MASTEROPPGAVE

Masterstudium i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikk

Mai 2021

Tilpasset opplæring i matematikk - En kvalitativ undersøkelse av læreres tilpasning av matematikkundervisningen i arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver

Henrik Schjøth

OsloMet – storbyuniversitetet

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier

Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Forord

Jeg er heldig som har fått vokse opp i et hjem som lærte meg at skole og utdanning kan være viktig. Jeg er takknemlig for at jeg har fått mulighet til å gjennomføre dette prosjektet. Når jeg nå setter siste punktum, er jeg glad, lettet og stolt! Å bo i Oslo og skrive masteroppgave, samtidig som en er kontaktlærer under en pandemi, anbefales i utgangspunktet ikke. Samtidig er det vemodig å være ferdig. Arbeidet med undersøkelsen og skriveprosessen har vært både givende og lærerikt, og det er litt trist at den tiden, og perioden som student nå er over.

Denne oppgaven hadde ikke blitt til uten hjelp fra mange mennesker. Takk til velvillige informanter som stilte opp, og var fleksible når smittevern førte til endringer i prosjektet. Min veileder George Harry Hitching har hjulpet meg helt fra problemstilling til siste punktum ble satt. Det hadde ikke gått uten de konstruktive, ærlige og oppmuntrende tilbakemeldingene, tusen takk George! Medstudenter og biveiledere har bidratt med konstruktive tilbakemeldinger på seminarer. Tusen takk til alle som har støttet meg i arbeidet med denne oppgaven!

Oslo, mai 2021
Henrik Schjøth

Sammendrag

Denne studien har undersøkt læreres tilpasninger av undervisningen i matematikk. Problemstillingen i undersøkelsen har vært følgende: Hvordan tilpasser lærere matematikkundervisningen i arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver? Det er benyttet en kvalitativ tilnærming, med semistrukturert intervju. Tre lærere gjennomførte en undervisningstime med utforskning- og/eller problemløsningsoppgaver, og ble intervjuet i etterkant. Første del av analysen undersøkte oppgavens innhold og grad av åpenhet. Den andre delen undersøkte meningsinnholdet i intervjuene med informantene. Yeos rammeverk for åpenhet av oppgaver, og Niss og Jensens modell for matematiske kompetanser danner grunnlaget for fagdidaktisk teori, som sammen med pedagogiske prinsipper er benyttet i analysen. Lærernes valg av oppgave, og fagdidaktiske og pedagogiske tiltak underveis i gjennomføringen av oppgaven drøftes med hensyn til planlagt matematisk læringsutbytte, samt elevenes opplevelse av autonomi, opplevd kompetanse, tilhørighet og mestringstro. Resultatene tyder på at lærerne bruker fagdidaktiske og pedagogiske tiltak som kan bidra til å gi elevene opplevelse av kompetanse, autonomi og tilhørighet.

Abstract

This study is about adapted teaching in mathematics. The study´s research question is: How does the teacher adapt their teaching during students` work with investigative and problem-solving tasks? A qualitative approach has been used, combined with a semi-structured interview. Three teachers participated. Each teacher carried out a one-hour lesson in their eight grade classes, before an interview afterwards. The first part of the analysis explored the content and the openness in the tasks the teachers used. The second part analyses the interviews with the teachers. Subject didactics theory, which contains Yeo's openness framework and the model of mathematical competence by Niss and Jensen, and pedagogical principles are used in the analysis. The way in which the teachers choose their tasks and implement subject didactics theory principles as well as pedagogical principles during the lessons, are discussed in regard to mathematical learning outcome, together with the students´ perceptions of autonomy, competence and relatedness. Results indicate that teachers are using subject didactic principles and pedagogical actions which can support students´ perceptions of autonomy, competence and relatedness.

Innhold

1.0 Innledning

12. mars i fjor stengte Norge ned. Dagen etter var det kun fire elever tilstede i matematikktimen på skolen hvor jeg jobber. Jeg benyttet anledningen og ga dem en LIST-oppgave. LIST betyr lav inngangsterskel og stor takhøyde (Matematikksenteret), og er oversatt fra engelsk «low threshold, high ceiling» (NRICH, 2013). Oppgavene kjennetegnes ved at det skal være mulig å jobbe på det de kaller svært høyt matematisk nivå samtidig som det skal være lett for de fleste å komme i gang med (Matematikksenteret). De fire elevene viste ulike kompetanser i matematikk, på ulike nivåer. Det var derfor fascinerende å se alle elevene uttrykke det jeg oppfattet som både nysgjerrighet og mestring i arbeidet med oppgaven. Denne opplevelsen trigget min nysgjerrighet for hvordan læreren kan benytte oppgaver i undervisningen. Med fagfornyelsen høsten 2020 kom kjerneelementene i matematikk, med blant annet utforskning- og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Det ga meg en anledning til å undersøke lærerens undervisning av denne typen oppgaver nærmere. Formålet med oppgaven er å få mer kunnskap om hvordan læreren kan tilrettelegge undervisningen, med bruk av oppgaver. Det har vært etterlyst mer fokus på studie av lærerens rolle i undervisning med problemløsning (Lester, 1994, p. 672). 25 år etter denne etterlysningen er det med kjerneelementene i den nye læreplanen fortsatt behov for mer kunnskap om hvordan lærerne tilpasser undervisningen. Med dette som bakgrunn har jeg valgt å arbeide ut fra følgende problemstilling: *Hvordan tilpasser lærere matematikkundervisningen i arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver?*

2.0 Teori

Utgangspunktet for undersøkelsen er problemstillingen; Hvordan tilpasser lærere matematikkundervisningen i arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver? I denne delen vil jeg ta for meg hver av begrepene i problemstillingen, og avklare hva slags forståelse av de det er tatt utgangspunkt i for denne oppgaven. Jeg vil ta for meg hva faglitteraturen sier om undervisning i matematikk knyttet til tilpasset opplæring og utforskning- og problemløsning. Det vil bli redegjort for Yeos (Yeo, 2017) rammeverk for åpenhet av matematikkoppgaver og kompetanser i matematikk (Niss & Jensen, 2002). Kapittelet avsluttes med på motivasjon i matematikk og sosiomatematiske normer.

2.1 Tilpasset opplæring

Tilpasset opplæring er et kjent begrep i skolen som medfører stort ansvar for både skoleeier, skolen og lærerne. Det er et viktig prinsipp for skolens praksis, men også en plikt. Opplæringsloven sier «Opplæringa skal tilpassast evnene og føresetnadene hjå den enkelte eleven, lærlingen, praksisbrevkandidaten og lærekandidaten» (Kunnskapsdepartementet, 1998 § 1-3). Overordnet del av læreplanen sier skolen skal «legge til rette for læring for alle elever og stimulere den enkeltes motivasjon, lærelyst og tro på egen mestring» (Kunnskapsdepartementet, 2017b, p. 16). Elevene skal oppnå størst mulig læringsutbytte og skolen skal tilrettelegge med tilpasset opplæring for å sikre at det skjer (Kunnskapsdepartementet, 2017b, p. 16). Tilpasset opplæring har vært en intensjon uttalt i læreplanen lenge. Begrepene som har vært brukt, deres betydning, og tolkningene har imidlertid variert. Normalplanen 39 og Mønsterplanen 74 bruker begrepet individualisert undervisning. Ifølge Skaalvik, Fossen og Skaalvik (Skaalvik, Fossen, & Skaalvik, 1995), er det i M74 et uttalt mål med individualisering å gjøre det mulig for enkelteleven å utvikle egne muligheter i alle fag gjennom hele skoleperioden. «Enkelteleven skal ikke bli stilt ovenfor krav om tempo og innsats som ikke svarer til forutsetningene» (Skaalvik et al., 1995, p. 55). Dette skal være man være oppmerksom på hvor sammensatt er. Noen elever er mer motiverte enn andre for å få motta tilpasninger og veiledning. Elevens energi, motivasjon, interesse, tillit til seg selv og læreren kan ha betydning for i hvilken grad eleven vil respondere på tilpasninger. Hvor mye læreren skal tilpasse, og hva slags tilpasninger læreren skal gjøre kan være en vanskelig vurdering. Etter mønsterplanen 74 har individualisert undervisning og differensiering tapt terreng og i stor grad blitt erstattet med tilpasset opplæring (Skaalvik et al., 1995, p. 55). Arbeidsformer, pedagogiske metoder, bruk av læremidler og organisering er noen av eksemplene på hvordan skolen kan tilpasse opplæringen (Kunnskapsdepartementet, 2017b, p. 16). I matematikkundervisningen kan bevisst tenkning rundt valg og bruk av oppgaver være en måte å tilpasse undervisningen på for læreren. Bachmann og Haug (Bachmann & Haug, 2006) skiller mellom en smal og vid forståelse av tilpasset opplæring. Den smale tilnærmingen handler om «en forestilling om at tilpasninger er ulike former for konkrete tiltak, metoder og bestemte måter å organisere opplæringen på» (Bachmann & Haug, 2006, p. 7). I denne tilnærmingen er pragmatisk handling vektlagt foran de grunnleggende forutsetningene opplæringen bygger på (Bachmann & Haug, 2006, p. 7). Et tiltak innenfor denne tilnærmingen kan være å gi en ekstra matematikkbok eller en forenklet prøve til en elev. Dette er tiltak som kan gjennomføres og registreres, noe den smale tilnærmingen legger opp til (Bachmann & Haug, 2006, p. 7) En vid forståelse vil si hele skolens praksis tar utgangspunkt i et syn på tilpasset opplæring mer som en ideologi eller pedagogisk plattform. Denne tilnærmingen krever en mer overordnet strategi fra skolen. Det betyr mer enn bare hver enkelt lærers planlegging og gjennomføring av undervisning for å sikre at tilpasset opplæring er godt nok ivaretatt (Bachmann & Haug, 2006, p. 7). At opplæringen er så god som mulig for alle elever, er utgangspunktet for den vide tilnærmingen (Bachmann & Haug, 2006). Dagens læreplan betoner viktigheten av at tilpasningene gjelder alle elevene. Overordnet del sier tilpasset opplæring gjelder alle elever, og det skal først og fremst tilpasses til elevene innenfor fellesskapet (Kunnskapsdepartementet, 2017b, p. 17). I praksis vil dette bety tilpasning innenfor klassen og klasserommet. Tilpasset opplæring innebærer også å tilpasse for elever som lærer raskere og kan lære seg mer kompleks kunnskap sammenliknet med jevnaldrende. Slike elever kan være elever med stort læringspotensial (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det omfatter både elever som presterer på et høyt og avansert nivå, og de elevene som har potensial til å gjøre det (Utdanningsdirektoratet, 2020). Med denne forståelsen trenger elever ikke nødvendigvis å ha de aller høyeste karakterene for å kunne gå innunder denne kategorien. Jøsendalutvalget argumenterer for at det er en systemerkjennelse at skolen ikke utnytter handlingsrommet for organisatorisk og pedagogisk differensiering for å gi elever med stort læringspotensial bedre læringsbetingelser (NOU 2016:4, 2016, p. 8). Dersom elever har behov utover det ordinære undervisningstilbudet, har de krav på spesialundervisning (Kunnskapsdepartementet, 2017b, p. 17). I denne oppgaven vil jeg avgrense meg til å undersøke tilpasset opplæring innenfor den ordinære undervisningen.

Den forskningsbaserte kunnskapen om effekten av tilpasset opplæring er relativt begrenset (NOU 2016:4, 2016, p. 23). Overordnet del sier «lærerne må bruke et godt faglig skjønn i arbeidet med å tilpasse opplæringen» (Kunnskapsdepartementet, 2017b, p. 16). Jenssen (Jenssen, 2012) påpeker kunnskapsløftet ga skolene stor frihet til å organisere undervisningen fra lokale behov, men i liten grad ga føringer for hvordan tilpasset opplæring skal håndteres, noe som fører til ulike praksiser (Jenssen, 2012, p. 7). I en NOU-rapport blir tilpasset opplæring trukket frem som tvetydig og utfordrende å forstå (NOU 2019:23, 2019, p. 124).

