MASTEROPPGAVE

Masterstudium i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikk og matematikkdidaktikk

Mai 2021

En studie av læreres arbeid med helklassesamtale i matematikkundervisning i barneskolen

A study of teachers' work with whole-class mathematical discussions in elementary level education

Henrik Nordlander

OsloMet – storbyuniversitetet

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier

Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Sammendrag

Denne studien undersøker hvordan lærere jobber med undervisningsmetoden helklassesamtale i matematikkundervisning på barnetrinnet. Den gir et detaljert innblikk i ulike deler av lærerens handlinger knyttet til orkestrering av samtalen og kommunikasjonen underveis. Dette drøftes opp mot et bredt teorigrunnlag, og hvordan rammer for forståelseslæring og meningsfull elevinteraksjon i matematikk beskrives i lys av rammeverket for TRU, *teaching for robust understanding*. Problemstillingen jeg undersøker er:

> *Hvordan praktiserer lærere på barnetrinnet helklassesamtaler i matematikk, og hvilken funksjon har de i undervisningen?*

Undervisningsmetoden ble undersøkt kvalitativt som et fenomen gjennom strukturert observasjon av tre læreres undervisning, og oppfølgende digitalt intervju i etterkant som tok utgangspunkt i hendelser fra observasjonen. Dataene ble transkribert, kategorisert og analysert systematisk, og ga interessante funn som ble betraktet og drøftet i ulike teoretiske perspektiver og i lys av rammeverket for TRU.

I undervisningssituasjoner der lærerstyrt helklassesamtale var sentralt, fant jeg at lærerne i studien på flere måter tilrettela for at elevene kunne delta på måter som ga elevautonomi i fremgangsmetode og eierskap til matematiske løsninger. Jeg fant også at lærernes kommunikasjon vektla *prosess* og *utforskning*, og signaliserte dette for elevene ved blant annet å rette spørsmål mot elevenes ulike fremgangsmåter, framfor hva som var riktig eller galt. Lærerne oppfordret også til elevrefleksjon og utdypning av forklaringer, og helklassesamtaler fungerte i denne sammenheng som en naturlig arena for deling av tanker og løsningsforslag.

Nøkkelord: Helklassesamtale, matematiske samtaler, *teaching for robust understanding*, språk og samarbeid, matematiserende undervisning.

Abstract

This study is centred around how teachers work with mathematical discussions in what is equivalent to elementary or primary school. It offers detailed insight into different parts of the teachers' actions, including orchestration of the discussion, and different aspects of the teacher's communication during the lesson. This is put in view- and discussed from different theoretical perspectives, and the different dimensions of the TRU framework, *teaching for robust understanding*. The research question is:

> *How does the elementary-teacher work with whole-class mathematical discussions', and what purpose do they serve in the lesson?*

The teaching method was researched as a social phenomenon and studied through qualitative methods of research. This included systematic observation of three different teachers' lessons, and digital interviews subsequently, focused towards situations from the observed lessons. The gathered data were then transcribed, categorised and analysed systematically, which yielded interesting results that have been discussed from different theoretical perspectives and taken into account the different dimensions of the TRU framework.

In teaching situations where teacher-led whole-class discussion were central, I found that the teachers in the study in several ways facilitated interactions where the students could engage and participate in ways that gave student autonomy in procedure, and ownership of mathematical solutions. I also found that the teachers' communication emphasized process and exploration, and signalled this to the students by, among other things, direction questions towards the students' different procedures, rather than what was correct or incorrect. The teachers also encouraged student reflection and elaboration of explanations, and whole-class discussions functioned in this context as a natural arena for sharing thoughts and strategies of approach.

Key words: whole-class discussions, mathematical talk, *teaching for robust understanding*, student cooperation, mathematical language engagement.

Forord

Denne oppgaven markerer slutten på en lang utdanning og starten på en ny livsfase. Kunnskapen skal fra nå av tas i bruk. I en periode preget av utfordring har dette arbeidet gitt en følelse av “det beste av det verste”, og noe som virkelig har vært lærerikt både faglig og personlig.

Jeg vil først og fremst takke min fremragende veileder, Arne. En veileder av rang, med enorm innsats i alle døgnets timer, og et skarpt øye for de riktige tingene å si.

Tungt arbeid er tyngre alene, og det glade, flinke og gode folk på lesesalen har gjort arbeidet med denne oppgaven noe å se fram til. En stor takk for godt ballspill, godt samvær og gode bakverk.

Takk til lærerne som stilte opp for dette, det var veldig snilt og hyggelig. Det var både lærerikt og inspirerende å se dere i aksjon.

Så vil jeg gi en kjærlig takk til min familie og mine gode venner, mennesker umulig å sette nok pris på.

Henrik Nordlander

Lørenskog, mai 2021

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

I arbeidet med masterskriving skal lærerstudenter utvikles som lærere. Gjennom fordypelse i forskning på fagfeltet og i utviklingsarbeid skal en utvikle en sterkere og faglig tyngre yrkesutøvelse (Postholm, Jacobsen, & Søbstad, 2018, p. 13). Dette er et syn jeg deler i min egen tilnærming til masteroppgaven, og har derfor valgt å skrive om temaet helklassesamtale i matematikkundervisning. Min begeistring for helklassesamtale kommer fra observasjon av andre læreres mestring av denne undervisningsmetoden. Å se en hel klasse være nysgjerrig og gruble over samme problem, og hvor alle lytter og reflekterer i fellesskap er en fryd. Tanken på at dette er noe som kan gjenskapes og deles gang på gang er noe som gir en lyst og glede. Bruk av språk og samtale i matematikk gir mulighet for å skape dette engasjementet på tvers av faglig nivå og andre forskjeller i klasserommet, og kan gjøre den enkeltes oppdagelser og refleksjon til en del av fellesskapets læring. Som fremtidig lærer ser jeg det som høyst verdifullt både matematisk og sosialt å kunne jobbe med elevene på en slik inkluderende måte, og som gir elevene mulighet til å bidra som et intellektuelt og handlingssterkt vesen, med egen stemme, egne tanker og kreativitet. Å skape en plass av betydning og styrke for elevene i læringsmiljøet og i relasjon til dette faget, er bakgrunnen for valget av dette temaet.

Formålet med denne oppgaven er å tydeliggjøre hvordan helklassesamtale og matematiske samtaler kan se ut i praksis, og hvilke funksjoner og implikasjoner disse kan ha for matematikkundervisningen på barneskolen. For å kunne si noe om dette vil jeg belyse forskningsdataene mine i lys av teori om temaet, og følgende problemstilling:

> *Hvordan praktiserer lærere på barnetrinnet helklassesamtaler i matematikk, og hvilken funksjon har de i undervisningen?*

Jeg vil også diskutere hvordan undervisningsmetoden kan bidra til å skape rammer for utvikling av sterk matematisk forståelse, da primært med utgangspunkt i drøfting av dataene i lys av rammeverket for TRU, «*Teaching for Robust Understanding*». Rammeverket for TRU omhandler hva som kjennetegner et sterkt miljø for kunnskapsfull, resurssterk, fleksibel og disiplinær læring for alle elever. Rammeverket har som formål å være et verktøy for utvikling av ulike aspekter av undervisning, og gi et tydelig og oversiktlig blikk på hvilke elementer som utgjør et sterkt læringsmiljø.

Hva læreren gjør og sier innenfor denne tilnærmingen til matematikkundervisning er et viktig element for å skape rammer for at samtalen blir vellykket. Derfor består studien av kvalitativ observasjon og intervju av tre forskjellige læreres praksis på barneskolen. Fra observasjonsdataene dannet jeg en intervjuguide med mål om å belyse observasjonene fra lærerens perspektiv. Disse dataene drøfter jeg så i lys av teori om temaet for å besvare problemstillingen min.

Et av målene for arbeidet har vært at oppgaven skal bidra til å skape forståelse og oversikt for meg selv og leser, over hvilke komponenter som utgjør- og som er avgjørende for å tilrettelegge for gode rammer innenfor arbeid med denne tilnærmingen til matematikkundervisning, og å knytte teoretiske perspektiver på temaet til praksis. Pandemien har naturligvis gjort arbeidet ekstra utfordrende, og har ført til et litt annet prosjekt enn det som lenge var planen, noe jeg kommer tilbake til i metodekapittelet. Prosjektet har uansett vært mer enn lærerikt og faglig tilfredsstillende.

2. Teori

I dette kapittelet vil jeg presentere ulike teoretiske perspektiver jeg tar utgangspunkt i, under arbeidet med denne oppgaven. Jeg vil først beskrive hvordan matematiske samtaler vektlegges i LK20. Deretter vil jeg gå inn på konstruktivistisk læringsteori og tolkning av kunnskapsbegrepet. Videre vil jeg se på helklassesamtale og teori spesifikt knyttet til dette, før jeg presenterer rammeverket *Teaching for Robust Understanding*, eller TRU, som kan brukes til drøfting av undervisningsinnhold.

2.1 Matematiske samtaler i LK20

Overgangen fra formidlingspedagogikk til konstruktivistiske tenkemåter har de siste tiårene ført til endringer i lærerrollen. Fra en tilnærmingsmåte som var deduktiv, hvor læreren ga oppgaven og oppskriften på løsningen, har nå en induktiv fremgangsmåte for læring blitt satt gradvis i større fokus, hvor elevene i mye større grad skal utvikle egne løsningsstrategier (Nilssen & Høynes, 2020, p. 225).

I den nye læreplanen fra 2020 er kommunikasjon i matematikk sentralt, og det er eksplisitt fremhevet at elevene skal ha muligheter for å delta i matematiske samtaler og bruke ulike representasjoner i forskjellige sammenhenger. Kjerneelementet *Resonnement og argumentasjon* i matematikk i LK20 sier: *«(...) Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige».* Kjerneelementet *Representasjon og kommunikasjon* sier: *«(...) Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer. Elevene må få mulighet til å bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler. Elevene må få mulighet til å forklare og begrunne valg av representasjonsform. Elevene må kunne oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket og veksle mellom ulike representasjoner»* (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Kjerneelementene står beskrevet som: *«(...) det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen»* (Utdanningsdirektoratet, 2019). Videre er det også mer enn ti ulike kompetansemål for hvert trinn fra 1-10, (med unntak av 1. og 2. trinn som er slått sammen som kompetansemål for 2. trinn). Som jeg kommer til senere under 2.4.2, legger elevenes deltakelse i helklassesamtale, slik anbefalt av teorien, til rette for arbeid med flere av disse aspektene ved kjerneelementene, og kan derfor være en høyaktuell metode å jobbe i tråd med den nye læreplanen.

2.2 Et konstruktivistisk læringssyn

Jeg legger til grunn et konstruktivistisk læringssyn for denne oppgaven. I følge Kilpatrick (1987) (gjengitt av Solvang, 1992, p. 103), er konstruktivismen en kunnskapsfilosofisk tenkemåte, hvilende på følgende to antakelser; kunnskap om verden konstrueres og organiseres internt; og, kunnskap om verden konstrueres og organiseres internt gjennom tolkende oppdagelse av den, ikke som avkoding av noe absolutt og selvstendig-eksisterende. Disse antakelsene skiller svak konstruktivisme fra radikal-konstruktivisme, da den andre antakelsen ikke anerkjenner en selvstendig eksisterende verden uten vår tolkning og oppfattelse av den (Mellin-Olsen, 1989) (gjengitt i Solvang, 1992, p. 103). I matematikkundervisning er det hensiktsmessig å legge til grunn en aksept av en objektiv verden, noe Solvang (1992, p. 104) refererer til Björkqvist (1990) og kaller et *pragmatisk kunnskapssyn*, da matematikkundervisning gjerne bla. sentrerer seg rundt søken etter matematiske sannheter fra den virkelige verden (Solvang, 1992).

I følge Piaget (1973) var det en umulighet at kunnskap som et ferdig produkt kunne formidles til en elev, og eleven måtte selv være en medkonstruktør av sin egen kunnskap (referert i Lyngnes & Rismark, 2020, p. 62). Læreren skal derfor legge til rette for utfordring av elevens kunnskap, og ikke formidling av kunnskap i sin endelige form. Solvang argumenterer for at *forståelse* kan ses på som anvendelse av kunnskap, eller *aktivert kunnskap* (Solvang, 1992, p. 77). Siden Piagets teori om assimilasjon og akkomodasjon handler om rekonstruksjon og utvidet konstruksjon av kunnskapen en allerede har, regnes den som en konstruktivistisk teori for hvordan en lærer ny kunnskap (Solvang, 1992). Kjernen i Piagets perspektiver handler om at kunnskap er knyttet til arbeid, og at lærere må forme rammene rundt elevene for å aktivisere de i arbeid som utfordrer balansen i skjemaene og fører til læring (Solvang, 1992, p. 83). En lærer med en konstruktivistisk tilnærming til undervisning vil derfor ha som mål å tilpasse læringsaktivitetene til akkurat dette.

2.2.1 Kognitiv konstruktivisme

Piagets teori om læring handler om at en tolker og lærer om verden ut ifra den kunnskapen en allerede har, og at læring oppnås internt når kunnskapen en har endres for å stemme overens med de nye erfaringene (Lyngnes & Rismark, 2020). Piagets teori tar utgangspunkt i at en kognitivt strukturerer kunnskap i ulike skjemaer, og at skjemaene kommer i ubalanse når en erfarer noe som strider med allerede etablerte skjemaer. Piaget hevder at når en kommer overfor noe en ikke forstår og som ikke passer med kunnskapen en har, vil en prøve å forstå, og derav forsøke å gjenopprette balansen i kunnskapsskjemaene. Denne balanserende mekanismen kalte Piaget *ekvilibrasjon*, og var noe han så på som mennesker var naturlig og biologisk utstyrt med, likt som at når en blir sulten vil en forsøke å spise (Lyngnes & Rismark, 2020; Solvang, 1992). For å oppnå et samsvarende forhold mellom kunnskapsskjemaene og virkeligheten mente Piaget at mennesket satt i gang adaptasjonsprosesser av skjemaene for å innpasse nye erfaringer med kunnskapsskjemaene. Dette var prosessene han kalte *assimilasjon* og *akkomodasjon* (Lyngnes & Rismark, 2020). Assimilasjon handler om å koble den nye erfaringen til et kunnskapsskjema du allerede har, altså å applikere allerede eksisterende kunnskap for å forstå en ny situasjon. Akkomodasjon handler om å endre kunnskapsskjemaet for å innpasse den nye erfaringen, som er nødvendig når det allerede eksisterende skjemaet ikke stemmer overens med den opplevde virkeligheten eller den nye erfaringen (Lyngnes & Rismark, 2020; Solvang, 1992).

For at læring skal skje, mente Piaget at skjemaene må utfordres (Solvang, 1992). Hva som er den vanskelige balansegangen er at når elever opplever en ubalanse i skjemaene som følge av en utfordring, kan elevene reagere ulikt. Reaksjonen kan være å bli motivert til å forsøke å lære og derav oppnå balanse; eller demotivert og resignere, og da gjerne fordi utfordringen er for ukjent og ikke kan assimileres til allerede eksisterende kunnskapsskjemaer. Derfor må det være en balanse mellom hvor stor del av utfordringen som er kjent for elevene og kan kobles (assimileres) til allerede eksisterende kunnskap (skjemaer), og hvor stor del som er ukjent og krever læring gjennom kunnskapsendring (akkomodering) for å innpasse den nye erfaringen (Solvang, 1992). Hvis det ikke allerede eksisterer passende skjemaer, må nye utvikles (Lyngnes & Rismark, 2020, p. 59). Disse adapsjonsprosessene skjer om hverandre, og lærere må være bevisst på at endring skjer i ulikt tempo, som kompliserer felles progresjonen i undervisningen. Utfordringen av skjemaene er samtidig en nødvendighet for å trigge den naturlige læringsmotivasjonen. Elever trenger utfordring for å bli motivert og oppleve mestring, og det at elever blir demotivert av å ikke bli utfordret nok av for repeterende eller enkle oppgaver, er et kjent problem som det har blitt gjort omfattende utredning rundt for å bedre (NOU, 2016: 14, 2016). I tillegg har elevene i møtet med undervisningen ulike skjemaer for kunnskap, og disse elementene kombinert kan gjøre tilpassing av utfordringsnivået vanskelig for hele klassen, Spesielt med tanke på at oppgaver som er for ukjente og som oppleves uoverkommelige fort kan oppleves som demotiverende (Solvang, 1992, pp. 82-83). Derfor er det viktig at læreren legger til rette for at elevene har mulighet til å håndtere utfordringen (Solvang, 1992).

2.2.2 Sosialkonstruktivisme og sosiokulturell læringsteori

Et annet perspektiv på hva som avgjørende for læring er det sosiokulturelle læringssynet, som vektlegger sosial samhandling og bruk av språk som de viktigste faktorene for læring (Lyngnes & Rismark, 2020). Det sentrale prinsippet i sosialkonstruktivistisk læringsteori er at kunnskap konstrueres i fellesskap. En av de mest sentrale bidragsyterne til sosiokulturell læringsteori var sovjetrussiske Lev Vygotskij fra nåtidens Hviterussland. Han døde allerede i 1934 i en alder av bare 37, men arbeidet hans fikk stor oppmerksomhet og utbredelse etter murens fall fra 1990-tallet (Rodina & Mørch, 2020). Vygotskij så på språket som redskapet for tenking, og at læring skjer i samhandling med andre, hvor språket muliggjør kommunikasjon og læring om avanserte temaer. Han anså menneskets mestring av tegn som den sentrale faktoren for utviklingen av den menneskelig kulturen, arenaen hvor mennesket har utviklet seg fra dyr til sofistikerte mennesker hvor språket som er redskapet som har muliggjort oppfattelse av verdens kompleksiteter (Rodina & Mørch, 2020).

Vygotskij skilte mellom *det aktuelle utviklingsnivået* - det en elev kan klare på egenhånd, og *den proksimale utviklingssonen* - hva en elev kan få til ved hjelp av andre. Nivåene er dynamiske, og endrer seg samtidig som læring skjer (Lyngnes & Rismark, 2020). I samhandling med andre, enten lærer, veileder eller fellesskap, kan en på denne måten takle utfordringer som er delvis ukjente og uoverkommelige på egenhånd. Hjelpen kan være variert og innebære å bli stilt spørsmål, stille spørsmål, motiverende utsagn, etc. (Lyngnes & Rismark, 2020). Dette er utgangspunktet for prinsippet om *Scaffolding*, eller stillaslæring. Stillaset skal utvide handlingsrommet til eleven og være tilgjengelig som et redskap og kilde til kompetanse. Lyngnes and Rismark (2020) referer til Bruner (1985), og understreker at stillaset skal rettes mot målet for aktiviteten, og ikke lose elevene fram til noe læreren personlig anser den beste fremgangsmetoden. Dette kan kobles til at elevene ikke bør bli dirigert, men bli støttet i deres egne forsøk på å løse oppgaver (Lyngnes & Rismark, 2020, p. 67).

Mennesker har en naturlig evne til å tolke situasjoner forskjeller, som var noe Vygotskij trakk fram som en utfordring med undervisning, og understreket at en felles tolkning av- og mål for arbeidet er nødvendig for å skape det sosiale samspillet som vil skape et lærende fellesskap. Slik kan også elevene fungere som stillas for hverandre. Dette kalte han *En felles situasjonsdefinisjon*. En slik felles bevisst situasjonsdefinisjon hevdet Vygotskij var viktig for å samle partene om et felles arbeidsmål, og skape det han kalte for *intersubjektivitet*, en gjensidig bevisst felles situasjonsdefinisjon. Dette er ikke en gitt faktor i en undervisningssituasjon, og er noe som må avklares og eventuelt forhandles fram på forhånd av aktiviteten, og over tid (Lyngnes & Rismark, 2020, p. 65).

Det sosiokulturelle og det konstruktivistiske læringssynet er ikke motstridende, men læringsfilosofier som har fokus på- og vektlegger forskjellige ting. Lyngnes and Rismark (2020) trekker frem perspektivet på den lærende, som hovedforskjellen. Hvor det konstruktivistiske legger fokus på den lærende som den sentrale parten, konstruktør av sin egen kunnskap i oppdagende aktivitet, legger det sosiokulturelle vekt på elevenes sosiale omgivelser og språkets rolle. I nyere tid har et mer blandet syn mellom de to vært dominant, og de siste 30 årene har det å delta aktivt i praksisfellesskap blitt ansett som den sterkeste arenaen for læring. Gjennom deltakelse i felles aktivitet utvikler eleven språklige verktøy for konstruksjon av kunnskapen internt gjennom tenking, samtidig som den har utgangpunkt i det fellesskapet og kulturen hvor kunnskapen blir til og brukes (Lyngnes & Rismark, 2020).

2.2.3 Kunnskap og forståelse

Hvis forståelse er kunnskap i aksjon, vil Piagets teori om assimilering tilsi at når en kan takle og forstå utfordringer som er ukjente, håndteres disse ved å applikere allerede eksisterende kunnskap ved å overføre kunnskapen til de nye utfordringene. Dette er kunnskap Piaget kalte *operasjonell kunnskap*. Operasjonell kunnskap er ofte mer varig, innebærer handlinger som krever operasjoner på et mer avansert og tankemessig plan, og hvor skjemaer for kunnskap er- eller allerede har vært igjennom adaptasjonsprosessene (Lyngnes & Rismark, 2020, p. 61; Solvang, 1992). Den andre kunnskapstypen kalte Piaget *figurativ kunnskap*. Den figurative kunnskapen er overfladisk og omhandler ytre trekk. Dette er av typen informasjon og fakta som kan gjengis, men som ikke kan benyttes i andre situasjoner (Lyngnes & Rismark, 2020). Solvang (1992) trekker fram at dette er typen som gjerne vil utvikles hvis elevene ikke får interaksjon med essensen av det matematiske innholdet, som kan kobles til den første dimensjonen i TRU-rammeverket (se kap. 2.5.1). Elever som kun har lært standardalgoritmen for multiplikasjon vil kunne regne seg fram til riktig svar fra oppførte regnestykker, men vil oppleve problemer med å overføre regneferdighetene til en andre kontekster, som f.eks. en regnefortelling eller operasjoner med mengde i stedet for tall (Lyngnes & Rismark, 2020; Solvang, 1992).

Definering av type kompetanse, kunnskap og forståelse i matematikk, har de siste tiårene blitt gransket grundig, og beskrevet fra ulike perspektiver i forskning om matematikkompetanse. Dette har resultert i opprettelse og bruk av en rekke begreper med fellestrekk og ulike definisjoner som i flere tilfeller overlapper hverandre, og tar høyde for forskjellige aspekter, og som i tillegg brukes ulikt på tvers av ulike faglige disipliner. Et eksempel på dette er hvordan *procedural knowledge* og *conceptual knowledge* i psykologiske studier av matematikk har blitt anvendt som ulike typer kunnskap, mens det i det matematikkdidaktiske forskermiljøet har blitt brukt i relasjon til grad av kvalitet på ulike typer matematisk kunnskap (Star & Stylianides, 2013). Andre eksempler på begrep med fellestrekk er hvordan *teaching for skill*, og *conceptual understanding* brukes av Hiebert and Grouws (2007), og hvordan *Procedural knowledge* og *Knowledge of the mathematical concepts, underlying different algorithms* brukes av Raveh, Koichu, Peled, and Zaslavsky (2016), som deler av et firedelt kunnskapsrammeverk for kartlegging av læreres forståelse. Siden jeg i denne oppgaven ikke går i dybden på akkurat dette, velger jeg å ta utgangpunkt i Skemp (1976) som er en av de tidligere og, etter min mening, mer oversiktlige definisjonene innenfor dette, som et slags matematisk filosofisk grunnlag.

Richard R. Skemp (1976) problematiserte begrepene *relasjonell forståelse* og *instrumentell forståelse* innenfor matematikk. Disse har tydelige likhetstrekk med Piagets definisjoner av *operasjonell* og *figurativ* kunnskap, som Solvang (1992) selv går inn på. Instrumentell forståelse handler om korrekt applikering av en rekke innlærte regler og algoritmer, men uten videre forståelse for hvordan ting henger sammen, eller hvorfor en gjør som en gjør (likner figurativ kunnskap). Relasjonell forståelse handler om mer grundig læring av matematiske prinsipper med mulighet for mer generell anvendelse og overførbarhet, og er gjerne mer varig (likner operasjonell kunnskap). Der en med instrumentell forståelse ville behøvd flere regler for en bredere bruk av en type kunnskap, ville en med relasjonell forståelse kunne gjenkjenne prinsippene i andre representasjoner, og overføre den allerede innlærte kunnskapen til andre kontekster. (Skemp, 1976).

Skemp (1976) diskuterer dette fra ulike perspektiver, og hevder at faget på mange måter undervises som to ulike fag, hvor relasjonell matematikk fokuserer på forståelse for sammenhenger og konsepter, og instrumentell matematikk på innlæring av regler og algoritmer for å utføre korrekte matematiske operasjoner. Han trekker derimot også fram positive trekk med begge tilnærmingene. Det han understreker som positive faktorer med en instrumentell tilnærming til faget er at mange matematiske problemer er lettere å forstå med en instrumentell tilnærming; og at det går raskere og er ofte enklere å komme fram til riktig svar, og det er med dette mer umiddelbart tilfredsstillende og gir raskere mestringsfølelse (noe som verdifullt i seg selv). Skemp (1976) erklærer seg likevel som en sterk tilhenger av tilnærmingen som fokuserer på relasjonell forståelse. Fordelene som han trekker fram er anvendeligheten og overførbarheten på tvers av ulike kontekster, og at et prinsipp lært i sammenheng med ett tema, gjerne er byggesteinen for å forstå prinsipper i arbeid med andre temaer senere, som deler av et interdynamisk forståelsesnettverk. Skemp (1976, p. 94) bruker en metafor for hvordan en på ulike måter kan ferdes i en by som forskjellene på de ulike forståelsene. Hvis en får en veibeskrivelse for hvorfra en er, og følger den til hvor hen en skal, så finner en frem. Er du derimot lommekjent, kan du lage utallige ruter, og velge ruten du ønsker selv, og gjerne gå baklengs om du vil fra hvor hen du er i byen. Skemp (1976) trekker videre fram at det viktigste i en aktivitet er målet, og at målet i større grad bør være å utforske det matematiske domenet, framfor å lære raskeste rute mellom A og B. Relasjonell forståelse kan i seg selv være et verdifullt læringsmål, fordi utviklingen av forståelsen er selvbelønnende, motiverende for videre utforskning av faget (Skemp, 1976).

Hva (Skemp, 1976) trekker fram som utfordrende med den relasjonelle tilnærmingen er at den tar lengre tid å utvikle, og at fokus på grundigere læring av færre matematiske temaer ville vært det beste for å ha til rådighet den tiden det tar. En utfordring fremhevet både av Skemp (1976) og Solvang (1992) er også det å identifisere hvilken type kunnskap eller forståelse elevene har, da kunnskap ofte viser seg fragmentert og usammenhengende (Solvang, 1992).

Skemp (1976) anser begge tilnærminger til matematikken som nyttige på hver sin måte, men at den generelle tilnærmingen bør ha hovedvekt på det relasjonelle, da denne over tid er det som gjør faget verdifullt. Han understreker også at fagdidaktikere bør være bevisst forskjellene mellom de ulike tilnærmingene til faget, og hvordan de ulike typene forståelsene kommer til utrykk hos elevene. Hvis ikke kan det oppstå mismatch både mellom lærestoffet og den didaktiske intensjonen, og mellom elevenes læringsambisjoner og lærerens veiledning av eleven (Skemp, 1976). Han stiller seg også spørrende til matematikklæreres generelle forståelse, og gir uttrykk for en frykt om at majoriteten har en overvekt av instrumentell matematisk forståelse (Skemp, 1976, p. 90). Dette ble det gjennomført en studie på i nyligere tid av Raveh et al. (2016), som viste urovekkende svak relasjonell forståelse (etter deres definisjon) blant utvalget av lærere i studien. Generell matematisk kompetanse hos læreren viser derimot kun effekt på elevenes læringsutbytte opp til bachelornivå ifølge Begle (1972, 1979) (gjengitt i Klette, 2013, p. 177), og til og med tendenser til negativ effekt ved enda høyere utdanningsnivå. Skemp (1976) understreker også hvordan utbredelsen av testkulturen i skolen skaper en naturlig grobunn for en instrumentell matematisk tilnærming til undervisning. Noe som fortsatt kan tenkes å være aktuelt i dagens skole, tatt i betraktning det høye antallet kompetansemål i læreplanen for hvert årstrinn i grunnskolen (Utdanningsdirektoratet, 2020).

2.3 Det matematiske miljøet

Miljøet rundt elevene er en sterk faktor for i hvilken grad elevene utvikles med en identitetsfølelse i matematikk. For å skape en relasjon til matematikken som utvikler en positiv matematisk identitetsfølelse hos elevene, er også interaksjon med matematikken på en meningsfull måte en viktig faktor (Palmer, 2012).

2.3.1 Et matematiserende miljø

Hvis en tar et *poststrukturelt perspektiv* på matematisk identitet, er det ifølge Judith Butler (1990, 1993, 1997) (referert i Palmer, 2012, p. 49), noe som er dynamisk og i endring, Det er en aktivitetstilstand en oppnår gjennom interaksjon med matematikken, og typen av interaksjon er avgjørende for hva slags identitetstype en utvikler.

Elevenes muligheter for interaksjon med matematikken både former og formes av diskursen, og diskursens natur påvirker rammene for hva slags kunnskap og identitet som utvikles innenfor diskursens miljø (Foucault 1978, 1993) (referert i Palmer, 2012, p. 50). Derfor er hvordan diskursen oppleves av elevene avgjørende for hvilken identitet som er mulig å utvikle, da dette er den reelle faktoren for hvilke rammer som eksisterer for matematisk interaksjon og identitetsutvikling (Palmer, 2012). Om elevene får ulik «sendetid» i undervisningen påvirker også diskursen. Elevene som er aktive og blir hørt besitter mer makt, og kan føre til en begrensning av mulighet for resterende elever å delta. Maktbegrepet har i et slikt perspektiv en mer flytende posisjon, som aktivt produseres av de deltakende partene i miljøet (Palmer, 2012).

Hvilken rolle en opptrer i over tid er med på å bygge en varig oppfattelse av en selv, og beskrives av Palmer (2012) som *performativitet*. Dette kan tolkes som hvilken identitet en *er* i matematikk, men den er basert på ens «hverdagsopptreden» i matematikkdiskursen over tid, og handler hovedsakelig om handlingsmønsteret som er inntatt. Dette er derimot noe som kan være vanskelig å bryte ut av, og handlingsmønsteret er ikke bare å velge da den i stor grad avgjøres av diskursen som omgir en (Palmer, 2012). En kan føle seg matematisk kompetent og føle sterk matematisk identitet i visse omgivelser, f.eks. som banksjef i brettspillet Monopol, eller med en lærer som er flink til å skape trygge og rause rammer, men ikke under andre omstendigheter som f.eks. nasjonale prøver, eller overgangen til ungdomsskolen hvor prestasjonsvurderinger vektlegges mer formelt. På denne måten kan en ha ulike identiteter ut ifra hvilket miljø en er i, og basert på diskursene som råder der (Palmer, 2012).

Hva læreren belønner bidrar også til å skape roller og handlingsmønstre som er positive og negative. Belønner en at elevene sitter stille og rolig på plassen sin, vil en indirekte skape et mindre ønsket bilde på atferd som bryter med det en åpent verdsetter (Palmer, 2012). Over tid når responsen på elevenes handlingsmønstre gjentas, skaper dette identitet på en måte som gjør at elevene *materialiseres*. Dette innebærer at de *blir* spesifikke personer knyttet til et visst sett med egenskaper, og blir møtt med forventninger både fra seg selv og andre om å opptre i tråd med dette (Palmer, 2012). Faktorer etablert og materialisert som dette, reproduseres også av den interne maktproduksjonen i miljøet. *Re-materialisering* er dog mulig, men krever endring i miljøets interne maktproduksjon over tid, hvor læreren er den sentrale aktøren for påvirkning (Palmer, 2012).

2.3.2 Sosiomatematiske normer

Kleve and Hovik (2016) hevder diskursen i matematikk utformes av både sosiale og sosiomatematiske normer. Videre beskrives de sosiomatematiske normene som hvordan normene generelt utartes i sammenheng med hvordan matematikken undervises og jobbes med. Dette innebærer hva som er felles antatt og forventet, og ikke stilles spørsmål ved. De sosiomatematiske normene er i samspill mellom elevene, og mellom elevene og læreren, men hvor læreren er den største faktoren for utformingen og endring av de sosiomatematiske normene (Kleve & Hovik, 2016).

