Hege Kaarstein (name) representing the National Research Center

of Norway (country) grant permission to access and use the

translated IEA materials listed below to Martine Johnsrud (requestor).

Requested IEA materials:

Restricted use items from TIMSS 2015 and TIMSS 2019, G8.

21. 09. 2021

Signature Date

Please note that this form is only valid in combination with the official IEA permission request form and underlies the general IEA copyright notice. The listed IEA materials can only be used if both IEA and the National Research Center grant permission. For further information about IEA copyright and permission procedures, please refer to www.iea.nl/copyrightnotice.

International Association for the Evaluation of Educational Achievement
IEA Amsterdam | Keizersgracht 311, 1016 EE Amsterdam, The Netherlands | Tel. +31 (0)20 625 36 25 | Fax +31 (0)20 420 71 36 | secretariat@iea.nl | www.iea.nl | KvK 41158871

Vedlegg 2: Utsnitt av klassifiseringsskjema

Bok	Tema	Kapittel	Delkapittel	Oppgave	Antall deloppgaver	Forståelse	Kyndighet					Kognitive nivå			
						I/R	KF	PF	SK	TR	PD	K/A/R	K	A	R
				Total: 400	Total: 1343	Score: 0-2 0,93	Score: 0-3 Gjennomsnitt: 1,99	0-3 1,60	0-3 1,35	0-3 1,22	0-3 0,01	Score: 0-2 0,93	Total: 100	230	70
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Uoppstilte likninger	5.84	2	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Uoppstilte likninger	5.85	5	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Uoppstilte likninger	5.86	6	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Uoppstilte likninger	5.87	1	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Uoppstilte likninger	5.88	1	1	2	2	2	2	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Utforskning av mønstre	5.89	9	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Utforskning av mønstre	5.90	9	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Algebraiske uttrykk	5.91	1	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Algebraiske uttrykk	5.92	3	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Algebraiske uttrykk	5.93	3	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Algebraiske uttrykk	5.94	1	1	2	3	1	2	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Algebraiske uttrykk	5.95	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Algebraiske uttrykk	5.96	2	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Likninger	5.97	4	1	2	2	2	2	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Likninger	5.98	4	2	2	1	3	2	1	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Likninger	5.99	8	1	2	2	2	2	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Likninger	5.100	6	1	2	2	2	2	0	1	0	1	0
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Likninger	5.101	3	2	2	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Likninger	5.102	2	2	2	2	2	2	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Likninger	5.103	4	2	2	2	2	2	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Kombinasjon av stoff	5.104	1	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Felles for kapittelet	5.105	1	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Felles for kapittelet	5.106	1	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
Maximum 8	Algebra	Algebra og likninger	Felles for kapittelet	5.107	2	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.1	1	2	2	2	2	3	0	1	0	1	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.2	1	1	2	2	1	1	0	0	1	0	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.3	1	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.4	3	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.5	1	1	2	2	1	1	0	2	0	0	1
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.6	1	1	2	2	1	1	0	0	1	0	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.7	1	1	2	2	2	2	0	1	0	1	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.8	1	1	2	2	2	2	0	2	0	0	1
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.9	3	1	2	2	2	2	0	2	0	0	1
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.10	1	1	2	2	2	2	0	2	0	0	1
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.11	1	2	2	2	2	2	0	2	0	0	1
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.12	4	1	2	1	1	0	0	0	1	0	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.13	2	1	2	2	1	0	0	1	0	1	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.14	2	1	2	2	1	1	0	2	0	0	1
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.15	3	1	2	1	1	0	0	0	1	0	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.16	4	0	2	1	1	0	0	0	1	0	0
Faktor 9	Algebra	Algebra	Bokstavuttrykk	2.17	4	0	2	2	1	1	0	1	0	1	0