I forslaget til ny opplæringslov har et utvalg innført begrepene universell opplæring, individuell tilrettelagt opplæring og forsterket innsats (NOU 2019:23, 2019, p. 20). Ifølge utvalget er intensjonen at krav om universell opplæring skal erstatte dagens krav om tilpasset opplæring, individuell tilrettelagt opplæring skal erstatte dagens krav om spesialundervisning, og forsterket innsats skal erstatte dagens krav om intensiv opplæring, med utvidelse til å gjelde alle trinn og all opplæring (NOU 2019:23, 2019, p. 20). Kunnskapsdepartementet sier planlegger regjeringen å legge frem et lovforslag om ny opplæringslov for Stortinget våren 2022 (Kunnskapsdepartementet, 2020). Olsen og Haug (Olsen & Haug, 2020) har to forklaringer på forslaget om nye betegnelser av begrepet. Den ene forklaringen deres er en uklar forståelse og praksis av begrepet tilpasset opplæring. Den andre grunnen er at bruken av begrepet universell knytter tettere bånd mellom diskrimineringsloven og opplæringsloven (Olsen & Haug, 2020, p. 21).

2.2 Oppgaver

I evaluering av reform 97 hevder Alseth, Breiteig og Brekke lærebøkene i matematikkundervisningen inneholder oppgaver med en riktig fremgangsmåte og ett korrekt svar, og det bidrar til lite differensiering (Alseth, Breiteig, & Brekke, 2003, p. 115). Hiebert konkluderte i sin studie av oppgaver og klasseromsdiskurs i seks klasser på 2. trinn at hvilke oppgaver elevene får og klasseromsdiskursen påvirker elevenes kognitive prosesser. Doyle fremhever viktigheten av det kognitive nivået i arbeid med akademiske oppgaver. Med det mener han hva slags kognitive prosesser som kreves av eleven for å gjennomføre oppgaven (Doyle, 1988, p. 170). Oppgaver som krever forskjellige kognitive prosesser vil mest sannsynlig forårsake forskjellig læring (Hiebert & Wearne, 1993, p. 395). For mange oppgaver er hukommelsen hovedveien til løsningen. Elever blir ofte bedt om å reprodusere og kjenne igjen informasjon de allerede kjenner (Doyle, 1988, p. 170). Oppgaver som krever høyere kognitive prosesser beskriver han som mer opptatt av tolkning, forståelse, fleksibel bruk av kunnskap og ferdigheter, og evnen til å samle informasjon fra ulike kilder for å løse oppgaven (Doyle, 1988, pp. 170-171). Henningsen og Stein (Henningsen & Stein, 1997) observerte at passende oppgaver og støtte fra læreren i form av stillasbygging var viktige faktorer for å engasjere elevene matematisk tenkning og argumentasjon (Henningsen & Stein, 1997, p. 546). Mange matematikklærere unnlater ofte å vie oppmerksomhet til analyse og strategiske vurderinger når oppgaver lages og presenteres for elever. I stedet fokuseres det på prosedyrer og nøyaktighet i utregninger. I tillegg er det for mange oppgaver kjent på forhånd for elevene hva slags prosedyre med utregning de skal benytte (Doyle, 1988, p. 171).

2.3 Utforsking og problemløsning

Utforskning og problemløsning er kjente begreper i skolen. En kan ofte få inntrykk av et ideal blant lærere om å arbeide utforskende eller å løse problemer. I rapporten om fremtidens skole er «problemløsning» og «utforske» nevnt henholdsvis 37 og 43 ganger (NOU 2015:8, 2015). Problemløsning og utforskning er begreper som benyttes i matematikk, men også benyttes som metoder i andre fag. Betydningene og intensjonen med begrepene er nok varierende fra fag til fag, og antakelig også innenfor hvert av fagene også. Med fagfornyelsen som ble innført høsten 2020 kom det kjerneelementer i hvert fag. «Kjerneelementer er det viktigste innholdet elevene skal arbeide med i skolen og handler om det elevene må lære for å kunne anvende og mestre faget» (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Kjerneelementene rommer mye; «Fagets kjerneelementer består av sentrale begreper, metoder, tenkemåter, kunnskapsområder og uttrykksformer i faget» (Kunnskapsdepartementet, 2016, p. 34) De skal bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Matematikklærere (og andre faglærere) må ta med seg kjerneelementene og innholdet hver av de rommer inn i undervisningen. Matematikkfaget har for 1.-10. trinn fått seks ulike kjerneelementer, og utforskning og problemløsning er ett av dem. Med utgangspunkt i den nye læreplanen, har Utdanningsdirektoratet laget eksempeloppgaver til eksamen for 10. trinn i matematikk. I den ene delen av eksempeloppgavene heter det:

> *«Oppgavene av denne typen er mer omfattende oppgaver knyttet til sammensatte tekster, utforsking, problemløsing og modellering. Oppgavetype 3 er åpne oppgaver som skal gi deg anledning til å vise din kompetanse i nye situasjoner. Du skal i de fleste sammenhenger ikke svare på konkrete spørsmål, men må selv vurdere hva du vil undersøke og formulere problemstillinger til ukjente kontekster»* (Utdanningsdirektoratet, 2021).

Schoenfeld (Schoenfeld, 2007) observerte vurderingens viktighet for undervisningen, og fremhever et sitat av Hugh Burkhardt: «What you test is what you get» (WYTIWYG)

(Schoenfeld, 2007, p. 72). I en studie av eksamensoppgaver fra 2017-2019 konkluderte Ottemo med at problemløsning (og modellering) i større grad ble testet på lavere nivå på eksamen for 10. trinn (Ottemo, 2020, p. 65). Eksempeloppgavene fra Utdanningsdirektoratet antyder problemløsning og utforskning kan bli en større del av sluttvurderingen for 10. trinn på eksamen. I de to neste delkapitlene vil jeg skille problemløsning fra utforskning.

2.3.1 Problem

Kjerneelement som omhandler utforskning og problemløsning kan deles i to, problemløsning og utforskning. Utforskning og problemløsning er begreper som ofte blandes og blir brukt om hverandre. De blir begge sjelden hverken definert eller forstått (Orton, Frobisher, & Frobisher, 2004, p. 21). Det skilles i beskrivelsen av kjerneelementet til Utdanningsdirektoratet mellom disse. Det er en samlet beskrivelse, men det kommer frem hva de hevder er problemløsing og hva som er utforskning. Dette er deres beskrivelse av problemløsning:

> *Problemløsning i matematikk handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før. Algoritmisk tenkning er viktig i prosessen med å utvikle strategier og fremgangsmåter for å løse problem og innebærer å bryte ned et problem i delproblem som kan løses systematisk. Videre innebærer det å vurdere om delproblemene best kan løses med eller uten digitale verktøy. Problemløsning handler også om å analysere og omforme kjente og ukjente problem, løse de og vurdere om løsningene er gyldige* (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

Problemløsning er omfattende, og krever et mangfold av ferdigheter og kunnskap hos eleven. Ifølge Schoenfeld (Schoenfeld, 1985) er ikke en oppgave automatisk et problem for den som skal løse den. Han beskriver en spesifikk sammenheng mellom individet og oppgaven, som gjør oppgaven til et problem. Den samme oppgaven kan kreve mye arbeid for noen elever, mens det for andre elever vil være en rutineoppgave (Schoenfeld, 1985, p. 74). I matematikkundervisningen kan vi se for oss en oppgave som går ut på å finne ut hvor mange sekunder det er i et år. En slik oppgave vil ikke nødvendigvis være et problem for alle elever. Noen elever vil med en gang se sammenhenger mellom de ulike enhetene for tid, og ved hjelp av kunnskap om multiplikasjon komme frem til en løsning ved raske regneoperasjoner. En slik elev har tilgang til det Schoenfeld kaller «solution schema» som innebærer at matematikkoppgaven kun er en øving (exercise) og ikke et problem (Schoenfeld, 1985, p. 74). I eksempelet over vil oppgaven være det Polya (Polya, 1945; Pólya, 1971) kaller «a routine problem». Det kjennetegnes ved at det kan løses enten ved å bytte ut spesifikke data til et problem som likner et generelt problem en har løst tidligere, eller dersom en kan følge en tydelig og kjent steg for steg løsning uten noen form for original påvirkning av den som løser problemet (Pólya, 1971, p. 171). Orton og Frobisher har tre betingelser for at noe skal kunne regnes som et matematisk problem. Et matematisk problem kan være en situasjon hvor eleven:

- *recognizes or believes that there exists a mathematical goal to be achieved, usually an answer of some kind;*
- *accepts the challenge to perform some mathematical task in order to reach the goal;*
- *has no readily known or recallable mathematical procedure available to enable the goal to be attained directly.* (Orton et al., 2004, p. 25).

Dersom en elev får i oppgave å finne ut hvor mange is en kan kjøpe med 400 kr tilgjengelig når hver is koster 14 kr, må alle de tre betingelsene være oppfylt for å kunne betegne oppgaven som et problem. Denne oppgaven vil ha et klart definert matematisk mål, nemlig å finne ut hvor mange is en kan kjøpe, som tilfredsstiller den første betingelsen. Betingelsen nummer to, om eleven aksepterer utfordringen og faktisk vil utføre oppgaven for å nå målet i oppgaven, er avhengig av eleven. Den siste betingelsen handler om eleven har en klar prosedyre tilgjengelig slik at eleven kan løse oppgaven med en gang. Dersom eleven ikke har en prosedyre klar med en gang, og i stedet må bruke tid for å finne en løsning, så oppfyller dette betingelse nummer tre. Det er denne forståelsen av et matematisk problem som vil være utgangspunkt for denne oppgaven. I denne oppgaven vil Orton og Frobishers forståelse bli benyttet for begrepet problem og problemløsning.

2.3.2 Utforskning

Inquiry handler om å undersøke eller utforske noe. Inquiry based education (IBE) handler om undervisning hvor elever gis mulighet til å jobbe på måter som likner det en gjør i vitenskapelig forskning (Artigue & Blomhøj, 2013, p. 797). I beskrivelsen av kjernelementene handler utforskning i matematikk om «at elevane leiter etter mønster, finn samanhengar og diskuterer seg fram til ei felles forståing. Elevane skal leggje meir vekt på strategiane og framgangsmåtane enn på løysingane» (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Orton og Frobisher hevder et klart spesifikt mål skiller matematisk problem fra utforskning. «It would appear that the distinction between a problem and an investigation is the existence of a clear goal specified in the statement» (Orton et al., 2004, pp. 31-32). Med utgangspunkt i deres tre betingelser for et matematisk problem, så er den første betingelsen endret for utforskning.

Utforskende oppgaver har ikke et klart spesifikt mål i oppgaveteksten (Orton et al., 2004, p. 31). En oppgave som sier: «Undersøk trekanter» oppfyller dette kriteriet. Det er ikke noe spesifikt mål i oppgaveteksten, som sier hva det er du skal finne svar på. En annen oppgave kan være: «Det er 24 bein i en dyrehage. Finn hva slags dyr det kan være i dyrehagen». Denne oppgaven har et spesifikt mål, som er å finne hva slags dyr det kan være. Dermed er det med Orton og Frobishers forståelse ikke en utforskning. Betingelse nummer to sier eleven aksepterer utfordringen med å utføre oppgaven for å nå oppgavens mål, og denne betingelsen gjelder for både problem og utforskning. Betingelse nummer tre sier ingen kjent prosedyre er tilgjengelig for eleven med en gang, og dette gjelder også for utforskning. Ifølge Orton og Frobisher er forutsetningene annerledes for denne betingelsen, fordi utforskning ikke vil ha noe klart mål, og dermed vil det ikke være noen prosedyre tilgjengelig. Det er mulighet for eleven å formulere noen mål når eleven utforsker, som kan åpne for å benytte tilgjengelige prosedyrer (Orton et al., 2004, p. 31). En oppgave som sier «Undersøk primtall», kan være utforskende, med deres forståelse. Den oppfyller både betingelse 1 (ikke spesifikt mål) og 3 (ikke tilgjengelig prosedyre for eleven). Det avhenger om eleven aksepterer utfordringen som ligger i oppgaven (betingelse 2), for at den skal regnes som utforskning. Orton og Frobishers forståelse av utforskning vil være utgangspunkt for denne oppgaven.