De sosiomatematiske normene spiller en stor rolle for hvordan blant annet helklassesamtale fungerer i praksis. Smith & Stein (2013) (referert i Kleve & Hovik, 2016) trekker frem lærerens rolle og stemme som avgjørende for matematisk læringsutbytte av helklassesamtalen som undervisningsmetode (se kap. 2.4.5). Læreren må stille kritiske spørsmål og be om at elevene argumenterer for- og begrunner hva de gjør, hvis ikke vil helklassesamtalen ofte ha en funksjon som *show-and-tell*-fremvisning, og som feiler i å tydeliggjøre hva som står matematisk sentralt (Kleve & Hovik, 2016). Kleve og Solem (2014) (referert i Kleve & Hovik, 2016) peker også på lærerens undervisningskunnskap i matematikk som avgjørende for læringsutbyttet av helklassesamtalen, med da spesiell vekt på det som kan kobles til *contingency* i kunnskapskvartetten (Rowland, Turner, Thwaites, & Huckstep, 2009). Dette innebærer hvordan læreren tar stilling til innspill i undervisningen, og bruker disse til å utfordre elevene videre i samtalen, og ved å stille oppfølgende spørsmål til elevenes svar. Lærerens evne til å lytte blir også understreket som et avgjørende moment (Kleve & Hovik, 2016).

Det å vurdere egne løsningsforslag opp mot andres, og å ta stilling til hva som er forskjellig, vurdere hva som er hensiktsmessig og hva som gir mening, er deler av det som utgjør en *refleksiv diskurs* (Kleve & Hovik, 2016). Da settes *prosessen* og *aktiviteten* i sentrum av diskusjonen, framfor et fokus på «oppskrift», og rett eller galt svar. Hvis denne matematiserende diskursen har blitt etablert som en sosiomatematisk norm, vil det styrke elevenes betingelser for læring i matematikk (Kleve & Hovik, 2016). Anna Palmer (2012) trekker også fram problematikken ved rett-og-galt-tankegangen for læreren, da dette setter mer press på læreren til å være allvitende, og kan være en passiviserende og hemmende faktor for lærerens undervisning.

2.4 Matematiske samtaler og helklassesamtale

Skoler som organiserer stabile læringsfellesskap med mye vekt på felles dialog i arbeid med fagene, har en lavere opplevelse av atferdsproblemer (Postholm et al., 2018, p. 61). George G. Ball (1990) peker også på noen mer generelle fordeler med helklassesamtale som arbeidsmetode når den er produktiv av natur, i det at elevene får øvelse i språklige, personlige og sosiale ferdigheter gjennom øvelse med å vente på tur, gjøre seg forstått, lytte til andre, logisk argumentering for et syn, vurdering av logikken bak andres syn, og på å ha ordet i klassen. I tillegg til øving i kompetanse rundt de nevnte elementene, kan det å dele, diskutere og sammenligne idéer føre til bedre forståelse av underliggende konsepter i matematikk (G. Ball, 1990, p. 5). Den mer tradisjonelle undervisningspraksisen hvor normene er rigide, og elevene skal sitte på plassen og regne i boken sin, skaper også mer lukkede rammer for hvem som lykkes, og synliggjør i større grad hvem som ikke passer inn i diskursen (Palmer, 2012).

En undersøkelse gjort av Ove Gunnar Drageset (2015) (gjengitt i Nilssen & Høynes, 2020) viser at majoriteten av elevytringer i klasserommet bærer preg av lærerens kontroll og besvaring av lærerens kontrollspørsmål. Problemet med dette er at læreren allerede vet svaret på disse spørsmålene, og at en slik kontekst marginaliserer muligheter for elevutfoldelse som kan bidra til verdifull matematisk diskusjon og argumentasjon (Nilssen & Høynes, 2020). Hvis læreren stiller spørsmål hvor svaralternativet befinner seg innenfor disse stramt definerte rammene, hemmes stillasfunksjonen rundt elevene, da fokuset for aktiviteten handler om hva læreren er ute etter, framfor elevenes egen læring (Lyngnes & Rismark, 2020, p. 107).

2.4.1 Språk og samarbeid i matematikk

I følge Nosrati & Andrews (2018) (referert i Wæge & Nosrati, 2018, p. 110) er individuelt arbeid den mest dominante arbeidsformen i norsk skole, og noen elever får sjelden eller aldri mulighet til å delta i gruppearbeid eller samarbeide med andre. Elevenes bruk av språk har primært den positive læringsfremmende effekten hvis den er faglig, målrettet mot oppgaven, og gir øvelse i bruk av matematiske begreper og logisk matematisk argumentasjon (Nilssen & Høynes, 2020).

I likhet med Vygotskij, peker Nilssen and Høynes (2020, p. 162) på at matematisk tenking utvikler seg basert på kommunikasjon med seg selv og andre, og om matematiske sammenhenger og forhold i den virkelige verden. Hvis en ønsker å legge til rette for en induktiv tilnærming til undervisning kan en ta utgangspunkt i det Nilssen and Høynes (2020, p. 37) beskriver som en *adidaktisk* situasjon: «en situasjon der elevene som gruppe finner en løsning på et problem i samspill med miljøet, uten vesentlig hjelp fra læreren». Grunntanken her er at elevene skal jobbe seg fram til løsninger på problemet, mens læreren holder seg tilbake. I en slik tilnærming er det viktig at oppgaven er passende av natur, og at læringsmiljøet har blitt tilstrekkelig tilrettelagt for at elevene skal kunne klare dette uten direkte hjelp fra læreren.

Studier viser at elevsamarbeid i matematikk fører til utvikling av matematisk språk, mer positiv holdning til matematikk, og en signifikant positiv effekt på barns resultater i faget (Byrne & Prendeville, 2019; McKenna & Hines, 2014; Capar og Tarim 2015) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, p. 166). Studier av gruppesamtaler peker derimot på urovekkende variasjon i hvor læringsfremmende de er for elevene involvert, og at effektiviteten i kommunikasjonen spiller en stor rolle for læringsutbyttet (Mercer & Sams, 2006; Sfard & Kieran, 2001) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, p. 162). Studiene viser at gruppesamtalene ofte er lite samarbeidsorienterte, at det er lite likeverdighet mellom partene, og at samtalene er fokuserte på annet enn oppgaven. Settingen gjør at oppmerksomheten lett dras i ulike retninger, som forstyrrer læringen, og at denne arbeidsformen krever høy elevmotivasjon for meningsfylt elevengasjement. Noe som trekkes fram som mulige årsaker til ineffektiviteten i samtalene, er at lærerens gruppesammensetning kan være preget av kontroll gjennom organisering, framfor matematisk didaktisk intensjon (Baines, Blatchford & Chrown, 2007) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, p. 166). Geir Botten (2011) peker også på at oppgavestrukturen spiller en større rolle, som jeg også kommer tilbake til (se kap. 2.4.3). Han peker på at elever ofte blir sittende i grupper å jobbe med oppgaver de i mange situasjoner ville vært tjent med å løse alene, og at oppgavene, aktivitetene og settingen bør bidra til at elevene er gjensidig avhengige av hverandre og utvikler kunnskapen i fellesskap. En sentral faktor her er at elevene får egne opplevelser med at gruppearbeid er nyttig og støttende i deres læring (Botten, 2011, p. 76).

Nilssen and Høynes (2020, p. 167) refererer til Mercer, Dawes, Wegerif & Sams (2004); Sfard & Kieran (2001) og understreker at når elevene blir oppfordret til å bruke språket og delta, bør hensikten bak oppfordringen inkluderes, og av hvilken art praten bør være. Elevene har et behov for å vite hva som er intensjonen med samtalen, noe som mange lærere selv kan mangle en tydelig idé av når de setter i gang elevene med gruppesamtaler. Videre understreker de at elevene også trenger å forstå hvordan en har en slik samtale på en konstruktiv måte, hvordan en skal bidra, og hvordan en skal ta stilling medelevers innspill slik at samtalen fører til felles enighet og forståelse (Nilssen & Høynes, 2020). Elevene må lære å engasjere seg kritisk og konstruktivt, slik at de kan argumentere for- og vurdere ulike perspektiver av problemet, og ta stilling til hva som er logisk når alles syn har blitt delt, en prosess Nilssen and Høynes (2020) hevder alle elevene i arbeidet bør holdes likeverdig ansvarlige for å bidra i. For å sikre denne kvaliteten i samtalen er det viktig at regler har blitt etablert for interaksjonen, som elevene selv har vært med å utforme og har eierskap og forståelse for. Disse skal ivareta alles syn og være retningsgivende for elevene i slikt arbeid, slik at kriteriene ovenfor blir oppfylt (Nilssen & Høynes, 2020). Michaels, O’Connor, and Resnick (2008) understreker at etablering av et miljø hvor de sosiomatematiske normene og diskursen kan fostre gode samtaler er mulig på tvers av trinn og variasjoner i elevforutsetninger, men krever flere måneder med målrettet arbeid.

2.4.2 Gode matematiske samtaler

Det finnes en rekke perspektiver på hva som utgjør matematiske samtaler av kvalitet. Carpenter, Franke, and Levi (2003) (referert i Wæge, 2015) hevder at elever som lærer å uttrykke idéer, argumentere for validiteten i egen tankegang, og resonnere rundt egne og andres løsningsforslag, utvikler en dyp forståelse i matematikk, avgjørende for å lykkes innen faget på sikt. Helklassesamtale er en undervisningsmetode med stort potensiale, men har ikke en verdi i seg selv. Som Lyngnes and Rismark (2020, p. 108) også eksplisitt uttrykker: «Ingen arbeidsmetoder er gode eller dårlige i seg selv, kvaliteten avhenger av hvordan de brukes». Chapin, O'Connor, O'Connor, and Anderson (2009) (referert i Enge & Valenta, 2014) går mer i dybden på hvordan matematiske samtaler oppfyller kriteriet om å være produktive. De peker på at samtalen må stimulere til matematisk utvikling og resonnement for å kunne kalles matematiske.

Alexander (2017) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, pp. 164-165, 255) peker på fem nøkkelprinsipper for dialogisk undervisning. Den matematiske diskusjonen må være; *kollektiv*, enten i hele klassen eller grupper; *gjensidig* gjennom lytting, deltakelse og vurdering av andres innspill; *støttende* av natur, og hjelpe elevene til forståelse gjennom diskusjonen; *kumulativ* og bygges opp på- og av elevenes innspill; og, *målrettet* mot et tema, eller ha en tydelig hensikt. I følge Littleton & Mercer (2010) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, p. 165) veksler matematiske samtaler mellom ulike typer som kan defineres forskjellig. Det kan være *utforskende samtale*, der deltakerne av samtalen deler ansvaret for å belyse problemet og tilføre ulike matematiske perspektiver, og sammen søke det mest overbevisende svaret; *kumulativ samtale* der partene bygger ukritisk på det som allerede er sagt og tilføyer til tidligere innspill, men er kollektivt søkende en konsensus; og *disputtpreget samtale,* der samtalen i større grad tar en konkurrerende diskusjonsform som argumenteres fra ulike perspektiver, og hvor partenes resurser ikke kombineres for en felles løsning.

Chapin et al. (2009) (gjengitt i Enge & Valenta, 2014, pp. 36-42) beskriver fire nivåer av elevinteraksjon i matematiske samtaler. Disse definerer i hvilken grad elevene interagerer i samtalen og tar stilling til medelevers bidrag. «Samtalen skal: 1. Hjelpe elever å klargjøre og dele sine tanker. 2. Hjelpe elever å orientere seg mot andre elevers tenking. 3. Hjelpe elever å utvikle sin evne til resonnering. 4. Hjelpe elever til å engasjere seg i andre sitt resonnement». Som er tydelig stiger graden av interaksjon for hvert nivå, og det trekkes fram at samtalen bør være på det høyeste nivået for å skape det de kaller for *produktiv samtale*. Samtaletrening inneholder flere momenter fra forrige delkapittel (se kap. 2.4.1) om bevisstgjøring av elevene som kan gi elevene metaperspektiv på egne tanker, som i lytting til medelevers tanker og syn gjør det lettere å gjøre koblinger og identifisere hva som er, og ikke er, begripelig ved andres strategier og løsningsforslag. Slik kan oppklarende spørsmål fra elevene rundt løsningsforslag få bedre grobunn, og videre bedre mulighetene for elevprodusert framdrift i samtalen (Nilssen & Høynes, 2020).

Nilssen and Høynes (2020) gjengir fem fellestrekk fra ulike studier som anbefaler mye dialog i matematikkundervisningen, som grovt oppsummerer hva som gir kvalitet til helklassesamtale, og kan kobles til

1. Bruken av åpne spørsmål
2. Progresjonen bygges opp ved hjelp av elevinnspill
3. Ulike perspektiver blir anerkjent, diskutert og gransket
4. En undersøkende tilnærming til sammenhenger, og oppkobling med elevinnspill
5. Elevene bevisstgjøres metakognitivt på den verbale kommunikasjonen

(Nilssen & Høynes, 2020, p. 230)

2.4.3 Lærerens rolle i helklassesamtale

Helklassesamtale er en undervisningsmetode som i stor grad krever i-situasjonen fortløpende vurdering. Kompleksiteten er sammensatt og hviler på mange ulike faktorer. Å lede helklassesamtaler er også sett på som en av flere kjernepraksiser i læreryrket generelt, og ikke bare matematikk (Grossman, Hammerness, & McDonald, 2009) (gjengitt i Nilssen & Høynes, 2020, p. 284). Læreren bør oppfordre hver elev til å dele sitt syn eller sin tolkning av en situasjon, og bør ikke åpent vurdere innspillet som rett eller galt, men invitere til flere synspunkt. Lærerens rolle innebærer å: «utfordre elevenes svar, vektlegge både kognitive og metakognitive resonnementer, konfrontere forskjeller, oppmuntre, sikre faglig fokus, stille åpne spørsmål, og gi tilpasset informasjon» (Nilssen & Høynes, 2020, p. 168). Når dialogen rettes mot detaljer i matematikken økes produktiveten i samtalen, dette gjelder både detaljer ved elevenes og lærerens innspill i undervisningen (Nilssen & Høynes, 2020). En viktig forutsetning er også at læreren har forventninger til elevenes matematisering og kommunikasjon, og legger til rette for produktiv streving med det matematiske innholdet

(Nilssen & Høynes, 2020). Helklassesamtale stiller også spesielle krav til lærerens undervisningskunnskap i matematikk. Den uforutsigbare naturen til elevenes innspill og løsningsforslag kan i mange situasjoner være utfordrende å forholde seg til, som jeg kommer tilbake til (se kap. 2.4.5). Dette utgjør matematikkunnskap som er unik for matematikklærere, det som D. L. Ball, Thames, and Phelps (2008) kaller *specialized content knowledge*. Dette er ikke generelle didaktiske prinsipp, men en anvendt type matematikk som er helt særegen for matematikklærere, ulik anvendt matematikk av ingeniører, økonomer og statistikere (Kleve & Hovik, 2016, p. 19).

Når matematisk samtale planlegges rundt en spesifikk oppgave, er oppgavens formulering også en viktig faktor for stimulering til elevenes tenking, deltakelse og kreativitet, og bør stille passende *kognitive krav*. Dette innebærer ikke at oppgaven er for vanskelig for elevene, men byr på genuin utfordring som elevene må jobbe litt med- og streve for å få til (Wæge & Nosrati, 2018, kapittel 6). Hvis oppgaven er forutsigbar og kan løses ved tradisjonell tilnærming eller f.eks. standardalgoritme, er ingen naturlig mulighet for alle å delta og dele ulike syn. Derimot hvis oppgaven kan løses på mange forskjellige måter og det ikke er *en* som er åpenbart best, vil det i sin tur legge gode forutsetninger for diskurs av høy kvalitet (Nilssen & Høynes, 2020, pp. 168-169). Bruk av ulike representasjoner i diskusjon rundt matematiske sammenhenger er også noe Wæge and Nosrati (2018, p. 97) peker på som utviklende av elevenes relasjonelle forståelse. LIST-oppgaver (lav-inngangsterskel-høy-takhøyde) trekkes også frem som et godt utgangspunkt for oppgaver å skape samtale rundt, da de blant annet lar elevene jobbe på sitt nivå innenfor, og gir mulighet til å vise hvor mye av matematikken de mestrer (Wæge & Nosrati, 2018).

Topaze-effekten, eller lærerens bjørnetjeneste (Hana, 2016, p. 157), er en felle mange lærere havner i gjennom å ikke utfordre elevene nok. Et av målene for undervisningen bør være at elevene tar del i, arbeider og strever med så utfordrende matematikk som mulig (Hana, 2016). Det er fort gjort at læreren ønsker å tilpasse undervisningen til det elevene får til, men ender opp med å forenkle for mye, og for raskt. Læreren vil i mange situasjoner da planlegge gode oppgaver, men i en iver etter å se elevene mestre, senke de kognitive kravene for mye slik at elevens tenking uteblir, og at læreren ender opp med å gjøre det intellektuelle arbeidet selv. Wæge and Nosrati (2018, p. 80) understreker at læreren må eksponere alle elevene for oppgaver med høye kognitive krav, og at den faglige støtten læreren gir ikke må senke disse kravene. Undervisningen bør derfor ikke gjøres noe enklere enn det elevene akkurat klarer, som naturligvis er en utfordrende balansegang (Hana, 2016).

Sfard (1998) (gjengitt i Nilssen & Høynes, 2020, p. 228) hevder at læring er avhengig av både en tilegnelsesprosess og en deltakerprosess, og at under disse fasene endres kunnskapens form som et produkt i den ene fasen, til og å være handling i den andre. Tilnærmingen til arbeidsmetodene bør derfor varieres mellom å være induktive og deduktive, noe helklassesamtale legge til rette for ved å sentreres dynamisk rundt andre deler av matematikkundervisningen.

2.4.4 Elevperspektiv på undervisning

I forbindelse med matematiske samtaler og helklassesamtaler er en sentral faktor elevenes opplevelse av undervisningen. I følge Danmarks *evalueringsinstitut* (2018) (referert i Lyngnes & Rismark, 2020, p. 105) er følgende faktorer hva elever opplever som viktig i undervisning.

1. Elevene får passende faglige utfordringer.
2. Elevene har gode relasjoner til lærerne.
3. Elevene har en aktiv rolle i undervisningen.
4. Det er variasjon i arbeidsmetodene.
5. Det er mulighet for fordypelse og konsentrasjon.

Faktor 1, 3, og 5 kan kobles til helklasse samtale når den er produktiv av natur, og når alle elevene alle elevene inkluderes (se kap. 2.4.2). Videre kan helklassesamtaler og matematiske samtaler ha en rekke positive virkninger på elevenes holdning til faget generelt. Ved å velkomne, anerkjenne og inkludere elevenes innspill i matematikkundervisningen vil elevene utvikle et mer komfortabelt forhold til matematikken, og ha større selvtillit i interaksjonen med matematiske problem (G. Ball, 1990). «Elevene oppnår større tillit til- og forbedret oppfatning av egen kompetanse i matematikk gjennom samtaler der de forklarer hvordan de tenker og engasjerer seg i andres idéer (Boaler & Greeno, 2000; Gresalfi, 2009) (gjengitt i Nilssen & Høynes, 2020, p. 257). Det er også viktig at elevene får muligheter til å utdype og fullføre forklaringene sine, som har sammenheng med *ventetid* i undervisningen (se kap. 2.4.6). Elever som får fullført sin forklaring på en fullstendig og logisk argumenterende måte får et større læringsutbytte enn elever med forklaringer som etterlates ufullstendige og «hengende» (Nilssen & Høynes, 2020, p. 257).

Wæge and Nosrati (2018) peker på elevenes følelse av kompetanse som en sentral faktor for motivasjon i faget. I dette perspektivet betraktes kompetanse som en følelse av mestring, som innebærer å fungere godt i miljøet, å kunne genuint og effektivt bidra og å få ut potensialet sitt slik en ønsker (Ryan & Deci, 2002) (gjengitt i Wæge & Nosrati, 2018, p. 22). Denne følelsen av mestring kan dreie seg om å få riktig svar eller en god karakter på en prøve, eller følelsen av å forstå og følelsen av å være kompetent. En annen side å betrakte er mestringsfølelse i form av *faglig anerkjennelse* fra læreren og medelever (Wæge & Nosrati, 2018, p. 24). Dette kan kobles til elevdeltakelse i diskursen, og innebærer mulighet for å bidra- og ha innflytelse i matematiske samtaler både i plenum og i gruppearbeid. Videre inkluderer dette at elevenes innspill og arbeid åpent blir verdsatt, og har en reell betydning i undervisningen (Wæge & Nosrati, 2018). Et eksempel på dette kan være at en elevs arbeid blir brakt frem for klassen og blir et tema for diskusjon eller hyllest. Enkeltelever som kan ha godt av ekstra anerkjennelse kan også roses individuelt av læreren i både gruppearbeid og i plenum for prestasjoner og innspill, men krever høy grad av diskresjon og sensitiv oppmerksomhet fra læreren. Boaler & Staples (2008) (gjengitt i Wæge & Nosrati, 2018, p. 113) peker på dette i forbindelse med å minke de sosiale og akademiske statusforskjellene i klasserommet.1

En annen side av elevenes kompetansefølelse er elevenes opplevelse av autonomi (Wæge & Nosrati, 2018). Dette dreier seg om muligheten til å handle fritt faglig og ta avgjørelser i undervisningen, og er noe som kan legges til rette for på ulike måter. Deltakelse i helklassesamtaler preget av argumentering for egne syn, og bruk av åpne oppgaver er tilnærminger som fremheves av Wæge and Nosrati (2018). Med slike oppgaver er det gjerne flere tilnærmingsmåter, og elevene får i mye større grad mulighet til å tenke selv og være kreative. Dette er faktorer kan styrke elevenes følelse av autonomi og kompetanse, og er et fokusmoment som kan bidra til øke elevenes motivasjon i faget (Wæge & Nosrati, 2018).

2.4.5 Orkestrering av helklassesamtaler

Det finnes flere måter å innlede helklassesamtaler. Wæge and Nosrati (2018, p. 114) beskriver hvordan IGP-modellen (arbeid **I**ndividuelt, i **G**ruppe, og **P**lenumsdiskusjon) kan være et godt utgangspunkt for dette. Med denne tilnærmingen ivaretas elever som liker å først gruble med en oppgave for seg selv, og diskusjonen gir alle elevene utgangspunkt for å delta på de ulike nivåene. Hvordan en kan gå til verks for å bygge opp produktive matematiske diskusjoner deler Smith and Stein (2011) inn i fem ulike fokusområder, eller det de kaller *practices*. De fem grunnstegene har fokusmoment på ulike faser av diskusjonen, og vektlegger hvordan planlegging og forberedelser kan øke mulighetene for suksess.

Steg 1: Forutsigelse av elevrespons

Dette innebærer å forutse hvordan elevene vil reagere matematisk på oppgaven som er planlagt. Steget tar utgangspunkt i planleggingsfasen, og kan, hvis vellykket, legge gode forutsetninger for helklassesamtalen. Dette innebærer å forutse og tenke seg hvilke matematiske strategier og tilnærminger elevene vil ta, og forutsetter at læreren kan ta mange ulike perspektiver på problemet (Smith & Stein, 2011, p. 8).

Steg 2: Overvåking

Dette tar utgangspunkt i fasen hvor elevene har satt i gang med å jobbe med oppgaven. Her ligger fokuset på nøye oppmerksomhet rundt elevenes arbeid og prat, og hvilke matematiske tilnærminger og fremstillinger de velger. Smith and Stein (2011) peker på at dette steget drar nytte av lærerens sirkulering av klasserommet. Her kan en induktiv oppgavetilnærming skape en *adidaktisk situasjon* (se. kap. 2.4.1), som muliggjør at læreren kan holde seg tilbake og overvåke elevenes progresjon og ulike løsningsforsøk (Nilssen & Høynes, 2020; Smith & Stein, 2011). Dette er også en fase hvor læreren bør stille spørsmål til elevene underveis for å utfordre deres tanker, utdype forklaringer og oppfordre medelevers engasjement og kritisk blikk. Denne fasen gir læreren verdifull informasjon om elevenes aktuelle forståelse, og muliggjør planlegging framover i samtalen (Smith & Stein, 2011). En sentral faktor ved dette er lærerens evne til å identifisere hva som er matematisk verdifullt i elevarbeid, noe som viser seg å være utfordrende for mange lærere (Nilssen & Høynes, 2020).

Steg 3: Utvelgelse av elevrespons

Strategisk matematikkdidaktisk utvelgelse av elevarbeid som presenteres for klassen gir læreren kontroll over retningen samtalen settes i gang (Smith & Stein, 2011). En studie presentert av Nilssen and Høynes (2020, pp. 260-285) understreker hvordan lærere ikke trenger presentasjon av mange elevarbeid, men noen få nøye utvalgte for å innlede en god diskusjon med verdifulle matematiske perspektiver. I følge Kleve and Hovik (2016) må læreren være kritisk til å la for like og repeterende løsningsforslag bli presentert for klassen uten videre matematisk vinkling, da denne typen fremvisninger fører til lite læring (*show-and-tell-*fremvisning, se kap. 2.3.2).

Steg 4: Sekvensering

Rekkefølgen for deling av elevarbeid er sentralt. Smith and Stein (2011) peker på at flere hensyn bør tas, både for faglig anerkjennelse og nivåtilpasset progresjon. Ved å velge en tilnærming majoriteten har valgt kan en anerkjenne fellesskapets måte å gjøre oppgaven, før en så kan slippe til mer spesielle fremgangsmåter. En annen tilnærming kan være å begynne med veldig enkle og konkrete løsninger, for så å abstrahere med mer generell representasjon. I en slik situasjon bygges progresjonen opp på en naturlig måte, og kan gjøre overgangen fra konkret til abstrakt mer visuell og forståelig for flere elever (Smith & Stein, 2011). Hvis et flertall elever sitter med misoppfatninger og feilaktige løsningsforslag, kan disse være hensiktsmessige å presentere å diskutere, før en tar for seg de med matematisk hold (som i «*my favorite no*», se kap. 2.4.8). Situasjonen kan i denne fasen være vanskelig å forutse, og dra nytte av nøye planlegging i forkant (Smith & Stein, 2011).

Steg 5: Å sette i sammenheng

Den siste fasen handler om å sette det matematiske innholdet i sammenheng, både elevenes ulike innspill i sammenheng med hverandre, og med generelle prinsipp i faget. Framfor at et problem kun presenteres med mange forskjellige løsningsforslag, er et ønskelig mål i denne fasen at samtalen presenterer ulike perspektiver, idéer og strategier som kan bygge på hverandre og konstruere felles forståelig kunnskap. Læreren bør hjelpe elevene til å vurdere, argumentere og resonnere rundt styrker og svakheter, og hva som er styrker og svakheter med ulike løsningsforslag (Smith & Stein, 2011, p. 11).

Utfordringer

Smith and Stein (2011) argumenterer for hvordan denne tilnærming til orkestrering av helklassesamtaler kan minimere improviseringsdelen for læreren under helklassesamtale, som de hevder vil skape større handlingsrom for å planlegge synliggjøring av matematiske sammenhenger, og vurdering av uortodokse elevinnspill. De fungerer som et utgangspunkt, men kan bli påvirket av rekke utfordringer underveis og forutsetter i gjennomføringen etablerte matematiske normer som støtte (se kap. 2.3.2).

Utfoldelsen av samtalen kan utfordre læreren på en rekke områder. Elevene kan komme med uforståelige innspill eller ikke ønske å delta, og elevene kan reagere annerledes enn slik en forutså eller planla for at de skulle gjøre. For rigid og forhåndsbestemt planlegging kan også hemme elevenes muligheter for interaksjon med matematikken, eller føre til at uforutsigbare, men potensielt verdifulle, elevbidrag går tapt. Nilssen and Høynes (2020) peker på uforutsigbarheten i elevenes bidrag som en sentral utfordring ved helklassesamtale. Hva som er matematisk essensielt i et løsningsforslag kan være vanskelig å identifisere, noe som kan være vanskelig å få fram i diskusjonen og krever øvelse for å mestre, et punkt som bør vektlegges i lærerutdanningen, ifølge Nilssen and Høynes (2020). Dette er bare en av sidene av utfordringen ved utydelige elevbidrag. Læreren har som mål å kartlegge elevenes nåværende ståsted, og fra dette peile inn hvilke spørsmål og poeng som skal trekkes fram i undervisningen videre (Goldenberg, 1991) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, pp. 258-259). Hva elevene mener når de forklarer kan være vanskelig å forstå, både for lærere og medelever, og er en naturlig del av utfordringsspekteret ved det å lede helklassesamtaler som inviterer til åpne elevinnspill. Dette legger i sin tur en utfordring til det å gi respons på disse innspillene. Responsen må samsvare med elevens innspill, og i tillegg bidra til å skape mening for både elevene og resten av klassen. Dette kalles *Professional noticing of children's mathematical thinking* av Jacobs, Lamb, & Phillipp, (2010) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, p. 256) og beskrives som en sammensatt ferdighet, komponert av 3 elementer. Læreren må avdekke matematiske detaljer i elevenes strategier, koble dette til hva slags forståelse eleven innehar, og komponere en respons basert på elevenes aktuelle forståelse og kunnskap. Det siste elementet viser seg ofte som det mest utfordrende, fordi handlingsrommet ofte er begrenset i det aktuelle øyeblikket (Nilssen & Høynes, 2020). En studie gjennomført av Jacobs et. al., (2010) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, p. 256) viste at lærerstudenter hadde store problemer med alle tre stadiene, og at kun de erfarne lærerne i studien som hadde ytterligere kursing i elevers matematiske tankemønster mestret alle tre komponentene på en overbevisende måte.

Goldenberg (1991) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, pp. 258-259) peker i tillegg på at samtalen også skal utfordre elevene med ulik problematisering, og at spørsmålene skal fungere som et lokkemiddel og naturlig incentiv til å få fram elevenes refleksjoner og begrunnelser (Nilssen & Høynes, 2020), som jeg utdyper ytterligere under kap. 2.4.7. Derimot skal ikke all helklassesamtale innebære denne måten å mane fram kunnskapen på, og læreren må når det er nødvendig, ta en mer direkte tilnærming til instruksjonen av enkelte konsepter, begreper eller ferdigheter, jamfør Sfard (1998) (gjengitt i Nilssen & Høynes, 2020, p. 228) kap. 2.4.3. Dette kan innebære å først gi elevene en strategi, for å deretter undersøke de bakenforliggende prosessene. En slik prosess kan også handle om gjentatt dekontekstualisering av matematiske problem med hensikt om å synliggjøre de generelle matematiske prinsippene for elevene (Nilssen & Høynes, 2020, pp. 259-261).

2.4.6 Manøvrering av helklassesamtale

Jeg har til nå beskrevet ulike effekter, forutsetninger og strategier for orkestrering av matematiske samtaler og helklassesamtale, og skal i denne delen beskrive hva læreren kan gjøre når samtalen vel er i gang for å manøvrere den. Det finnes ulike trekk og spørsmål læreren kan benytte for å endre samtalens retning, rette fokus mot ulike detaljer, engasjere flere elever, etc. For detaljert analyse av matematiske samtaler, kan en bruke rammeverket opprettet av Ove Gunnar Drageset (2016) (figur 2.4.1).

Retningsendring	**Framdrift**	**Fokusering**
Avvise	Demonstrere	Belyse detalj
Korrigerande spørsmål	Forenkle	Grunngje
Tilrå ny strategi	Lukka framdrift	Anvende
	Open framdrift	Be elevar om å vurdere
		Poengtere
		Oppsummere

Figur 2.4.1 (Drageset, 2016, p. 173)

Med *Retningsendrende handlinger* ønsker læreren å rette elevenes oppmerksomhet mot noe annet. Med *framdriftshandlinger* tar læreren grep for å få progresjonen på ulike måter. *Fokuserende handlinger* dreier seg om utvelgelse av spesifikke matematiske aspekter, og fremhevelse av disse i samtalen (Drageset, 2016).

Wæge (2015); (gjengitt i Wæge & Nosrati, 2018) peker på fem trekk innenfor matematiske diskusjoner som skal fremme elevers tenking og dybdelæring i matematikk. Hun understreker at målet ikke er å øke hyppigheten, men kvaliteten på diskusjonene, og refererer til Chapin et al. (2009) sin definisjon av *produktive samtaler*, som beskrevet tidligere (se kap. 2.4.2).