TIMSS	Tema	Blokk	Blokkdel	Oppgave	Antall deloppgaver	Forståelse	Kyndighet					Kognitive nivå			
						I/R	KF	PF	SK	TR	PD	K/A/R	K	A	R
				Total: 114	Total: 141	Score: 0-2	Score: 0-3	0-3	0-3	0-3	0-3	Score: 0-2	Total: 40	48	26
						1,11	Gjennomsnitt: 2,07	1,96	1,61	0,86	0,00	1,00			
TIMSS 2019	Tall	ME02	1	ME72007	5	0	2	0	1	1	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Tall	ME02	2	ME72025	1	1	2	1	0	0	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Tall	ME02	3	ME72017	1	2	3	2	3	2	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Tall	ME02	4	ME72190	1	1	1	2	1	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Algebra	ME02	5	ME72068	1	0	2	3	0	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Algebra	ME02	6	ME72076	1	0	2	2	2	1	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Algebra	ME02	7	ME72056	1	0	2	2	2	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Algebra	ME02	8	ME72098	1	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Algebra	ME02	9	ME72103	1	1	1	2	2	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Geometri	ME02	10	ME72121	1	1	2	2	1	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Geometri	ME02	11	ME72180	3	2	2	3	2	2	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Geometri	ME02	12	ME72198	2	2	3	2	2	1	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Statistikk	ME02	13	ME72227	1	0	2	2	1	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Statistikk	ME02	14	ME72170	3	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Statistikk	ME02	15	ME72209	1	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Tall	ME06	1	ME62150	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Tall	ME06	2	ME62335	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2019	Tall	ME06	3	ME62219	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Tall	ME06	4	ME62002	1	2	3	3	3	2	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Algebra	ME06	5	ME62149	1	1	2	1	1	0	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Algebra	ME06	6	ME62241	1	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Algebra	ME06	7	ME62342	1	2	2	2	2	0	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Algebra	ME06	8	ME62105	1	2	3	3	3	2	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Geometri	ME06	9	ME62040	1	2	3	3	3	2	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Geometri	ME06	10	ME62288	2	1	2	2	1	0	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Geometri	ME06	11	ME62173	1	2	3	3	3	3	0	2	0	0	1
TIMSS 2019	Statistikk	ME06	12	ME62133	1	2	2	2	2	1	0	1	0	1	0
TIMSS 2019	Statistikk	ME06	13	ME62123	2	1	2	2	1	0	0	1	0	1	0
TIMSS 2015	Tall	M01	1	M042182	1	1	2	1	1	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2015	Tall	M01	2	M042081	1	1	2	1	1	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2015	Algebra	M01	3	M042049	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2015	Tall	M01	4	M042052	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2015	Algebra	M01	5	M042076	1	0	2	1	1	0	0	0	1	0	0
TIMSS 2015	Tall	M01	6	M042302	3	2	2	2	1	2	0	1	0	1	0
TIMSS 2015	Algebra	M01	7	M042100	1	0	2	2	1	1	0	1	0	1	0
TIMSS 2015	Algebra	M01	8	M042202	1	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
TIMSS 2015	Algebra	M01	9	M042240	1	2	2	2	1	1	0	1	0	1	0
TIMSS 2015	Algebra	M01	10	M042093	1	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
TIMSS 2015	Geometri	M01	11	M042271	1	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0

Bok	Tema	Kapittel	Delkapittel	Oppgave	Antall deloppgaver	Forståelse	Kyndighet					Kognitive nivå			
						I/R	KF	PF	SK	TR	PD	K/A/R	K	A	R
				Total: 455	Total: 1050	Score: 0-2 1,09	Score: 0-3 Gjennomsnitt: 2,00	0-3 1,70	0-3 1,29	0-3 1,16	0-3 0,01	Score: 0-2 0,90	Total: 74	352	29
Faktor 8	Geometri	Geometri	Omkrets	4.33	3	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Omkrets	4.34	1	2	2	2	2	2	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.35	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.36	2	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.37	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.38	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.39	1	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.40	1	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.41	1	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.42	3	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.43	1	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.44	2	2	3	3	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Tegning og konstruksjon av normaler	4.45	5	2	3	3	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.46	2	1	2	2	1	0	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.47	4	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.48	4	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.49	4	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.50	5	2	3	3	3	2	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.51	1	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.52	3	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.53	3	2	3	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.54	4	2	3	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.55	4	2	3	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.56	1	2	3	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av vinkler	4.57	4	2	3	3	3	2	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av trekanter	4.58	3	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av trekanter	4.59	3	1	2	2	2	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av trekanter	4.60	3	1	3	2	2	3	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Konstruksjon av trekanter	4.61	4	1	3	2	2	3	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	1	3	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	2	1	2	3	1	1	3	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	3	3	0	2	1	0	0	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	4	2	1	2	2	1	2	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	5	3	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	6	8	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	7	4	1	2	1	1	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	8	2	1	2	1	1	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	9	1	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0
Faktor 8	Geometri	Geometri	Felles for kapittelet	10	1	1	2	2	1	1	0	1	0	1	0

Vedlegg 3: Analyseforklaring, forkortelser

Matematisk forståelse:

I: Instrumentell forståelse

R: Relasjonell forståelse

Matematisk kyndighet:

KF: Konseptuell forståelse

PF: Prosedyreflyt

SK: Strategisk kompetanse

TR: Tilpasningsdyktig resonnering

PD: Produktiv disponering

Kognitive krav:

K: Å kunne

A: Å anvende

R: Å resonnere

Faktor:

LoP: Lærestoff og oppgaver

PDS: Prøv deg selv

NåLP: Noe å lure på

Maximum:

LoP: Lærestoff og oppgaver

BB: Bli bedre

TT: Tren tanken