Dobber, Zwart, Tanis og Van Oers (Dobber, Zwart, Tanis, & van Oers, 2017) konkluderte i sin metastudie av 186 studier med utforskende tilnærminger, at læreren er essensiell for å få til en vellykket implementering av IBE. Mange studier skiller mellom lærerledet og elevledet utforskning (Dobber et al., 2017). I lærerledet utforskning er det læreren som bestemmer spørsmålene om hva som skal utforskes og hvordan utforskningen skal foregå. I en elevledet utforskning er det elevene som i stor grad bestemmer hva det er de skal utforske og hvordan de vil gjennomføre undersøkelsen (Dobber et al., 2017, p. 197). Det er stor forskjell på disse to tilnærmingene for både læreren og elevene. Noen lærere vil kanskje ønske å styre hva elevene skal undersøke, og hvordan de skal gjennomføre undersøkelsen. Elevene vil med en lærerledet tilnærming oppleve mindre grad av medbestemmelse og undervisningen vil i hovedsak styres av lærerens forventninger. En elevledet utforskning vil kreve mer selvstendighet og evne til å klare å finne relevante spørsmål og arbeidsmetoder når de bestemmer selv. Dersom læreren bestemmer noe, men elevene også har mulighet til å si noe, er det en blandet ledelse (mixed direction) (Dobber et al., 2017, p. 197). I en casestudie med IBL-tilnærming oppga lærerne at en utforskende tilnærming var svært tidkrevende, både i planlegging og i klasserommet (Goodchild, Fuglestad, & Jaworski, 2013, p. 410).

2.3.3 Undervisning

Hiebert problematiserer omfanget av instruksjon. «Instruction is too complex an activity to describe completely. Descriptions always select parts of instruction» (Hiebert & Wearne, 1993, p. 395). Ifølge Doyle er det en utfordring at samme innhold kan kommuniseres på svært ulike måter i klasserommet, som medfølger forskjell i krav til elevene som skal løse oppgavene. «Problem solving in one class might involve computing answers to well-structured multiplication exercises, whereas in another it might require that students decide which mathematical operation to solve a particular real-world problem» (Doyle, 1988, p. 171). At innholdet kan kommuniseres ulikt vil være naturlig med ulike lærere. Det er en utfordring for undervisningen dersom intensjonen med en oppgave forsvinner *på grunn av* formidlingen. Relatert til denne oppgaven er det hva læreren gjør for å tilpasse undervisningen som er interessant. Det kan være instrukser som gis i klasserommet. Dersom lærerens instrukser skal være relevante for denne oppgaven er de nødt til å være knyttet til tilpasset opplæring og arbeid med utforskning- og/eller problemløsningsoppgaver.

George Polya beskriver en strategi med fire faser for å løse matematiske problemer. Mer enn 70 år etter første versjon av «How to solve it» er strategien hans fortsatt populær i arbeid med problemløsningsoppgaver. De fire fasene består (fritt oversatt) av å forstå problemet, tenke ut en plan, gjennomføre planen, og til slutt å se tilbake og vurdere løsningen (Pólya, 1971, pp. 6-18). Spørsmål en skal stille seg selv og forslag eller hint er en en viktig del av strategien, og målet er å fremme tankevirksomhet hos den som skal løse problemet (Pólya, 1971, p. 2). Eksempler på spørsmål og forslag er; «Hva er det som er ukjent? Hvilke data har vi? Hva er betingelsene? Kjenner du til et relatert problem du kan løse? Kan du sjekke resultatet» (Pólya, 1971, p. 8). Disse spørsmålene er generelle spørsmål han mener kan overføres til mange problemer, også utenfor matematikken. Strategien til Polya bygger på en heuristisk tilnærming. Målet med heuristikk er å observere metode og regler ved oppdagelse og oppfinnelser. Pólya etterstreber moderne heuristikk å forstå prosessen med å løse problemer, og spesielt tankevirksomheten som er typisk for denne løsningsprosessen (Pólya, 1971, pp. 129-130). Å lære seg å benytte heuristiske strategier er ifølge Schoenfeld ikke nok til å sikre det han kaller «competent problem solving performance» (Schoenfeld, 1985, p. 73). Flere studier viser at å bruke generelle problemløsningsstrategier eller heuristikk har gitt liten effekt på elevenes evne til å løse problemer (Lester & Cai, 2016; Lester & National Council of Teachers of, 2007; Schoenfeld, 1985). Schoenfeld fant en vanlig praksis på skoler hvor elever ofte fikk mange oppgaver med problemer i matematikk de skulle løse på kort tid, både på tester på skolen, og i lekser hjemme (Schoenfeld, 1985, p. 374). Et par minutter til å løse hvert problem skaper en forventning om rask progresjon. Han hevder elever forventer alle matematiske problemer de møter enten vil kunne løses i løpet av et par minutter, eller ikke kan løses i det hele tatt (Schoenfeld, 1985, p. 370). I sine undersøkelser observerte han sterkt fokus på å skrive matematiske argumenter på en bestemt innlært måte. I tillegg ble elever med besvarelser som er riktig, men ikke uttrykt i passende eller forventet (Schoenfeld benytter proper) form, gitt en svakere vurdering. Dette heder han kommuniserer til elevene at formen er viktigere enn substansen i matematikken (Schoenfeld, 1985, p. 374). Doyle deler akademisk arbeid opp i familiar og novel work. Familiar work er rutineoppgaver eller øvingsoppgaver hvor en bruker standardiserte operasjoner, prosedyrer eller algoritmer for å komme frem til svarene. Oppgavene kan være vanskelige, men resultatet og veien frem dit er forutsigbare (Doyle, 1988, p. 173). Novel work innebærer at eleven må samle sammen informasjon fra flere kilder og selv finne ut hvordan en skal løse oppgaven. Det kan være å kombinere flere algoritmer eller regneoperasjoner for å kunne løse problemet. En viktig egenskap med novel work er det stiller krav til eleven å vurdere hva de skal produsere og hvordan de skal gjøre det (Doyle, 1988, p. 173). Novel work innehar det Doyle kaller ambiguity, som kan oversettes med kvaliteten å være åpen for mer enn bare én, i dette tilfelle kan det være snakk om måter å tenke på, metoder eller løsninger (Doyle, 1988, p. 173). Det er med på å skille novel fra familiar work. Lester og Cai hevder problemløsning bør inngå i alle aspekter av matematikkundervisningen og ikke undervises som et eget tema, fraskilt fra resten av matematikken. Det å lære matematiske konsepter og regler kan ikke separeres fra å lære og beherske og løse problemer(Lester & Cai, 2016, pp. 119-120). Problemløsning får frem alle deler av ferdigheter i faget, og øker muligheten for at elevene klarer å sette delene sammen (Kilpatrick, Swafford, Findell, & National Research, 2001, p. 421).

2.4 Åpenhet i matematikkoppgaver

Joseph B. W. Yeo (Yeo, 2017) har utviklet et rammeverk eller «openness framework» for å karakterisere grad av åpenhet for ulike matematikkoppgaver. I tillegg diskuterer han hvordan ulike typer oppgaver og grad av åpenhet påvirker elevenes læringsutbytte. Rammeverket er basert på fem ulike kategorier: *Mål, metode, oppgave kompleksitet, svar* og *utvidelse*. Rammeverket er benyttet i analysen av oppgavene som informantene har brukt i undersøkelsen. Jeg vil gi derfor gi en kort sammenfatning av hva rammeverket innebærer. Teorien fra rammeverket er hentet fra artikkelen til Yeo (Yeo, 2017).

Svar

En oppgave har ifølge Yeo et lukket svar dersom det riktige svaret er avgrenset og bestemt. Det vil si at du kan forutse alle korrekte svar. At svaret er lukket betyr ikke at det kun er ett korrekt svar. Det kan fortsatt være flere korrekte svar, men en kan forutse alle de korrekte svarene (Yeo, 2017, p. 179). Et eksempel på en oppgave med lukket svar kan være multiplikasjonsoppgaven 13*25. På denne oppgaven kan vi forutse hva det korrekte svaret er. Når en ikke kan forutse alle korrekte svar, er svaret åpent. Det er to typer åpne svar, veldefinert og ubestemt. Veldefinerte svar kan en si helt sikkert om svaret er riktig eller galt, et veldefinert svar er objektivt. Det er i motsetning til et ubestemt svar, hvor det ikke er noe galt eller riktig svar, og svaret er subjektivt (Yeo, 2017, pp. 179-180). I matematikkundervisningen blir det med et ubestemt svar opp til læreren eller eleven å vurdere i hvilken grad svaret er korrekt. For å illustrere forskjellen på begrepene ønsker jeg å benytte to eksempeloppgaver. Oppgave 1 er laget av undertegnede, oppgave 2 er hentet fra nettsiden mattelist.no (Matematikksenteret).

Oppgave 1

Tegn en bro.

Oppgave 2

Figur 1. (Matematikksenteret, lest 28.3.2021).

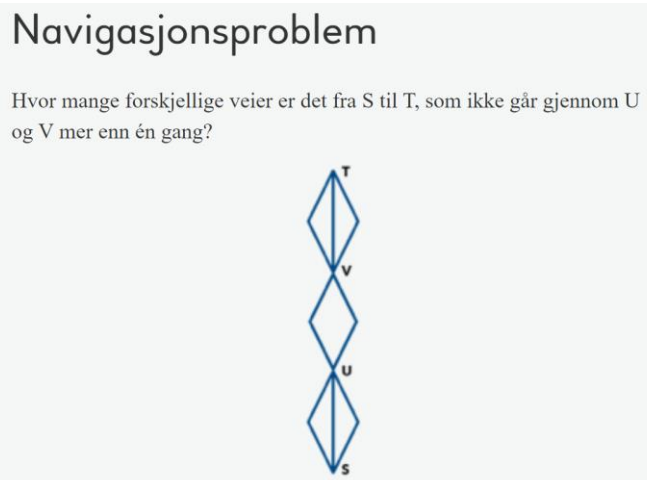
Oppgave 1 vil ha det Yeo kaller et åpent og ubestemt svar. Det vil være en subjektiv oppfatning som avgjør i hvilken grad tegningen av broen er en bro. Oppgave 2 (figur 1) har et lukket svar, det er 18 veier, og vi kan forutse alle de korrekte svarene på forhånd. Det er en objektiv vurdering om svaret riktig eller galt, og oppgaven har dermed et veldefinert svar.

Mål

Målet i oppgaven er lukket dersom det er ett spesifikt mål i oppgaveteksten (Yeo, 2017, p. 181). Oppgave 2 ovenfor spør hvor mange forskjellige veier det er fra S til T. Dette er et eksempel på et lukket mål. Det kommer tydelig fram hva som er målet i oppgaven. Dersom målet er åpent, er det ifølge Yeo to typer åpne mål: ubestemt og veldefinert. «Undersøk og utforsk» er eksempler på ubestemte mål, hvor det er uklart hva en skal undersøke og utforske. Med ubestemt mål blir det også en utfordring og skjønnsmessig å vurdere i hvilken grad en har klart å oppnå målet. En oppgavetekst som for eksempel sier «finn så mange kombinasjoner som mulig», forteller mer bestemt om hva målet er. Da er det et åpent og veldefinert mål (Yeo, 2017, p. 182).

Metode

«En oppgave har en lukket metode dersom det kun er én metode, eller at metoden kun innebærer bruk av en kjent prosedyre eller algoritme» (Yeo, 2017, p. 183). I praksis vil det være svært få oppgaver som er helt lukket. Selv prosedyreoppgaver kan i teorien løses på flere måter (Yeo, 2017, p. 182). Selv om en elev lærer én prosedyre for å løse likninger, kan likninger løses ved hjelp av flere ulike metoder.