Trekk 1: Gjenta («så du sier at …?»)

Med dette kan læreren verifisere at læreren har tolket elevenes forklaring riktig, tydeliggjøre for klassen hva eleven har sagt, og vektlegge det matematisk sentrale i elevens innspill. Dette trekket er også nyttig for å hjelpe læreren å forstå eleven, og gir mulighet til å avdekke mer av elevenes forståelse. Dette gir igjen mer tid til medelever å prosessere innspillet og henge med på resonnementet. Trekket fungerer også som en støtte for elever som har vansker med å uttrykke hva de mener, og kan slik gi flere elever tilgang til diskursen (Wæge & Nosrati, 2018).

Trekk 2: Repetere («kan du gjenta hva han sa, med dine egne ord?»)

Utvider trekk 1 til medelever i klassen. Dette gir ytterligere tid til medelever som er språklig svake, samtidig som det signaliserer for elevene at deres innspill er viktige (Wæge & Nosrati, 2018).

Trekk 3: Resonnere («er du enig, uenig, og hvorfor?»)

Legger fokus på vurdering av medelevers utsagn. Wæge and Nosrati (2018) peker på at dette først bør brukes når elevene har fått tid til å prosessere hva som har blitt sagt, og at *hvorfor*-delen er hovedessensen som fører til resonnement. Læreren kan på denne måten få progresjon i samtalen uten å ta stilling til om elevenes innspill er riktige eller ikke (Wæge & Nosrati, 2018).

Trekk 4: Tilføye («har noen noe de vil tilføye?»)

I øyeblikket handler dette om å involvere flere i diskusjonen og få frem flere perspektiver, men kan også ha positiv effekt på sikt. Wæge and Nosrati (2018, p. 134) referer til Chapin et al. (2009) og understreker hvordan dette trekket signaliserer at alle elevers tanker er velkommen, og på sikt forme sosiomatematiske normer preget av elevenes deltakelse og villighet til å dele tankene sine.

Trekk 5: Vente («ta den tiden du trenger, vi venter»)

I følge Wæge and Nosrati (2018, p. 134) venter lærere i gjennomsnitt 0,7 sekunder før de ber om svar fra elevene sine. Ved å vente på at flere elever får mulighet til å samle tankene for å svare, og å i tillegg la elevene tenke seg om etter at de har blitt valgt til å svare, signaliserer for elevene at innspill og tanker fra flere enn de raskeste er velkommen. En omfattende studie av

Ingram and Elliott (2016) viser at økt fokus på *ventetid* affekterer store deler av både undervisningen, og lærerens egen praksis. Studien analyserer også typer ventetid.

- Wait time I(i): pauses following a **teacher finishing speaking** and a **student starting to speak**.
- Wait time I(ii): pauses following a **teacher finishing speaking** and **then taking the next turn**
- Wait time II(i): pauses following a **student finishing speaking** and the **teacher taking the next turn**
- Wait time II(ii): pauses following a **student finishing speaking** and then **continuing their turn**

Ingram and Elliott (2016, pp. 42-43)

Ulike typer ventetid inviterer på ulik måte elevene til å ta- og gjenta ordet. Studier peker på at økning i ventetid til mer 3 sekunder eller mer har vist sammenhenger med høyere kognitiv aktivitet i matematikk. Ingram and Elliott (2016) peker på at ved å ikke gi elevene betydelig ventetid signaliseres det for elevene at oppgaver og problemer bør være overkommelige på et øyeblikk. Studien peker på at økt ventetid har mange positive effekter, men derimot ikke i alle kontekster og for alle elever. Økning til mer enn 3 sekunders ventetid kan føre til lengre elevforklaringer, lavere terskel for elevene å dele tankene sine, elev-elev diskusjoner øker, etc. Å vente lengre enn 6 sekunder derimot, gjør at de som gjerne vet svaret umiddelbart faller av. En kultur for at elevene selv tar ordet kan også fort utvikle seg hvis lærere i alle faser slavisk venter med å ta ordet. Derfor konkluderer Ingram and Elliott (2016) med at lærere ikke mekanisk bør øke ventetiden, men være klar over effekten økt ventetid kan ha i de ulike delene av samtalen, og dermed vurdere med skjønn.

Trekk 6: Snu og Snakk («snu deg og snakk med sidemannen din»)

Dette trekker handler om å be elevene diskutere oppgaven eller problemet med sidemannen eller læringspartner. Dette gir læreren mulighet til å sirkulere klasserommet og få innblikk i elevenes ståsted. Wæge and Nosrati (2018, p. 135) referer til Kazemi and Hintz (2014) og peker på hvordan dette orienterer elevene mot hverandres tanker og perspektiver, og at alle elevene får øvelse i å tydeliggjøre, formulere språklig og dele tankene sine. Dette trekket kan dra nytte av at trekket «ventetid» benyttes først, og kan brukes ved tilfeller der elevene ikke allerede har jobbet individuelt eller i grupper eller elevresponsen er mangelfull (Wæge & Nosrati, 2018).

Trekk 7: Endre tenking («Har noen av dere endret tenkingen deres?»)

Det siste trekket beskrevet av Wæge and Nosrati (2018) handler om å gi elevene rom for å uttrykke hvordan deres perspektiv har endret seg. Dette er funksjonen i øyeblikket, men på sikt kan det normalisere det å lære av feil og rette fokuset mot prosessen framfor produktet (Kazar og Hinz (2014) (referert i Wæge & Nosrati, 2018, p. 136). Å endre mening innebærer å vedkjenne å gjøre feil, og blir gjennom dette en vanlig og organisk del av den matematiske samtalen (Wæge & Nosrati, 2018).

2.4.7 Lærerens spørsmål

Et naturlig verktøy for å manøvrere samtalen er naturligvis også lærerens spørsmål, og fremheves av Gert Monstad Hana (2016, pp. 158-159) som: «et av lærerens viktigste verktøy til å lede aktiviteten i klasserommet, og hos den enkelte elev». Spørsmålene kan gi samtalen fremdrift og ny retning, sette innholdet i perspektiv og skape mening. De kan brukes for å minnes tidligere kunnskap, eller rettes mot undersøkelse og skape nysgjerrighet. Hvordan spørsmålene stilles gir også både muligheter og begrensinger for hvilke retninger samtalen kan ta (Hana, 2016). Hana (2016, p. 156) hevder at spørsmålene læreren stiller bidrar til å forme elevers oppfatning og forståelse av faget, og er dannende for de sosiomatematiske normene i faget. Dette har med hvordan lærerens rolle som gir tyngde og verdi til spørsmålene, og oppfattes av elevene som viktige. Spørsmål med en tydelig læringsfremmende intensjon har derfor stort potensial til å stimulere elevers matematiske tenking (Hana, 2016).

Effekten av spørsmålene læreren stiller kan naturligvis variere, og for å si noe om kvaliteten er en avhengig av å ta i betraktning en rekke faktorer i undervisningen. Spørsmålene kan være ladet med ulike intensjoner, og er situasjonsavhengige. Mange spørsmål kan være gode for å repetere inn mot en prøve, men være helt flate og ubrukelige for å innlede en helklassesamtale. I tillegg har klassemiljøet og i hvilken grad det har blitt etablert sosiomatematiske normer for diskusjon mye å si. Derfor er hensiktsmessigheten av et spørsmål i isolert betraktning umulig å si noe om (Hana, 2016). Spørsmålene må derfor veies til mer enn det matematikkfaglige innholdet, altså ikke bare hva det spørres om, men hvordan (Hana, 2016, p. 156).

Hvordan læreren bruker elevenes innspill i spørsmål har også noe å si for elevenes opplevelse av faglig anerkjennelse, som beskrevet tidligere (se kap. 2.4.4).

> *«At læreren tar opp elevers ytringer i sine fortsettende spørsmål, er avgjørende for elevers oppfatning av å bli respektert og verdsatt av læreren, og får også konsekvenser for læringen som foregår».*
>
> (Dysthe 2013) (gjengitt i Johnsen-Høines & Herheim, 2016, p. 158).

Hvorvidt elevene har mulighet til å svare på spørsmålet henger også sammen med muligheter for diskursdeltakelse, men er en faktor Hana (2016, p. 158) understreker bestemmes av hva som skjer helhetlig i klasserommet framfor spørsmålet isolert sett.

2.4.8 Diagnostisk undervisning

Matematikkundervisningen med helklassesamtaler gir også mulighet for kontinuerlig formativ vurdering, og gir et perspektiv på elevenes forståelse og fremgang (G. Ball, 1990). Med denne kontinuerlige inputen får læreren mulighet til å tilpasse innholdet forløpende og fleksibelt for å korrigere eventuelle misforståelser og misoppfatninger. Olof Magne (1998) (gjengitt i Botten, 2011, p. 101) vektlegger intervju som den beste kilden til diagnostisering, men G. Ball (1990) understreker at det som vurderingsform ikke finnes noe mer effektivt diagnostisk verktøy enn matematiske samtaler.

Gard Brekke (2002) viser til at vanlige misoppfatninger er de som kommer av en delvis og ufullstendig eksponering av et matematisk konsept. Et eksempel på dette er elever som tidlig i skolen opplever at tall blir større når en multipliserer, og tall blir mindre når en dividerer. Av dette danner elevene seg et inntrykk av multiplikasjon som noe som alltid forstørrer, og divisjon noe som alltid forminsker. Dette kaller Brekke (2002) for et *delvis begrep* om prinsippet. Diagnostisk undervisning kan kobles til Piagets teori om skjemaer, og møte med sitasjoner hvor skjemaene ikke stemmer (se kap. 2.2.1). Diagnostisk undervisning har som hensikt å skape en *kognitiv konflikt* ved å eksponere elevene for en situasjon hvor den etablerte kunnskapen ikke er overførbar og få elevene til å innse ufullstendighetene i deres oppfatning (Brekke, 2002). Det er i denne forstand viktig at læreren kan skille mellom feil og misoppfatninger.

«Det er viktig å forstå forskjellen på de feil elevene gjør, og de misoppfatninger de har. En feil kan komme mer eller mindre tilfeldig, fordi en ikke er oppmerksom nok eller ikke leser oppgaven godt nok osv. Misoppfatninger er ikke tilfeldige. Bak dem ligger det en bestemt tenkning – en idé – som en bruker nokså konsekvent»

(Brekke, 2002, p. 10).

I helklassesamtale er kunnskapen som dannes i felleskapet synlig for alle i klassen, og gjør framprovosering av kognitive konflikter mulig om elevene sitter med andre oppfatninger av innholdet enn det samtalen fører til. Hvis ikke misoppfatningen oppklares naturlig av diskusjonen, er det for eleven en arena som muliggjør det å stille videre spørsmål. Dette er også en grunn til at læreren ved samtalens konklusjon må være tydelig med å understreke hva som «blir stående» som riktig svar.

Å bevisst bringe feilsvar fram for diskusjon i klassen er også en metode for å jobbe med misoppfatninger elevene sitter med (Brekke, 2002). Undervisningsprinsippet bak «*My favorite no*» handler om akkurat dette. Læreren bak «*my favorite no*», Leah Alcala (2011), beskriver at hun «alltid» starter timen sin med at elevene skal besvare en oppgave på små indekskort. Deretter samler hun inn kortene, og fra disse velger hun sitt favoritt-feilsvar, som hun så diskuterer med elevene. Diskusjonen tar utgangspunkt i; hva det er med feilsvaret som er positivt og hvordan eleven har tenkt, og til slutt; hva som er feil, hva som skal til for at det blir riktig, og argumentering for hvorfor dette er riktig. Denne måten å jobbe på gjør feilsvar til noe vanlig og verdifullt en kan lære av. Det gir også læreren en mulighet til å evaluere elevenes progresjon, og skaper en naturlig situasjon for å diskutere, hvor alle elevene er involvert i temaet (Alcala, 2011).

2.5 Teaching for robust understanding

Hva som gjør at elever formes som handlekraftige, forstående og reflekterte elever i skolen er vanskelig å nøyaktig sette fingeren på, det er rett og slett for mange faktorer i spill. Dette innså Schoenfeld (2018) da han satt ut for å adressere hvilke komponenter som utgjorde et sterkt læringsmiljø. Derfor gikk han til verks for å identifisere ulike faktorer som var til stede, og dermed koke dette ned til noen enklere dimensjoner av undervisningen som lærere kunne jobbe mot å forsterke, og gjennom dette forsterke læringsmiljøet. Idéen var at hvis elevenes læringsmiljø var støttende innenfor disse kategoriene, ville læringsmiljøet i lik grad være sterkt, og elevene ville utvikles til å bli kunnskapsrike, fleksible, resurssterke, tenkende og lærende elever.

Det var også hensikten at disse faktorene skulle være ryddige og forståelige, og at hver kategori skulle være en tydelig sammenhengende dimensjon av undervisning, med potensial for målrettet og systematisk utvikling på ulike nivåer av systemorganisasjon. Rammeverket ville adressere viktige komponenter av undervisning, for mulighet til drøfting, refleksjon og utvikling, ikke som en normativ oppskrift på god undervisning.

Dette rammeverket sentrerer seg ikke hovedsakelig på hva læreren gjør, men hvordan læringsmiljøet legger til rette for at elevene får interagert med matematikken på et dypere plan. Det vektlegges at det er elevens opplevde erfaring med læringssituasjonen som er det viktige for læringen. Rammeverket er som nevnt ikke normativt og søker derfor ikke å beskrive undervisning og læringsprosesser på en spesifikk måte, men tar utgangspunkt i hvordan rammene bør tilby støtte og utfordring på ulike måter innenfor dimensjonene.

2.5.1 Dimensjon 1: Innholdet (The Content)

Undervisningsinnholdet skal strukturere aktiviteter som skaper muligheter for elevene å interagere med læringsstoffet på meningsfulle måter. Dette innebærer at elevene bør innta det målrettede tankesettet til en matematiker for å virkelig kunne utvikles som en handlekraftig og tenkende matematiker. Matematematikere inntar en posisjon av granskende natur, der målet er å beskrive matematiske forhold med logiske, empiriske og oversiktlige representasjoner. Denne kombinasjonen av tankemåter, tilhørende strategier og verktøy, er en sentral del av det matematiske domenet. Rammeverket understreker at elevene bør få førstehåndserfaringer med disse gjennom undervisningssituasjoner, med hensikt om å utvikle elevene som selvstendige matematikere. Dette tydeliggjør hvorfor dimensjon 2 og 5 er like sentrale deler av rammeverket, da disse tar for seg ytterligere elementer av elevers opplevelse av læringssituasjonen. Selv om læringssituasjonen tilbyr fantastiske muligheter for elevene til å interagere med matematikken, slik dimensjon 1 vektlegger, er lite oppnådd hvis det «går over hodet» på elevene. Derfor er elevenes posisjon i forhold til mulighet for interaksjon det som bør vurderes, framfor hva læringssituasjonen isolert sett tilbyr.

2.5.2 Dimensjon 2: Kognitive krav (Cognitive Demand)

Hvis en oppgave er for lett eller for vanskelig, er det sannsynlig at elevene vil kjede seg eller bli frustrert. Oppgaver som innebærer memorering av utregningsstrategier, vil lede til én måte å løse oppgavene på, mens oppgaver som trener elevene til å koble sammenhenger, utforske matematiske konsept og tenke selv, vil lede til flere måter å løse oppgavene på. For at det sistnevnte skal skje må oppgavene være på et nivå som passer elevene, og at de akkurat er kognitivt krevende nok til at elevene blir utfordret, men har mulighet til å finne en vei til svaret, noe rammeverket omtaler som *productive struggle*. Hvor kognitivt krevende en oppgave er, avhenger av individet som tar stilling til å løse problemet. Fordi denne tilnærmingen vektlegger elevenes opplevelse av oppgaven, skaper det et godt utgangspunkt for å tilpasse vanskelighetsgraden riktig, da det er dette læreren må ha fokus på i planleggingen.

Lærere har en tendens til å senke vanskelighetsgraden med en gang de merker at elevene har vansker med å forstå (jamfør *topaze*-effekten, se kap. 2.4.3). Rammeverket understreker dette som noe som i alt for stor grad fratar elevene muligheten til å jobbe seg gjennom problemene, og hindrer eksponering for sunn streving. Dette er en utfordrende balansekunst i undervisning, men det er mange måter å lede elevene på uten å fortelle dem nøyaktig hva de skal gjøre, som å foreslå fremgangsmåter, stille ledende spørsmål, diverse hint, etc. *Productive struggle* fremheves som en helt essensiell og nødvendig del av det å utvikle forståelse på et dypere plan. Uten dette aktiveres ikke de mentale mekanismene nødvendige for kreativ og problemløsende tenking.

2.5.3 Dimensjon 3: Likeverdig tilgang til innholdet (Equitable access to Content)

I et klasserom kan det godt foregå stimulerende samtaler, saftig problemløsing og høyt læringstrykk, men dette kan ikke kun gjelde for noen få utvalgte. *« […] All students need to be involved in meaningful ways» (Schoenfeld, 2018, p. 7).* Gode lærere inviterer alle elevene med i det intellektuelle fellesskapet i klassen gjennom nivåtilpassede oppgaver og utfordringer, og med ulike måter å delta. Dette kan innebære arbeid med åpne og rike oppgaver (f.eks. LIST-oppgaver, se kap. 2.4.3), med ulike muligheter for tilnærming og med potensiale for å koble sammenhenger mellom ulike elevsvar. Det hjelper også at læreren fremmer ulike ideer og perspektiver, der det er fokus på problematisering og utredning, framfor vektlegging av om bidraget er riktig eller ikke. Det nevnes videre hvordan bruk av ulike samtaletrekk kan ha inkluderende effekt, som beskrevet tidligere (se. kap. 2.4.6). Det vektlegges også at gode regler er etablert for en sunn delingskultur, hvis ikke vil ikke elevene på lik linje ha mulighet til å delta (jamfør kap. 2.4.1).

2.5.4 Dimensjon 4: Aktører, eierskap og identitet (Agency, Ownership, and Identity)

Denne dimensjonen fokuserer på i hvilken grad elevene har mulighet til å delta med- og dele egenskapte produkter og idéer, både med medelever i par, grupper og settinger med hele klassen. Det vektlegges at elevenes bidrag bør ønskes velkommen, bli delt og tatt stilling til i fellesskap, og konstruerer den felles kunnskapen i undervisningen. Rammeverket peker også på hvordan dette bør være en del av det som utgjør den normale undervisningshverdagen.

Gjennom utfordrende arbeid som skaper mestringserfaring får elevene mulighet til å utvikle sin identitet innad og i forhold til faget. Dette innebærer at elevene opplever å mestre utfordrende oppgaver gjennom å streve seg gjennom det, og ha tillit til sitt arbeid og sine resultater. Dette skal legge til rette for at elevene anser seg selv som kompetente i faget, og som gjør de villige til å møte utfordrende oppgaver med troen på å lykkes. Hvis elevene ved introduksjonen til- og over tid i faget opplever å mislykkes, kan dette føre til livslang forståelse av seg selv som en mismatch med matematikk.

Et viktig element innenfor dette er *agency*, der sentrale elementer er elevenes villighet til å delta, og at de deler sine tanker ukritisk og åpent i møte med et problem eller en oppgave. Videre er det viktig at elevene har eierskap til faget, og føler at de selv har noe å bidra med av verdi, framfor å memorere og kopiere andres strategier. Rammeverket vektlegger lærerens kritiske ansvar om å inkludere og skape muligheter for mestrende deltakelse for elever som på egen hånd ikke finner veien inn i det aktive læringsfellesskapet i klassen. For å gjøre dette nevnes ytterligere samtaletrekk innenfor helklassesamtale. Dette innebærer å anerkjenne og skape samtale rundt elevenes arbeid enten i plenum eller mindre grupper, repetere eller oppsummere elevenes bidrag høyt for klassen, eller la medelever ta stilling til elevenes bidrag. Et viktig element innenfor dette er derimot arbeidet som blir gjort i forkant av læringssituasjonen som har med klassefellesskap og støttende læringskultur. At elevene kjenner seg trygge på å dele, og har lært å lytte og forholde seg til medelevers bidrag, er viktige faktorer for å skape rammer for trygg og faglig elevutfoldelse. Slike rammer bør være til stede slik at elevene får mulighet til å utvikle en sterk identitet i faget og villighet til å møte utfordringer med tro på egne evner og kompetanse.

2.5.5 Dimensjon 5: Formativ vurdering (Formative Assessment)

Denne dimensjonen vektlegger hvordan aktiviteten kan avsløre eventuelle misoppfatninger i aksjon, og hvilke muligheter som finnes for å løse disse gjennom fortløpende tilpassing av innholdet, jamfør (kap. 2.4.8). Elevers aktuelle forståelse skaper grunnlag for å utvikle undervisningen og korrigere etter. Formativ vurdering fungerer her for læreren å bygge videre på det elevene allerede kan, og tilpasse nivået mer presist til å utfordre elevene der de er. Summativ vurdering løftes frem som en vurderingen som kommer for sent, og sjelden gir mulighet for å elevene å korrigere, for videre arbeid på korrekt måte. For at dette skal skje på en måte som er oversiktlig må læreren skape arenaer for elevene å kunne utfolde seg åpent og fritt, som synliggjør deres aktuelle forståelses- og kunnskapsnivå. Når elevene i sin tur har disse rammene å utfolde seg i, har læreren innsikt i elevenes progresjon underveis som det skjer, og kan i tilsvarende grad tilpasse undervisningsinnholdet.

3. Forskningsmetode

I dette prosjektet vil jeg analysere lærerens praksis i arbeid med matematiske samtaler og helklassesamtale i matematikkundervisning på barneskolen. Tilnærmingen til forskningen på dette temaet, kan kategoriseres som kvalitativ fenomenologisk studie, med observasjon og intervju som datainnsamlingsmetoder. Enhetsutvalget består av tre forskjellige lærere, som jobber på barneskoler i ulike miljøer.

3.1 Tilnærming og forskningsdesign

Det er ingen allmenngyldige lover som gjelder innenfor den sosiale virkelighet, der komponentene kontinuerlig rekonstrueres ut ifra parametere som hele tiden endres. Absolutte sannheter bør derfor ikke etterstrebes innenfor dette paradigmet. Samfunnsvitenskapelig kvalitativ forskning bør i stedet for å ha mål om å kunne generaliseres, gi et innblikk og et bredere perspektiv på fenomener (Postholm et al., 2018). Denne oppgaven søker derfor å belyse fenomenet undervisningsmetoden helklassesamtale i matematikk, og hvordan lærerens handlinger kan betraktes i denne konteksten.

Et grunnleggende prinsipp i empirisk forskning er at en skal velge det forskningsdesignet som er best egnet for å kaste lys over problemstillingen (Postholm et al., 2018). For å undersøke problemstillingen min har jeg valgt kvalitativ forskningsmetode. Av hensikten for et realistisk og passende forskningsdesign for kombinasjonen av problemstilling og prosjektets rammer, var denne metoden det jeg anså som mest hensiktsmessig.

Fenomenologiske studier søker å forstå og beskrive menneskers erfaring og meningskapning av fenomenet i sin naturlige form Van Manen (2016) (referert i Postholm et al., 2018, pp. 75-76). Postholm et al. (2018) trekker fram fokuset på konteksten som den avgjørende forskjellen mellom case-studier og det som beskrives som *liten N-studier*, der «N»'en står for *antall*, fra engelsk *numbers*. Ifølge Postholm et al. (2018) faller fenomenologiske studier innenfor kategorien liten N-studier, og prøver i større grad å betrakte fenomenet som noe mer frittstående og kontekstsløst. Utgangspunktet for denne tilnærmingen er at det finnes fellestrekk og noe overførbart ved samme fenomen i forskjellige kontekster, og er et filosofisk perspektiv forenlig med utgangspunktet for min egen studie. Siden jeg skal studere tre læreres praksis (som er et lite antall enheter) av samme fenomen som er helklassesamtale i forskjellige kontekster, vil jeg beskrive studien som en fenomenologisk liten-N studie.

Det er når en forsker også viktig å etterstrebe innsikt i sin egen subjektivitet. Ved refleksjon rundt egne forutinntatte holdninger og forventninger knyttet til det som skal studeres (bracketing) kan en slik forsøke å redusere denne effekten. Dette utgjør en del av konteksten til funnene, og er en relevant faktor for resultatet (Postholm et al., 2018). Noe jeg syntes var spennende med å velge dette forskningsdesignet var at jeg ikke hadde noen forventninger til resultatene. Jeg var kjent med teori om hva som kjennetegnet kvalitet i helklassesamtale og hvordan det kunne se ut i praksis. Hvordan dette ville se ut i forskerperspektiv, dataene sett i lys av teorien og hvilke konklusjoner jeg ville gjøre, hadde jeg ingen formening om i utgangspunktet for arbeidet. Jeg hadde derfor i inngangen til arbeidet forventninger om å betrakte interessante undervisningssekvenser med helklassesamtale som undervisningsmetode, men jeg hadde ingen spesifikke forventninger til hvilke funn jeg ville ende opp med. Den kvalitative tilnærmingen har derfor føltes som et naturlig valg da det gir mer fleksibilitet og mulighet for nøyaktig granskning av fenomenet slik det ville utspille seg i datainnsamlingen. Forventningene til arbeidet har også forandret seg underveis i løpet av arbeidet, da ulike problemer med prosessen gjorde den originale planen umulig å gjennomføre. Mer om dette i delkapittelet «progresjon».

Jeg tar i dette prosjektet utgangpunkt i en pragmatisk tilnærming til forskning, eller det som beskrives som *abduktiv tilnærming*, tar utgangspunkt i en veksling mellom vurdering av hypoteser om datamaterialet opp mot teori, og selvstendig hypoteseutvikling fra datamaterialet (Postholm et al., 2018, p. 103). Med en slik en slik tilnærming er en sentral faktor for hvilke funn en får hva slags rammer som blir lagt for datainnsamlingen. en kan ved å undersøke veldig bredt ha en åpen datainnsamling som gir mulighet for bred forskning, eller ved å ha forhåndsbestemte og innsnevrede parametre en mer lukket datainnsamling som er rettet mer fokusert mot noe spesielt. Dette forutsetter da at forskeren har innsikt i feltet før datainnsamlingen er startet, og har satt rammer som er relevante for å undersøke problemstillingen (Postholm et al., 2018).

3.1.1 Observasjon

I kvalitativ forskning er observasjon av naturlige situasjoner i sin organiske form en naturlig metodetilnærming (Postholm et al., 2018), og for å forske på hva mennesker faktisk gjør, bør de observeres i den aktuelle settingen (Johannessen, Christoffersen, & Tufte, 2016). Med hensikt om å sentrere forskningen rundt noe konkret fra den virkelige verden vil min primære datainnsamlingsmetode være feltnotater under observasjon. Slik (Johannessen et al., 2016) beskriver det, faller observasjonsmetoden min innenfor semistrukturert observasjon, da jeg i forkant av observasjon hadde laget et observasjonsskjema (se vedlegg 4), hvor målet var å registrere hvilke spørsmål læreren stilte, hvilke beskjeder som ble gitt og generelle uttalelser fra læreren. I tillegg ville jeg, hvis mulig, registrere elevenes respons på lærerens spørsmål i form av antall elevhender i været. I tillegg var jeg åpen for registrering av andre data jeg anså som relevant, slik at datainnsamlingen ikke ville være låst til det jeg hadde forutsett i forkant. I utformingen av skjemaet og planleggingen for observasjonen hadde jeg kun satt meg inn i visse deler av teorien redegjort for i forrige kapittel, men jeg var bevisst på lærerens sentrale rolle og hvilke trekk læreren kunne benytte seg av for ulik manøvrering av samtalen, jamfør kap. 2.4.3, 2.4.4, 2.4.6. Derfor snevret jeg inn søkelyset for datainnsamlingen i observasjonen mot lærerens uttalelser i det aktuelle øyeblikk. Jeg anså dette som et lukket nok fokusområde til å registrere relevant data, men åpent nok til å ikke ha en formening om hvilke funn jeg ville få.

Registrering av lærerens spørsmål anså jeg som det mest sentrale og interessante momentet av lærerens uttalelser, da jeg anså dette som det viktigste for å rette klassens fokus på ulike deler av det matematiske innholdet, og styrking av kvaliteten i samtalen. I sammenheng med observasjon trekker Postholm et al. (2018) frem viktigheten av at forskeren har lest teori, da hvilken teori som er lest vil prege perspektivet. «*A way of seeing is indeed also a way of not seeing*» (Postholm et al., 2018, p. 131). I forkant av observasjonen er jeg derfor klar over at min subjektivitet var preget av de nevnte forutinntatte formeningene om hva som var sentrale faktorer. Formålet med å bruke et observasjonsskjema framfor åpne feltnotater var for å dempe effekten av min umiddelbare oppfattelse og tolkning, og for å kunne ta bedre stilling til dataene i etterkant av observasjon. Hvis jeg hadde hatt usystematiske feltnotater ville de ytterligere vært preget av min egen subjektivitet, som ville økt risikoen for å gå glipp av viktige poeng som var vanskelig å plukke opp fra i-øyeblikk observasjonen.

Å ha avstand til det som forskes på stammer fra tanken om at det en skal studere skal være upåvirket (Postholm et al., 2018). Som forsker ønsket jeg å observere utfoldelsen av helklassesamtale upåvirket av min egen tilstedeværelse. Tilstedeværelse som jeg samtidig ønsket at både elevene og lærerne var komfortable med. Derfor tok jeg utgangspunkt i deltakende observatørrolle i form av introduksjon og svar på elevenes spørsmål, men uten deltakelse i selve undervisningsprosessen.

3.1.2 Kvalitativt intervju

For å kunne si noe om lærerens tanker og forståelse av fenomenet helklassesamtale, valgte jeg som sekundær metode å bruke kvalitativt forskningsintervju av læreren i etterkant av observasjon. Hensikten med intervjuet var å gi ytterligere perspektiv på observasjonsdataene, men også lærerens generelle perspektiv og oppfattelse av temaet.

Formålet med intervjuet mitt faller innenfor hvordan Kvale and Brinkmann (2015, p. 357) beskriver som *det semistrukturerte livsverdenintervjuet*: «En planlagt og fleksibel samtale som har som formål å innhente beskrivelser av intervjupersonens livsverden med henblikk på fortolkning av mening med de fenomener som blir beskrevet». Basert på observasjonsnotatene utformet jeg en intervjuguide for å belyse de sekvensene av undervisningsøktene som var interessante. Dette var med hensikt for å få et innblikk i lærerens perspektiver og intensjoner med hva de hadde gjort. I utformingen av intervjuguiden var en del av arbeidet å for-analysere og kartlegge datamaterialet for den langsiktige prosessen om å besvare problemstillingen, og lage uformelle hypoteser om lærerens praksis, slik abduktiv tilnærming forutsetter. Intervjuguiden hadde også en overordnet del, som var felles for alle informantene (se vedlegg 6). Denne delen tok utgangspunkt i bla. læringsmål, strategiske tanker bak struktureringen av undervisningen, og lærerens oppfattelse av elevaktiviteten. Dette var noe jeg anså som interessante og relevante perspektiver for alle informantene. Resten av intervjuguiden besto av spørsmål rettet mot enkelthendelser i den observerte undervisningsøkten.

I forbindelse med å være en god intervjuer trekkes momenter som lytting og det å vise genuin interesse for informantens uttalelser som viktige (Dalen, 2013). Som intervjuer ville jeg ha en posisjon av nærhet som forsker for å få innsyn og forsterket forståelse for lærerens perspektiv. For å skape trygghet og få informanten til å snakke fritt ønsket jeg å framstå som interessert og lyttende til det den intervjuede sa. Av den grunn var jeg observant på å affirmere informantens uttalelser med «*mhm*» og liknende positive utsagn. Som verktøy for å få lærerne til å snakke utdypende om temaet var jeg også observant på å bruke spørsmål som Postholm et al. (2018, pp. 123-124) beskriver som *Inngående spørsmål*. Dette er av typen: «*Det er interessant, kan du si litt mer om det*?», «*Hvordan kom du fram til denne konklusjonen?*», «*Så for å forsikre meg om at jeg forstår deg riktig, så …?*». Aspekter ved det semistrukturerte intervjuet som dette, bringer også fram betydningen av min egen subjektivitet. Hva jeg stiller oppfølgende spørsmål rundt, og hvordan jeg påvirker intervjusituasjonen i øyeblikket spiller en sentral rolle for hvilke data jeg ender opp med.