Figur 1. (Matematikksenteret, lest 28.3.2021).

I oppgave 2 (figur 1) er det flere metoder for å løse oppgaven, så metoden er åpen. På denne oppgaven kan man i undervisningen lære en metode for å kunne finne alle veiene fra S til T. Det kan for eksempel være å tegne mønsteret til alle de ulike veiene. Dette illustrer en åpen og veldefinert metode hvor elevene lærer en metode for å løse oppgaven, og metoden vil føre til de samme korrekte svarene hos ulike elever (Yeo, 2017, p. 183). En slik metode fungerer for oppgaver som har et veldefinert svar. I noen oppgaver kan man ikke lære elevene en metode hvor de vil kunne få det samme korrekte svaret. Da har oppgaven det Yeo kaller en åpen og ubestemt metode (Yeo, 2017, p. 183). I tillegg kan en åpen metode også være subject-dependent eller task-inherent. Task-inherent kan oversettes med oppgavens naturlig iboende trekk eller *oppgavens egenart*. Dersom en variabel (metoden i dette tilfellet) er åpen og en del av oppgavens egenart, betyr det at oppgaven er av en slik art at oppgavens i seg selv gir føringer for den valgte variabelen (metoden). Når metoden er åpen og en del av oppgavens egenart blir metoden uavhengig av eleven eller læreren (Yeo, 2017, p. 183). Eksempeloppgave 1 hvor man skal tegne en tunnel er av en slik egenart. Det gir ikke gir mening å lære en metode for å finne en løsning. Metoden er åpen, og uavhengig av både læreren og eleven. Subject-dependent kan oversettes med *personavhengig*. I denne konteksten er subjektene læreren og eleven, og begrepet handler om at en variabel (metoden i dette tilfelle) er avhengig av læreren og eleven. For denne oppgaven vil jeg i stedet for subject-dependent benytte personavhengig, og i stedet for task-inherent benytte oppgavens egenart. Dersom metoden i oppgaven er åpen og personavhengig avhenger metoden i oppgaven av læreren og eleven (Yeo, 2017, p. 183). For å kunne vurdere i hvilken grad metoden er åpen i arbeid med en oppgave, må en vite noe om rammene oppgavene gis i. Da har det betydning hva slags rammer læreren gir for hvordan oppgaven løses. Hva slags instruksjoner, eksempler, oppgavetekst, oppfordring, løsningsforslag, metodeforslag og forventninger til arbeidsprosess kan være med på å påvirke i hvilken grad metoden i oppgaven ender opp som åpen eller ikke. En oppgave hvor metoden i utgangspunktet er åpen, kan bli lukket (kun én metode, eller kun bruk av kjent prosedyre eller algoritme), av læreren. Det motsatte kan også skje, at metoden i utgangspunktet er lukket, og at læreren endrer oppgaveteksten eller instruksene til elevene slik at metoden blir åpen for eleven. Dette kan skje både bevisst og ubevisst fra lærerens side. Yeo trekker en sammenheng mellom metode og scaffolding, som blir nærmere forklart i neste delkapittel (Yeo, 2017, p. 183).

Kompleksitet

En oppgave er lukket i kompleksitet hvis den er enkel nok, slik at eleven klarer den. Hvis ikke eleven kan klare oppgaven, er den for kompleks og det er ikke nok stillasmateriale (scaffolding) i oppgaveteksten (Yeo, 2017, p. 185). Da er kompleksiteten i oppgaven åpen. Kompleksiteten kan være åpen på to måter. Den kan være personavhengig. Da kommer det an på om læreren kan gi elevene nok stillasmateriale til å lukke oppgaven, slik at elevene kan få det til. Eller en del av oppgavens egenart kan bidra til at læreren ikke har mulighet til å gi nok stillasmateriale for eleven, slik at eleven kan løse oppgaven. Da er kompleksiteten åpen og en del av oppgavens egenart (Yeo, 2017, p. 185).

Figur 1. (Matematikksenteret, lest 28.3.2021).

Et eksempel på dette finner vi i eksempeloppgave 1. «Tegn en tunnel». Oppgaveteksten gir ikke noe hjelp til eleven. På denne oppgaven kan ikke læreren hjelpe eleven heller, på grunn av oppgavens egenart. Det ligger ikke noen metode læreren kan lære eleven for å forenkle oppgaven. I eksempeloppgave 2 (figur 1) har læreren mulighet til å støtte eleven med å gjøre oppgaven enklere. Det kan være og begynne å tegne stiene fra ett punkt til neste nærmeste punkt. I en slik oppgave er kompleksiteten åpen og personavhengig. Når kompleksiteten er åpen, så øker det også lærerens muligheter med tanke på å gjøre oppgaven enklere for eleven. Det kan være verdifullt i undervisningen.

Utvidelse

Eksempeloppgave 2 (figur 1) kan utvides. En kan endre oppgaveteksten og i stedet spørre; «Hvor mange veier mellom S og T blir det om vi legger inn to stier til mellom S og U?» Utvidelse av oppgaven kan få elevene til å se nye mønstre, matematiske idéer og sammenhenger. «The purpose for extending problem-solving tasks is to discover more underlying patterns or mathematical structures, and to generalise if possible» (Yeo, 2017, p. 186). Lærerens rolle og kompetanse kan bidra til at elevene kan få oppdage disse strukturene og mønstrene. Hvor mange flere kombinasjoner blir det om en har med en sti til, eller ett stopp til i oppgaven? Og er det noen sammenheng mellom antall kombinasjoner og antall stopp eller stier? Har det noe å si for antallet kombinasjoner om det er 4+2 stier eller 3+3(svaret er ja)? Dette er små endringer i en oppgave som kan bidra til at elevene oppdager nye sammenhenger. En oppgaves utvidelse er ifølge Yeo åpen dersom den kan bli utvidet. Det forutsetter at utvidelsen er relatert til den opprinnelige oppgave. Dersom utvidelsen ikke henger sammen med den opprinnelige oppgaven er det bare en ny oppgave (Yeo, 2017, p.

186). En oppgave er lukket hvis den ikke kan eller bør utvides. At oppgaven ikke bør utvides innebærer at utvidelse av oppgaven kun fører til en ny oppgave som ikke er relatert til den opprinnelige oppgaven (Yeo, 2017, p. 186). Dersom oppgavens utvidelse er åpen, kan den være personavhengig eller en del av oppgavens egenart. I oppgaver hvor utvidelsen er åpen og personavhengig, forventes det i utgangspunktet ikke at eleven utvider oppgaven, fordi oppgaven har et bestemt, veldefinert svar (Yeo, 2017, p. 186). Dermed blir utvidelsen personavhengig, det avhenger av elevene eller læreren å utvide oppgaven. Slike oppgaver er ifølge Yeo gjerne problemløsningsoppgaver, slik eksempeloppgave 2 (figur 1) er. Når utvidelsen er åpen og del av oppgavens egenart vil det si oppgaven har trekk som åpner for utvidelse av den som løser oppgaven. Dette gjelder først og fremst for det Yeo betegner som utforskende oppgaver (Yeo, 2017, p. 186). Hvis en elev for eksempel får en busstabell av læreren og oppgaven sier «undersøk tabellen», så ligger det i oppgavens natur at eleven selv skal utvide oppgaven.

Oppsummering

For å oppsummere rammeverket så er det fem variabler: svar, mål, metode, kompleksitet og potensiale for utvidelse. Hver av variablene sier noe om åpenheten til oppgaven. Alle variablene kan hver for seg betegnes som åpen eller lukket. De kan være lukket, slik et lukket mål har et klart spesifikt mål med oppgaven. Dersom variablene mål, svar og metode er åpen, kan de være veldefinerte, som hvor den aktuelle variabelen er klart definert i oppgaven, eller de kan være ubestemte. I tillegg kan variablene metode, kompleksitet og utvidelse også være åpne hvor en del av oppgavens egenart er med å bestemme åpenheten for variabelen, eller variabelen kan være personavhengig, hvor læreren og/eller eleven påvirker variabelen. Hensikten med rammeverket er å etablere en felles plattform for å analysere åpenheten i oppgavene som informantene har benyttet. Jeg ønsker å undersøke hvordan lærere tilpasser i arbeid med utforskning og problemløsning. Da er oppgavene essensielle som utgangspunkt for tilpasning. Rammeverket med de fem variablene er benyttet i analysen som et verktøy for å se hvordan informantene tilpasser. Både valg av oppgavene og gjennomføringen av oppgavene kan være med på å fortelle om hvordan læreren kan tilpasse undervisningen.

2.5 Kompetanser i matematikk

Mogens Niss og Tomas Højgaard Jensen utviklet et rammeverk med åtte sentrale kompetanser i matematikk gjennom KOM-prosjektet (Kompetanse og Matematikklæring) (Niss & Jensen, 2002). I rapporten deres definerer de matematisk kompetanse som å «*have viden om, at forstå, udøve, anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematik-lighed* *virksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå»* (Niss & Jensen, 2002, p. 43). Senere har Niss og Højgaard kommet med en oppdatert definisjon;*"A mathematical competency is someone's insightful readiness to act appropriately in response to a specific sort of mathematical challenge in given situations"* (M. Niss & Højgaard, 2019, p. 14). I det å ha en kompetanse eller competence legger de en bred tolking av handling, som omhandler en fysisk eller kognitiv handling, og som inkluderer det å ta en beslutning som en handling (M. Niss & Højgaard, 2019, p. 12). De betoner betydningen av ordet readiness. Med readiness mener de *«individets kognitive forutsetninger for deltagelse i bestemte aktiviteter»* (min oversettelse) (M. Niss & Højgaard, 2019, p. 18). De hevder kompetanse inkluderer mer enn bare innsikt, derfor må det også være en «readiness to act» som inkluderer den brede tolkningen av handling, og en slags beredskap eller villighet til å handle. I deres konseptualisering er matematisk kompetanse det de kaller en «edifice», et slags byggverk dannet av matematiske kompetanser (M. Niss & Højgaard, 2019, p. 14).

I følge Niss og Jensen skal de åtte kompetansene til sammen «indfange og udsspende» det viktige i matematisk kompetanse (Niss & Jensen, 2002, p. 44). Jeg vil gi en kort oppsummering av kompetansene her, da de er benyttet i analysen. De har gruppert kompetansene i to hovedgrupper. De første fire kompetansene omhandler det å kunne spørre og svare i matematikk, og de siste fire kompetansene er knyttet til det å kunne håndtere matematikkens språk og redskaper(Niss & Jensen, 2002, p. 44). De åtte kompetansene er (fritt oversatt) (Niss & Jensen, 2002, pp. 47-62);

Å kunne spørre og svare i matematikk

1. Tankegangskompetanse – å kunne utøve matematisk tankegang
2. Problembehandlingskompetanse – å kunne formulere og løse matematiske problemer
3. Modelleringskompetanse – å kunne analysere og bygge matematiske modeller vedrørende andre felter
4. Resonnementskompetanse – å kunne resonnere matematisk

Å kunne håndtere matematikkens språk og redskaper

5. Representasjonskompetanse – å kunne håndtere forskjellige representasjoner av matematiske saksforhold
6. Symbol- og formalismekompetanse – å kunne håndtere matematisk symbolspråk og formalisme
7. Kommunikasjonskompetanse – å kunne kommunisere i, og med om matematikk

8. Hjelpemiddelkompetanse – å kunne benytte og forholde seg til hjelpemidler for matematisk bruk (inkludert IT) (Niss & Jensen, 2002, pp. 47-62).

Det viktigste som går innunder tankegangskompetanse «er selve arten av matematiske spørsmål og svar» (Niss & Jensen, 2002, p. 47). Å forstå hva slags spørsmål som er typiske for matematikk, kunne stille den type spørsmål og tenke over hva slags svar en kan forvente, er noe som kjennetegner matematisk tankegang (Niss & Jensen, 2002, p. 47). «Hva slags måleenhet kan være gunstig å bruke når vi måler avstand fra Oslo til Bergen? Hva betyr ordet grunntall og eksponent i en potens? Hvordan kan vi finne ut hvor mange utfall det er når vi kaster to terninger?» kan være eksempler på slik spørsmål. Det er viktig at spørsmålene og svarene på denne typen spørsmål har en form for matematisk innhold, for at kompetansen skal kunne komme til uttrykk. Denne kompetansen innebærer også kunnskap om, forståelse for og evne til å bruke matematiske begreper, å kunne se både hva begrepene rommer og deres begrensning, og deres forankring i ulike domener er også relevant (Niss & Jensen, 2002, p. 47). Forståelse av generalisering av resultater i matematikk og evne til å selv kunne generalisere resultater til å omfatte en større del av matematiske objekter. Det inkluderer også evnen til å aktivt eller passivt skille mellom ulike matematiske utsagn og påstander (Niss & Jensen, 2002, p. 47). De hevder også en bør utvikle økende evne til å kunne aktiv skille mellom ulike matematiske utsagn fra mellomtrinnet (Niss & Jensen, 2002, p. 194).

Problembehandlingskompetanse innebærer både å kunne formulere og løse matematiske problemer. Å formulere kan være å oppdage, avgrense, formulere og presisere ulike matematiske problemer. Det kan være det de kaller rene, anvendte, åpne eller lukkede problemer (Niss & Jensen, 2002, p. 49). Å løse problemer handler om å løse problemer som er ferdigformulerte. Et matematisk problem er ifølge Niss og Jenssen et spørsmål som krever en matematisk undersøkelse for å kunne besvares. De er også opptatt av, som Schoenfeld (Schoenfeld, 1985) og Polya (Pólya, 1971) at problemet må være et problem for den som skal løse det, for at det ikke skal bli en rutineoppgave for eleven. Selv om kompetansen både inkluderer å formulere eller lage problem, og løse de, kan man fint være god til den ene delen, og ha utfordringer med det andre (Niss & Jensen, 2002, p. 49). Et problem for eleven kan være å finne ut hvor lang sidene i et rektangel kan være når arealet er 20 m^2. Her kan det være flere løsninger. At problemet kan være åpent og lukket handler kort fortalt om i hvilken grad problemet kan løses på flere måter. Den grundige forklaringen av åpen og lukket kan knyttes til de ulike variablene vi har sett i rammeverket til Yeo i forrige delkapittel.

Å lage matematiske problemer er tett knyttet til å det å stille matematiske spørsmål og tenke ut svar (tankegangskompetanse). Niss og Jensen er likevel tydelig på at de to kompetansene ikke er sammenfallende. Det å løse matematiske problemer er ikke det samme som å tenke ut svar på et matematisk spørsmål, og det er unikt for problembehandlingskompetansen (Niss & Jensen, 2002, p. 50). Et spørsmål om hva slags måleenhet en kan benytte når en skal måle avstanden mellom Oslo og Bergen, er ikke et matematisk problem som krever en matematisk undersøkelse av eleven. Andre matematiske spørsmål kan være «Hva kjennetegner et primtall? På hvor mange måter klarer du å skrive tallet 20 som produkt av to tall?» Disse spørsmålene krever kunnskap om spørsmålenes karakter, og forståelse for det matematiske innholdet for å kunne tenke ut forventede svar, tilhører derfor tankegangskompetansen. Det er kort vei fra å stille matematiske spørsmål, til å stille spørsmål som er ferdigformulerte problemer som krever en matematisk undersøkelse. Og da er det snakk om problembehandlingskompetanse. I tilfellet med primtall kan en omformulere oppgaven til eleven; Tvillingprimtall er to primtall hvor differansen mellom primtallene er 2. Finn tvillingprimtallene opp til 50. Da kan oppgaven få frem problembehandlingskompetansen hos eleven (dersom den er vanskelig nok og eleven ikke har en klar rutine for å løse oppgaven med en gang).

Resonnementskompetanse kan deles opp i to. Den ene delen handler om å «kunne følge, og bedømme et matematisk argument» (Niss & Jensen, 2002, p. 54). Det omfatter også evnen til å forstå og ha kunnskap om når et matematisk resonnement er et bevis og hva som skiller bevis fra andre matematiske resonnementer (Niss & Jensen, 2002, p. 54). Å kunne tenke ut og gjennomføre resonnementer, som innebærer å kunne omforme heuristiske resonnementer til bevis som er gyldige, utgjør den andre delen av kompetansen (Niss & Jensen, 2002, p. 54) Et eksempel hvor denne kompetansen kommer til uttrykk, kan være om en undersøker frekvensen og sannsynlighet for ulike antall øyne på terningen i undersøkelse av 1000 terningkast (en kan simulere kast på nettet). Da kan bruk av store talls lov være eksempel på et relevant resonnement i diskusjon om sannsynligheten for de ulike utfallene på terningen.

Representasjonskompetanse handler om å håndtere ulike representasjoner av matematikkfaglig innhold. Forståelse av representasjoner innebærer å kunne avkode, fortolke og skille mellom de forskjellige representasjonene. Kompetansen inkluderer å kunne ta i bruk ulike representasjoner av matematiske objekter eller situasjoner, oversette mellom ulike representasjoner som illustrerer samme situasjon, kunne forstå sammenhengen mellom ulike representasjonsformer og kjenne til fordeler og ulemper med ulike representasjonsformer

(Niss & Jensen, 2002, p. 56). En oppgave med å presentere en likning tekst, tabell med x- og y-verdier og som graf, kan gi muligheter for en elev til å benytte representasjonskompetansen. I dette eksempelet kan det være å forstå hva likningen betyr i denne sammenhengen, kunne oversette mellom de ulike representasjonene, og utrykke de korrekt, her i form av tekst, tabell og graf. Representasjonskompetansen er tett knyttet opp mot symbol- og formalismekompetanse og kommunikasjonskompetanse. De to første fordi det i matematikken ofte benyttes symboler, de to siste fordi representasjoner av ulikt matematisk innhold er tett forbundet med kommunikasjon om matematikk (Niss & Jensen, 2002, p. 44).

Symbol- og formalismekompetanse handler om kunnskap om symboler, bruken av symboler og reglene for å bruke dem. Det innebærer å avkode formel og symbolspråk, kunne oversette mellom vanlig språk og symbolspråk, og kunne behandle utrykk med symboler/formler (Niss & Jensen, 2002, p. 58). Formalisme handler om å kjenne til reglene for hvordan en kan regne med symbolene. Det handler både om å forstå hva symbolenes betydning og karakter, og omfatter også å kunne reglene for hvordan en skal kunne bruke, og evne til å regne med symbolene (Niss & Jensen, 2002, p. 59). Denne kompetansen kommer til uttrykk når en for eksempel skal forenkle et algebraisk utrykk eller omgjøre en formel. formel for høyden h i en sylinder med utgangspunkt i formelen $V=\pi r^2*h$. Her er en nødt til å kunne forstå hva symbolene betyr og en må kunne regler for hva som gjelder når en skal regne med symbolene, her er det noen regler for hvordan en kan manipulere formelen algebraisk slik at en finner en formel for h. Symbol og formalismekompetansen skiller seg fra representasjonskompetansen vet at det fokuserer på symbolenes betydning og karakter, og reglene for hvordan en benytter dem (Niss & Jensen, 2002, p. 59).

Kommunikasjonskompetanse handler om å kunne kommunisere med, og om matematikk. Det innebærer både å forstå og fortolke det matematiske innholdet andre kommuniserer, og kunne uttrykke på ulike nivå av teknisk eller teoretisk presisjon selv (Niss & Jensen, 2002, p. 60) Kommunikasjonen kan uttrykkes i ulike former, det kan for eksempel være skriftlig, verbalt eller visuelt (Niss & Jensen, 2002, p. 60). Kommunikasjonskompetanse er ofte knyttet sammen med representasjonskompetanse og symbol- og formalismekompetanse. Representasjon fordi en vil representere det matematiske innholdet i en eller annen form når en kommuniserer noe med matematikkfaglig innhold. Symboler vil ofte være en del av representasjonen, og derfor opptrer de ofte sammen. En oppgave med å forklare en løsning på en utforskningsoppgave til en medelev kan være et godt eksempel hvor kommunikasjonskompetansen kommer til uttrykk. Niss og Jensen gjør et poeng av at det ikke er kun de overnevnte kompetansene som henger sammen med kommunikasjonskompetanse. Gjennom å utrykke matematisk innhold i en eller annen form kan en relativt enkelt ta i bruk samtlige kompetanser ved å benytte kommunikasjonskompetansen. Den andre delen av kommunikasjonen som handler om å være mottaker av kommunikasjonen kan være å motta kommunikasjonen fra en medelev eller lærer (Niss & Jensen, 2002, p. 61)

Hjelpemiddelkompetanse handler om å kjenne til ulike redskaper som kan brukes for matematisk virksomhet, og deres mulighet og begrensninger (Niss & Jensen, 2002, p. 62)

Hver kompetanse kan deles opp i tre dimensjoner; dekningsgrad, aksjonsradius og teknisk nivå. Dekningsgraden til en kompetanse innebærer i hvilken grad en kan aktivere ulike aspekter ved den enkelte kompetanse, og i hvilken grad en evner å gjøre det selvstendig (Niss & Jensen, 2002, p. 65). I et tenkt eksempel med en oppgave som spør hvor mange kvadrattall det er opp til 100, kan dekningsgraden til kommunikasjonskompetansen være i hvilken grad elevene evner å kunne kommunisere løsningen på problemet til en medelev. Et aspekt med dekningsgraden er hvordan eleven forstår hva medeleven utrykker, et annet er hvordan eleven formidler selv, og i hvilken grad eleven er selvstendig i kommunikasjonen. Klarer eleven det selv, eller trenger eleven mye veiledning for å vise og mestre de ulike aspektene?

Aksjonsradius handler om i hvilke situasjoner og kontekster en evner å aktivere kompetansen (Niss & Jensen, 2002, p. 65). Det kan være ulike problemstillinger og ulike emner innenfor matematikk en evner å benytte kompetansen. Ett eksempel kan være tankegangskompetanse. I arbeid med problemløsningsoppgaver kan en bli utfordret til å stille spørsmål. Noen elever evner kanskje kun å stille, og svare på spørsmål i arbeid med problemer knyttet kun til aritmetikk. Andre elever igjen kan kanskje aktivere dette også i arbeid med algebra og generalisering. Da kan en si den siste gruppen elever har en større aksjonsradius. Den siste dimensjonen er teknisk nivå. Det handler om hvor avansert begrepsmessig og teknisk en kan gå innenfor den kompetansen en arbeider (Niss & Jensen, 2002, p. 65). Kort fortalt handler det om hvor dypt du kan jobbe innenfor et område. Noen elever evner innenfor temaet likninger kun å regne oppgaver med likninger med en ukjent, mens andre kan arbeide med både to og tre ukjente. Noen evner å benytte relevante begreper for likninger, som andregradslikning og sette prøve på svaret, mens andre elever igjen ikke forstår deres betydning, og dermed ikke kan ta i bruk disse begrepene. Det kan en kalle et eksempel på ulikt teknisk nivå, med Niss og Jensens forståelse.