Monica Dalen (2013) trekker fram hensiktsmessigheten ved å bruke digitalt utstyr i intervjuprosessen, da lærerens egne utsagn er verdifulle og kan bedre sikres på denne måten. Gjennom videoopptak blir også ytterligere dimensjoner av intervjuet registrert, som Kvale and Brinkmann (2015) peker på gir mulighet for omfattende og grundig analyse, men som også gjør det tidkrevende. Av praktiske og pandemiske hensyn ble intervjuene gjennomført på den digitale kommunikasjonsplattformen «Zoom», hvor opptak av både video og lyd var en naturlig måte å sikre både lærerens uttalelser og generell mimikk og humør. Transkripsjonen av dette ble derimot bare begrenset til uttalelser av meg selv og informanten, hvor den ekstra informasjonen kun fungerte som en tydeliggjøring av det budskapet som ble kommunisert.

3.1.3 Kombinasjon av metoder

Studier av sosiale fenomener er ofte utfordrende fordi de er preget av kompleks sammensetning og en helhet større enn summen av alle komponentene. Det samme gjelder for helklassesamtale, hvor aktiviteten er enkel å iaktta og registrere, men samtidig påvirket av en rekke bakenforliggende faktorer. Jeg anså hverken intervju eller observasjon på egenhånd som optimale datainnsamlingsmetoder tilstrekkelige for å forske rundt problemstillingen på en tilfredsstillende måte. Derfor valgte jeg en kombinasjon av metodene, som ga en ekstra dimensjon og dermed bedre mulighet til å belysning av temaet, noe Johannessen et al. (2016) *metodetriangulering*. Triangulering har som mål å beskrive fra ulike vinkler, en kompleks og sammensatt virkelighet (Postholm et al., 2018). De ulike metodene mente jeg ville supplere hverandre, og bidra til å utvikle en bedre helhetsforståelse av temaet, som Postholm et al. (2018, p. 130) beskriver som *den hermeneutiske spiralen*.

Med en kombinasjon av metodene fikk jeg også et konkret utgangspunkt for forskningen i sekvensene jeg observerte i timene, og gjennom intervjuet supplering med lærerens tanker, intensjoner og oppfattelse av samme situasjoner. Det var også mitt forutinntatte inntrykk at lærere kan ha en tendens til å snakke abstrakt om temaer over en lengre periode. For å sikre mer håndfaste data formet jeg derfor bevisst spørsmålene med utgangspunkt i elementer og hendelser jeg mente var sentrale for utformingen av helklassesamtalen, noe en kombinasjon av disse metodene ga mulighet for.

3.2 Progresjon

I arbeidet med dette prosjektet har det oppstått ulike komplikasjoner som har ført til vesentlige forandringer. Både tilnærmingen til arbeidet, metodene og informantutvalget ble annerledes enn slik jeg originalt hadde planlagt og ønsket.

Min originale plan innebar observasjon av fire ulike lærere, med observasjon av opp mot fem observasjonsøkter per lærer. Som datainnsamlingsmetode ønsket jeg å ta lydopptak i alle observasjonsøktene, som i etterkant ville gitt mulighet for nøye analyse av momenter som *ventetid*, elevenes innspill, elevinteraktiv dynamikk, og lærerens direkte respons på elevenes innspill. Jeg ønsket også å skrive frie feltnotater av undervisningens ytre faktorer som kunne tenkes å være interessante. I tillegg ønsket jeg også et både ett kort intervju i forkant og oppfølgende intervju med læreren i etterkant. Jeg ønsket to kvinnelige og to mannlige informanter, hvor helst den ene var ung og den andre gammel innenfor hvert kjønn.

Det viste seg tidlig å være vanskelig å få informanter som var villige til å stille opp. Jeg forhørte meg med en lærer som jeg hadde observert gjennomføre helklassesamtale på en veldig interessant måte. Hun var positiv til å delta helt til det ble kjent at foreldresamtykke var nødvendig for å ta lydopptak i undervisningen, som kan være et problematisk aspekt. Omsider la jeg lydopptak til siden, men det hjalp lite. Jeg forhørte meg overalt jeg hadde mulighet, men jeg ønsket ikke å forske på noen jeg kjente godt, da dette kunne svekket studien. Samtidig var pandemien i oppblussing igjen, og var det ikke lærere som avslo, var det skolen av smittevernsårsaker. Til slutt endte jeg opp med å gå skole-til-skole, og banke på. Dette bar heller ingen frukter.

Omsider løsnet det og da på flere fronter samtidig. Dette var et resultat av hjelp fra høyere opp i systemet på universitetet, og bekjentskap via bekjentskap. Som følge av et godt tips fra veileder, sendte jeg i denne omgang forespørsel om kun å få teste ut observasjonsskjemaet i forbindelse med observasjon av én økt. Dette var antakelig mer lavterskel å gå med på fra lærernes side, og når bekjentskap og introduksjoner ble gjort, var det ingen problemer knyttet til deltakelse i prosjektet. Alle lærerne meldte seg uoppfordret frivillig til å stille opp om mer observasjon var ønsket, men fra kvaliteten og mengden på dataene jeg hadde samlet var det nok å ta tak i med den ene økten. Med smittevern i mente føltes dette også som det beste.

I etterkant ser jeg at den originale planen hadde et overveldende omfang, og var en smule urealistisk. Jeg ønsket fire lærere fordi jeg tenkte det ville gi god bredde, og fem observasjonsøkter fordi da ville jeg fått et mer generelt bilde på lærernes undervisning. Som nevnt innledningsvis i dette delkapittelet ville lydopptak gitt muligheter for bredere og mer detaljert analyse av flere momenter, men det ville nok vært et altfor omfattende prosjekt for meg i dette arbeidet.

Alt i alt, endte jeg opp med å observere én økt med strukturert observasjon av undervisningen til tre forskjellige lærere, og et oppfølgende digitalt videointervju på «*Zoom*». I stedet for om fattende datamengde om mer generell undervisning fra flere lærere fikk jeg en «smakebit» av ulike former for helklassesamtale, noe én undervisningsøkt ga tilstrekkelig for å analyse.

3.3 Utvalg

Informantutvalget består av tre ulike lærere. Av hensyn til forskningsetikkens tre grunnleggende krav om *informert samtykke*, *krav på privatliv* og *krav på å bli korrekt gjengitt*, vil jeg kun beskrive utvalgets relevante detaljer i den grad deres identitet ikke kan identifiseres (Postholm et al., 2018, p. 247). Utvalget er et type bekvemmelighetsutvalg, da jeg som nevnt hadde store problemer med å få tak i frivillige. Kriteriene ble til slutt nedjustert til lærere i arbeid som jobbet med helklassesamtale i undervisningen sin. Jeg var dog heldig med utvalget, da begge kjønn var representert, alle med alder i midten av forskjellige tiår, og med arbeidsplasser i ulike områder på Østlandet. Alle representerer også ulike miljøer med tanke på elevforutsetninger i form av språklig og sosioøkonomisk styrke, og beliggenhet storby og mindre by. Jeg valgt å kalle informantene for *Mari*, *Ruben* og *Tara*.

Mari jobber på en skole i et velstående område i storby, og har mer enn 20 års erfaring som lærer. Hun har i tillegg til allmennlærerutdanning fordypning og tilleggsutdanning i matematikk. Klassen som jeg observerte Mari undervise var på 7. trinn, som hun hadde hatt i halvannet år.

Ruben jobber på en skole i en mindre by på Østlandet, og har over 10 års erfaring som lærer. Han har som utdanningsnivå *adjunkt med opprykk*, og fordypning i matematikk. Ruben hadde sitt 3. år med denne klassen, som var på 3. trinn.

Tara jobber på en skole i et mindre velstående område i storby, og har mer enn 5 års erfaring som lærer. Hun har vanlig grunnskolelærerutdanning, med fordypning i matematikk. Tara hadde hatt klassen sin litt over halvannet år, som var på 6. trinn.

Utvalget oppfyller naturligvis ikke kravene om representativitet i den grad generaliserbarhet er målet, men er relevante deltakere med erfaring og sysselsetting i læreryrket.

3.4 Datainnsamling

Gjennomføring av observasjon

Jeg observerte én undervisningsøkt hos hver lærer, hvor øktene varte mellom 60-90 minutter. Før observasjon hadde jeg ikke informert lærerne om noe annet enn at jeg skulle observere matematikkundervisning hvor helklassesamtale var arbeidsmetoden. Jeg anså dette som en nødvendighet for å sikre relevante data, men samtidig også kanskje som en fordel for lærerens forsterkede fokus på arbeidsmetoden. Som nevnt var også den første observasjonen egentlig planlagt til å fungere som en slags «pilot», eller test av observasjonsskjemaet og om innsamlingsmetoden ville gi brukbare data. Fra det originale observasjonsskjemaet (vedlegg 5), er det tydelig at jeg hadde lite inntrykk av hvor stor kapasitet en har i det aktuelle observasjonsøyeblikk. Raskt etter oppstart av denne timen vedtok jeg å skrote oppsettet på det dette, da tempoet i undervisningen var alt for høyt for å registrere noe mer enn lærerens uttalelser og generell kontekstgivende aktivitet og informasjon. Kategorisering tilsvarende skjemaets inndeling var heldigvis fortsatt mulig i etterkant med de fleste elementer, og hindret ikke fullstendig en analyse og drøfting av disse dimensjonene av den grunn. Heldigvis fikk jeg notert ned alt slik jeg hadde målsatt, og fikk redesignet observasjonsskjemaet til neste observasjon, som fungerte godt (vedlegg 4). Siden jeg fikk såpass gode data bestemte jeg meg også for å bruke disse dataene i oppgaven.

Transkripsjon av observasjonsnotater

Kort tid etter observasjon renskrev jeg observasjonsnotatene, og satt de inn i et dokument med referansenummerering for hvert notat. Fra observasjonen hos de ulike informantene fikk jeg henholdsvis hos Mari 54 notasjoner, Ruben 34 notasjoner, og Tara 73 notasjoner. Ikke all observasjonsdata endte opp med være av relevans for arbeidet, men er noe som er en naturlig del av datainnsamling som ikke er planlagt i samarbeid med læreren i forhåndsplanlagte rammer. Dette i seg selv gir også en mer organisk kontekst til dataene som var relevante.

Gjennomføring av intervju

Når jeg var ferdig med observasjon hos alle informantene besto arbeidet av før-analyse av observasjonsnotatene for interessante sekvenser å forme spørsmål ut ifra. Når dette var gjort ba jeg om et oppfølgende intervju med alle informantene på ca. en halvtime. Dette var i orden, og ble gjennomført med noen ukers mellomrom, digitalt via «zoom». Informantene samtykket til opptak av samtalen, som naturligvis ble destruert etter transkribering. Av hensyn til at oppfølgningsintervjuet var noen uker etter observasjon, gjorde jeg rede for undervisningsøkten i starten av intervjuet, og for hendelsene spørsmålene i intervjuguiden var rettet mot.

Transkripsjon av intervjudata

Transkripsjon av intervjuet hensiktsmessig for å gjøre analyse strukturen enklere å analysere (Kvale & Brinkmann, 2015). Kvale and Brinkmann (2015, p. 207) trekker fram at det i de fleste intervjuundersøkelser er en assistent som transkriberer opptakene. Av både praktiske og strategiske årsaker transkriberte jeg opptakene fra intervjuene selv, da min egen forståelse og tolkning av samtalen var sentral for å registrere detaljer viktige for den videre analyseprosessen. Av øvrige detaljer i kommunikasjonen som ikke var uttalte ord, valgte jeg kun å transkribere latter, «*eeh*» og «*mhm*», som jeg tenkte muligens kunne være relevante momenter i forhold til analysen.

Det at forskningsdeltakerne belyste temaet var det viktigste i alle intervjuene og ble kartlagt på forhånd. Tross ulike tilnærminger til arbeidsmetoden og undervisningsstil, var essensen av lærernes perspektiver og tanker i nærheten av hverandre. Skulle det ha dukket opp et spennende tema hos en av deltakerne ville det også være mulig å gjennomføre et oppfølgningsintervju med de andre informantene for å få tilsvarende deres syn på dette.

3.5 Systematisk analyse

Når alt var transkribert, var strukturert og systematisk analyse neste steg. Allerede hadde jeg gjort meg noen tanker om datamaterialet, men det var viktig å la dataene tale for seg selv slik en forsker skal (Postholm et al., 2018).

Det første jeg gjorde var å lese gjennom transkripsjonen av intervjudataene. Formålet med dette var å gjøre det Postholm et al. (2018) beskriver som en *deskriptiv analyse*, eller det første steget i *fenomenologisk analyse*. Jeg anså informantenes perspektiver som såpass sentrale i det å gi didaktisk kontekst til observasjonsnotatene, at det virket hensiktsmessig å begynne med dette. Fra gjennomlesning av det transkriberte intervjuet markerte jeg temaer og identifiserte mønstre av interesse som i neste steg gjorde kategoriseringen av observasjonsdataene enklere og mer sammenhengende med helheten av datamaterialet. Dette første steget ga kun et vagere overblikk, men var nyttig for å bekjentgjøre meg ordentlig med all data på nytt, og genererte noen generelle temaer og mønstre som var aktuelle for drøfting og dypere analyse.

Når dette var gjort, gikk jeg mer systematisk til verks på observasjonsdataene. Jeg ville ikke ha forhåndsbestemte kategorier, da det med dette kan føre til å gå glipp av ting, nyanser og detaljer som de allerede eksisterende kategoriene ikke tar høyde for (Postholm et al., 2018). Derfor opprettet jeg en egen kategori for hvert observasjonsnotat med potensielt interessant innhold, og plasserte disse i en tabell. Notater med lik essens havnet under samme kategori, og notater uten allerede passende kategori fikk en egen. Dette har likhetstrekk med det Postholm et al. (2018, pp. 145-152) beskriver som den *åpne kodingsfasen* i den konstant komparative analysemetoden. Etter hvert ble noen kategorier mer representerte og andre kategorier mer enslige med kun ett referansepunkt. Da begynte et mønster ble mer synlig. Mange enkeltnotater besto også av flere momenter av interesse, hvor essensen ble kategorisert på ulike steder. Jeg finjusterte også kategoriene i flere omganger for å raffinere essensen og slå sammen kategorier. I denne fasen var det viktig å ikke bli for generaliserende slik at kategoriene ble riktig representative for observasjonsnotatet, men samtidig ikke for vage kategorier uinteressante for analyse. I denne sammenhengen kom nummereringen av observasjonsnotatene spesielt til nytte, da jeg hele tiden kunne kontrollere via denne at den justerte kategorien i realiteten stemte med observasjonsnotatet. Dette gjorde jeg med observasjonsdataene fra alle informantene, og endte opp med tre ulike tabeller som illustrert nedenfor (figur 3.5.1).

Undervisningselement	**Notatnummer**
Stiller i starten av arbeidet enkle spørsmål	1-3
Lar elev/gruppe vise/forklare løsningsforslag for klassen	7, 8, 14, 15, 18, 24, 39, 43,
Lar først noen som har feil svar på oppgaven presentere for klassen	7
Lar en alternativ løsning bli presentert for klassen	8
Kommenterer ikke om det er rett eller galt, spør klassen for utredning	8, 12, 16, 17, 21, 28, 41, 46,

Ber klassen reflektere over forskjellen mellom ulike elevsvar	9, 21-23, 36, 46, 47
Stiller spørsmål til klassen om en elevs svar	12, 16, 17, 21, 28
Kommer med minimalt av info, stiller ledende spørsmål som gjør at elevene står for progresjonen:	4, 10, 13, 16, 17, 21-23, 27, 29, 31, 34, 34, 41, 47-50, 53, 54
Kobler matematikken til noe konkret eller visuelt:	1, 10, 19-21, 30, 31, 34, 35, 37, 40
Ber om flere hender i været	51
Lar elevene velge hvem som skal svare	52
Ber elevene utdype forklaring rundt utregning/tankegang	10, 11, 14, 15, 26, 45
Verifiserer svar som korrekt	33

Tabell 3.5.1 Observasjonsnotater – Mari

Deretter satt jeg tabellene sammen og sorterte kategoriene slik at felles kategorier og temaer på tvers av informantene ble synlige. Med revidert tabell gikk jeg så igjennom all informasjonsdata på nytt for å kontrollere kategorier, og videre vurdere informantene opp mot hverandre. Når særtrekkene fra en informant ble tydelige, ga dette mulighet til å vurdere hvordan de andre informantene håndterte det tilsvarende aspektet av sin undervisning. På denne måten ble sammenligning av informantene et verktøy for å identifisere temaer og elementer av interesse for diskusjon.

Under utformingen av resultatkapittelet var det naturlig å ta med utdrag fra observasjonsnotatene for beskrivelse av de opprettede kategoriene og overordnede temaer. Da ble essensen i observasjonsnotatene analysert ytterligere, og gjorde potensielle kontekstuelle årsaksforhold mer synlige. Dette kan ses i lys av det Postholm et al. (2018) beskriver som *aksial koding*, det andre steget i den konstant komparative analysemodellen, hvor spørsmål som «når, hvorfor og under hvilke forhold dukket denne kategorien opp, hvordan og hva fører det til?». Det siste og tredje steget i denne analysemodellen handler om utvikling av en teori fra dataene, som jeg ikke gjør. I stedet skal jeg videre presentere resultatene fra analysen i kapittel 4, og drøfte funnene i kapittel 5 opp mot teorien fra kapittel 2. Noen funn i dataene har jeg også valgt å ikke da med. Ved flere av de kan det tenkes å påvirke undervisningen, men handler ikke om temaet eller var deler av matematikkundervisningen.

Siden jeg allerede hadde et sett med kategorier og temaer besto analysen av intervjuene dermed hovedsakelig av gjennomlesing av transkripsjonene og skanning etter relevante utsagn som ga kombinert perspektiv på observasjonsdataene for danning av et større helhetlig inntrykk av datamaterialet. Spørsmålene fra den aksiale kodingsprosessen beskrevet i avsnittet ovenfor var også sentrale under beskrivelsen av sitatene i utformingen av resultatkapittelet. I denne prosessen fant jeg mye av interesse, samtidig som det naturligvis var mange sitater som var lite konkrete og inneholdt mindre relevant informasjon. Av hensikt om å være kortfattet og konsis har jeg derfor forsøkt å klippe-til slik at mesteparten var relevant for oppgaven, med stor nok del av sitatet til å forstå konteksten i sin helhet. Jeg har derimot valgt å presentere bolker med utdrag fra transkripsjonen av intervjuene, og kommentering og analyse under. Dette har jeg gjort fordi jeg anser informantenes utsagn interessante i sin helhet, da de, i de fleste tilfeller, bidrar til å skape et bilde av lærerens tanker og holdninger til tema.

3.6 Et kritisk blikk på studien

Studiens kvalitet

I spørsmål om forskningens kvalitet er det to spørsmål som er spesielt sentrale (Postholm et al., 2018, p. 222). Hvilke begrensninger er knyttet til forskningen? Og hvordan har gjennomføringen av forskningen påvirket resultatene? Studien min har flere fellestrekk med den fenomenologiske tilnærmingen, og vil derfor være preget av forskerens oppfatninger, fortolkninger og forståelser av temaet (Postholm et al., 2018). Det er naturligvis andre med oppfatninger om samme tema, som kunne studert det samme og fått andre funn. Min studie søker ikke å beskrive et fenomen i sin absolutte og endelige form, men hvordan fenomenet kan utspilles i en naturlig setting i den virkelige verden og lærerens perspektiver og opplevelse knyttet til dette. Min studie er ikke generaliserbar i noen kontekst, men kan gi innblikk i ulike læreres tilnærming til temaet satt i perspektiv mot teori.

Validitet og reliabilitet

Denne studiens validitet sentrerer seg rundt hvorvidt hva jeg observerte og intervjusituasjonen har gitt data som er relevante for arbeid mot problemstillingen for prosjektet. Observasjonen var strukturert med et observasjonsskjema for registrering av data fra en kontekst i virkeligheten hvor undervisningsmetoden jeg studerte var sentral i undervisningen. Intervjuguiden tok primært sett utgangspunkt i lærerens tanker og refleksjoner rundt disse notatene, og lærerens oppfatning temaet er en sentral del av det hele. Derfor kan en legge til grunn at deres egen forklaring har god validitet for å gi perspektiv på fenomenet**.** Dette er to faktorer jeg anser som gyldige og sentrale for belysning av problemstillingen, og metoder som ga valide data. Det samlede dataperspektivet tar utgangspunkt i lærerens oppfatning og innblikk, og ytre faktorer av undervisningens innhold.

Reliabiliteten har jeg redegjort for gjennom detaljert og transparent beskrivelse av forskningstilnærming, datainnsamlings- og analyseprosesser. Min egen subjektivitet har jeg vært bevisst på underveis og bitvis redegjort for i løpet av dette kapittelet, og forsøkt å dempe effekten av underveis i arbeidet. Hensikten med strukturert observasjon var også å få så upåvirket data som mulig til «analysebrettet». Dataene har også utgangspunkt i lærerens direkte ytringer fra et intervju sentrert rundt disse hendelsene. Problemstillingen er mulig å forske på med denne tilnærmingen, men analysen, resultatene, og drøftingen er naturligvis sterkere preget av min egen subjektivitet.

Observasjonen er preget av øynene som ser, og det å lese teori i forkant trekkes fram som et viktig moment av Postholm et al. (2018). Det samme kan sies om intervjusituasjonen og forskerens påvirkning av denne i form av oppfølgingsspørsmål og analysering underveis. Jeg hadde kun fordypet meg i en viss andel av teorien i forkant av datainnsamlingen, og jeg ser i etterkant at dette var noe som kunne gitt meg mer tyngde og et skarpere blikk. Jeg tenker samtidig at jeg i for stor grad kunne fokusert på ting i teorien, og ville sett etter å måle undervisningen og lærerens perspektiver opp mot dette. Det at jeg i etterkant av analysen av dataene mine satt meg ordentlig inn teorien mener jeg førte til at jeg så mer ukritisk og åpent på dataene i analysen, og så etter trender i hva dataene faktisk sa, framfor hypoteser basert på tidligere lesing. Derfor ser jeg ikke nødvendigvis på dette som noe negativt.

Etiske perspektiver

Det er knyttet en rekke etiske dilemmaer til det å søke kunnskap om verden og personene i den. Ved å forske på informantene i denne studien fikk jeg tilgang på deler av deres arbeidsliv som er sterkt preget av dem selv, og som på mange måter gjør dem sårbare. Lærerne har samtykket til å delta, men jeg holder fremdeles et vesentlig ansvar for å ivareta dem og tilliten jeg har blitt vist. Forskningsprosjektet hadde i utgangspunktet også et større omfang som også ville involvert elevenes samtykke, noe NSD i den tid godkjente gitt at forholdsreglene ble fulgt (se vedlegg 1). Elevene til stede under datainnsamling hadde på ingen måte gitt samtykke til min tilstedeværelse og forskning, men de var heller ikke personene jeg forsket på. Jeg hadde fokus på å gjøre min tilstedeværelse så anonym som mulig, samtidig som jeg møtte læreren og elevene med åpenhet og et smil.

I forhold til øvrige etiske perspektiver på dette prosjektet, jeg har prøvd å forholde meg så objektiv som mulig, og vært åpen og transparent i redegjøringen for prosessen. Et aspekt av det hele er også hvordan en forholder seg til informantenes praksis og hvordan en fremstiller deres praksis. Studier søker etter en konklusjon, og i denne prosessen innebærer ofte det å definere ulike ting som positivt og negativt, hva som er ønskelig og ikke ønskelig, hva som er konstruktivt for læring, og hva som ikke er det. Noe kan også være ønskelig i én situasjon, men uønsket i en annen. Det å kunne presist beskrive mulige effekter og konsekvenser basert på drøfting og refleksjoner er noe jeg anser som mye viktigere enn å søke etter en konklusjon for konklusjonens skyld, og noe som innebærer et etisk ansvar. Skjønnsvurdering er en sentral del av kunnskapen knyttet til sosiale studier, og det er derfor mitt mål å kunne bidra til refleksjon utvikling av forståelse både for meg selv og leser, framfor et snevert fokus mot utmeisling av noe normativt.

4. Resultater

I dette kapittelet beskriver jeg resultatene fra datainnsamlingen og analysen. Resultatene vil presenteres i rekkefølgen slik jeg har kategorisert funnene i analyseprosessen. Jeg tar også med utdragene fra observasjonsnotatene for å skape kontekst og tydeliggjøre hva jeg har basert analysen på. Utdragene blir presentert sammenhengende og med original nummerering fra observasjonsnotatene. Notatnumrene vil på flere steder være oppstykket, da notatene imellom ikke er relevante i den aktuelle konteksten. Det finnes et sett med notatnummering for observasjonene hos hver informant. Dette kan muligens virke forvirrende, Derfor presenteres resultatene innenfor hver kategori alltid i rekkefølgen: Mari - Ruben - Tara.

4.1 Resultater fra observasjon

I observasjonene dukket flere av de interessante momentene opp i ulike former hos de andre informantene, og har derfor blitt kategorisert sammen. Flere kategorier hadde likhetstrekk og presenteres derfor sammen under samme tema. For å beskrive bevegelser og hendelser som ikke er åpenbare fra den verbale dialogen, har observasjonsnotatene flere steder uthevet skrift.

4.1.1 Hvordan lærerne utvikler samtalen

Dette underkapitlet vil ta for seg ulike trekk lærerne brukte for å bygge opp samtalestrukturen med elevene. Jeg skal senere gå inn på hvordan lærerne sentrerer samtalen rundt elevene og løsningsforslag, og hvordan kunnskapen kommer fram i samtalen.

Kobler matematikken til noe konkret eller visuelt

Et trekk som gikk igjen hos alle informantene var at samtalen ble koblet mot noe konkret eller visuelt elevene kunne se på. Mari startet helklassesamtalen om figurtall med å få elevene til å helt enkelt beskrive figurtallene hun hadde tegnet på tavla.

1. *«Hva har jeg tegnet på tavla?» [figurtall er tegnet på tavla].*

```
 *      **      ***
***    ****    *****
 *      **      ***
```

2. *«Hva kan du si om F1?».*

3. *«Hva gir hver figur?».*
4. *«Hva er forholdet mellom F1 og F2?».*
5. *«Hva skjer med F17?».*
6. *«Hvis dere ser på … (indikerer noe på tavla) hva skjer?».*

Videre i økten fikk ulike elevpar komme opp å vise sine forklaringer til økende figurtall, hvor samtalen videere var sentrert rundt elevenes egne figurtalltegninger og utregningsforslag.

Ruben hadde tegnet på tavla et lite utvalg av varer med ulike prislapper (nedenfor er en gjengivelse uten tegninger), og sendte senere i aktiviteten opp elevenes arbeidsark på smartboardet for å diskutere arbeidsoppgavene med klassen.

1. *Hvilke varer kan du sette sammen for å bruke 100 kr?*

   Du kan kjøpe følgende

Is	*Bolle*	*Muffins*	*Druer*	*Smoothie*
14 kr	*4 kr*	*6 kr*	*10 kr*	*30 kr*

   Du kan ikke ha penger igjen

Denne tegningen fungerte også som et referansepunkt for elevene under det selvstendige arbeidet og under presentasjonen av elevenes løsningsforslag senere i økten.

Tara hadde gjennomgående noe visuelt og konkret som læringsstøtte. I løpet av observasjonsøkta var det flere tilfeller av dette. Enten det var en tegning på tavla for å diskutere formel for areal, fysiske objekter for å terpe geometriske egenskaper, eller et målebånd for å demonstrere utmåling av avstand.

16. *«Noen som husker formelen for hvordan vi regner ut arealet av en trekant?» ($\frac{G \cdot H}{2}$).*
17. *«Hva kalles den linjen her?» (peker på grunnlinjen av en trekant hun har tegnet på tavla) (8 hender).*
18. *(Spør om de ulike variablene i formelen $\frac{G \cdot H}{2}$ som blir skrevet på tavla).*

    […]

26. *«Hvis vi tenker at vi snakker om klasserommet da, hvor er arealet og omkretsen?».*
28. *«Hva kalles dette?»* ***holder opp et målebånd*** *(1 hånd).*
29. *«Rekk opp hånda dere som har sett det før» (12 hender).*
30. *«Hva kalles det?»* ***lar den ene svare****.*

31. *«Og dette?»* ***Holder opp et annet målebånd.***
32. *«Ja, riktig. Det er målebånd av ulike formater».*

Ovenfor er bare noen utdrag fra situasjoner hvor hun brukte visuelle og konkrete holdepunkter i samtalen. Denne sekvensen inneholder også momenter interessante for å belyse hvordan hun jobbet med å koble sammenhenger og jobbe med språklig og matematisk vanskelighetsgradering i spørsmål. Dette kommer jeg tilbake til senere i dette delkapitlet.

Stiller åpne-, uten-fasit- eller særdeles enkle spørsmål

Samtlige informanter stilte også flere spørsmål som var helt simple. I de neste utdragene presenteres noe som sannsynligvis mest handlet om å senke nivået helt ned, slik at det ble mulig for alle elevene å delta i samtalen. Som presentert under forrige punkt, så utviklet Mari samtalen sin fra tegningen av figurtallene som var på tavla, og initierte samtalen med helt enkle spørsmål.

1. *«Hva har jeg tegnet på tavla?» (figurtall er tegnet på tavla).*

```
 *      **      ***
***    ****    *****
 *      **      ***
```

2. *«Hva kan du si om F1?».*
3. *«Hva gir hver figur?».*
4. *«Hva er forholdet mellom F1 og F2?».*
5. *«Hva skjer med F17?».*
6. *«Hvis dere ser på … (indikerer noe på tavla), hva skjer?».*

Det er også en tydelig stigende vanskelighetsgrad, både språklig og matematisk, i å besvare spørsmål 4 og 5, framfor den tre foregående spørsmålene.

Ruben jobbet i denne økten med tallkombinasjoner og utvidet form på 3. trinn, som i seg selv inneholder avanserte momenter for denne aldersgruppen. De fleste av spørsmålene var knyttet til nevnte temaene med unntak av spørsmålet i notatet under, som i seg selv ikke krever noe matematisk kompetanse.

18. *«4 is er 56 + 4 druer er 96. Da har vi igjen 4 kroner. Var det noe som kostet 4 kroner?» (til klassen).*

Tara derimot brukte gjennomgående enkle spørsmål i samtale med elevene, i det som virket som aktive forsøk på å inkludere flest mulig i undervisningen.

46. *«Hva slags figur er dette?»* ***holder opp en kjegle*** *(10 hender).*
47. ***gjentar prosessen med kube, sylinder, prisme og ulike geometriske former. Stiller spørsmål til egenskapene ved de ulike underveis*** *(10+ hender ved hvert spørsmål).*
48. *«Hva med denne?»* ***holder opp en trekant*** *«De som ikke rekker opp hånda må høre nøye etter» (Til slutt rekker samtlige elever opp hånda).*

    […]

63. *«Hvorfor er dette en kube?».*
64. *«Hva ser det ut som da? Her er det ingen feil svar, jeg bare lurer. Hvis det ikke hadde hatt noe navn som kube, hva ligner det på?».* ***Det blir nevnt: søppelkasse, melkekartong og blyantspisser. Læreren repeterer hvert innspill****.*
65. *«Hva med denne da?»* ***Holder opp sirkel****.*
66. *«Øredobber, måne … Ja, bra!».*

I disse to sekvensene bygde hun opp progresjon til et vanskeligere nivå, hvor samtalen berørte riktig navn og argumentasjon for egenskapene til figurene (notat 47, 63), til hun dro nivået helt ned - hvor hun spurte om navnet på en trekant (notat 48). I en 6. klasse er dette mildt sagt et enkelt spørsmål. Hun fikk til slutt alle elevene til å rekke opp hånda angående trekanten, og fikk flere innspill på hverdagslige gjenstander som har kubisk og sirkulær form (notat 64, 66). I de følgende utdragene benytter hun en annen form for justering av spørsmålene som er interessant.

28. *«Er det noen som kan fortelle meg hvordan de har regnet ut oppgaven?» (10 hender).*
29. *«Hvor mange er det som har klart det?» (18 hender).*

    […]

63. *«Hva kalles dette?»* ***holder opp et målebånd*** *(1 hånd).*
64. *«Rekk opp hånda dere som har sett det før? (12 hender).*

I denne situasjon stilte læreren klassen et spørsmål hvor hun tilsynelatende forventet mer respons. Når hun da justerte spørsmålet økte elevresponsen betraktelig.

Repeterer spørsmålet, venter

Ruben og Tara gjentok ved ulike anledninger et spørsmål og ventet (5-10 sekunder) før de valgte noen til å gi et svar. Dette registrerte jeg ikke i Mari sin økt. Hos Ruben skjedde dette i oppstarten av oppgaven med tallkombinasjoner og under samtale senere om utvidet form.

7. ***Læreren repeterer oppgaven høyt før gjennomgang***.
   […]
20. *«Vi skal jobbe litt med at man kan skrive 258 som 200 + 50 + 8».*
21. *«Hvor mange tiere er det i 139?».*
22. *«Hva står det på tierplassen?».*
23. *(Repeterer spørsmålet, og venter på svar).*

Hos Tara registrerte jeg at dette skjedde én gang, og dette var i starten av timen.

1. *«Noen som husker temaet vi har hatt i matematikk siste uken?» (5 hender)* ***repeterer to ganger***

Ved alle tre tilfellene ble dette gjort i en oppstart eller overgangsfase. Når Ruben byttet aktivitet og skulle ha samtale om utvidet form. stilte han to liknende spørsmål, og repeterte det siste enda en gang. I oppstarten stilte Tara også spørsmålet tre ganger. Dette kan indikere at det er et hensiktsmessig virkemiddel i situasjoner hvor fokus skal flyttes eller samles kollektivt i hele gruppa.

Muntlige forventinger

Alle informantene uttalte på ett punkt forventninger til elevene. Mari uttalte kun ved ett tilfelle en muntlig forventning til klassen, og dette var helt i slutten av timen angående elevdeltakelse (notat 51).

49. *(til hele klassen) «Hvilken formel passer her?».*
50. *«Har dere sett det før (hinter til tilsvarende formel fra starten av timen)?».*
51. *«Her vil jeg ha mange hender i været!» (6-7 elever reiser sent opp hendene etter å ha rettet blikket mot tavla noen sekunder).*

Ruben stilte forventninger til elevenes arbeidsinnsats og pågåenhet rundt det individuelle arbeidet med ulike løsningsforslag.

2. *«Jeg vil ha så mange løsninger som mulig, og vi har som mål at alle skal ha i hvert fall én løsning».*
   […]
9. *«Bra at alle lagde én løsning, men bra om dere ikke er fornøyd med det, og prøver å finne flere. Da skjerper dere mattehodet».*

Han roste at alle fant minimum et svar, og roste ekstra de som fant flere.

Nedenfor presenteres hvordan Tara la muntlige føringer i sin økt.

1. ***Stiller forventninger til arbeidsro og at elevene bruker linjal****.*
   […]
9. *«Vi er her for å lære sammen, om noen ikke husker, går det helt fint».*
   […]
50. *«Hvordan skal vi oppføre oss i gangen?».*

Av disse er det også bare en som er relevante i helklassesamtalekonteksten (notat 9), og kan mer nøyaktig beskrives som en betryggende føring for lavterskel elevdeltakelse.

Oppfordrer til elevsamarbeid

Alle informantene lot også elevene jobbe sammen i forkant av elevpresentasjoner. Mari hadde i oppstarten en kort sekvens med helklassesamtale, før elevene fikk i grupper jobbe sammen om oppgavene, som de så skulle presentere i par og grupper, og diskutere med resten av klassen.

5. *«Hva skjer med F17?».*
6. *«Hvis dere ser på … (indikerer noe på tavla) hva skjer?».*
   elevene jobber gruppevis for å komme fram til F17

Ruben hadde en liknende variant, hvor han først presenterte oppgaven. Så lot han elevene jobbe selvstendig men hvor elevene kunne jobbe sammen om de ville (notat 6), før løsningsforslagene senere skulle presenteres for klassen.

51. *«Jeg vil ha så mange løsninger som mulig, og vi har som mål at alle skal ha i hvert fall én løsning».*
52. *«Samarbeid gjerne, vis hverandre løsninger».*

I det følgende utdraget fra Tara sin undervisning, hadde hun delt elevgruppa i to, og latt guttene og jentene gruppevis samarbeide om å memorere de ulike figurene til Kims lek.

32. *«Ser dere at jeg har startet tiden?»* ***30 sekunder til å memorere alle figurene på bordet****.*
33. *«Okei, kan en av dere hente dem?» (elevene som har gått ut på gangen).*
34. *«Kan en av dere lukke døren, vær så snill?» (til elevene som akkurat kom inn døren).*
35. ***Elevene husker alle tingene, både jentegruppen også guttegruppen***

Når elevene fikk prøve alene, fikk de også mulighet til å få hjelp av en klassekamerat.

57. *«Noen som vil prøve alene?».*
58. ***en elev prøver, men mangler én*** *(til eleven) «Vil du ringe en venn? (til klassen) Er det lov?»* ***elevgruppa samtykker****.*
59. *«Du kan velge hvilken, hvem vil du få hjelp av? (til eleven).*

I utdragene over er det tydelig at læreren er fleksibel, og benytter sjansen til å involvere medelevene i samarbeid når situasjonen muliggjør det.

4.1.2 Elevene i sentrum

I denne kategorien er det flere underkategorier som alle er koblet til det med at elevene og deres interaksjon med matematikken sto i sentrum av samtalen eller undervisningen.

Elev forklarer/viser løsningsforslag for klassen

Alle lærerne jeg observerte hadde sekvenser hvor elevene fikk forklare eller vise sine løsningsforslag for klassen. Mari hadde gjennomgående utover i økten elevpar som viste fram- og forklarte sine løsningsforslag til figurtalloppgaven.

7. *«Hvem vil komme opp og vise, og bare forklare hvordan de har tenkt?» (En elev kommer opp og viser utregning, illustrerer for klassen og forklarer. Elevens svar er feil, men dette opplyser ikke læreren om).*
8. *«Er det noen som har kommet fram til noe annet?» (Ny elev illustrerer for klassen).*

[…]

18. *«Noen som vil vise oppgave nummer […]?» (elevpar går opp til tavla).*

    […]

39. *«Kan elevpar 1, 2, 3, vise oppgave a, b, c?».*

Ruben brukte rundt en tredel av økten på at elevene fikk komme opp på tavla og tegne og forklare sine løsningsforslag.

9. *«Noen som vil begynne?» (2/3 av klassen rekker opp hånden).*
10. *(Én blir valgt, og går opp og viser).*
11. *(Lærer forklarer) «10 · 4 = 40, + 10 · 6 = 60, 100. Bra!».*
12. *(Prosessen gjentas flere ganger).*

Hos Tara derimot var det kun ved én anledning at en elev fikk forklare sin utregning for klassen, og dette var fra plassen sin i klasserommet.

10. *«Er det noen som kan fortelle meg hvordan de har regnet ut oppgaven?» (10 hender).*
11. *«Hvor mange er det som har klart det?» (18 hender).*
12. *«Hvorfor er det cm^2?» (legger vekt på; i annen).*
13. *«Hva har du gjort?» (hvordan har du gjort utregningen).*
14. *«Hva blir det?» (svaret).*

Denne sekvensen inneholder noen interessante momenter jeg kommer tilbake til under utdypende forklaringer.

Elevenes løsningsforslag blir skrevet på tavla

I framvisningen av løsningsforslagene fikk elevene til Mari og Ruben også bruke tavla/smartboardet for å illustrere for klassen. Mari sine elever både tegnet figurtall og skrev opp utregninger for generelle figurtall på tavla.

7. *«Hvem vil komme opp og vise, og bare forklare hvordan de har tenkt?» (Noen kommer opp og viser utregning, illustrerer for klassen og forklarer. Elevens svar er feil, men dette opplyser ikke læreren om).*
8. *«Er det noen som har kommet fram til noe annet?» (Ny elev illustrerer for klassen)*

    […]

10. *«Fra hvilket regnestykke baserer du denne illustrasjonen?» (Eleven har tegnet et løsningsforslag til hvordan figurtallene kan se ut).*

    […]

20. *«Hvordan tegner dere de ulike figurene i mønsteret?» (elevene har generert et figurtallmønster som de tegner for klassen).*

Ruben lot rundt 10-12 elever komme opp ved smartboardet for å tegne og skrive opp sine løsningsforslag til varekombinasjoner for klassen.

9. *«Noen som vil begynne?» (2/3 av klassen tar opp hånden).*
10. *(Én blir valgt, og går opp og viser).*

    […]

12. *(prosessen gjentas flere ganger).*

    […]

14. *(Elevene er ivrige på å vise fram og er klassen stille og følger med på hva medelevene viser fram).*

Tara derimot, skrev i denne økten selv opp elevenes løsningsforslag på tavla. Dette var en del av en imponerende sekvens fra timen, med flere interessante momenter i spill.

34. *«Hvor lang er denne?»* ***Holder et målebånd på 1,5m inntil kroppen sin****.*
35. ***tar imot forslag, og skriver de på tavla fortløpende*** *«jeg sier ikke høyden min».*
36. ***skriver ned 10+ forslag*** *«flere som vil gjette?».*
37. *«Høyden min er 1,72. Da kan dere gjette på nytt. Hvor langt er målebåndet?».*
38. *«Se nøye når jeg står ved siden av» **
39. *Skriver ned 12 reviderte forslag, de siste 4-5 forslagene er 150cm*.*
40. *«Okei, hvordan finner jeg ut hvor lang den er da?».*
41. ***repeterer elevforslaget*** *«ser på tuppen, hva er det der?».*
42. *«1cm, der begynner det. Da må jeg i andre enden, og der står det 150 cm».*

Fra denne sekvensen kan det også trekkes fram ytterligere trekk læreren benyttet utover det at elevenes løsningsforslag ble skrevet på tavla. Dette med at læreren koblet matematikken til noe konkret og visuelt (notat 34) - som jeg var inne på tidligere - og som jeg kommer til i de neste delkapitlene; at læreren ville at elevene skulle utdype svarene sine; hvordan læreren stilte ledende spørsmål for å lede elevene på riktig spor; hvordan læreren tok stilling til elevsvarenes gyldighet; og hvordan læreren lot alternative løsninger på en oppgave bli presentert for klassen.

Utdypende forklaringer

Lærerne ville også at elevene skulle utdype sine forklaringer ytterligere. I timen til Mari var dette en naturlig forekommende del av elevenes framvisninger.

10. *«Fra hvilket regnestykke baserer du denne illustrasjonen?» (Eleven har tegnet et løsningsforslag til hvordan figurtallene kan se ut).*
11. *«Hvorfor tok dere 17 · 5?» (til elevparets løsningsforklaring).*

    […]
14. *«Hva gjorde du?» (til enkeltelev).*
15. *«Hva la du til?».*

    […]
26. *(til elevpar ved tavla) «Vent, hvordan tenker dere?».*

    […]
45. *(til elevpar ved tavla) «Hvordan tenker dere?».*

Ruben ønsket utdypende forklaringer til elevenes løsningsforslag til varekombinasjoner.

13. *«Hva har du egentlig tenkt her? Du skriver tallene men hva mener du at du har kjøpt?»*

    […]
15. *«Her må du hjelpe oss litt, hvilke tall hører sammen?»*

Tara ba om utdypende forklaringer gjennomgående i timen jeg observerte. Dette gjaldt ikke bare hvis en elev hadde en mangelfull forklaring, Tara stilte ofte elevene spørsmål om *hvorfor* en gjorde som en gjorde. Dette kommer tydelig fram i utdragene fra observasjonsnotatene nedenfor.

12. *«Hvorfor er det* cm^2*?» (legger vekt på; i annen).*
13. *«Hva har du gjort» (hvordan har du gjort utregningen).*

    […]
19. *«Hvordan finner vi omkretsen?».*
20. ***gjentar elevsvar** «plusse, hva må vi plusse?».*

    […]

46. *«Hva slags figur er dette?»* ***holder opp en kjegle*** *(10 hender).*
47. ***gjentar prosessen med kube, sylinder, prisme og ulike geometriske former. Stiller spørsmål til egenskapene ved de ulike underveis*** *(10+ hender ved hvert spørsmål).*

Fra disse utdragene ser det ut til at Tara var interessert i at elevene skulle kunne mer enn å bare gi et svar. Hun tester elevenes breddekunnskap og holder elevene på tærne ved at de gjennomgående blir bedt om å reflektere over- og argumentere for svarene de gir.

Læreren stiller spørsmål til klassen om et elevsvar

Til en viss grad satte også alle informantene elevsvar i sentrum av helklassesamtalen, men her var det store variasjoner. I timen til Mari skjedde dette ved flere anledninger og elevsvar var ofte det som var i sentrum av samtalen.

12. *«Hvis dere ser på […] (elevens) forslag (til klassen), hvor mange har fått 53 som samme svar?».*

    […]
16. *(til klassen) «Kan vi bruke denne formelen på alle figurtallene?».*
17. *«Hvis vi tar F1, F2 F3.. fungerer denne formelen?» (klassen regner ut i fellesskap om det fungerer).*

    […]
21. *(til klassen) «Hva er mønsteret demmes'?» (refererer til elevsvaret).*

    […]
28. *(til klassen) «Hvordan tenker dere dette passer med F1, F2, F3, F12, F27?».*

Her setter Mari elevsvar om generelle formler i sentrum av samtalen, og får medelevene til å betrakte og reflektere rundt andres løsningsmetoder og forslag for å komme fram til svaret på.

I motsetning til hos Mari, registrerte jeg at dette kun skjedde en gang hos Ruben og Tara. Følgende er et utdrag fra Rubens time.

18. *«4 is er 56, + 4 druer er 96. Da har vi igjen 4 kroner. Var det noe som kostet 4 kroner?» (til klassen).*
19. *(Noen i klasserommet sier «boller»), «Ja, bra!».*

Ovenfor er nok ikke et utdrag fra den mest meningsfylte samtale som inspirerer til avansert refleksjon rundt en medelevs matematiske perspektiv, men nærmere en fin måte å engasjere klassen rundt medelevens arbeid.

Tara lot som oftest elevene som hadde gitt svaret selv få utdype og argumentere for svarets gyldighet, framfor at hun ba andre i klassen ta aktiv stilling til det. Det ene notatet hvor jeg registrerte at hun stilte spørsmål til hele klassen om en elevs utregning, var angående hvorfor en deler på to i utregningen for areal av en rettvinklet trekant.

15. *«Hvorfor deler vi på 2?»* ($\frac{GL \cdot H}{2}$).

Lar elevene bestemme (litt)

Tara og Mari inkluderte elevene i ulike bestemmelser i undervisningen, og lot elevene på et vis innta en form for *lærerrolle*. Hos Mari handlet dette blant annet om å la elevene forklare og illustrere for klassen som en lærer, men lot også elevene velge hvilke av elevene som rakk opp hånda som skulle få ordet.

52. *(beskjed) «Ja, dere får velge hvem som skal svare» (til elevene ved tavla).*

Hos Ruben registrerte jeg ingen hendelser hvor elevene var delaktige i beslutninger som skulle tas.

Tara derimot involverte elevene på flere områder. Dette gikk på det å forklare Kims lek, hva elevene mente om ulike regler innenfor leken underveis, og at eleven fikk velge hvem som skulle hjelpe til.

58. ***en elev prøver, men mangler én** (til eleven) «Vil du ringe en venn?» (til klassen) «Er det lov?» **gruppa samtykker**.*
59. *«Du kan velge hvilken. Hvem vil du få hjelp av?» (til eleven).*
    […]
67. *«Okei, da skal vi bytte på gruppene. Kan noen hjelpe meg å forklare […] (assistenten) og den andre gruppa hvordan vi lekte Kims lek?».*
68. ***en elev forklarer det meste av leken og læreren kommer med et oppfølgingsspørsmål** «… og hva måtte dere huske på for å si hva som var borte»? **en elev svarer** «de riktige navnene på figurene».*

Noe jeg fant var også at Tara formulerte spørsmålene og beskjedene knyttet til klasseledelse på en måte som, rent ordrett, elevene kunne avvise. Med dette mener jeg spørsmål formulert på følgende måte: «er det noen som husker […]?», «kan du […]?», «kan noen […]?», etc. og er ikke et funn jeg anser som veldig relevant for matematikkundervisning, men indikerer at hun henvendte seg til elevene på en høflig og ikke-kommanderende måte.

4.1.3 Hvordan konstrueres kunnskapen

I øktene jeg observerte ble kunnskapen hovedsakelig konstruert i samspill med elevene og deres innspill i undervisningen. Under de neste punktene er det tydelig at Ruben og Tara begge spilte en sentral rolle i vurderingen av gyldigheten elevinnspillene, mens Mari tok en mer distansert posisjon i dette aspektet.

Stiller ledende spørsmål for å lede eleven(e) på riktig spor

Alle lærerne stilte ledende spørsmål for å lede eleven eller klassen på riktig spor. Dette varierte da noe, og her skilte Ruben seg litt ut. Mari sin undervisning inneholdt mye av denne måten å stille spørsmål på. Nedenfor er kun noen få utdrag fra observasjonsnotatene fra Maris undervisning som bærer preg av denne måten å få progresjon i helklassesamtalen.

4. *«Hva er forholdet mellom F1 og F2?».*
   […]
6. *«Hvis dere ser på … (indikerer noe på tavla) hva skjer?».*
   […]
10. *«Fra hvilket regnestykke baserer du denne illustrasjonen?» (Eleven har tegnet et løsningsforslag til hvordan figurtallene kan se ut).*
    […]
13. *«Hvis vi nå skal lage en formel til dette, har noen forslag til hvordan denne kan se ut?».*
    […]
16. *«Kan vi bruke denne formelen på alle figurtallene?» (til klassen).*

Hva en kan si om dette utdraget er at læreren antakelig visste svarene på spørsmålene, at hun ikke ønsket å konkludere samtalen med svarene, og kunne valgt selv å bare fortelle elevene alt.

Ruben derimot stilte færre slike spørsmål, og de virket ikke i like stor grad å stilles for å få progresjon i samtalen, men at svarene i seg selv var hovedpoenget.

13. *«Hva har du egentlig tenkt her? Du skriver tallene men hva mener du at du har kjøpt?».*

    […]

20. *«4 is er 56 + 4 druer er 96. Da har vi igjen 4 kroner. Var det noe som kostet 4 kroner?» (til klassen).*

    […]

22. *«Vi skal jobbe litt med at en kan skrive 258 som 200 + 50 + 8».*
23. *«Hvor mange tiere er det i 139?».*
24. *«Hva står det på tierplassen?».*
25. *(Repeterer spørsmålet, og venter på svar).*
26. *«Hvilket siffer står på enerplassen?».*

Ruben visste naturligvis svarene på disse spørsmålene, men det er lite som tyder på at samtalen skulle videre og sette noen større sammenhenger i perspektiv for elevene. Fra notat 20 og utover hadde han samtale med elevene om hvordan en jobber med å skrive på utvidet form, men etter noen minutter med individuelt arbeid tok han en litt mer aktiv rolle som er tydelig fra notat 34.

34. *«Når vi skriver på utvidet form 121. 100 + 20 + 1 …» (løser en rekke oppgaver på smartboardet for elevene).*

Her kunne han involvert elevene mer slik han gjorde i inngangen til arbeidet, men tok i stedet et valg om å vise elevene eksempler på hvordan en gjorde oppgavene.

Tara stilte flest spørsmål av alle informantene. Nedenfor er et utdrag fra en sekvens som gir et tydelig bilde på hvordan hun førte samtaler generelt i denne timen.

21. *«Hva er det vi finner når vi regner areal?».*
22. ***repeterer elevsvar** «Grunnflaten, Ja».*
23. *«Omkrets?».*
24. ***Repeterer elevsvar** «Det som er rundt».*
25. ***Repeterer begge svarene om igjen** (areal og omkrets).*
26. *«Hvis vi tenker at vi snakker om klasserommet da, hvor er arealet og omkretsen?».*
27. *«Hvordan kunne vi ha regnet ut dette da?» (areal og omkrets).*

Utdraget ovenfor danner et bilde av hvordan hun stilte spørsmål og hvordan det førte til progresjon i samtalen uten at hun selv bidro med så mye annet enn å systematisere fremgangen elevene selv stod for. Samtalen var også hele tiden på vei et sted, og utdraget ovenfor leder videre til sekvensen med målebåndet som presentert tidligere (se kap. 4.2.1, og 4.2.2, notat 28-41).

Rett eller galt svar?

Hvordan lærerne tok stilling til gyldigheten i elevsvar er også interessant. I observasjonsdataene registrerte jeg ikke et eneste tilfelle hvor læreren påpekte at et svar var feil, og lærerne forholdt seg ulikt til svarene når de var riktige. Under økten til Mari registrerte jeg at hun kun én gang verifiserte et løsningsforslag som korrekt (notat 33). Hun hadde derimot en annen metode for å bedømme gyldigheten til forslagene i undervisningen.

33. *«Dette stemmer, men hvordan kan vi lage en formel?».*
    […]
7. *«Hvem vil komme opp og vise, og bare forklare hvordan de har tenkt?» (Noen kommer opp og viser hva utregning, illustrerer for klassen og forklarer» (Elevens svar er feil, men dette opplyser ikke læreren om).*
8. *«Er det noen som har kommet fram til noe annet?» (Ny elev illustrerer for klassen).*
9. *«Hva er det som er forskjellig fra din løsning, til den første?».*
    […]
22. *«Hvordan passer dette med formelen F1, F2, F3 …?».*
23. *«Hva skal til for at det passer?».*

Som er tydelig i denne sekvensen tok ikke Mari stilling til om svarene var feil eller riktige, men stilte spørsmål som gjorde at elevene selv måtte sammenligne mellom- og vurdere sine egne og andres løsningsforslag. I notat 9 ba hun også eleven vurdere forskjellen på sitt eget svar, og det foregående (som var feil). Denne måten å få elevene til å vurdere gyldigheten i svarene er unikt for Mari i disse observasjonene, og et meget interessant drøftepunkt.

Under økten jeg observerte hos Ruben var som nevnt tidligere en sentral aktivitet at elevene skulle opp ved tavla for å tegne og forklare sine løsningsforslag for klassen. Når elevene hadde presentert roste Ruben eleven for presentasjonen om den var god, eller stilte spørsmål ved eventuelle uklarheter.

11. *(Lærer forklarer) «10 · 4 = 40, + 10 · 6 = 60, 100. Bra!».*

[…]

13. *«Hva har du egentlig tenkt her? Du skriver tallene men hva mener du at du har kjøpt?».*

    […]

15. *«Her må du hjelpe oss litt, hvilke tall hører sammen?».*
16. *(Lærer forklarer regnestykket stegvis). «2 smoothie = 60 + druer = 70, Bolle, to muffins og is, 100».*

Denne prosessen var ganske gjentakende og lik mellom de ulike elevene som presenterte for klassen, og oppsummeres ganske greit av notatene over.

Tara kommenterte ved ulike situasjoner at et elevsvar var riktig.

6. *(Sier til eleven) «**Flott!** Kan du vise utregningen?».*

   […]

32. *«**Ja, riktig**. Det er målebånd av ulike formater».*

    […]

56. *«Okei, jeg fjerner en …?» *venter på at guttene svarer, «pyramide» * «Jeg fjerner en …?» *guttene svarer «kjegle» * «**Bra!**».*

Det hun også- og mye oftere gjorde når elevsvar var riktige derimot, (som hun kommenterer senere i intervjudataen) var å repetere elevsvaret høyt for klassen.

69. *«Kjapp repetisjon av timen, hva var dette igjen?» **Holder opp målebånd**.*
70. ***Repeterer elevsvar** «Målebånd, og hva bruker du den til?».*
71. ***Repeterer elevsvar** «Måle areal, og når trenger du det?»*
72. ***Repeterer elevsvar** «Kjøper kommode til huset, f.eks. for å se om den passer».*
73. *«Eller nå med pandemien, for å vite hvor lang avstand vi må ha til folk» **Drar ut målebåndet og viser én og to meter**.*

Ovenfor er først noen eksempler på hvordan hun validerte og roste rett svar, og hvordan hun gjorde det indirekte ved å repetere elevsvaret. Dette med å repetere elevsvarene observerte jeg også under repetisjonen av areal og omkrets (notat 21-27), og var noe hun gjorde gjentatte ganger i løpet av økten. Utdragene kan indikere at når det er progresjon i samtalen og den er på vei videre, så repeterer hun elevsvaret. Mens når poenget er gjort klart- eller samtalen havnet på en form for konklusjon, at hun validerer og roser svaret som er gitt. Det er derimot ikke gitt at hun lar være å repetere et innspill som konkluderer en samtale, men at hun muligens vektlegger gyldigheten i svaret først når samtalen har nådd destinasjonen.

Elevene i samspill rundt matematiske konsepter/ Samtalen som medium

På forskjellige nivåer jobbet også alle lærerne i denne timen med forståelse rundt matematiske konsepter. Utdragene nedenfor tydeliggjør hvordan samtalen fungerte som et medium mellom elevenes ulike perspektiver på matematikken. Utdragene nedenfor har allerede blitt presentert, og er spørsmålene Mari stilte da de første elevene viste fram sine forklaringer for klassen.

7. *«Hvem vil komme opp og vise, og bare forklare hvordan de har tenkt?» (En elev kommer opp og viser utregning, illustrerer for klassen og forklarer. Elevens svar er feil, men dette opplyser ikke læreren om).*
8. *«Er det noen som har kommet fram til noe annet?» (Ny elev illustrerer for klassen).*
9. *«Hva er det som er forskjellig fra din løsning, til den første?».*
10. *«Fra hvilket regnestykke baserer du denne illustrasjonen?» (Eleven har tegnet et løsningsforslag til hvordan figurtallene kan se ut).*
11. *«Hvorfor tok dere 17 · 5?».*

Mari jobbet her med figurtall i en 7. klasse, og elevene var den sentrale faktoren i progresjonen. Ved å stille disse spørsmålene skapte Mari en samtale der elevene måtte reflektere rundt medelevenes løsningsforslag, tegninger og forklaringer. Hun tok selv en mer passiv rolle i konstruksjonen av kunnskapen.

Ruben var betraktelig mer aktiv i denne prosessen når elevene viste fram sine løsningsforslag, som er tydelig i utdragene nedenfor, hvor han selv valgte å oppsummere elevenes løsningsforslag for klassen (notat 11, 12, 16, 18).

1. *Hvilke varer kan du sette sammen for å bruke 100 kr?*

   Du kan kjøpe følgende

Is	*Bolle*	*Muffins*	*Druer*	*Smoothie*
14 kr	*4 kr*	*6 kr*	*10 kr*	*30 kr*

   Du kan ikke ha penger igjen

2. *«Jeg vil ha så mange løsninger som mulig, og vi har som mål at alle skal ha i hvert fall én løsning».*

   […]

10. *(Én blir valgt, og går opp og viser).*
11. *(Lærer forklarer) «10 · 4 = 40, + 10 · 6 = 60, 100. Bra!».*
12. *(Prosessen gjentas flere ganger).*
13. *«Hva har du egentlig tenkt her? Du skriver tallene men hva mener du at du har kjøpt?».*

   […]

15. *«Her må du hjelpe oss litt, hvilke tall hører sammen?».*
16. *(Lærer forklarer regnestykket gradvis) «2 smoothie = 60 + druer = 70, Bolle, to muffins og is, 100».*

   […]

18. *«4 is er 56 + 4 druer er 96. Da har vi igjen 4 kroner. Var det noe som kostet 4 kroner?» (til klassen).*
19. *(Noen i klasserommet sier «boller»). «Ja, bra!».*

Ruben jobbet med denne oppgaven på 3. trinn, hvor elevene fikk vise fram ulike løsningsforslag. Noe som framsto som matematisk verdifullt i denne oppgaven, var at elevene fikk et inntrykk av at tallet 100 kunne ha mange ulike kombinasjoner. Ved å be elevene om å lage et flertall individuelle løsninger (notat 2), og i tillegg ha en delingssekvens hvor elevene fikk se medelevers løsninger, ble dette understreket tydelig for elevene. Oppgaven her fostret ikke på samme måte en samtale med naturlig progresjon som hos til de andre informantene, men kunnskapen ble hele tiden konstruert i samspill med elevenes bidrag. Ruben oppsummerte kun det elevene selv hadde presentert for klassen, og ba elevene forklare løsningsforslagene ytterligere, framfor å korrigere dem på egenhånd.

Den neste sekvensen fra økten til Tara har også blitt presentert tidligere, og omhandler oppgaven med målebåndet. Fra utdragene nedenfor er det tydelig at elevene lærte av hverandres innspill.

34. *«Hvor lang er denne?»* ***Holder et målebånd på 1,5m inntil kroppen sin****.*
35. ***tar imot forslag, og skriver de på tavla fortløpende*** *«jeg sier ikke høyden min».*
36. ***skriver ned 10+ forslag*** *«flere som vil gjette?».*
37. *«Høyden min er 1,72. Da kan dere gjette på nytt. Hvor langt er målebåndet?».*

38. *«Se nøye når jeg står ved siden av»* ***Skriver ned 12 reviderte forslag, de siste 4-5 forslagene er 150cm****.*
39. *«Okei, hvordan finner jeg ut hvor lang den er da?».*
40. ***repeterer elevforslaget*** *«ser på tuppen, hva er det der?».*
41. *«1cm, der begynner det. Da må jeg i andre enden, og der står det 150 cm».*

Ved at hun lot elevene anslå hvor langt målebåndet var (notat 34, 35) for å deretter gi tilleggsinformasjon (notat 37) ledet hun elevene nærmere som til slutt forsto ut (fra notat 38, hvor de 4-5 siste forslagene er midt i blinken).

Det som også er tydelig fra utdragene under dette punktet, er at informantene skapte disse situasjonene ved å la alternative løsninger på et problem eller en oppgave bli presentert for klassen. Fra dette er det tydelig at helklassesamtale fungerer som en arena for deling av elevarbeid og ulike perspektiver blant elevene.

4.2 Intervjudata

I intervjudataene var det mye av interesse som gir perspektiv på det jeg observerte i undervisningen. I dette delkapittelet vil jeg presentere hvert intervju med kommentarer til informantens utsagn under utdraget (se kap. 3.5). Mine egne spørsmål er uthevet, men ellers er mine utsagn og affirmasjoner markert med hakeparentes […].

4.2.1 Mari

Skolen til Mari var der jeg observerte først og læreren jeg intervjuet sist. Hun virket derimot å huske godt innholdet i timen. Intervjuet varte i litt over 26 minutter, og var det korteste.

> ***Hva var det matematiske læringsmålet med denne timen?***
>
> *Hele målet med å starte med figurtall er å jobbe forberedende mot algebra og regning med likninger. Ofte så går elevene helt i svart når du innfører x og y (ler) [mhm] men når de lager formler der de bruker figurtall, så gjør dette denne overgangen mye bedre … altså for meg handler om å finne ut av hvordan man skal hindre at den rullegardina går ned for elevene når de bokstavene kommer inn, [mhm] og da syns jeg det å leke med mønster og figurtall, lære formler, og lære å lage formler, og å lære hva en formel faktisk er, [mhm] det er kjempemessig altså … Så du prøver å få dem til å lage formelen*

da, eller i hvert fall prøver komme fram til formelen da, selv, [mhm] i stedet for at du presenterer dem formelen.

Læreren hadde et tydelig mål med timen som var primært forberedende arbeid mot algebra og likninger ved å leke seg med figurtallmønster og formler. Det læreren sier samsvarer med flere av elementene fra observasjonen. Hun får elevene til å jobbe sammen rundt et matematisk konsept, og påpeker at det i dette tilfellet var for å forberede elevene for generell liknings- og bokstavregning senere. Hun vektlegger også det at elevene skal kunne leke med læringsstoffet, forstå hva en formel faktisk er, og at de helst skal komme fram til den på egenhånd.

Hvorfor var dette en god måte å jobbe inn mot de læringsmålene du nevnte?

Altså helklassesamtale er jo det at du er bevisst hvem du spør, og i hvilken rekkefølge du spør dem, ikke sant? [mhm]. Du må være bevisst på å ikke la de flinkeste få svare først. Du må bygge det opp. Og da når du har god kunnskap om hvor elevene står faglig, så er det ganske enkelt som lærer å gjøre det. Men det forutsetter at du veit hvem du skal spørre og i hvilken rekkefølge. [mhm] og ofte så pleier jeg heller å gi dem en oppgave der jeg vil at alle gruppene skal svare, også setter jeg sammen gruppene, og bygger det opp sånn. [mhm] sånn at de får tid til å forberede et svar da.