2.6. Differensiering

«For at elevene skal få en tilpasset opplæring må undervisningen differensieres» (Skaalvik et al., 1995, p. 56). Å gjøre forskjell er det de bruker for å forklare begrepet differensiering. Å differensiere i undervisningssammenheng vil si læreren behandler elever ulikt (Skaalvik et al., 1995, p. 47). I matematikktimen kan differensiering være å be en elev velge noen vanskeligere oppgaver. En annen elev kan bli bedt om å gå tilbake å se en video. En tredje elev kan få lov til å ta lydopptak av forklaringen på hvordan hun kom frem til svaret, og en fjerde kan få velge mellom to ulike oppgaver. Dette er fire eksempler på hva differensiering i et matematikklasserom kan være, alle er med på å differensiere. Skaalvik et. al, (1995) skiller mellom organisatorisk og pedagogisk differensiering. Organisatorisk differensiering er når enkeltelever eller grupper skilles ut av klassen i lengre tid. To enkeltelever som går ut av matematikkundervisningen hver matematikktime er et eksempel på organisatorisk differensiering. Mest relevant for denne undersøkelsen er pedagogisk differensiering, som innebærer «det lærerne gjør for å gi elever innenfor samme klasse forskjellig instruksjon, fagstoff å arbeide med, arbeidsoppgaver, arbeidsmengde, tilbakemelding og oppmerksomhet, hjemmelekser, krav og evaluering» (Skaalvik et al., 1995, p. 49). I arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver vil det være interessant å se hva slags oppgaver læreren velger og hvordan læreren benytter disse. «Dersom man får store endringer i vanskelighetsgrad, vil man få variasjoner som er så store at det er snakk om helt andre oppgavetyper» (Skaalvik et al., 1995, p. 53). Pedagogisk differensiering viser mange av lærerens utfordringer. Det er også her lærerens muligheter for differensiering til hele klassen er. Det krever også at læreren har god kunnskap om elevene. I del to av analysen (kapittel 4) har jeg med utgangspunkt i definisjonen ovenfor benyttet pedagogisk differensiering, innenfor temaet differensiering.

Moon er opptatt av sammenhengen mellom differensiering og vurdering. Hun setter fokus på lærerens beslutninger i både forberedelse, gjennomføring og evaluering av undervisning (Moon, 2005, p. 226). Vårt hovedfokus er på tilpasset opplæring og prinsippene for differensiering hun tar opp kan være relevante for hvordan læreren tilpasser undervisningen. Moon setter søkelys på tre prinsipper for differensiering i undervisningen;

> *(a) Learning is active;*
>
> *(b) high expectations exist for all students with scaffolding to support success*
>
> *(c) learning occurs in a social context* (Moon, 2005, p. 231).

Det første prinsippet handler om et syn på læring som aktivt i stedet for passivt. Det bygger på en konstruktivistisk tilnærming hvor eleven skal være aktiv, konstruere kunnskap og skape sammenheng mellom nye erfaringer og eksisterende skjema (Moon, 2005, p. 231). Ifølge Moon er læring med en slik tilnærming refleksivt, selvregulert og konstruert, i stedet for passiv hvor eleven skal lære bare ved å ta inn motta informasjon (Moon, 2005, p. 231). Dette likner en inquiry-tilnærming hvor en arbeider vitenskapelig (Artigue & Blomhøj, 2013). Hun er også opptatt av at læreren gir eleven ulike måter å tilnærme seg lærestoffet på. I matematikkundervisningen kan dette være å tilrettelegge for å la elevene velge oppgave, arbeidsprosess, metode i oppgaven eller hvordan eleven vil uttrykke løsningen. Det andre prinsippet handler om stillasbygging og forventninger. Selv med ulike vurderingsformer vil det være forventninger til at elevene skal mestre læringsmålene (Moon, 2005, p. 232). Læreren skal gi eleven den støtten som er nødvendig for at elevene skal nå sine mål. «To accomplish mastery, the teacher provides whatever support is necessary—increasing structure, varying resources use, modifying the complexity of the context, and so on» (Moon, 2005, p. 232). En del av støtten læreren kan gi til eleven, er å endre kompleksiteten i konteksten, som en måte å differensiere på. Denne konteksten kan være oppgavene eleven jobber med. Dette likner på det Yeo sier om oppgavens kompleksitet, hvor kompleksiteten i oppgaven er lukket dersom oppgaven er enkel nok for eleven (Yeo, 2017, p. 185). Mens kompleksitet i Yeos rammeverk tar for seg selve oppgaven, så handler differensieringsprinsippet til Moon om lærerens mulighet til å endre kompleksiteten i oppgaven (Moon bruker kontekst i stedet for oppgave). Rammeverket til Yeo er fagdidaktisk, mens Moons prinsipper er mer generelle pedagogiske prinsipper. Læreren kan gjøre oppgaven mer eller mindre kompleks. Her er Moon opptatt av Scaffolding eller stillasbygging som en løsning. Moon sier ikke noe om hva stillasbyggingen kan være, annet en støtte, og det som er nevnt ovenfor. Stillasbyggingen kan være å ta i bruk en eller flere av de seks momentene som Wood, Bruner og Ross presenterte (Wood, Bruner, & Ross, 1976). I arbeidet med oppgaver kan stillasbyggingen være å hjelpe eleven med et eksempel, gjøre eleven oppmerksom på spesifikke deler av oppgaven, bidra å demonstrere elementer av en oppgave, med mål om at eleven skal lære av dette, eller på andre måter støtte eleven slik at eleven kan klare det selv, og nå læringsmålene. At læring skjer i en sosial kontekst, er det siste prinsippet til Moon. Dette handler om at læreren kan differensiere ved å la elevene få muligheter til å tilegne seg ny informasjon, både individuelt og sammen med andre (Moon, 2005, p. 232). Å tilrettelegge for samarbeid eller kommunikasjon mellom elever om faglig innhold, er eksempler på hvordan dette prinsippet kan praktiseres i undervisningen. De tre nevnte prinsippene for differensiering vil bli benyttet i deler av analysen.

I forbindelse med Differensieringsprosjektet (Dale, Lindvig, & Wærness, 2005, p. 38), ble mer enn 3000 lærere(forfatterne benytter «personale») spurt i hvilken grad elevene har mulighet til å velge mellom ulik vanskegrad. 77% av lærerne svarte at elevene i stor eller noen grad kunne velge vanskegrad (Dale et al., 2005, p. 90). Undersøkelsen indikerer at det er vanlig at elever kan velge oppgaver med vanskelighetsgrad i undervisningen. En skal ta høyde for at dette prosjektet ble gjennomført på videregående med lærere fra alle fag. En skal være forsiktig med å overføre resultatet direkte til matematikkundervisningen i ungdomskolen.

Spredning i nivå hos elevene skaper utfordringer for læreren. Skaalvik et. al(1995) trakk frem tre eksempler på ulike oppfatninger av behov for differensiering i intervju av 31 lærere (Skaalvik et al., 1995, p. 94);

1) Lærere som understreker behovet for differensiering, men som betrakter klassen som enhet for undervisningen
2) Lærere som ser behovet for differensiering, men som har som mål at elevene skal lære alt
3) Lærere som innser at ikke alle elevene er i stand til å lære alt, men som insisterer på at alle elevene skal få den samme undervisningen

Differensieringen kan både ha som mål å minke forskjellene mellom elevene eller å forsterke eller øke forskjellene (Skaalvik et al., 1995, p. 47). Som vi har sett er læreplanen og opplæringsloven opptatt av å gi best mulig opplæring til elevene. Hva læreplanen sier om hensikten med den tilpassede opplæringen er mer uklart. Overordnet del, prinsipper for profesjonsfelleskap og profesjonsutvikling sier: «Alle elever er ulike, og hva som er elevens beste, er et kjernespørsmål i all opplæring. Dette spørsmålet må besvares på nytt hver dag av alle som jobber i skolen» (Kunnskapsdepartementet, 2017a). Videre heter det «Skolen må planlegge for en god sammenheng i elevenes læring for at opplæringen oppleves som overkommelig og tilstrekkelig» (Kunnskapsdepartementet, 2017b). Om hensikten i læreplanen er å minke eller å øke forskjellene er uklart.

Den proksimale utviklingssonen til eleven kan være relevant for lærerens tilpasninger av undervisningen. Vygotsky skiller mellom barns faktiske utviklingsnivå og deres proksimale utviklingssone;*"The distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through* *problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers"*(Vygotskiĭ & Cole, 1978, p. 86). Med denne forståelsen overført til matematikkundervisningen, kan en prøve i matematikk få frem elevers faktiske utviklingsnivå, eller det Vygotsky kaller actual development. Med utgangspunkt i den proksimale utviklingssonen vil det være et mål for læreren at eleven får utfordringer i matematikkundervisningen som er vanskelig nok til eleven ikke klarer det helt alene, men enkel nok til at eleven kan klare ved hjelp av støtte fra noen som kan mer enn eleven, det Vygotsky kaller for *more capable peers* (Vygotskiĭ & Cole, 1978, p. 86). Det kan være både læreren eller en medelev. Vygotsky bruker aldri begrepet scaffolding, men er likevel assosiert med det da han beskriver mye som illustrerer hva scaffolding handler om. Scaffolding eller stillasbygging beskrives som prosessen hvor en lærer eller dyktig elev bidrar til at eleven kan mestre en utfordring de ikke ville mestret om de hadde forsøkt alene (Wood et al., 1976, p. 90). Kjernen med stillasbygging innebærer at læreren styrer eleven vekk fra elementene han ikke får til alene, og tilrettelegger for at eleven kan holde fokus på elementene han har potensial å få til alene(Wood et al., 1976, p. 90). I deres undersøkelse inkluderer de seks ulike handlinger fra læreren som en del av stillasbyggingens funksjoner (Wood et al., 1976, pp. 98-99). *Recruitment* handler om at læreren engasjerer seg og viser seg interessert i hva eleven gjør (Wood et al., 1976, p. 98). *Reduksjon av grader av frihet* innebærer for læreren å redusere kompleksiteten i oppgaven, om den er på et nivå eleven ikke klarer alene. Det kan reduseres til et nivå slik at eleven evner å vurdere i hvilken grad hun har oppfylt oppgavens betingelser (Wood et al., 1976, p. 98). Dette likner det Yeo sier om kompleksitet, og lærerens mulighet til å gjøre oppgaven lettere og vanskeligere for eleven. Det henger også sammen med metode, som forfatterne knyttes denne formen for stillasbygging til (Wood et al., 1976, p. 98). I arbeid med oppgavene i denne undersøkelsen kan dette være en lærer som endrer metoden eller oppgaven for en eller flere elever. Ved å lære en elev en bestemt metode kan det bidra til at eleven klarer oppgaven. *Direction maintenance* inkluderer å guide eleven i riktig retning, både til å arbeide med oppgaven, men også motivasjon. Det kan være å hjelpe eleven med å begynne/fortsette på oppgaven eller å få eleven til å lese oppgaven eller komme et steg videre i oppgaven. Motivasjon kan være å oppmuntre, støtte eleven med å hjelpe eleven med å finne en god grunn til å arbeide med oppgaven. *Marking critical features* handler om at læreren kan gjøre eleven oppmerksom på viktige elementer eller trekk ved oppgaven, og spesielt innebærer det å gjøre eleven oppmerksom på evt. forskjeller eller diskrepans mellom det eleven har produsert og en korrekt besvarelse (Wood et al., 1976, p. 98). I arbeid med en oppgave kan denne formen for stillasbygging være å gjøre eleven oppmerksom på noe viktig i oppgaven som eleven kanskje ikke er klar over, eller har gjort feil. *Frustration control* handler om å støtte eleven. Dette aspektet handler for læreren mer om å vise empati og vise eleven at læreren bryr seg. *Demonstration* innebærer ikke å demonstrere oppgaven alene i seg selv, men å ta utgangspunkt i det eleven har gjort, og demonstrere en begynnelse/fortsettelse/fullføring av det, med en tanke om at eleven skal imitere dette og fortsette selv med hjelp av lærerens demonstrasjon (Wood et al., 1976, p. 98). Wood m.fl. fremhever viktigheten av utvikling av forståelse for løsningen, *før* en løser selve oppgaven (Wood et al., 1976). I matematikktimen kan både læreren, og faglig sterke elever bidra med stillasbygging. Det kan være ved å forklare en eller flere elever noe, og bryte ned elementer slik at eleven til slutt kan løse oppgaven selv.

2.7 Relasjonell og instrumentell forståelse

Skemp (Skemp, 2006) skiller mellom relasjonell og instrumentell forståelse. Instrumentell forståelse handler om å lære seg regler og prosedyrer for å kunne løse en oppgave. Det står i motsetning til relasjonell forståelse, som handler om å lære seg hva man skal gjøre og hvorfor (Skemp, 2006, p. 89).