Her påpeker hun noe som knapt er mulig å danne et forhold til gjennom observasjon av en enkelttime, dette med at hun helst vil at de sterkeste elevene skal svare senere i samtalen. Altså først når samtalen kommer på et mer avansert nivå. Som jeg også observerte stilte hun veldig enkle spørsmål helt i starten, før det gradvis ble mer avansert, og fra utsagnet over kan det se ut som dette var for å inkludere de «svakere» elevene. Hun understreker viktigheten av å kjenne til elevenes faglige ståsted, spesielt i sammensetninger av balanserte grupper som kan samarbeide om et presenterbart produkt. Videre nevner hun dette med tid til å forberede et svar, som jeg skal kommentere nærmere ved et annet utsagn.

Hvordan setter du sammen gruppene da?

Du må ha de som driver samtalen framover i hver gruppe. [mhm] så du må blande det, og gjerne så kan jeg be en av elevene i gruppene være den som presenterer gruppas svar. For det presser dem til å formulere noe som er logisk og forståelig for de andre. [mhm] du presser dem til å konsentrere seg egentlig, og å være med i samtalen.

At hun oppfordrer til elevsamarbeid og ønsker at elevene skal presentere sine svar for klassen stemmer overens med hva jeg observerte. Her utdyper hun dette med at gruppene drar fordel av en spesifikk sammensetning og at hun ved denne metoden opplever at elevene konsentrerer seg bedre fordi de får et press på seg til å levere noe logisk og forståelig for klassen. Ved å ansvarliggjøre enkeltelever i gruppene, signaliserer hun også tydelige forventninger til deltakelse, som ikke var et moment jeg ikke registrerte under observasjon.

> ***I hvilken rekkefølge spør du elevene i helklassesamtale da?***

> *Jeg spør de som ikke er de flinkeste først, men av de som rekker opp hånda da. Men det er jo akkurat det som er hele utfordringa med å få aktivisert alle, og få med alle. Og det får du til mye bedre når de får noen minutter til å forberede seg. Så du må gi de noen minutter til å jobbe med oppgaven før du tar diskusjonen. Det gjorde de jo i denne timen også, og da har du mye større mulighet til å få med flere.*

Læreren understreker dette med å utelate de «flinkeste» i starten av samtalen, men gir uttrykk for å fortsatt kun velge elever som rekker opp hånda. Hun nevner også dette med å få aktivisert alle i samtalen som en utfordring, men at det er mye lettere om de får litt tid først til å diskutere oppgaven og forberede et svar. Dette samsvarer med at hun lot elevene jobbe i grupper og par før delingssekvensen begynte i økten jeg observerte.

> ***Når du skal jobbe med å bygge opp en samtale, hvordan jobber du med å få opp elevaktiviteten, for kanskje å få flere hender i været?***

> *Ja da kan jeg stille ledende spørsmål. Jeg har jo et ønske om hva jeg vil skal komme frem. [ja]. Så jeg spør jo litt ledende hvis jeg føler samtalen går i stå. Men mange ganger får du jo sånn fiffige forklaringer som du må bruke litt tid på selv også, for å skjønne «hvordan tenker eleven her??» [mhm] men de samtalene er jo om ikke enda viktigere [**Hvorfor?**] For det er jo så mange måter å løse en oppgave på! [mhm] det å lære seg, og det å erfare at det er så mange forskjellige veier til løsning det … prosessen er i sentrum da. [**Hvorfor tenker du at prosessen er så viktig da**?] Det er jo der hele forståelsen ligger!*

Som jeg også observerte stilte hun ledende spørsmål. Her blir det tydelig at hun har et bevisst forhold til dette som et redskap for å få samtalen i ønsket retning- og hvis samtalen går litt i stå. Noe som var vanskelig å oppdage fra undervisningsøkta var om det var noe uventet som oppsto som ble tema for samtale. Her poengterer hun uansett at dette er noe hun verdsetter som en viktig faktor som samtaletema generelt. Videre er det tydelig at hun vurderer høyt å erfare at det er forskjellige gyldige løsninger på et problem, og en verdifull oppdagelse for elevene. Som hun sier er også prosessen i sentrum, Som jeg observerte lot læreren feil svar bli presentert for klassen, og hun lot elevene reflektere over forskjellene på svarene, og mulighet til å vurdere gyldigheten selv. Hva som var riktig svar ble ikke eksplisitt vektlagt, og ved å la elevene vurdere og reflektere, signaliserer hun for elevene at prosessen er det viktige. Utdraget over gir et inntrykk av hvorfor hun gjør dette, som hun begrunner med at «*det er jo der hele forståelsen ligger!*».

> ***Flere ganger i denne timen så lar du elevene komme opp ved tavla og vise og forklare løsningene sine og hvordan de har tenkt for klassen, er det noen tanke bak dette?***
>
> *Ja for det første så lærer de det å stå foran en klasse og bare prate, men samtidig så har det også blitt litt sånn kult da, og kunne stå ved tavla og presentere for andre. Og at det presser dem til å ha tenkt gjennom mer nøye hva de faktisk har gjort. Hovedgrunnen er vel da kanskje at de må bruke tiden effektivt, for de vet at noen må opp på tavla, og det er ikke kult å kaste bort tiden å ikke ha noe å presentere. [mhm]. For det er det altså, i det gjengen der er det kult å være god i matte.*

I økten jeg observerte lot læreren elevene vise og forklare løsningsforslag, og var en sentral del av undervisningen. Som kommer til uttrykk ovenfor er dette noe hun har et bevisst forhold til og begrunnes i lys av flere faktorer. Hun nevner verdien av å lære å stå foran en klasse å prate; at det er en slags prestisje knyttet til dette; og at elevene får et insentiv til å disponere tiden mer effektivt når de jobber forberedende mot delingssekvenser.

> ***Hva med å la elevene forklare, var dette noe du vektla?***
>
> *Ja, for det er jo det som avdekker demmes forståelse. [mhm] sånn at det avdekker misoppfatninger veldig godt … det gir jo faktisk et mye bedre inntrykk av hvor eleven står faglig, og hva vi må jobbe mer med … det er bare sånn jeg jobber. At jeg vil at elevene skal opp å presentere og forklare for klassen. Elevene forklarer med egne ord, og det er et språk som er mye mer forståelig for medelevene. [mhm] så nettopp det at elevene bruker sitt eget språk kan bety at forklaringene når inn bedre til mange av*

elevene … og det å vurdere, er det logisk det her, at dette blir svaret? Det å gå andre veien også, og gå bakveien med å kontrollregne svarene sine med motsatt regneart, det elsker de.

Her sier læreren at elevenes forklaringer er gode for å avdekke misoppfatninger, og indikere faglig ståsted og hvilken grad av forståelse elevene har. Videre nevner hun at det også har en ren didaktisk fordel, ved at elevenes forklaringer kan være mer forståelige for medelever enn det lærerens forklaringer er. Som hun sier her snakker elevene et felles språk, som medelevene kan være mer mottakelige for enn lærerens språk. Denne effekten fikk mange muligheter til å styrke samtalen i økten jeg observerte, da elevenes språk var sentralt i mange elementer fra undervisningen. Som hun sier vektlegger hun også at elevene skal vurdere gyldigheten og logikken i svarene. Dette med å kontrollregne med motsatt regneart så jeg ikke under observasjons, men det samsvarer med hvordan hun ellers i undervisningen lot elevene vurdere og sammenligne de ulike svarene som ble delt med klassen, og med at elevene brukte kontrollregning av figurtall med ulike formler.

Også var jo svaret feil i en situasjon, men dette nevner du ikke. Du spør klassen om noen andre har fått noe annet. Er det noen tanke bak det?

Det er bevisst. Det er bevisst. For å si at «det her, det er jo helt feil!». Hva gjør det med en unge da? (ler) ja. Så jeg pleier ikke å si at noe er feil, og hvis jeg bruker det, og sier at det er feil, så prøver jeg å snu det, og bruke det selv. Som «my favorite no».

Jeg observerte at hun kun en eneste gang påpekte at et svar var feil. Forklaringen hennes her peker på at dette er noe hun mener ville vært destruktivt for eleven, men at elevenes feil kan fungere som det som kjennetegnes som et *contingent moment*, og en mulighet for å starte en helklassesamtale rundt (se kap. 2.3.2).

Syns du det kan være utfordrende å få opp alle, eller vil de fleste opp og vise fram?

Nei, hvis det er noen som du aldri får opp, så sier jeg til dem at, «på tirsdagen, så kommer jeg til å be deg komme opp å løse denne oppgaven her». Også får de lang tid til å forberede seg, også gjør de det. Så får de mestring, og skjønner at, det var ikke så skummelt.

Her forklarer Mari en metode for hvordan hun kan skape trygge rammer for enkeltelever som vegrer seg for å vise fram for klassen. Dette elementet var naturligvis umulig å observere i undervisningsøkta, men er verdifull informasjon om en bakenforliggende faktor for graden av deltakelse i undervisningen.

> ***Hvordan er det med det å engasjere de sterkeste da, i en klasse som er såpass engasjert med matematikk. Er det vanskelig å tilpasse for de sterkeste?***
>
> *I timene kan det være vanskelig på en måte, for de blir litt tvunget til å være med på det samme ... men i de periodene hvor vi kan jobbe med litt mer åpne oppgaver differensieres det jo naturlig ut ifra kompetansen som eleven har, ikke sant. [mhm] eeh, så helt klart er det av og til, når oppgavene er mer lukkede da, så er det vanskelig. Så du må på en måte tilstrebe mer åpne oppgaver.* ***Og i denne timen da, følte du at det var for lett for de sterkeste?*** *Nei, det var greit. Det er sånn at til og med de sterkeste kan ta feil på figurtall hvis ikke de tester det mer nøye på høyere tall, fordi det kan fungere på de laveste figurtallene, også være litt annerledes når det blir høyere tall.*

Mari gir her uttrykk for å være mest utfordret av å tilpasse for de sterkeste elevene, men at det ved bruk av åpne oppgaver gjør det lettere å tilpasse for alle. Hun beskriver figurtall som en god måte å tilrettelegge for dette, noe hun peker på kan ha sammenheng med at figurtall kan se forutsigbare ut de første figurtallnumre, men være vanskelig å finne generelle løsninger for.

> ***Hvordan tenker du når du formulerer spørsmål i undervisningen da?***
>
> *Tanken bak det å stille spørsmål som jeg gjør er jo å lede de til andre måter å se det på, og få fram andre strategier, eller «er det alltid på denne sånn, kan det gjøres på en annen måte?», det er noe med å få de til å tenke alternativt. At det er flere måter som dette kan løses på. Og at jeg ikke prøver å gi noen inntrykk av om det er riktig eller galt, men at de kan kontrollregne det selv. For det er å jo noe med det å jobbe litt utforskende med faget, ikke sant? [mhm] For det er jo det å stille deg spørrende til alt det de gjør. For at elever, de er ofte da, veldig styrt eller opptatt av om det er riktig eller galt, så prosessen for dem er ofte ikke så viktig, [nei] så hvordan skal du gjøre prosessen viktig da? Når det er den som er viktigst. Så da er spørsmål da, og åpne spørsmål, viktig.*

Her påpeker læreren at hun stiller spørsmålene slik hun gjør for å fram ulike perspektiv på matematikken og dette med å jobbe utforskende med faget uten frykt for å gjøre feil. Som hun sier er elevene veldig opptatt av om svarene er feil eller riktige. Hun selv mener prosessen er det viktige, og at spørsmål; og spesielt åpne spørsmål; er et godt redskap for få elevene til å fokusere mer på prosessen.

4.2.2 Ruben

> ***Hva var de viktigste matematiske læringsmålene for denne timen?***
>
> *Eeh, altså det i forhold til det å drive med utvidet form, så er jo det å vite at et siffer har en ulik verdi i forhold til hvilken posisjon det har, eeh, i plassverdisystemet da. eeh, i forhold til selve læringsmålet for, for eeh, disse rike oppgavene så er jo det i utgangspunktet, kan man si at et mål er å få høy elev aktivitet da. de som man ser på som matematisk mest kompetente, de, de kan streve litt med en sånn type oppgave fordi de er så vant til å få til noe med gang. Eeh, så det er veldig gøy å se egentlig at, … men det er jo litt sånne ting utforskende oppgaver vil bringe. Eeh, for man vet jo aldri helt hvilken vei elevene tar til målet. [nei, mhm]. Men målet er, jeg har egentlig ikke noe sånn … [ensidig mål] … at dette viktigste med prøve-og-feile metoden, eeh, og det å finne flere løsninger på ting. [mhm] eeh, det er egentlig det jeg ønsker å oppnå fordi, jeg er så lei av den vanlige matteundervisningen jeg var vokst opp med, og … du har en oppgave, også regne sammen, også er vi ferdig på en måte [mhm] ja.*

I denne økten var målsetningen å få mange ulike svar på samme oppgave, høy elevaktivitet og skape forståelse rundt sifferets verdi ut ifra plasseringen i plassverdisystemet. Det kan virke som han ikke har tenkt veldig nøye gjennom akkurat dette med å ha et underliggende mål, men primært vil skape en situasjon hvor mange momenter er med i spill og kan jobbes med, og som er engasjerende for elevene. Han nevner også dette med å skape strev hos elevene med å jobbe med en oppgave som ikke er så forutsigbar og klassisk som «regn ut», som han nevner som noe han selv antakeligvis ble overeksponert for i sin egen skolegang.

> ***Elevene får lov til å komme opp og vise for klassen*** *[mhm]* ***hvilke løsninger de har. Hva er tanken med det?***

For det første så er det veldig inspirerende da, de syns det er veldig stas å komme opp der, eeh, og gjerne hvis man skriver navnet på «ja, dette er Selmas metode», eller «dette er Pers metode». Så får de en veldig eierskap til sin matematiske idé da. [mhm] eeh, når de står foran smartboardet, så forklarer jo de på sin måte, og da gjentar jeg ofte det de sier, gjerne med et matematisk språk da. [mhm] Sånn som hvis de sa først «at jeg fant ut av hva fire skolebrød koster, så plussa jeg de sammen», så kan jeg si: «ja riktig så du brukte gjentatt addisjon eller ganging», «ja» sier de da. [mhm] Og det er en veldig veldig ålreit måte å både få det inn til de som står der fremme, men resten av klassen hører jo på denne samtalen jeg har da, med de der foran. [mhm] eeh, så det er egentlig hele poenget, er høyere elevaktivitet, det er mer motiverende å si at man får vise på tavla, eeh, også får vi denne matematiske samtalen [mhm] i plenum som er veldig viktig syns jeg da [mhm].

Læreren peker på det å dele løsninger for klassen som en måte å motivere, og skape engasjement og eierskap til matematikken for elevene. Videre understreker han også at når elevene bruker sitt eget språk, gir dette en mulighet til å gjenta elevinnspill med korrekt matematisk språk. Dette observerte jeg flere ganger i undervisningen hans, og kan virke som en god måte å skape sammenheng mellom elevinnspill og matematisk språk. Han peker også på det å skrive navn under løsningen som en måte å forsterke elevenes følelse av eierskap til matematikken. Videre nevner han at i denne konteksten involveres også alle elevene, enten ved presentasjon, deltakelse i, eller ved lytting, til samtalen.

Jeg la merke til at du sa når de var ferdig at du var veldig glad for at alle hadde funnet en løsning, men ikke bra at de ikke bare var fornøyd med det. Hva tenker du med å si det til elevene?

I forhold til deres fremtidige jobber så må jo de stort sett, det gjør man jo nesten i alle jobber, man må løse noen problemer da. Man må finne gleden i det å jobbe sammen i gruppe, finne ulike løsninger, «okei, hva hvis vi gjør sånn, hva vil skje da?» eeh, «hva hvis vi tar 3 av den varen, kan vi kombinere på annen måte?» og få de til å tenke matematikk hele veien, og at de ikke skal si seg fornøyd. [mhm] og jobbe med å utvikle seg liksom, det er det som er hovedmålet da. [mhm] skape en sånn indre driv … Hvis de selv ikke har en indre vilje til å ville bli flinkere, eller ville lære så skjer det jo ikke så veldig, altså læring er jo noe som må komme innenfra, Den drivkraften føler jeg blir sterkere da, når de driver med sånne typer oppgaver. [mhm] eeh, min jobb er jo på en *måte å inspirere de til å lære, hjelpe til at de mer og mer klarer å motivere, drive og inspirere seg selv videre da, i sitt arbeid.*

Her redegjør læreren for det som virker å være verdigrunnlaget for undervisningen. Hva læreren her grunnleggende verdi og filosofi for livet, som er å strebe etter å utfordre seg, bli bedre og å finne glede i dette sammen med andre, og om noe mer enn bare å fullføre oppgaven. Dette han nevner med indre driv har vært et sentralt begrep både i skole generelt men også spesielt i matematikk, da faget for de som får det til ofte beskrives som gøy. Han forklarer også at han ønsker at elevene skal reflektere rundt hvorfor de er på skolen; og må være aktive selv i læringsprosessen for at de skal få et godt læringsutbytte; og at han tolker rollen sin som en motivator som skal inspirere elevene i sin egen læring.

Når elevene var ferdig med å jobbe individuelt spør du om noen vil vise fram, da registrerte jeg at det var godt over 2/3 av klassen som hadde veldig lyst å vise fram. Og når enkeltelevene viser fram, så er klassen veldig rolig og følger med. Er dette noe har jobbet med på en spesiell måte, hva tenker du om det?

Joda, jeg har jobba mye med det. Hvert år lager vi jo klasseregler, det er noe av det første vi gjør. De lager jo reglene selv, selvsagt da med veiledning fra voksen. «Hvordan skal vi ha det best mulig? Hvordan skal vi være trygge?» Mye av de tingene er jo respekt. «Og hvordan viser vi en annen respekt? Jo vi lytter. Følger med». Det er jo klart mange som glemmer seg, daglig. Og da er det bare å minne de på at, «hei, se opp på tavla her, vi har lagd noen regler sammen». Eeh, og det er jo noe jeg jobber med i alle fag, men det er mest i matematikk hvor de får lov å komme fram og vise løsninger ... Så vi har jobbet mye med det [mhm] Respekt for de som viser (fram), respekt, lytte til hverandre.

Her gir læreren sitt perspektiv på hvorfor han mener det er god elevaktivitet i undervisningen hans. Han forklarer at det har sammenheng med at elevene gjennom utformingen av reglene for klassemiljøet har lært seg å lytte til hverandre og respektere hverandre. Elevene selv er aktive i denne prosessen, som kan tenkes å forsterke betydningen av den for elevene selv, og kan lett minnes på som noe elevene selv har ønsket skal være standarden. I observasjonsnotatene var det ingen tilfeller der Ruben involverte elevene i bestemmelser undervisningen på denne måten, men fra sitatene ovenfor kan det tyde på at dette er noe han verdsetter.

> ***Noen ganger stiller du et spørsmål, venter litt, og stiller spørsmålet en gang til, før du venter med å velge noen til å svare. Har det noen tanker rundt det, hvorfor gjør du det?***
>
> *Jeg gjør det. Jeg tror det er en av grunnene til at elevaktiviteten hos meg er såpass høy. Og det er at, stort sett så får de 30 sekunder et minutt tenketid, eeh, fordi det er veldig fort gjort, og det har jeg gjort før også, gå i den fella med, du er lærer, så lenge du får en eller to hender kan du holde det gående her fremme, også er det de samme som svarer, til slutt underviser du bare de to som sitter der borte, og resten av klassen de er borte for lengst … og hvis jeg ikke er fornøyd med antall hender i været, så kan det hende jeg ber de snakke med sidemannen først.*

Dette sitatet omhandler også lærerens perspektiv på hva som skaper god elevdeltakelse. Her understreker han det at elevene får ventetid som en viktig faktor. Han nevner at elevene «stort sett» får 30-60 sekunders ventetid, noe som antakeligvis er en overdrivelse, for et helt minutt tenketid ved majoriteten av spørsmål ville nok ikke ført til produktiv undervisning. Derimot er det tydelig at han verdsetter tenketid som verktøy for å ha flere elever koblet på samtalen, og at det kan gå litt for fort i svingene for resten av elevene om de som rekker opp hånda med en gang, er de som umiddelbart blir valgt hver gang. Han nevner også dette med å snakke med læringspartner, hvis responsen ikke er tilfredsstillende. Dette var ikke noe jeg observerte, men kan virke som et godt grep for å hanke på elevene i samtalen hvis elevdeltakelsen er lav.

> ***Gjør du noe for å styre samtalen til noen enkeltelevers?***
>
> *Eeh, det gjør jeg helt sikkert, men om jeg er bevisst i det, det er jeg mer skeptisk til (ler). Mitt inntrykk er jo at, hvis jeg vet at temaet vi skal gjennom er nytt [mhm] eller kan fremstå som krevende [mhm] så tar jeg alltid den snakk med læringspartner; «hva tror du dette kan handle om? Hva tror du svaret vil bli her? Hvorfor tror du det?» [mhm] hvis du da gir de ett eller to minutter, så får du den tiden til å gå til de som du vet strever med språket [mhm] og i hvert fall få høre litt om de er på nett eller ikke.*

Det som han nevner her har ikke så mye med spørsmålet å gjøre egentlig, men han nevner noe annet interessant. Han nevner igjen denne snakken med læringspartner, og den i seg selv kan koble på flere elever, skaper et tidsrom for å gå rundt til elever som har svakere språk, eller av andre grunner kanskje trenger ekstra oppfølgning. Han nevner derimot to gode faktorer ved dette trekket som er nevneverdig. Generell påkobling og inkludering, men også mulighet for inkludering av elever som er mer utsatt for å dette av. Det oppfordrer også til elevsamarbeid og aktivitet hvor elevene må øve seg på det matematiske språket nødvendig for å ha en matematisk samtale både parvis og i plenum.

> ***Når du jobber med oppgaven 200+5+8, så løser du en rekke av oppgavene for elevene på tavla, er det noen tanke bak det?***
>
> *Jeg har opplevd at 3 eller 4 oppgaver felles på tavla, så få du flere med, og de kommer lettere i gang. «De første oppgavene, skriv av det vi har gjort sammen». Og egentlig ikke noe mer hokus pokus enn det. Jeg har prøvd å ikke ha noe felles først, men da får jeg ikke tid til å gå rundt å hjelpe alle. Det er litt med den felles forståelsen. De er ganske dårlige til å lese oppgaveteksten, og forstå hva man egentlig skal gjøre på oppgavene. Og i tillegg så var det med utvidet form helt nytt for dem, det var første timen vi hadde når du observerte. Så det var derfor vi måtte ta den gjennomgangen litt ekstra nøye [mhm] ja.*

Situasjonen læreren forklarer her skilte seg ut fra det jeg ellers observerte tatt i betrakting den direkte tilnærmingen til undervisningen. Jeg observerte at læreren innledet arbeidet med helklassesamtale, men tok grep etter noen minutter med individuelt arbeid. Fra sitatet over virket dette kalkulert og som noe det var en tydelig hensikt bak. Han gir uttrykk for at elevene i denne situasjonen kunne ha godt av mer konkrete eksempler. Variasjonen i tilnærming beskrevet her, med den tydelige intensjonen i bakhånd er noe jeg anser som et interessant punkt, og noe jeg vil drøfte i kapittel 5.

> ***Når du henvender deg til hele klassen, er det noe du tenker er viktig å vektlegge?***
>
> *Tanken er når jeg først henvender meg så vil jeg ha alle med og at de stopper det de driver med, [mhm] for da har jeg gått rundt å sett litt, hørt litt, og «okei her har det vært noen misoppfatninger, her var det en veldig god løsning, disse var inne på noe, hva gjorde dere?», også kan de få si, hvis jeg vet at mange står fast, ikke sant [mhm].*

Når elevene jobber individuelt eller snakker med læringspartner, er læreren oppmerksom på elevenes samtaler, og lytter etter noe å bringe fram for klassen (jamfør steg 2: *overvåking*, se kap. 2.4.5). Han beskriver det som en fleksibel metode for å bringe elevprodusert materiale foran klassen og er noe som kan anvendes i mange situasjoner og med ulike hensikter. Som han nevner selv; å oppklare misoppfatninger, dele gode løsninger som kan illustrere interessante og matematisk verdifulle poeng eller hvis elevene står fast. Dette kan også tenkes å skape en naturlig situasjon som kan tilpasses den gitte stemningen eller behovet, en fordel lærerens forhåndsplanlagte forklaringer mangler.

> ***Hva tenker du om dette som arbeidsmetode eller for å illustrere et poeng da?***
>
> *Det kommer jo litt tilbake til erfaringsmessig at når barn opplever at læreren har sett meg, og anerkjenner meg, og i tillegg løfter det opp foran resten av klassen så er jo dette med på å skape denne indre driven som vi snakket litt om tidligere. [mhm] at lysten til å jobbe bare blir forsterket, når læreren ikke bare roser meg, men roser meg foran alle. men ikke bare det, vi roser også feil her, veldig. Det er jo også med på å bidra til elevaktivitet. At det er lov å gjøre feil. [mhm] Jeg har blitt inspirert av en amerikansk matematikklærer som omtalte dette med «my favorite no» …*

Her kobler læreren sammen flere momenter han har vært inne på tidligere i intervjuet. Her peker han på en sammenheng mellom å anerkjenne og løfte opp elevens arbeid foran klassen og å skape denne indre motivasjonskraften. Han kommer også innom dette med hvordan han tenker om å forholde seg til feil svar. Som jeg observerte, understreket han aldri feil svar, og kommenterer her at han heller ønsker å rose feil svar med didaktisk intensjon. Dette peker han også på som en faktor for økt elevaktivitet og metode for å skape trygghet og tillit i klassemiljøet. Han nevner videre også dette med «*my favorite no*», som en god metode for å vinkle et feil svar til en læringsskapende situasjon. Nedenfor nevner han også en annen konkret metode i sammenheng nytt og utfordrende læringsstoff.

> *… Noen ganger tar vi disse misoppfatningene med en gang, kvelden før kan jeg sette meg ned og tenke, okei nå skal vi ha om utvidet form, også skal vi tillegg etterpå jobbe med plassverdisystemet, noen steder er det syv tiere, andre steder sytti. Okei her kommer vi til å bomme. [mhm] Og da kan man løfte frem det at, «okei dette vil skje, halvparten av dere vil bomme her. Og det er greit». Også kan vi snakke litt om hvorfor vi tror at vi kommer til å bomme på dette her. Og da kommer det ofte gode forklaringer fra elevene. Og da hvis man på forhånd vet at det er forventet at man gjør litt feil, så vil jo det føre til at skuldrene senkes litt, «så deilig. Vi kan slappe av».*

Det læreren nevner her med å planlegge for feil er et interessant grep. Ved å forklare for elevene at en nærmest forventer feil vil antakeligvis ta av brodden for å bomme betraktelig, og gir som han sier i tillegg en mulighet til å snakke om *hvorfor*. Dette skaper en situasjon hvor matematisk samtale blir en naturlig del undervisningen.

4.2.3 Tara

> ***Hva var de matematiske læringsmålene for denne timen?***
>
> *De skulle bli kjent med tredimensjonale figurer først og fremst, og at de skulle få lov å utforske egentlig. Eeh ved å kjenne på konkreter, og få knytta det til teori og faget, at de skulle få førstehåndsinnlæring på det, og bli litt nysgjerrige på en morsom måte […]* ***Og hvorfor ville du jobbe med det akkurat på denne måten?*** *Det er veldig mange elever som er tospråklige, og sliter med [det] språklige og begreper, så jeg tror at veldig mange lærer når de kan se og ta på, at de visualiserer mye mer tydelig med konkreter, og at de syns det er litt mer gøy da, og jobbe fysisk med ting … mange av elevene trenger å se, kjenne og ta på ting. Også er jeg opptatt av at elevene skal få en sånn åpenbaring, og at hvis de gjør en feil, så skal ikke jeg fortelle de at de har feil, men at [de] selv skal forstå at de har feil, ved å se det for eksempel … for at jeg ikke skal stå som en sånn pekepinn, men at de selv skal se at «åh, her er det jo jeg som har gjort feil, og hvordan kan jeg finne riktig løsning», og samarbeide da … Ja jeg tror ikke elever lærer så godt hvis du bare, «nei det er feil, gjør det på nytt», eller hvis du, hvis du ikke sier hva som er feil da, de skjønner det ikke helt.*

Læreren hadde tydelige læringsmål for timen og en begrunnelse for hvorfor hun mente dette var en god måte å gjøre det på. Å koble matematikken til noe konkret mener hun er en fordel for de som har språklige utfordringer. Dette kobler hun også opp mot hvordan hun tar stilling til feil, og peker på at ved bruk av konkreter så får elevene mulighet til å oppdage feil gjennom visuelle representasjoner av matematikken. Hun understreker at hun foretrekker dette, fremfor at hun selv forteller elevene at det de gjør er feil.

> ***Du stiller mange spørsmål, og jeg registrerte at elevene var veldig ivrige til å svare, men når de ikke er det, så stiller du gjerne et oppfølgingsspørsmål. [mhm] sånn som da du sa, «er det noen som kan fortelle meg hvordan de har regnet ut oppgaven?» Også får du ca. ti hender i været. Også legger du til, «okei.. hvor mange er det som***

har klart oppgaven da?» og da får du sånn rundt 18 hender i stedet. [mhm] Har du noen tanker rundt det?

For det første så er det veldig viktig for meg at elevene begrunner og reflekterer over hvorfor de gjør som de gjør. At det ikke bare er ett svar, jeg ofte ikke så opptatt av svaret, men at de skal tenke. Også er det veldig mange som kanskje vet svaret, men som ikke tør å svare fordi de er redd for at det er feil. Så da vil jeg se at de er aktive og følger med, men at du kanskje er usikker på svaret ditt, så vet jeg at du er deltakende og at de får en anerkjennelse på at de har jobbet da … De bruker jo en del strategier de ikke er så veldig bevisst over … det finnes mange ulike strategier til et svar. Så jeg prøver på en måte å få mest mulig ulike svar … også har jeg blitt veldig opptatt av å vente litt før jeg lar noen svaret, fordi veldig ofte kan man bli litt stressa og bare velge den første som rekker opp hånda [mhm] prøver liksom å telle litt inni meg til 5-6 sekunder, men det føles som en evighet, [mhm] for å se hvor mange flere som blir aktive, så er man noen ganger litt rask, og tenker at oi! Kanskje noen trenger den tiden til å tenke da.

Her kommer lærerens verdier i matematikkundervisning tydelig fram. Fra det hun sier virker hun opptatt av at elevene tenker, begrunner og reflekterer, og at dette er viktigere enn at elevene kommer med riktig svar. Grepet med å stille et enklere oppfølgingsspørsmål er meget interessant, og refleksjonen om det på lik linje. Ved å stille et enklere oppfølgingsspørsmål får elevene mulighet til å bli anerkjent for deltakelse og samtidig slippe å eventuell frykt for å svare feil, eller være usikker på svaret på det opprinnelige spørsmålet. Læreren får også mulighet til å kontrollere elevenes grad av oppmerksomhet, og om elevene henger med i samtalen. Videre er hun som de andre informantene bevisst på- og opptatt av dette med ulike tilnærminger til svar på en oppgave, og at hun liker å vente noen sekunder med å velge noen til å svare på spørsmålene hun stiller, og at elevene har bruk for denne ventetiden. 5-6 sekunder virker også som et mer realistisk anslag av ventetid enn det tidligere nevnte minuttet.

Du stiller jo mange spørsmål, hvordan tenker du når du utformer disse spørsmålene?

Jeg tenker at noen av spørsmålene skal være såpass åpne at alle kan svare, selv om de ikke vet svaret. For eksempel hvis jeg har en figur da, så kan jeg kan spørre, «hvilken farge er det?» så kan de se svaret da, sånn at alle er deltakende [mhm]. Ofte så tenker jeg sånn for å få i gang en samtale, også prøve å bygge videre på svarene demmes da *[ja]. Eeh, også kan jeg stille mer lukkede spørsmål da, hvis vi jobber mot én strategi da … Også er jeg veldig opptatt av å ikke si «nei det er feil. Neste!» [mhm] men anerkjenne alles innspill og gruble over hva som er riktig da [mhm]. Eeh, så hvis eleven svarer feil da, så pleier jeg å si «takk for innspillet ditt, det var et fint innspill». Også kan jeg si etterpå da, «ja nå kom det mange gode innspill, hva var det som kunne vært det riktige innspillet da, og hvorfor er det sånn?» Og undre litt over det.. også er det veldig mange lærere som sier «nesten» også er det helt feil, og de liksom ikke tør å si det. Så da pleier jeg heller å si «takk for svaret ditt» selv om det er riktig, om du forstår? [mhm] eeh, også kommer vi til konklusjon sammen, i stedet for at de husker kanskje de to svarene som var feil da, så det er viktig for meg at det ikke får noen negativ effekt … også prøver jeg hvis jeg stiller et spørsmål som jeg skjønner var litt vanskelig formulert eller forklart på en litt dårlig måte, så prøver jeg å si «oi nå var det jeg som forklarte meg dårlig» at jeg legger skylden over på meg selv, og ikke elevene, «oi det var dårlig forklart, nå må jeg omformulere meg». Og at jeg tar den skylden for elevene, når jeg ikke får nok respons. [***mhm, og det gjør du for at elevene skal føle seg tryggere?***] mhm, ja.*

Fra disse sitatene ser en at det er et hovedfokus hos læreren å ivareta elevene i samtalen. Hun vektlegger at samtalen ikke skal få noen negativ effekt for elevene, og ønsker å anerkjenne elevenes innspill selv om de er feil. Som hun nevner, ønsker hun å motta mange innspill og deretter drøfte hva som var riktig, slik at det ikke blir tillagt noe negativt til elevene når de deltar og kommer med innspill. Dette så jeg også i observasjonsøkten, hvor hun tok imot mange forslag til lengden på målebåndet, og deretter til slutt spurte elevene hvordan en kan finne ut av hvor lang den faktisk var. Ved å stille åpne spørsmål ivaretas også flere av elevene siden det blir enklere å delta. Hun understreker også at det er kan være for å bygge opp samtalen fra elevenes svar, og at dette er noe hun kan gjøre ved å stille mer lukkede og ledende spørsmål også. Når hun stiller et for vanskelig spørsmål vil hun også ta skylden for dette, for at elevene skal føle seg tryggere.

Jeg registrerte flere ganger også, at du gjentar enkeltelevers svar for hele klassen. Hva tenker du med å gjøre det?

Jeg tenker som regel hvis jeg gjentar et svar så er det korrekt, det litt for å anerkjenne det eleven har sagt høyt for de andre, og for å koble de på. [mhm] ofte kan jeg spørre det samme spørsmålet ti ganger fordi at (ler) jeg kan si sånn «ja hva er det?», også få *et svar, også stille samme spørsmålet om igjen for å se om flere er kobla på og får med seg det som skjer, og rekker opp hånda, og da kan jeg se om de er ikke følger med, er «giddalause», ikke tør å rekke opp hånda, eller bare er slitne. Så da kan jeg gjøre det for å vise at jeg får med meg det her, følg med. [mhm] jeg kan gjenta spørsmålet mitt for å få flere kobla på, eller for å bekrefte svaret, eller for å bare repetere.*

Dette med å gjenta elevsvar så jeg også under observasjon, og var en vanlig del av samtalen i timen til Tara. Fra det hun sier her, kan dette være for å anerkjenne svaret som korrekt, anerkjenne elevens innspill høyt for resten av klassen, eller koble elevene på samtalen. Jeg registrerte at hun sjelden vektla om elevenes svar var riktig eller ikke, men når svarene var riktig var det vanlig at hun gjentok elevsvaret høyt for klassen. Ved å gjenta et spørsmål flere ganger som kanskje allerede har blitt besvart nevner hun også kan fungere som å «ta tempen» på klassens humør, eller repetere og få understreket svaret ytterligere. Som jeg også observerte repeterte hun også et spørsmål mange ganger i oppstarten av timen, i den situasjon antakeligvis med hensikt om å koble elevene på.

Du spør på et tidspunkt hvorfor man sier cm2, [mhm] hvorfor spør du eleven om det?

For meg som mattelærer så tenker jeg at det er veldig viktig at eleven ikke sier masse matematiske begreper uten å faktisk forstå hva som ligger i begrepet. [mhm] og jo fortere de lærer begrepet og forstår årsaken til hvorfor vi gjør som vi gjør da, jo lettere er det å bruke det korrekt

Fra sitatene over er det tydelig at læreren ønsker at elevene redegjør for prosesser i matematiske uttrykk og gjennom dette skal utvikle forståelse for- og korrekt bruk av begreper. Dette var noe jeg så flere ganger under observasjon, som når hun ville at elevene stegvis skulle forklare formelen for utregning av areal av rettvinklet trekant, og hvor areal og omkrets var i klasserommet.

Denne måten du jobbet på denne timen, hva er det med den som du føler er bra for å bygge bro mellom elevene og læringsmaterialet?

Eeh, jeg føler for det første at samarbeid er ekstremt viktig, at elevene jobber og lærer bedre ved å kommunisere med hverandre. Jeg føler også at de prøver ulike taktikker når de jobber sammen framfor når de jobber alene. Og at når de jobber sammen med *andre så må de sette seg inn i- og prøve å forstå hvordan medelevene tenker … noe jeg syns er viktig, at elevene er aktive og ikke bare sitter og jobber i boka. Så jeg tenker at hvis de er aktive og syns det er gøy så vil de lære mer.*

Læreren gir her uttrykk for å tenke at samarbeid er et viktig moment, og at læreren anser det som verdifullt er at det kommer fram ulike strategier, synspunkt og perspektiver når elevene samarbeider, og elevene må forholde seg til- og prøve å forstå disse. I tillegg nevner hun, som Ruben, dette med at elevene ikke bare skal sitte og jobbe i boka, men være aktive og engasjert på en måte som er litt gøy. Slik aktivitet og engasjement er antakeligvis noe som er lettere å skape når elevene jobber felles om noe.

Er det noe du syns er utfordrende da? De som er litt flinkere og raskere for eksempel, syns du det er vanskelig å utfordre de?

Nei egentlig ikke, jeg syns det vanskeligere å engasjere de som er «svake». For det er ofte de ikke tør å si at de ikke forstår. Så de kan sitte der i ti minutter uten å tørre å si ifra … Så det å differensiere oppgaver fra veldig «svake», til veldig sterke, når du har veldig få i midtsjiktet, kan være litt utfordrende … de kanskje skammer seg litt («de svake»), så da begynner de kanskje å gjøre andre ting som å tulle, også blir de urolige, så må du kanskje bruke mye tid på å roe de ned også. Dette henger jo litt sammen da. Det er veldig mange som tror at barn utagerer og trenger en diagnose eller noe, men jeg tror at mye av det er bare språk og at de ikke forstår, det er jo ikke så rart. Hvis jeg sitter i en forelesning og ikke forstår noen ting er det jo ikke så rart at jeg begynner å gjøre andre ting, da går jeg på pc'en min og begynner å søke på VG, og da når de i tillegg er et lite barn og ikke kan sitte lenge i ro da gjør de andre ting fordi de ikke skjønner noen ting. Jeg forstår de veldig godt.

Læreren gir her uttrykk for å bli mest utfordret av å inkludere de «svakere» elevene, og at det kan være knyttet skam til det å si ifra om at en ikke forstår. Dette kan da videre føre til uro og at elevene distraherer seg selv og andre, noe hun uttrykker forståelse for. Hun trekker koblinger fra dette til språklige mangler, og at det er en naturlig sammenheng med å bli distrahert og det å ikke forstå. Som hun sier, noe en kan kjenne seg igjen i.

Var dette noe du syns var utfordrende i akkurat denne timen. Som når du stiller spørsmål, prøvde du å rette noen spørsmål til enkelt elever?

> *Noen ganger stiller jeg spørsmål som er såpass lette at, det er nesten sånn at svaret står på tavla for eksempel, sånn at de «svakeste» kan delta, eller at det ikke er noe fasit svar. Så det er litt sånn for at alle skal kunne være med, i hvert fall i starten. Så prøver jeg liksom å ta noen oppfølgingsspørsmål sånn underveis da for å se om de har skjønt noe, og har de det så er det kjempefint. Sånn noen ganger kan jeg si sånn «jeg skjønner at den tavleundervisningen her nå kan være litt vanskelig, men jeg kommer bort til deg etterpå så kan vi sitte og gjøre det sammen da».*

Det læreren sier her samsvarer med hva jeg observerte, hvor hun ved flere anledninger stilte enkle spørsmål. Hun spurte blant annet om navnet på en trekant, eller hverdagslige ting som hadde kvadratiske og sirkulære former. Fra det hun sier her er det tydelig at hun stiller slike spørsmål for å inkludere de «svakeste» elevene. Som andre grep for å inkludere og følge opp disse elevene nevner hun også å stille oppfølgende spørsmål underveis for å sjekke om elevene henger med, og å forklare at de kan gjennomgå det sammen etterpå.

5. Drøfting og funn

I dette kapittelet vil jeg drøfte resultatene mine i lys av problemstillingen, og koble dette opp mot teoriperspektivene fra kapittel 2. Problemstillingen er:

> *Hvordan praktiserer lærere på barnetrinnet helklassesamtaler i matematikk, og hvilken funksjon har de i undervisningen?*

For å si noe om funksjonen til helklassesamtale i undervisningssekvensene jeg observerte, vil jeg ta utgangspunkt i de fem ulike dimensjonen av TRU-rammeverket. Jeg vil innenfor hver dimensjon trekke frem ulike aspekter av lærernes undervisning i forhold til helklassesamtale og matematiske samtaler, som hadde funksjoner av interesse i lys av teori og egen refleksjon. Som nevnt i teorikapittelet, tar rammeverket utgangspunkt i at det er elevenes opplevelse av rammene for læring som er det essensielle. Fra et didaktisk perspektiv er det derimot mye læreren kan gjøre for å tilrettelegge for denne opplevelsen, og det er dette jeg primært vil drøfte. Mye av lærernes praksis har overlappende påvirkning på de ulike dimensjonene, og vil derfor kunne spille en rolle i flere dimensjoner.

5.1 Innholdet

TRU-rammeverket vektlegger at innholdet skal struktureres slik at elevene får mulighet til å interagere med matematikken på en meningsfull måte, og innta en posisjon og et tankesett som en matematiker. Jeg ønsker å påstå at i alle undervisningsøktene jeg observerte spilte helklassesamtale en rolle som, i alle fall til dels, skapte muligheter for dette.

I timen til Mari fikk elevene gjennom å vise og forklare for klassen, muligheter til å presentere- og forklare sine enge løsningsstrategier. Læreren stilte også spørsmål til klassen om elevenes svar, og ba de presenterende elevene utdype forklaringene sine. Dette kan kobles til elevautonomi og kompetansefølelse i faget (jamfør kap. 2.4.4). Elevene blir oppmuntret til å dele bidragene, som i sin tur har en betydning og sentral rolle i undervisningen. Elevene får gjennom dette større tro på- og oversikt over egen kompetanse (G. Ball, 1990; Wæge & Nosrati, 2018). Det er også bidrag som inneholder elevenes egne løsningsstrategier, som de blir bedt om å utdype, og som klassen må ta stilling til- og vurdere gjennom lærerens spørsmål. Dette er komponenter Hana (2016) og Wæge and Nosrati (2018) peker på som sentrale i elevers opplevelse av kompetanse, autonomi og faglig anerkjennelse fra både lærer og medelever. Det vises også økt læringsutbytte for elever som får utdypet forklaringene sine, noe som kan tenkes å være proporsjonal med kompleksiteten i oppgaven og de matematiske prinsippene koblet til den. Oppgaven som ble jobbet med i Mari sin undervisning var imponerende, da regning med formler for figurtall virker som litt over det gjennomsnittet får til som felles aktivitet i en klasse på 7. trinn. Som Mari vektlegger i intervjuet ønsker hun også at elevene skal jobbe med en utforskende holdning til arbeidet, som samsvarer med det jeg så fra observerte av undervisningen hennes, der hun lar elevene i fellesskap ta stilling til- og vurdere hva som er gyldig. Dette bærer preg av hvordan *refleksiv diskurs* beskrives av Kleve and Hovik (2016), som Mari i intervjuet ga uttrykk for å være en helt naturlig del av hennes undervisningspraksis. Denne diskursen virker også å ha bidratt til å skape et miljø der elevene verdsetter det å forklare, argumentere og vise fram gode løsningsforslag. Hun vektlegger også at denne aktiviteten er noe hun har opplevd som et positivt steg i forkant av arbeid med algebra, og at den er en del av hennes læringsvisjon for elevene på sikt. Om dette var for elevene meningsfull interaksjon er derimot vanskelig å svare på. Mange av faktorene ved elevenes aktivitet i denne timen er av typen som knyttes til elementer som gir godt læringsutbytte, og det kan derfor hevdes å i alle fall ha blitt tilrettelagt for muligheten til meningsfull interaksjon i den grad elevene opplevde tilgang til innholdet.

Ruben hadde strukturert aktivitetene litt annerledes, og de var naturligvis preget av å være undervisning for yngre elever i sammenligning med de andres undervisning. Elevene fikk i denne timen også mulighet til å presentere og vise fram sine egne løsningsforslag, men det var i mye mindre grad en samtale rundt matematikken bak de ulike løsningsforslagene som ble presentert, og bar delvis preg av det Kleve and Hovik (2016) beskriver som en *show-and-tell*-fremvisning. Presentasjonene kan i lys av elevenes opplevelse av mestring og faglig anerkjennelse og lærerens oppfordring til å utdype, korrigere og fullføre forklaringene, ha hatt ulike positive følger uansett. Ruben understreket i intervjuet at hensikten med undervisningen innbar at elevene skulle være aktive, øve matematisk språk, jobbe på en motiverende måte, og få eierskap til matematikken, elementer en med trygghet kan argumentere for at elevene fikk mulighet til. Læringsutbyttet til klassen helhetlig sett kan derimot i denne sekvensen tenkes å ha hatt større utbytte av å involveres ytterligere i den presenterende elevens løsningsforslag, og muligens mer kritisk utvelgelse av elevarbeid, hvis en produktiv helklassesamtale var målet, jamfør kap. 2.4.2. Ved at Ruben ga elevene valgfrihet til å samarbeide unngikk han også fellen rundt uproduktivt samarbeid for de som ikke ønsket ekstern input i arbeidet med denne oppgaven, samtidig som mulighetene eksiterte for de læringsfremmende og motiverende faktorene samarbeid kan ha, gitt at samarbeidet var av produktiv natur.

Tara sin undervisning var, slik hun beskrev det selv, sentrert rundt og målrettet mot utforskning og førstehåndserfaring med tredimensjonale geometriske figurer, og øvelse med å knytte matematiske prinsipp til konkrete situasjoner. Under mesteparten av timen var arbeidsmetoden preget av felles aktivitet og matematisk samtale. I intervjuet argumenterte hun for valget av denne arbeidsmetoden med at mange av elevene var tospråklige og slet med begreper, og dro derfor nytte av å jobbe konkret og visuelt. Jeg vil argumentere for at Tara la opp til at elevene hennes kunne interagere med matematikken på en meningsfull måte ved at hun tilpasset rammene for arbeidet slik at elevenes eventuelle språklige mangler fikk mindre betydning. Dette er et element som også faller under å gi elevene likeverdig tilgang til innholdet. Å kunne overføre matematisk kunnskap og knytte teoretiske prinsipp til konkrete situasjoner faller innenfor forståelse for sammenhenger utover det instrumentelle, og kan anses for å være meningsfull interaksjon med matematikken i den grad en ønsker å jobbe med utvikling av forståelse. Ved flere anledninger stiller Tara spørsmål om hvordan de matematiske konseptene kan knyttes til virkelige scenarioer, eksempelvis gjennom utmåling av klasserommets areal og hennes egen høyde, hvor elevene er aktørene som i fellesskap jobber seg fram mot svarene. Jeg ønsker spesielt å trekke fram situasjonen med målebåndet og hennes egen høyde som eksempler hvor det er grunnlag for å si at elevene i fellesskap jobbet seg fram til riktig svar. Tara viser også i denne situasjonen at elevenes innspill er viktige ved å skrive de ned på tavla. Hvordan Tara stiller spørsmål, gjør at elevene må tenke over hvorfor de svarer som de gjør. Gjentatte ganger stiller hun kritiske spørsmål til elevenes svar, slik (Nilssen & Høynes, 2020) understreker hever kvaliteten på denne arbeidsmetoden. Elevene bevisstgjøres gjennom dette på de ulike matematiske prinsippene bak svarene sine. Helklassesamtalen fungerer her som øvelse på å argumentere for svaret sitt for enkelteleven, som repetisjon av innholdet for resten av klassen. Tara repeterte også gjennomgående elevenes innspill, noe hun ytret selv var for å validere elevenes innspill. Hun vektla derimot sjelden svarene som er riktige eller gale, men ba om utdypende svar. Slik strukturerte hun og bygde opp samtalen ved hjelp av elevenes innspill.

For å problematisere undervisningen til Tara vil jeg diskutere hvordan hun brukte spørsmål. Som Hana (2016) trekker frem, både åpner og lukker lærerens spørsmål mulighetene for hvor samtalen kan gå. Tara sine spørsmål bar ofte preg av å være ledende i en retning eller av veldig enkel natur. Jeg ønsker å påstå at ingen av disse måtene å stille spørsmål skaper rammer for at elevene er delaktige på en måte som gir fri og kreativ interaksjon med matematiske prinsipp. Hvordan progresjonen var i samtalen innebar at elevene fikk prestere og vise kompetanse, men det var hovedsakelig på lærerens premisser, slik Drageset (2016) problematiserer kan hemme elevutfoldelse som fører til verdifull matematisk diskusjon, jamfør kap. 2.4. Derimot kan hensiktsmessigheten vurderes opp mot hva som er intensjonen, og hva læreren ønsker med å stille spørsmålene. Det var derfor kanskje mindre rammer for autonomi for elevene i møte med de matematiske utfordringene, men det la samtidig til rette for deltakelse og mestring. Dette kom også spesielt godt frem under sekvensen med Kims lek. Elevene fikk under denne leken erfaring med det Geir Botten (2011) understreket var fundamentalt for hensiktsmessigheten bak arbeid med språk og samarbeid, nemlig at elevene åpenbart har nytte av hverandre. I denne sammenhengen for å huske hvilke figurer som forsvinner fra bordet. På denne måten måtte elevene samarbeide, og fikk også bruk for de korrekte termene på de geometriske figurene.

5.2 Kognitive krav

TRU tar utgangspunkt i at de kognitive kravene bør justeres etter elevens opplevde grad av kognitive krav i arbeidet, noe mine data ikke kan gi direkte innsyn i. Jeg kan derimot delvis kommentere i hvilken grad elevene responderte på aktivitetene i observasjonsøktene i lys av hvordan lærerne agerte, og hvordan lærerne opplevde dette aspektet av timen selv. Slik Wæge and Nosrati (2018) og Hana (2016) vektlegger, er oppgavens formulering et viktig fokuspunkt for å stille passende kognitive krav, stimulere elevers tenking, kreativitet og deltakelse. De understreker i likhet med TRU-rammeverket også at lærerstøtten ikke må senke de kognitive kravene i oppgaven, som være på et nivå som oppleves utfordrende av alle elevene. Oppgavens art og formulering er ikke i fokuspunktet for oppgaven min, men spiller en rolle for hvilke muligheter for samtale den tilrettelegger for.

Utarbeiding av generelle mønstre for figurtall var aktiviteten i undervisningen hos Mari, som naturligvis skaper gode rammer for matematisk samtale og helklassesamtale, da det finnes ulike måter å betrakte figurtall og tenkemåter for utforming av en generell formel. Oppgaven i seg selv avansert for dette alderstrinnet, og Mari ga uttrykk for dette var en utfordring også for de sterkeste elevene i hennes undervisning. Derfor vil jeg primært fokusere på hvordan læreren la til rette for deltakelse på dette nivået for de øvrige elevene i klassen.

Hvis en tar utgangspunkt i hvordan Piaget hevder at læring skal skje, må en utfordring av allerede eksisterende kunnskap forekomme. Ved at Mari lot feil svar bli presentert for klassen først, la hun opp til et uunngåelig møte med utfordring av kunnskapen til elevene som hadde feilsvar. I en slik situasjon vil feilsvaret også utfordre kunnskapen til elevene som vet at svaret er feil. Situasjonen la derfor opp til at elevene som hadde svart riktig også måtte ta stilling til problemet, og kan gjennom samtalen ved hjelp av gode spørsmål og trekk, tvinge fram argumentasjon elevenes egne løsninger, som i sin tur kan gi mulighet for bevisstgjøring av elevene på hvorfor de har gjort som de gjorde. Derfor kan denne måten å presentere og diskutere feilsvar gjennom helklassesamtale styrke forståelsen både til elever som svarer feil og riktig. Produktivt strev i kognitivt krevende oppgaver defineres jamfør Wæge and Nosrati (2018) som oppgaver elever genuint utfordres av, men klarer å streve seg igjennom (se kap. 2.4.3). Om streving i form av argumentasjon for sin egen løsning og fremgangsmetode kan regnes som en kognitivt krevende oppgave, vil det i denne forstand også kunne hevdes å være en metode for ytterlige stimulering av elever som allerede mestrer oppgaven i sin opprinnelige form.

Når det gjelder lærerstøtten Mari ga underveis, er det lite som tydet på at hun senket de kognitive kravene i aktiviteten. Hun startet samtalen med enkle spørsmål som gradvis men raskt ble mer avansert og inneholdt mer komplekse begreper. Underveis nedjusterte hun aldri spørsmålene, eller kom med tilleggsinformasjon som elevene selv ikke hadde bidratt med. Det at hun lar progresjonen i samtalen bli styrt og justert av elevbidragene, kan også hindre for rask progresjon, da det i alle fall finnes et minimum for hvem som henger med på notene. Imot slutten av samtalen ga hun uttrykk for at flere elever skulle kunne svaret, som etter betenkningstid fikk flere elever til å rekke opp hånda. I henhold til 2.4.3 om tålmodighet rundt elevers streving og forventninger til elevenes evner, kan det å stille muntlige tydelige forventninger og gi ventetid peke på elementer som fører til at flere elever anstrenger seg og derfor presterer. Mari peker selv på typen lukkede oppgaver som den største utfordringen innenfor å utfordre de sterkeste elevene.

Ruben stilte tydelige forventninger til at elevene skulle klare minst en løsning, men gjerne flere, til varekombinasjoner som ble 100,- kroner. Å kombinere forhåndsbestemte varer som blir 100,- er en oppgave som i seg selv kanskje ikke er av den mest kognitivt krevende sorten, men som kan tenkes å bli mer utfordrende jo flere løsninger en søker, og om en låser noen varevalg, eller om en skal finne ut av hvor mange kombinasjoner som går an. Ruben kommenterte uoppfordret i intervjuet at slike justeringer var noe han kunne funnet på for å utfordre de sterkeste elevene ytterligere. Hvordan Ruben hjelper elevene bærer også preg av å validere litt raskt, noe han potensielt kunne engasjert resten av klassen i, spesielt hvis diskusjon av feilsvar var i fokus. Slik diskusjon kunne også bragt justeringer av oppgaven naturlig på banen, ved f.eks. situasjonen hvor eleven har 4,- kroner til overs. Ved å f.eks. blokkere «boller» til 4,-, måtte elevene justert ytterligere for å få det til å gå opp. Lærerstøtten Ruben tilbydde bidro potensielt derfor til å unødvendig hjelpe elevene siste biten av løypa. Han vektlegger derimot streving i intervjuet, og peker på at elevene som er vant med å løse oppgavene raskt, reagerer med å streve mer når de blir gitt mer åpne oppgaver som krever litt arbeid. Det er tydelig for elevene hvordan de kan innfri til lærerens forventning og lykkes, og hvis elevene anstrenger seg og strever, noe som kan tenkes å gjelde for de fleste i dette arbeidet, så har de gode muligheter til å mestre og oppnå lærerens anerkjennelse.

Tara jobbet med utforskning rundt geometriske figurer og repetisjon av ulike begreper innenfor areal og måling, og det er derfor vanskelig å hevde noe som helst i forhold til elevenes rammer for produktiv streving og kognitive krav i denne timen. I samtalen om målebåndene måtte elevene jobbe litt før de nærmet seg svaret, som de til slutt kom fram til ved hjelp av felles streving og lærerens støtte. I denne situasjonen hvor læreren lot de fleste elevene gjette, for deretter å gi et hint, mener jeg det er feil å betrakte det som at de kognitive kravene ble senket av lærerstøtten. Siden alle elevene allerede hadde gjort et forsøk på å gjette, kan det tenkes å ha vært en motiverende faktor å få et nytt forsøk med hint, framfor at kravene ble senket for raskt. Siden det ikke var et fokus på at svarene var feil, ble det lagt opp til en åpenbar, gyllen og lavterskel mulighet for forbedring og læring fra elevenes første forsøk. Etter en sekvens med et slags felles strev, tikket det inn riktig svar, på riktig svar, og det var tydelig at elevene hadde forstått. En slik aktiv og inkluderende interaksjon med måling opp mot læreren, en person elevene ser hver dag, kan tenkes å ha vært en inntrykksskapende læringsopplevelse for elevene.

Tara nevner i intervjuet at hun omformulerer seg hvis hun merker at elevene ikke forstår, som hun gir uttrykk for å attribuere til elevenes språkmangler. En utfordring for Tara kan tenkes å være å vite om spørsmålet hun stiller er for avansert faglig eller for avansert språklig. En del av elevenes manglende kunnskap kan jo også være den av delvis utviklede begreper. Hun hevder selv dette er for å ivareta elevenes trygghet i undervisningen, men kan tenkes å skape situasjoner hvor læreren senker kravene i situasjoner hvor streving i realiteten er hensiktsmessig for elevenes matematiske utvikling, jamfør 2.4.3 (Hana, 2016; Wæge & Nosrati, 2018). De kognitive kravene skal være tilpasset alle elevene slik at de skal kunne oppleve produktiv streving tilpasset sitt nivå innenfor aktiviteten. Et spørsmål jeg derfor mener er verdt å stille, er om de språklige barrierene overgår det potensielle nivået for matematisk resonnement, og om de språklige manglene i seg selv kan være et for stort hinder for elevene til å oppleve produktivt strev av en matematisk art. Som jeg kommer nærmere inn på under neste dimensjon, stilte Tara spørsmål av den enkleste sort for inkludering av alle elevene i samtalen. Det kan tenkes å være vanskelig å utfordre den matematiske kunnskapen til elevene, hvis å svare på: «hva er dette?», og svaret er en trekant, er der nivået ligger. Spesielt når elevene går på sjettetrinn og det kognitive nivået antakeligvis er på et mye høyere nivå. Derimot er deltakelse i matematiske samtaler en utmerket arena for utvikling på en rekke områder øvrige matematisk utvikling, (i henhold til kap. 2.4, G. Ball, 1990) men det er tvilsomt om samtalen slik beskrevet ovenfor kan kalles matematisk og omhandler matematiske tanker og perspektiver.

5.3 Likeverdig tilgang til innholdet

Det er flere elementer ved lærernes praksis i undervisningsøktene jeg observerte som kan kommenteres i lys av undervisningens rammer for elevenes tilgang til innholdet. Rammeverket for TRU vektlegger at aktiviteten bør være nivåtilpasset, ha ulike tilnærmingsmuligheter, og at prosessen bør være i sentrum framfor riktig eller galt svar. Alle lærerne tar stilling til feilsvar i tråd med rammeverkets anbefalinger, jamfør 4.1.3, men på litt ulike måter.

Ved at Mari ikke åpenlyst vektla hva som var riktig eller galt som respons på elevenes innspill signaliserte hun tydelig at dette ikke var det viktige. Dette understreket hun selv i intervjuet som noe hun bevisst ikke ønsker å vektlegge, og at hun prøver å sette prosessen i sentrum, både av undervisningen og i elevenes fokus. Hun gir uttrykk for at det er utfordrende å få elevene til å fokusere på det samme, da de selv ofte er opptatt av riktig svar. Hun peker derimot på spørsmål, og særlig åpne spørsmål som et verktøy for å skape fokus og elevinteresse rundt prosessen. Hun kommenterer også at hun verdsetter elevenes egne forklaringer på ting, da det et språk hun tenker når frem til flere elever i klassen. Ved flere situasjoner ber hun også medelever ta stilling til og vurdere forskjellene mellom sine egne og medelevers løsningsforslag, som skaper en situasjon hvor elevene må argumentere, vurdere og ta stilling til ulike representasjoner av samme problem, i henhold til kjerneelementene i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020) og hvordan Chapin et al. (2009) definerer produktiv samtale, jamfør 2.4.2. Når læreren bevisst ikke vektlegger feilsvar slik Mari gjør her, skaper det læringsrammer som i mindre grad synliggjør elevenes feilsvar. I intervjuet gir hun også uttrykk for hvordan fremheving av feilsvar kan ha en destruktiv effekt, og hvordan hun gjerne ønsker å diskutere feilsvaret om hun først påpeker det, og referer til «*my favorite no*» (se kap. 2.4.8, Alcala, 2011). Jamfør 2.3, vil dette kunne tenkes å kunne gi flere elever en tilgang på diskursen, da deltakelse oppfordres og trekkes fram på tross av, og tidvis på grunn av feilsvar. Hvordan lærerne tar stilling til feilsvar er interessant for flere av dimensjonene i rammeverket. Ved at elevenes prestasjoner ikke vurderes åpenlyst som riktige eller gale skaper en maktbalanse som i mindre grad preges av akademiske forskjeller, og vil kunne gi mulighet for flere elever å være aktører i matematikkundervisningen. Flere aspekter ved dette kommer jeg tilbake til under neste dimensjon. Dette er derimot bare aspekter ved lærerens praksis som kan indikere inkluderende rammer for elevenes tilgang til innholdet, da det i realiteten er elevenes opplevelse av diskursen som er den avgjørende og viktigste faktoren, jamfør 2.3.1 (Palmer, 2012).

Oppgavearten hos både Mari og Ruben er av typen med muligheter for ulike tilnærminger, men de ulike tilnærmingene blir i mindre grad satt opp mot hverandre i Rubens undervisning, da det i lys av målet for undervisningen virket å være prioritet at flere elever fikk mulighet til å presentere, som i seg selv inneholder en rekke verdifulle læringsmomenter, jamfør 2.4.4 (G. Ball, 1990; Nilssen & Høynes, 2020). Rammeverket trekker også fram etablering av regler for sunn delingskultur, som et sentralt element for å gi alle elever mulighet til å delta i diskursen. I intervjuet peker Ruben på dette i sammenheng med klassens gode oppførsel under medelevenes presentasjon. Han hevder å ha jobbet aktivt med dette i samarbeid med elevene om normer rundt presentasjoner i klassen, og diskusjon om hvordan en viser respekt gjennom å lytte, og at de felles i klassen har utarbeidet et sett med klasseregler har utarbeidet et sett en felles utarbeidelse av klasseregler. Dette gir elevene eierskap og en forståelse for reglene, det (Nilssen & Høynes, 2020) peker på som viktige faktorer for å ivareta alle parter og funksjonen som retningslinjer for samtalen, og kan kobles til Vygotskji's teori om den felles sitasjonsdefinisjonen, der den felles og inkluderende gjensidige definisjonen av situasjonen skaper en intersubjektiv læringssituasjon (Lyngnes & Rismark, 2020). Ruben viser holdninger til bevisstgjøring av elevene på flere områder. Hvordan han forteller at han snakker med elevene om at de selv må ha en vilje til å bli bedre, og hvordan han tolker rollen sin som en motivator for elevene i sitt eget arbeid og sin egen læring, bærer preg av flere elementer ved læringsstillasets funksjoner, og deler flere likhetstrekk med Piagets perspektiver, jamfør 2.1.1, 2.1.2. Det kan derfor hevdes at Ruben i forkant har lagt et grunnlag for etablering av sosiomatematiske normer preget av inkluderende og støttende rammer for elevenes interaksjonsmuligheter. Ruben gir også under intervjuet uttrykk for å rose feil, og refererer også til «*my favorite no*».

I henhold til Wæge and Nosrati (2018) og Ingram and Elliott (2016) er å gi elevene ventetid et viktig redskap som kan gi flere elever mulighet til å delta. Ruben peker på dette som en av årsakene til høy elevaktivitet i hans klasse, og noe han anser som viktig for å holde flere elever med i samtalen. Han nevner også det sjette samtaletrekket gjengitt av Wæge and Nosrati (2018) «snu og snakk», som en mulighet for å få større elevaktivitet i helklassesamtale. Som allerede nevnt, var det ikke stor interaksjon i helklassesamtalen elevene seg imellom, men det er tydelig at Ruben har et forhold til elementer han mener kan utgjøre effekt på samtalen i sekvenser hvor dette er tilfellet.