> *(…) Learning relational mathematics consists of building up a conceptual structure (schema) from which its possessor can (in principle) produce an unlimited number of plans for getting from any starting point within his schema to any finishing point* (Skemp, 2006, p. 95).

Skemp benytter et visuelt eksempel med å finne frem i en ukjent by for å vise forskjellen mellom de to begrepene (Skemp, 2006, p. 94). Tenk deg at du besøker en nytt sted og skal komme deg fra A til B. En instrumentell tilnærming kan være at du lærer deg konkrete instrukser for ruten til målet ditt. Du skal gå fire gater oppover før du svinger til venstre, og deretter to kvartaler videre før du svinger til høyre, også til høyre igjen før du er fremme. Ved en relasjonell tilnærming til samme problem forsøker man å danne seg et bilde, et slags mentalt kart over byen for å finne ut hvor man skal gå hen. Kanskje man legger merke til torget og blomsterbutikken, og T-banestasjonen som ligger 30 meter ovenfor blomsterbutikken. Der man skal til høyre, så er det en parkeringsplass med en kiosk i enden. En danner seg en forståelse for hvor ting er i forhold til hverandre og den forståelsen danner grunnlag for hvordan man finner frem i byen. Begge disse tilnærmingene kan fungere for å komme seg fra A til B. Skemp fremhever den relasjonelle tilnærmingen som fordelaktig i matematikkundervisningen. Den instrumentelle tilnærmingen kan også fungere godt til å finne frem fra A til B i byen. Utfordringen er at en er svært avhengig av å huske og å gjøre instruksene nøyaktig og korrekt. Dersom en tar feil på et punkt underveis og går til høyre i stedet for venstre så er det liten sjanse for at en oppdager og klarer og rette det opp fordi en ikke skjønner hvordan det henger sammen. Dersom en med relasjonell forståelse går feil et sted vil det være en stor mulighet for at en finner frem likevel fordi en har en forståelse, en har dannet seg et mentalt bilde av byen, hvor de ulike kjennetegnene i byen er i forhold til hverandre. I matematikkundervisningen kan det oppstå et problem med en instrumentell tilnærming når en står fast, og ikke er sikker på om prosedyren eller metoden en har lært er riktig. En har ikke det «mentale kartet» som en kan få i større grad med den relasjonelle tilnærmingen. I arbeid med problemløsningsoppgaver kan det ha betydning hva slags tilnærming både læreren og eleven har til arbeid med oppgavene.

2.8 Motivasjon

Innenfor motivasjon skiller en mellom indre (intrinsic) og ytre (extrinsic) motivasjon. Indre motivasjon beskrives som «the inherent tendency to seek out novelty challenges to extend and exercise ones capabilities to explore and to learn» (Ryan & Deci, 2000, p. 70). Når en engasjerer seg i en oppgave eller aktivitet og motivasjonen til å gjøre det kun kommer innenfra, er det aktiviteten i seg selv som er motiverende. I matematikk kan eleven arbeide med navigasjonsproblemet (eksempeloppgave 2 med antallet kombinasjoner av veier), fordi eleven oppriktig er interessert i å løse oppgaven, en nysgjerrighet eller glede med å arbeide med oppgaven som kommer fra eleven selv. Ytre eller eksterne faktorer som motiverer til å gjennomføre aktiviteten er det Ryan og Deci kaller extrinsic eller ytre motivasjon. Ulike former for belønning, som belønning for deltakelse eller prestasjoner er eksempler på ytre motivasjonsfaktorer. Dette finner en mange eksempler på i klasserommet. Karakter og vurderingssituasjoner med ulike former for vurdering fra læreren er åpenbare eksempler på ytre faktorer som kan motivere elever i skolen. Ros og annerkjennelse fra lærer, medelever eller foreldre er andre faktorer som kan påvirke. Deci, Koestner og Ryan konkluderte i en metastudie av 128 studier at ytre konkret belønning etter arbeid med oppgaver undergravde den indre motivasjonen (Deci, Koestner, & Ryan, 1999, pp. 658-659).

2.8.1 Selvbestemmelsesteori

Self-Determination Theory eller selvbestemmelsesteorien (SDT) er en tilnærming og teori om menneskelig motivasjon, utviklet av Ryan og Deci (Ryan & Deci, 2000). Den vektlegger betydningen av menneskers indre utviklede ressurser for personlighetsutvikling og selvregulerende adferd (Ryan & Deci, 2000, p. 68). Ryan og Deci hevder mennesker har tre psykologiske behov; Autonomi eller selvbestemmelse, kompetanse og tilhørighet (Ryan & Deci, 2000, p. 74). Av de tre behovene legger de størst vekt på autonomi. Kjernen i autonomi handler om å oppleve å ta valg. «Self-determination is a quality of human functioning that involves the experience of choice, in other words, the experience of an internal perceived locus of causality» (Deci & Ryan, 1985, p. 38). I tillegg til å være en funksjon for mennesket og oppleve å ta valg, er det også et behov (Deci & Ryan, 1985). Ifølge Skaalvik og Skaalvik handler behovet for autonomi om «et ønske om å se seg selv som kilde til handlinger» (Skaalvik & Skaalvik, 2013, p. 145). I klasserommet kan adferd knyttet til autonomi være å la elever oppleve at de tar valg i matematikkundervisningen. Det kan være både innhold og arbeidsformer (Skaalvik & Skaalvik, 2013, p. 149) Og dette kan læreren bidra til, som en del av den tilpassede opplæringen. Eksempler på valg kan være å la eleven velge oppgave, type oppgave eller vanskelighetsgrad på oppgaven. Det kan også være valg innenfor en oppgave, som for eksempel hva slags metode en skal benytte eller hvordan en skal uttrykke løsningen.

Kompetanse handler om opplevelse av å mestre. Ryan og Deci viser til Whites definisjon fra 1959 når de skal forklare begrepet; «Competence is the accumulated result of one's interactions with the environment, of one's exploration, learning, and adaptation» (Deci & Ryan, 1985, p. 27). I dagligtalen brukes kompetansen gjerne om noe en har eller arbeider for å få. Kompetanse i vår sammenheng handler om å en opplevelse eller følelse av kompetanse gjennom interaksjoner med omgivelsene. Og det er denne opplevelsen av kompetansen som Ryan og Deci hevder kan bidra til økt indre motivasjon hos eleven. En må i vår sammenheng skille kompetanse fra matematisk kompetanse, som Niss og Jensen benytter. Jeg vil derfor benytte *opplevd kompetanse* i analysen for å beskrive kompetanse, med henvisning til Ryan og Deci`s betydning av begrepet. For å gi elevene opplevelse av kompetanse må undervisningen tilpasses til elevene. Det krever at elevens forutsetninger, ferdigheter og behov tas hensyn til av læreren i undervisningen (Skaalvik & Skaalvik, 2013, p. 148). Tilpasninger som kan gi elevene opplevelse av kompetanse kan være å la de velge oppgaver som passer til det de kan og ønsker, velge form for arbeidsprosess og uttrykksmåte, og gi de mulighet til å få oppgaver som er passe utfordrende nok til at de kan mestre. Det er viktig at oppgavene er utfordrende, men også gir mestring. Dersom oppgavene er for vanskelig eller for enkel for eleven, vil det ikke bidra til å gi eleven opplevelse av kompetanse (Skaalvik & Skaalvik, 2013, p. 149). Følelse av kompetanse er en viktig drivkraft for å legge innsats i vanskelige oppgaver, og fortsette med oppgaver når man møter motstand (Skaalvik & Skaalvik, 2013, p. 145). Tilhørighet er også en del av SDT. En følelse av tilhørighet og sikkerhet vil øke sannsynligheten for indre motivasjon (Ryan & Deci, 2000, p.

71). Tilhørighet er på skolen tett knyttet til i hvilken grad eleven opplever at læreren liker, respekterer og anerkjenner elevene. Elever som opplever slik tilhørighet vil i større grad klare å selv-regulere arbeidet når de arbeider med krevende oppgaver enn de som ikke opplever tilhørighet (Niemiec & Ryan, 2009, pp. 139-140). Et behov for å kjenne nærhet til andre mennesker, og føle seg inkludert og regnet med i gruppen er også en del av behoevt for tilhørighet (Skaalvik & Skaalvik, 2013, p. 146). For at elevene skal oppleve tilhørighet er det viktig med en god relasjon mellom eleven og læreren. Respekt, og det å bli sett av læreren vil være viktig for eleven. At eleven opplever han/hun kan føle seg trygge på læreren og i klasserommet sammen med de andre elevene, vil være en forutsetning for at de skal kunne utvikle tilhørighet. Derfor kan tiltak som er med på å skape et trygt klassemiljø være hensiktsmessig for å bidra til at elevene skal bli trygge og føle en tilhørighet, og bidra til økt indre motivasjon. Både når elevene arbeider sammen og alene er det viktig å gi elevene reelle oppgaver som de forventer og mestre (Skaalvik & Skaalvik, 2013).

Niemecic og Ryan (Niemiec & Ryan, 2009) har undersøkt selvbestemmelsesteorien med fokus på undervisningskontekst. De konkluderer med at undervisningspraksis som støtter elevers opplevelse av kompetanse, autonomi og tilhørighet er assosiert med både større indre motivasjon og det de kaller autonome typer av ytre motivasjon (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Det å gi elever valg og mulighet til å agere rasjonelt i læringsaktiviteter og anerkjenne elevers følelser i møte med skolearbeid er blant strategier som kan øke elevers opplevelse av autonomi (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Flere studier tyder på at lærere som er autonomistøttende i stedet for kontrollerende bidrar til å katalysere elevenes indre motivasjon, nysgjerrighet og ønske om å ta utfordringer (Deci, Deci, Nezlek, & Sheinman, 1981; Flink, Boggiano, & Barrett, 1990; Ryan & Deci, 2000). En annen studie konkluderte med at elever som ble gitt valg i arbeid med lekser, ga uttrykk for høyere indre motivasjon og prestasjon hos elevene som fikk mulighet til å velge oppgaver, sammenliknet med de som ikke fikk oppleve valg (Patall, Cooper, & Wynn, 2010). Elever som opplevde valg i undervisningen opplevde også læreren som mer lyttende, støttende, forståelsesfull og tillot dem å være rasjonelle (Patall et al., 2010, p. 912). Dette kan tyde på at autonomi kan bidra til å gi flere positive effekter. For kompetanse handler det i stor grad om hvor vanskelige oppgavene er, og hvordan læreren responderer på elevens arbeid. Å bidra med passende utfordrende oppgaver og relevant feedback til eleven, er strategier som kan øke elevens opplevde kompetanse (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Tilhørighet handler i større grad om å skape et trygt læringsmiljø, og relasjonen mellom læreren og elevene. Respekt for elevene, omsorg og vise at en bryr seg kan være strategier som kan bidra til å øke opplevelsen av tilhørighet (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Innenfor SDT er det en sub-teori, CET (Cognitive evaluation theory) som handler om behov for kompetanse og autonomi. Teorien og studier (Fisher, 1978; Ryan, 1982) sier opplevelse av kompetanse alene ikke vil bidra til økt indre motivasjon, uten at en også får opplevelse av autonomi (Ryan & Deci, 2000, p. 70). Med andre ord, dersom en elev mestrer en utfordrende oppgave i matematikk, så vil eleven oppleve følelsen av kompetanse. Men dersom eleven ikke opplever noen form for autonomi knyttet til denne opplevelsen, så vil ikke dette føre til økt indre motivasjon hos eleven. For å oppnå de positive effektene som selvbestemmelsesteorien tar utgangspunkt i, må læreren tilrettelegge for at elevene skal få opplevelsen av selvbestemmelse, kompetanse og autonomi.