Tara gjør, som beskrevet under de foregående dimensjonene, tilpasninger både språklig og faglig basert på elevenes respons. Hun har gjennomgående konkrete og visuelle holdepunkt som læringsstøtter underveis i undervisningen, som kan tenkes å være elementer som tilgjengeliggjør deler av innholdet for samtalen for elevene som har språklige mangler. Hun viser også et bevisst forhold til det første samtaletrekket gjengitt av Wæge and Nosrati (2018), «gjenta». Dette var et gjennomgående trekk i hennes samtale med klassen, og noe hun ga uttrykk for var for å validere innspillet, tydeliggjøre for elevene hvilke matematiske strategier de bruker, og anerkjenne innspillene for klassen. Wæge and Nosrati (2018) peker på dette som et element som kan gi flere elever tilgang til diskursen gjennom å tilby elevene et språk de selv ikke mestrer, og som ikke er trygge på å formulere seg. Tara peker i intervjuet på de «svakeste» som de mest utfordrende å engasjere, og gir uttrykk for stor forståelse og omtanke for disse elevene. I økten jeg observerte ble det ved et par anledninger stilt spørsmål som var av den helt åpne og enkle sorten. Hun gir uttrykk for at dette var for å gi de aller «svakeste» en mulighet til å bidra. Det er vanskelig å hevde at de disse elevene gjennom dette får meningsfull interaksjon med det matematiske innholdet på lik linje med andre elever, men det er i alle fall en mulighet til å delta i undervisningen, om ikke matematiske diskursen. Om det oppleves av elevene som motiverende og mestrende er vanskelig å si noe om. Wæge and Nosrati (2018) beskriver hvordan «spesialdesignede» spørsmål kan fungere som et verktøy for å utjevne sosiale og akademiske forskjeller i matematikkundervisningen, men krever en sensitiv og øm balansegang som ikke bør være synlig, jamfør 2.4.4. Hvis elevene disse spørsmålene var rettet mot, og klassen for øvrig, oppfatter dette som en åpenbar forenkling rettet mot deres deltakelse, kan det tenkes å ha en negativ effekt på tross av de beste intensjoner.

Tara nevner flere grep under intervjuet som kan knyttes til elevinkludering. Blant disse er oppsummering av progresjonen i samtalen underveis og oppfølging av enkeltelever i etterkant av helklassesamtaler. Trekk hun brukte i den observerte økten, som var å repetere et spørsmål flere ganger, og gi elevene rikelig med ventetid. Dette var også noe jeg registrerte at Ruben gjorde også, og kan tenkes være nyttig for å samle klassens fokus i overgangssituasjoner.

5.4 Aktører, eierskap og identitet

Flere aspekter ved denne dimensjonen av undervisning kan jeg kommentere ut ifra dataene mine. Noen elementer av lærernes praksis har jeg allerede diskutert mot deltakelse i diskursen, og kan derfor kobles til rammer for et bredere elevspekter av aktører i undervisningen. Elevenes ukritiske deltakelse i undervisningen fremheves av rammeverket som sentralt under denne dimensjonen, og er noe jeg vil sette i perspektiv mot hvordan alle tre lærerne viste eksempler på å håndtere feilsvar på en måte som ikke fremhevet dette i undervisningen. Elevenes opplevelse av kompetanse er et annet element som kan knyttes til alle komponentene av denne dimensjonen av rammeverket, og noe jeg vil argumentere for lærerne på ulike måter la til rette for elevenes opplevelse av.

Wæge and Nosrati (2018) beskriver elevenes opplevelse av faglig anerkjennelse autonomi som et sentrale elementer for elevenes kompetansefølelse, og ved at elevenes bidrag får en sentral og reell funksjon i undervisningen styrker tilretteleggelsen for dette. Rammeverket vektlegger også at elevenes bidrag blir tatt stilling til i fellesskapet. Elevpresentasjoner av elevenes egne løsningsforslag er en mulighet for elevene å mestre gjennom å prestere foran klassen, og få anerkjennelse fra arbeidet sitt både fra læreren og elevene. Både det sosiale og akademiske utbyttet er størst for elevene som presenterer for klassen. Det er derfor et sentralt element at elevene opplever rammer som gjør dette til en trygg opplevelse, slik at flere elever våger. Mari gir uttrykk for å verdsette denne delen av undervisningen, og peker på forberedelsestid som redskap for å få elevene villige til å presentere løsningsforslagene sine for klassen. I timen jeg observerte fikk elevene jobbe i grupper etter en kort introduksjonssamtale om oppgaven, og gruppene ble instruert til å presentere løsningsforslagene med jevne mellomrom utover i undervisningsøkta, med avbrudd av felles diskusjon og samtale om de ulike forslagene innimellom. Slik ble elevenes ulike tilnærminger anerkjent for klassen, og fikk en sentral rolle i undervisningen. Mari forteller også hvordan hun ved å gi flere dagers forberedelsestid og oppfølging, får alle elevene i klassen til å tørre å presentere. Dette vil jeg hevde er et veldig godt fokuspunkt som på mange måter er med å styrke elevenes tilgang på diskursen gjennom tilretteleggelse for prestasjon og kompetansefølelse. I det hun beskriver som et klassemiljø hvor status knyttes til prestasjon i matematikk, kan det være et tungtveiende moment å kunne delta på en fullverdig måte.

Mari lot også elevene jobbe i grupper i forkant av presentasjon, og det er flere ting som kan antyde at elevene dro nytte av det. Som Sfard & Kieran (2001) (referert i Nilssen & Høynes, 2020, p. 168) indikerer må motivasjonen og elevinteraksjonen være høy for at samtalen skal være produktiv i grupper elevene seg imellom. Mari forteller at hun i sammensetning av grupper ansvarliggjør enkeltelever i gruppene for presentasjon av gruppas arbeid. Hun forteller også at elevene ikke vil stå tomhendt i øyeblikket for presentasjon, og kan derfor tenkes å fungere som et motiverende grep som sørger for at elevene tar ansvar for at gruppa kommer fram til noe produktivt. Når Mari lar elevene presentere løsningsforslag for klassen, argumentere og forklare for sin fremgangsmetode plasserer hun elevene i sentrum av undervisningen og lar de innta en form for *lærerrolle*. Dette forsterkes ytterligere ved at elevene som presenterer får velge hvilke elever (av de som har hendene oppe) som får stille spørsmål og komme innspill. Dette er et aspekt som i høyeste grad kan tenkes å styrke elevenes opplevelse av autonomi og identitetsfølelse i faget.

Ruben gir uttrykk for å verdsette elevenes mulighet til å få eierskap til sin matematiske idé, og fokusere på elevenes deltakerglede i undervisningen. Oppgavetypen er åpen, som legger opp til at elevene får autonomi i hvilken tilnærming de tar. Han peker på hvordan han opplever at elevene syns det er stas å få komme opp å vise fram løsningsforslaget sitt, og at situasjonen gir mulighet å bevisstgjøre hele klassen på korrekte matematiske termer og hvilke strategier eleven har brukt, gjennom å oppsummere og repetere gjennom samtale, læreren og eleven imellom. Elevene får slik også mulighet til å bruke tavla, og skrive navnet sitt på oppgaveløsningen, noe Ruben trekker fram som særdeles stas. Som nevnt under forrige dimensjon legger han også opp til eierskap til mer enn bare løsningene på oppgaven, men hvordan miljøet for presentasjon og samtaler er i klassen. Det felles målet for aktiviteten er også noe de fleste kan tenkes å få til, og kan derfor gi mulighet for flere å prestere i faget, og utvikle et forhold til matematikken der de mestrer.

Flere av aspektene ved Taras undervisning som jeg allerede har kommentert kan knyttes til denne dimensjonen. Dette i forhold til hvordan spørsmålene til tider er preget av kontroll, og måter hun inkluderer elevene som gir brede muligheter for aktører.

Hun gjorde flere grep for å inkludere elevene, og viste oppmerksomhet rundt elevenes aktivitetsnivå. Hun virker også trygg i undervisningssituasjonen og gjør grep som tilsynelatende er helt spontane. Et eksempel på dette er hvordan hun aktiviserer elevene som er i venteposisjon mens det er andre elevers tur under Kims lek, ved å ta bort en figur, og la elevene som er igjen i klassen repetere navnet på den geometriske figuren. Hun er også trygg med å slippe til elevene, å la de ta del i bestemmelsene rundt reglene for leken, og beskrivelse av leken til neste gruppe. Slik får elevene også være delaktige i undervisningen på flere måter som ikke nødvendigvis har med matematikk å gjøre, men kan skape en følelse av autonomi for elevene.

Trygg interaksjon over tid understrekes av rammeverket som essensielt for å utvikle en sterk identitet i faget. For at elevene skal utvikle en kompetansefølelse i matematikk er det samtidig viktig at elevene blir utfordret av arbeidet, men den opplevde grad av mestring er ikke noe jeg i stor grad har data til å kommentere. Jeg vil derimot hevde at lærerne la til rette for inkludering av elevene i undervisningen, deres mestringsmulighet og kompetansefølelse, i den grad innholdet opplevdes som utfordrende for elevene og var av matematisk natur. Denne dimensjonen tar også utgangspunkt i det som anses som den normale undervisningshverdagen, noe jeg får sagt lite om øvrig hvilke holdninger som kom frem hos lærerne i intervjuet. Læreren er den viktigste aktøren for utformingen av det sosiomatematiske miljøet, jamfør 2.3.2. Det synliggjøres hva lærerne tenker rundt dette selv, men det eksisterer nok et sprik mellom hva lærerne ønsker å få til og vet som er bra, og hva som utgjør hverdagen.

5.5 Formativ vurdering

Denne dimensjonen vektlegger hvordan aktiviteten bør avdekke misoppfatninger, og gi mulighet for å korrigere undervisningen deretter. Hvordan helklassesamtale og matematiske samtaler er et godt redskap for dette aspektet av rammeverket er allerede redegjort utfyllende i teorikapittelet (se kap. 2.4.8, G. Ball, 1990; Brekke, 2002), og jeg skal ikke forsøke å finne opp kruttet på nytt. Fordelen med å jobbe med helklassesamtale i lys av denne dimensjonen er at hvis målet er å strukturere samtalen for å sette matematiske prinsipp i sammenheng, gir det mulighet for rask tilpassing underveis. I motsetning gir planlagte oppgaver fra f.eks. boka vanskeligere rammer for å tilpasse. Oppgavestrukturen setter også begrensninger for hvilken kunnskap eleven får vist, noe en muntlig samtale gir større muligheter for å påvirke. Den muntlige samtalen vil også gi feedback fra elevene på om det matematiske nivået er på et passe nivå. Mari peker på dette elementet selv, og beskriver i intervjuet hvordan hun ved å la elevene forklare avdekker forståelsen demmes, gjennom dette finnere ut av hva elevene kan, og hva en må jobbe mer med.

En sekvens som skilte seg ut både fra Rubens undervisning, men også undervisningen til de andre, var når Ruben avbrøt elevenes individuelle arbeid. Gjennom denne sekvensen var det tydelig at læreren observerte at elevene ikke fikk til oppgaven på egenhånd etter den felles oppstarten. Elevene var involvert gjennom lærerens spørsmål i introduksjonen til oppgaven, men ble etter noen minutters arbeid avbrutt, da læreren tok en annen tilnærming og løste en rekke oppgaver for elevene på tavla. Han beskrev i intervjuet at hensikten var å hjelpe elevene i gang, da dette var noe de ikke hadde jobbet med før. Jeg vil beskrive denne tilnærmingen til undervisning som preget av en mer instrumentell stil, og virket i denne sitasjonen som veldig hensiktsmessig, da elevene ikke virket å ha kommet ordentlig i gang med oppgaven fra introduksjonen til timen. Læreren virker her å gjøre en vurdering fra elevenes progresjon, og valgte en mer direkte og deduktiv tilnærming til undervisningen.

Tara brukte spørsmål som et verktøy for å vurdere elevenes aktuelle faglige nivå. Som nevnt i resultatkapittelet, innebar dette et oppfølgende spørsmål til originalspørsmålet for å nyansere hvordan klassen lå an. Hun belyser dette i intervjuet som en metode for å vurdere fortløpende når de ikke deltar i undervisningen. Slik legger hun til rette for at elevene kan vise *hva* det er de ikke får til. I undervisningen gikk dette ut på først hvor mange som ønsket å fortelle om deres fremgangsmåte, til å spørre hvor mange som hadde kommet fram til et svar. Tara nevner også dette som en metode for å anerkjenne at noen elever har kommet delvis, og får gjennom slik tilpassede spørsmål mulighet til å vise at de deltar, er med og prøver. Hun beskriver også dette som et verktøy for å måle læringstrykk og elevenes humør, og signaliserer for elevene at hun er interessert i elevenes framgang og er ute etter noe mer enn bare rett svar på oppgaven.

6. Hovedfunn, konklusjon og videre forskning

Denne studien er en analyse av hvordan lærerens grep i helklassesamtale og i arbeid med matematiske samtaler kan skape rammer for gode læringsarenaer. I undervisningssituasjoner der lærerstyrt helklassesamtale var sentralt, fant jeg at lærerne i studien på flere måter tilrettela for at elevene kunne delta på måter som ga elevautonomi i fremgangsmetode og eierskap til matematiske løsninger.

Et annet hovedfunn var knyttet til lærernes kommunikasjon. Lærerne signaliserte vektlegging av *prosess* og *utforskning* gjennom å rette spørsmålene mot elevenes fremgangsmåter, fremfor om svarene var riktige eller gale. Lærerne oppfordret også til elevrefleksjon og utdypning av forklaringer, og helklassesamtaler fungerte i denne sammenheng som en naturlig arena for deling av tanker og løsningsforslag.

Gjennom intervjuene er det tydelig at lærerne har fokus på inkludering, aktivisering og ivaretakelse av elevene, både sosialt og for elevenes mestringsopplevelse og utfordring. Framfor at lærerne fortalte ting direkte konstrueres kunnskapen av elevenes deltakelse og bidrag i samtalen, og gjennom lærerens ledende spørsmål. Lærerne bruker også helklassesamtalen som en arena for deling av matematiske perspektiv og løsningsforslag, og ved bruk av spørsmål ble elevenes fokus rettet mot medelevers tanker og fremgangsmåter. Elevenes løsningsforslag ble også i sammenheng med helklassesamtalen skrevet på tavla, som er en måte å tilrettelegge for elevenes opplevelse av faglig anerkjennelse og kompetanse. Tydeliggjøring av forventninger ga elevene en mulighet til å jobbe selvstendig, for deretter å vise fram arbeidet i klassen. Slik fikk elevenes arbeid en sentral posisjon og funksjon i undervisningen. En kombinasjon av mestring i faget, faglig anerkjennelse og matematiserende og utforskende undervisning, kan skape muligheter for å rette elevenes fokus på prosesser og sammenhenger i matematikken. Samtidig kan det skape nysgjerrighet og engasjement for denne delen av faget.

Arbeidsmetoden ga også fortløpende innblikk i elevenes aktuelle faglige nivå og forståelsesutvikling gjennom invitasjon til elevargumentasjon og forklaring, og derav muligheter for justering av aktiviteten gjennom spørsmål og samtaletrekk. Oppfølgende nyanserte spørsmål fungerte også som verktøy for tilpassing. Dette muliggjorde inkludering av både språklig- og faglig svake elever i samtalen, men potensielt med begrensede muligheter for meningsfull interaksjon med det matematisk sentrale innholdet. Det fungerte i alle fall som en arbeidsmetode som muliggjorde jobbing med språklig, faglig og begrepsorientert utvikling i fellesskap.

Helklassesamtale kan argumenteres for å være en arbeidsmetode som vektlegger tenkning, resonnement og forståelse i matematikk, framfor den tradisjonelle «skriv-opp, regn ut, ferdig»-stilen. Lærerpraksisen som ble observert i denne studien inneholdt flere undervisningsmomenter som kan bidra til å skape rammer i tråd med litteraturens anbefalinger rundt denne arbeidsmetoden. Dette er i overensstemmelse med TRU-rammeverkets grunnpæl om å undervise for robust forståelse. Helklassesamtale understrekes ikke eksplisitt som et verktøy da rammeverket avstår fra å være normativt om metodeorientering, men det er vanskelig å se for seg et mer fleksibelt og dynamisk verktøy for å jobbe så bredt over alle dimensjonene fremhevet i TRU.

De foregående avsnittene viser til funnene mine om hvilke funksjoner helklassesamtale kan ha når lærere legger til rette for det, samt hvordan den kan utspille seg i praksis. Helklassesamtale bør ikke være et mål for all matematikkundervisning, men kan være en god måte å jobbe med mange aspekter av matematikkundervisning som fører til godt utviklet forståelse, faglig identitet, mestringsfølelse, og inkludering. Arbeidsmetoden i seg selv må derimot være preget av kvalitet i det aktuelle øyeblikk og forutsetter arbeid i forkant i form av bevisstgjøring av elevene, tilretteleggelse for elevenes eierskap og forståelse rundt normene, og samtaletrening over tid. Derfor er det vanskelig å hevde noe håndfast ut ifra mine data, da det er mange sentrale elementer som studien ikke gir innblikk i. Som den sentrale aktøren for utforming av de sosiomatematiske normene, er derimot lærerens refleksjoner og holdninger indikatorer på hva som preger hverdagen. Som en del av lærerens kjernepraksis, er arbeid med helklassesamtale også noe som kan tenkes å skape ringvirkninger for utforskende arbeidsmetoder til andre fag i skolen.

6.1 Videre forskning

Den kan være flere veier videre fra denne studien. Et sentralt spørsmål er hvordan elevene selv opplever at rammene i TRU-rammeverket legger til rette for deres interaksjon. Et annet viktig spørsmål er hvilket læringsutbytte helklassesamtale faktisk gir for elevene på lengre sikt. Får frittalende elever mer ut av denne undervisningsmetoden? I hvilken grad opplever ulike elevtyper helklassesamtale som en arena for deltakelse og læring? Hvordan læreren kan legge til rette for inkludering i helklassesamtale er også noe som i liten grad har blitt nevnt i teori i forbindelse med dette temaet. Er det for noen elever lett å bli glemt eller gjemme seg? Og hvilken gruppestørrelse er den mest optimale for å skape rammer for inkludering og samtidig ha nok dynamikk og mangfold i perspektiver, hvor å gjemme seg eller bli glemt er et mindre sannsynlig utfall?

For å forske videre på dette ville jeg tenkt at det er interessant å involvere lærerne i forskningen, for å over tid diskutere med lærerne og kartlegge mer i dybden hvordan deres metaforståelse påvirker deres egen undervisning. En idé kunne være at lærere i fellesskap presiserer og setter ord på teknikker og fremgangsmetoder for gode helklassesamtaler i matematikk.

En annen vei å gå er å undersøke kvantitativt i hvor stor grad helklassesamtale blir praktisert på den måten som er beskrevet i denne studien. For å sikre generaliserbarhet ville en da trengt et representativt utvalg, som naturligvis da måtte være mye større enn utvalget i denne studien. I læreplanen LK20 legges det stor vekt på kommunikasjon og utforskning, derfor er det interessant å undersøke hvordan lærere arbeider med disse aspektene ved matematikkfaget. I denne sammenheng er lærernes bruk av helklassesamtale et interessant og sentralt tema.

Litteraturliste

Alcala, L. (2011). No Series: My Favorite No: Learning From Mistakes: Teaching Channel.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching:What Makes It Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. doi:10.1177/0022487108324554

Ball, G. (1990). *Talking and learning primary maths for the national curriculum*. London: Simon & Schuster.

Björkqvist, O. (1990). Social Konstruktivism - Ny-gammalt i matematikdidaktiken.

Botten, G. (2011). *Meningsfylt matematikk : nærhet og engasjement i læringen* (4. utg. ed.). Bergen: Caspar forl.

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*: Nasjonalt læremiddelsenter.

Chapin, S. H., O'Connor, C., O'Connor, M. C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, Grades K-6*: Math Solutions.

Dalen, M. (2013). *Intervju som forskningsmetode : en kvalitativ tilnærming* (2. utgave ed.). Oslo: Universitetsforl.

Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. In R. Herheim & M. Johnsen-Høines (Eds.), *Matematikksamtaler* (pp. 169-180). Bergen: Caspar Forlag AS.

Enge, O., & Valenta, A. (2014). Matematiske diskusjoner om regnestrategier. *Tangenten*(2), 36.42.

Hana, G. M. (2016). Lærerens spørsmål - et virkemiddel til å være matematisk. In R. Herheim & M. Johnsen-Høines (Eds.), *Matematikksamtaler* (pp. 155-167). Bergen: Caspar Forlag AS.

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 1*, 371-404.

Ingram, J., & Elliott, V. (2016). A critical analysis of the role of wait time in classroom interactions and the effects on student and teacher interactional behaviours. *Cambridge Journal of Education, 46*(1), 37-53. doi:10.1080/0305764X.2015.1009365

Johannessen, A., Christoffersen, L., & Tufte, P. A. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (5. utg. ed.). Oslo: Abstrakt.

Johnsen-Høines, M., & Herheim, R. (2016). *Matematikksamtaler : undervisning og læring - analytiske perspektiv*. Bergen: Caspar forl.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions*: Stenhouse Publishers.

Kilpatrick, J. (1987). *What constructivism might be in mathematics education.* Paper presented at the Proceedings of the Eleventh International Conference on the Psychology of Mathematics Education, 1987.

Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. In R. J. Krumsvik & R. Säljö (Eds.), *Praktisk-pedagogisk utdanning : en antologi* (pp. 173-201). Bergen: Fagbokforlaget.

Kleve, B., & Hovik, E. K. (2016). *Undervisningskunnskap i matematikk*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg. ed.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Lyngnes, K., & Rismark, M. (2020). *Didaktisk Arbeid* (2. Opplag ed. Vol. 4. Utgave). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Michaels, S., O'Connor, C., & Resnick, L. B. (2008). Deliberative discourse idealized and realized: Accountable talk in the classroom and in civic life. *Studies in philosophy and education, 27*(4), 283-297.

Nilssen, V. L., & Høynes, S.-M. (2020). *Samtaleorientert matematikk : et samspill mellom didaktiske og adidaktiske situasjoner* (1. utgave. ed.). Bergen: Fagbokforlaget.

NOU. (2016: 14, 2016). *Mer å hente - Bedre læring for elever med stort læringspotensial*.

Palmer, A. (2012). *Hvordan blir man matematisk?* Bergen: Fagbokforlaget.

Piaget, J. (1973). *Psykologi og Pædagogik*. København: Hana Reitzl.

Postholm, M. B., Jacobsen, D. I., & Søbstad, R. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Raveh, I., Koichu, B., Peled, I., & Zaslavsky, O. (2016). Four (algorithms) in one (bag): an integrative framework of knowledge for teaching the standard algorithms of the basic arithmetic operations. *Research in Mathematics Education, 18*(1), 43-60.

Rodina, K., & Mørch, W. T. (2020, 05.06.2020). Lev Vygotskij. Retrieved from https://snl.no/Lev_Vygotskij

Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching : reflecting on practice with the knowledge quartet*. London ; Thousand Oaks, Calif: SAGE.

Schoenfeld, A. (2018). An introduction to the teaching for robust understanding (TRU) framework. In: Graduate School of Education Berkeley, CA.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching, 77*(1), 20-26.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Solvang, R. (1992). *Matematikkdidaktikk*. Bekkestua: NKI Forlaget.

Star, J. R., & Stylianides, G. J. (2013). Procedural and conceptual knowledge: Exploring the gap between knowledge type and knowledge quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 13*(2), 169-181.

Utdanningsdirektoratet. (2019). Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020, Hva er kjerneelementer? Retrieved from https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/. Retrieved 27.04.21, from Kunnskapsdepartementet https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020, Matematikk 1-10 (MAT01-05), Kjerneelementer*. Utdanningsdirektoratet: Kunnskapsdepartementet Retrieved from https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk–redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten, 2*, 22-27.

Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Oslo: Universitetsforl.

VEDLEGG

Vedlegg 1: NSD sin vurdering

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Matematikkspørsmål på barneskolen

Referansenummer

678151

Registrert

22.09.2020 av Henrik Nordlander - s302917@oslomet.no

Behandlingsansvarlig institusjon

OsloMet – storbyuniversitetet / Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier / Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Arne Hole, arne.hole@ils.uio.no, tlf: 99798988

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Henrik Nordlander, nordhenrik94@hotmail.com, tlf: 99442425

Prosjektperiode

15.09.2020 - 15.08.2021

Status

02.10.2020 - Vurdert

Vurdering (1)

02.10.2020 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 02.10.2020 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 15.08.2021.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna/elevene. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som foresatte kan trekke tilbake. Barna/elevene vil også samtykke til deltakelse.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

TAUSHETSPLIKT
Lærerne i prosjektet (utvalg 2) vil være underlagt taushetsplikt. Intervjuene må gjennomføres uten at det registreres opplysninger om enkeltelever eller annen taushetsbealgt informasjon.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Kajsa Amundsen
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 2: Informasjonsskriv lærere

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Matematikkspørsmål på barneskolen"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å forske på matematikkundervisning. I dette skrivet får du informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære.

Formål
Jeg, Henrik Nordlander, skal som avsluttende del av lærerutdanningen min dette året skrive en masteroppgave med utgangspunkt i undersøking av matematikkundervisning. Jeg vil ta lydopptak i undervisningen din i klasserommet på skolen, for deretter å analysere din kommunikasjon med elevene i klasserommet. I tillegg vil jeg ha et personlig intervju med deg rundt dette temaet. Formålet er å besvare problemstillingen min: *Hvilke spørsmål stiller læreren i klassesamtale i matematikk på barneskolen?*

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Oslomet - storbyuniversitetet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Jeg henvender meg til deg fordi du er i interessegruppen på grunn av din undervisningsstil og praksis. Kriteriene innebærer at din lærerpraksis er preget av klassesamtale som en sentral del av undervisningen. Jeg ønsker å observere lærere i fire forskjellige klasser på barneskolen.

Hva innebærer det for deg å delta?
Samtykke innebærer at undervisningen din blir forsket på over en periode på fem undervisningsøkter. Metode for innsamling av informasjon vil være digitalt lydopptak, håndskrevne feltnotater gjort av meg selv under observasjon, og intervju i etterkant av observasjon. Alle identifiserbare personopplysninger vil anonymiseres i masteroppgaven, og alle lydopptak og notater vil slettes i etterkant.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Jeg vil bare bruke opplysningene til formålene beskrevet i dette skrivet. Jeg behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Jeg vil til enhver tid ha med meg feltnotatene og lydopptaker, slik at det ikke vil komme på avveie. Jeg alene vil behandle lydopptaket, intervjuet og feltnotatene, og benytte koder for navn slik at identifisering av enkeltpersoner blir hindret. Jeg vil ikke publisere noe som kan brukes til å identifisere deg.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 15. august 2021.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Oslomet - storbyunivseritet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Henrik Nordlander, student ved Oslomet, 99 44 24 25, nordhenrik94@hotmail.com.
Arne Hole, veileder og prosjektansvarlig, 99 79 89 88, arne.hole@ils.uio.no
Vårt personvernombud: Ingrid S. Jacobsen, personvernombud@oslomet.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Henrik Nordlander (masterstudent) Arne Hole (veileder og prosjektansvarlig)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *matematikkspørsmål på barneskolen*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i intervju
- ☐ å tillate taking av lydopptak og feltnotater i min undervisning
- ☐ at min undervisning blir forsket på

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

---

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3: Informasjonsskriv foresatte

Vil du at ditt barn deltar i forskningsprosjektet
"Matematikkspørsmål på barneskolen"?

Dette er et spørsmål til deg om å godkjenne deltakelse for ditt barn i et forskningsprosjekt hvor formålet er å forske på matematikkundervisning. I dette skrivet får du informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære.

Formål
Jeg, Henrik Nordlander, skal som avsluttende del av lærerutdanningen min dette året skrive en masteroppgave med utgangspunkt i undersøking av matematikkundervisning. Jeg vil ta lydopptak i klasserommet på skolen, for deretter å analysere lærerens kommunikasjon med elevene i klasserommet. Formålet er å besvare problemstillingen min: *Hvilke spørsmål stiller læreren i klassesamtale i matematikk på barneskolen?*

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Oslomet - storbyuniversitetet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får dere spørsmål om å delta?
Jeg henvender meg til dere fordi deres barn er i klassen til en matematikklærer som er i interessegruppen på grunn av sin undervisningsstil og praksis. Kriteriene innebærer at lærerens praksis er preget av klassesamtale som en sentral del av undervisningen. Jeg ønsker å observere lærere i fire forskjellige klasser på barneskolen.

Hva innebærer det for deres barn å delta?
Samtykke innebærer at deres barn vil være til stede i klasserommet hvor lærerens undervisning blir forsket på over en periode på fem undervisningsøkter. Metode for innsamling av informasjon vil være digitalt lydopptak og håndskrevne feltnotater, gjort av meg selv. Deres barns muntlige innspill, spørsmål, og kommentarer vil derfor kunne bli registrert på lydopptak. Alt dette vil anonymiseres i masteroppgaven, og alle lydopptak og notater vil slettes i etterkant.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å la ditt barn delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser hvis ditt ikke deltar, eller du senere trekker tilbake samtykket.

Dersom du ikke ønsker at ditt barn skal delta, vil deres barn ha alternativ undervisning mens den ordinære undervisningen pågår.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Jeg vil bare bruke opplysningene om ditt barn til formålene beskrevet i dette skrivet. Jeg behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Jeg vil til enhver tid ha med meg feltnotatene og lydopptaker, slik at det ikke vil komme på avveie. Jeg alene vil behandle lydopptaket og feltnotatene, og benytte koder for eventuelle spesifikke notater knyttet til enkeltelever, slik at identifisering av personer blir hindret. Jeg vil ikke publisere noe som kan brukes til å identifisere deres barn.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Alle data, lydopptak og feltnotater vil slettes når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 15. august 2021.

Dine rettigheter
Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om ditt barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg/ditt barn,
- å få slettet personopplysninger om deg/ditt barn, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg/ditt barn basert på ditt samtykke som foresatt.

På oppdrag fra Oslomet – storbyuniversitetet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Henrik Nordlander, student ved Oslomet, 99 44 24 25, nordhenrik94@hotmail.com.
Arne Hole, veileder og prosjektansvarlig, 99 79 89 88, arne.hole@ils.uio.no
Vårt personvernombud: Ingrid S. Jacobsen, personvernombud@oslomet.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Henrik Nordlander (masterstudent) Arne Hole (veileder og prosjektansvarlig)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *matematikkspørsmål på barneskolen*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til at mitt barn:

☐ Kan delta i undervisningen som undersøkes gjennom lydopptak og feltnotater

Jeg samtykker til at opptaket og notatene behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av foresatt til prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 4: Observasjonsskjema revidert

#		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

Vedlegg 5: Observasjonsskjema original

Merknad| |Antall hender		0	1	2	3	4-5	6-8	9+
	#1							
	#2							
	#3							
	#4							
	#5							
	#6							
	#7							
	#8							
	#9							
	#10							
	#11							
	#12							
	#13							
	#14							
	#15							
	#16							
	#17							
	#18							
	#19							
	#20							
	#21							
	#22							
	#23							
	#24							
	#25							
	#26							
	#27							
	#28							
	#29							
	#30							

Anvendt «talk move»	Respons?	Andre observasjoner

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16

Elever som deltar med verbalt innspill

Elever som stiller et oppklarende spørsmål

Elever som kommenterer medelevs innspill

Elever som stiller spørsmål til medelevs innspill

Vedlegg 6: Overordnet intervjuguide

[Repetere innholdet i timen]

1. **Hva var det viktigste elevene skulle få ut av denne timen?**
2. **Hva var de matematiske læringsmålene for denne timen? Hvorfor fokuserte du på dette?**
3. **Er du fornøyd med elevenes respons på aktiviteten, hvorfor, eventuelt hvorfor ikke?**
4. **Hva er det med akkurat denne måten å jobbe på, som du tenkte ville bygge bro mellom elevene og kunnskapen de skulle lære? (Og eventuelt hvor har du dette fra, er det egne erfaringer, eller noe du har lest noe sted, studie, kurs etc.)?**
   - Var det noen utfordringer?
5. [Spørsmål om observasjonsnotater fra den observerte undervisningen …]
6. […]