2.8.2 Mestringstro

I møte med utfordrende oppgaver er forventningene våre viktige for resultatet. Albert Bandura (Bandura, 1977) bruker efficacy og self-efficacy om forvetninger. Efficacy expectation som kan oversettes med mestringsforventning, handler om hvor stor tillit en har til at en kan mestre det en utfordring krever for å få et resultat, mens self-efficacy handler om individets egen mestringstro i møte med en oppgave eller utfordring (Bandura, 1977, p. 193). Pantziara og Phillipou hevder self-efficacy direkte påvirket elevenes interesse for matematikk, og anbefalte lærere å tilrettelegge for å la elevene oppleve suksess når de arbeider med matematikkoppgaver (Pantziara & Philippou, 2015). En elevs mestringstro kan ifølge Bandura påvirke adferden til eleven i møte med en oppgave eller utfordring. Hvor stor tro eleven har på egen adferd kan påvirke både om eleven vil begynne med en oppgave, og hvor lenge hen vil holde på med oppgaven. Mennesker er mer åpen for å gjøre oppgaver de oppfatter og tror de vil få til, enn oppgaver de ikke tror de vil mestre (Bandura, 1977, pp. 193-194). For elever i matematikk kan mestringstroen være med på å påvirke deres adferd og hvor mye arbeid de legger i det, i møte med utforskning- og/eller problemløsningsoppgaver. Bandura hevder det er fire kilder til mestringstroen hos en elev. Tidligere prestasjoner, vikarierende erfaringer, verbal overtalelse og fysiologiske tilstander. Jeg vil kort oppsummere hver av de fire (Bandura, 1977, pp. 195-199).

Tidligere prestasjoner handler om de erfaringene en har i møte med oppgaver fra tidligere. Dersom en mestrer en oppgave en tenker er vanskelig, vil det øke mestringstroen. Denne kilden trekker Bandura frem som den viktigste, fordi den bygger på egne opplevde erfaringer. Å oppleve suksess øker mestringstroen. Gjentatte dårlige erfaringer bidrar til å senke mestringstroen (Bandura, 1977, p. 195).

Vikarierende erfaringer handler om hva en opplever andre rundt, som en liker å sammenlikne seg med, får til i møte med oppgaver. Dersom en medelev en liker å sammenlikne seg med i matematikk går løs på en vanskelig oppgave og får en god opplevelse, kan det øke mestringstroen til en elev, og kanskje ende i at eleven forsøker seg på sin oppgave, eller prøver ennå mer. Bandura er opptatt av at denne kilden er mindre troverdig kilde til elevens mestringstro, ettersom den bygger på sosial sammenlikning og ikke elevens egne erfaringer (Bandura, 1977, p. 197).

Verbal overtalelse omfatter å øke mestringstroen ved bli overtalt eller overbevisst. Bandura fremhever at det er mestringstroen i møte med oppgaven en skal øke, og ikke selve resultatet av oppgaven (Bandura, 1977, p. 198). Å bli overtalt eller overbevisst av en lærer eller medelev om at hun har evnen til å få til noe på en oppgave, kan øke mestringstroen til eleven ved at eleven gjennomfører oppgaven og får en god opplevelse. Bandura gjør oppmerksom på at verbal overtalelse også kan føre til negative opplevelser hos eleven dersom en overtales til å gå løs på oppgaver en ikke har evnene og forutsetninger for å kunne mestre (Bandura, 1977, p. 198). I arbeid med oppgaver er det dermed viktig for læreren å gjøre gode vurderinger av hva eleven kan få til når en benytter verbal overtalelse, slik at læreren kan øke sjansen for at eleven får gode opplevelser i møte med oppgaver.

Fysiologiske tilstander handler om hvordan kroppen reagerer i møte med ulike situasjoner. Slike situasjoner kan være i arbeid med matematikkoppgaver og matematikkundervisning. Stress og angst er følelser en merker på kroppen som kan svekke mestringstroen til eleven (Bandura, 1977, p. 198). Slike følelser kan oppstå i arbeid med matematikkoppgaver. Frykt for å ikke få det til, eller negative erfaringer fra liknende situasjoner kan bidra til at kroppen reagerer på en måte som reduserer mestringstroen. En kan ifølge Bandura unngå eller redusere disse fysiologiske tilstandene, en måte kan være å eksponere seg og lære seg å takle situasjoner en vet kan fremkalle slike følelser (Bandura, 1977, p. 199).

I arbeidet med utforskning- og problemløsningsoppgaver vil elevene måtte ta valg om hvor mye innsats de skal legge ned i arbeidet, om de i det hele tatt skal prøve å gjennomføre, ta valg underveis og vurdere hvor lenge de skal arbeide med en oppgave eller et problem. Da vil mestringstroen til eleven være med på å påvirke resultatet. De fire kildene Bandura nevner her kan være med og spille en rolle, både det elevene har med seg fra før i form av tidligere erfaringer, og underveis i arbeid med oppgavene.

2.9 Sosiomatematiske normer

Hva slags normer man har i matematikkundervisningen kan være relevant for hva slags faglige diskusjoner en oppnår og elevenes læringsutbytte. Yackel og Cobb(Yackel & Cobb, 1996) skiller vanlige normer i klasserommet fra det de kaller sosiomatematiske normer. Det å skulle forklare og begrunne svarene sine i undervisningen er ett eksempel på en vanlig sosial norm. De er generelle og kan gjelde i alle fag (Yackel & Cobb, 1996, p. 460). Sosiomatematiske normer er spesifikke normer for matematikkfaget. Hva man regner som en godkjent matematisk løsning, matematisk argument, matematisk effektivt, matematisk ulikt og matematisk elegant er eksempler på sosiomatematiske normer (Yackel & Cobb, 1996, p. 461). Disse sosiomatematiske normene er ikke gitt på forhånd og faste i undervisningen. De dannes i samspill mellom læreren og elevene, og de blir kontinuerlige regenerert gjennom interaksjoner mellom elevene og læreren (Yackel & Cobb, 1996, p. 474). De konkluderer med at læreren har en viktig rolle for etableringen av de matematiske normene og lærerens matematiske «beliefs», matematiske kunnskap og forståelse er viktige (Yackel & Cobb, 1996, p. 474).

3.0 Metode

Formålet med undersøkelsen er å kunne bidra med kunnskap om hvordan lærere tilpasser matematikkundervisningen. I denne delen vil jeg gjøre rede for metodiske valg, og begrunnelser for disse. Det inkluderer forberedelser og gjennomføring av datainnsamling, og bearbeiding av data. Jeg vil ta opp forskerens forforståelse, og undersøkelsens validitet og reliabilitet. Kapittelet avsluttes med å beskrive den analytiske tilnærmingen til håndteringen av dataene som er samlet inn.

3.1 Valg av metode

Problemstillingen i oppgaven spør: Hvordan tilpasser lærere matematikkundervisningen i arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver? Teorien har vist at begrepet tilpasset opplæring er omfattende, oppgaver kan ha ulikt innhold, og lærerens undervisning er kompleks. En kvalitativ tilnærming er valgt for denne undersøkelsen, med bruk av semistrukturert intervju. «Formålet med det kvalitative forskningsintervjuet er å forstå sider ved intervjupersonens dagligliv, fra hans eller hennes perspektiv» (Kvale, Brinkmann, Anderssen, & Rygge, 2009, p. 43). I tillegg til intervju, har informantene gjennomført en undervisningstime i forkant av intervjuet.

I utgangspunktet skulle datainnsamlingen bestå av observasjon av en undervisningstime i klasserommet først, og deretter intervju med informanten. Av smittevernhensyn kunne ikke observasjonen gjennomføres. Å benytte kun ett enkelt intervju med informanten som datainnsamlingsgrunnlag ville skapt utfordringer for undersøkelsens pålitelighet. For å løse denne utfordringen ble det besluttet, etter råd fra veileder, å be informanten samle inn anonyme elevbesvarelser. Dermed består grunnlaget for datainnsamlingen av to deler. En del hvor informanten gjennomførte undervisningstimen og elevene arbeidet med utforskning- og/eller problemløsningsoppgaver. Etter denne delen samlet informanten inn anonyme elevbesvarelser som jeg mottok etter at timen var gjennomført. Den andre delen er intervjuet med informanten. Det ble gjennomført i etterkant av undervisningstimen. Hovedgrunnen for å samle inn elevbesvarelser er at det ga en mulighet til å studere elevbesvarelsene før intervjuet med informanten. Dermed kunne jeg referere til dem i intervjuet og på den måten få frem flere elementer ved informantenes tilpasning. I tillegg ga det et mer konkret utgangspunkt for intervjuet, både for meg som intervjuer, men også for informanten som har sett elevbesvarelsene. Uten elevbesvarelsene kunne informanten i teorien sagt hva som helst om undervisningstimen hun gjennomførte, uten at jeg hadde noe å vise til som kunne bekrefte det hun sier. Med elevbesvarelsene fikk jeg konkret materiale fra timen, som både kunne bidra til å bekrefte det informanten sier, og brukes som utgangspunkt for å stille informanten spørsmål. Det er viktig å påpeke at hensikten med å benytte elevbesvarelsene er å undersøke lærerens tilpasninger av undervisningen, og ikke elevens forståelse.

3.3 Utvalg og rekruttering av informanter

Utvalget i undersøkelsen består av tre informanter, som alle er lærere. Utvalget av informanter er basert på et strategisk utvalg. Det var flere kriterium for hvem som kunne være informanter; De måtte være lærere som underviste i matematikk på 8. og/eller 9. trinn. En av grunnene for valg av trinn, er at den nye læreplanen og kjerneelementene er innført på disse trinnene, i motsetning til for eksempel 10. trinn hvor de ikke innføres før høsten 2021. En annen grunn var at jeg ønsket å intervjue lærere som underviste på relativt likt nivå fordi jeg tenker at det som forsker kan være lettere å se fellestrekk og ulikheter med oppgavene de benytter og tilpasningene de gjør i undervisningen. En tredje grunn for valg av trinn er at jeg selv har mest kunnskap om undervisning på disse trinnene. Jeg ønsket informanter som hadde undervist på skole i minimum tre år. Bakgrunnen for det er en tanke om at lærere med en del arbeidserfaring sannsynligvis vil ha mange erfaringer og refleksjoner med tilpasset opplæring i matematikk. For å styrke oppgavens pålitelighet var det viktig å rekruttere informanter jeg ikke kjenner, og som ikke arbeider på skolen jeg jobber på (jfr. kapittel 3.7). Jeg kom i kontakt med informanter ved hjelp av tidligere kollegaer som har byttet skole, som på deres skoler igjen kom i kontakt med kollegaer. Jeg fikk høre om fire interesserte, og sendte ut informasjonsskriv på mail til dem. Én informant kunne ikke lenger delta. De tre andre var fortsatt interesserte, og jeg gikk videre i prosessen med dem.

Min problemstilling forutsetter arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver. Oppgavene i timen informantene skulle gjennomføre måtte derfor være utforsknings- og/eller problemløsningsoppgaver. Dette var et kriterium til informantene. Derfor ga jeg informantene kriterier for henholdsvis utforsknings- og problemløsningsoppgaver, med utgangspunkt i Yeo (Yeo, 2017). Det lød slik i kommunikasjonen med informantene på e-post; «Med utforskende oppgaver mener jeg at oppgaven ikke har noe bestemt svar, og målet med oppgaven er helt eller delvis åpent for elevene. Åpent mål innebærer at det ikke er et klart uttalt mål i oppgaven». «Med problemløsningsoppgaver mener jeg oppgaver som har bestemt(e) svar og et klart mål med oppgaven, men åpen og helst ukjent metode for elevene». Utover dette ba jeg informantene selv velge oppgaven de ville benytte i undervisningstimen selv. En annen mulighet som ble vurdert, var at jeg som forsker bestemte oppgaver som informantene skulle gjennomføre. Da kunne jeg sikret at oppgavene var utforskning- og problemløsningsoppgaver. Grunnen til at jeg endte opp med å be informantene selv velge oppgaver, er et ønske om at informantene skulle oppleve forberedelse og gjennomføring av undervisning så naturlig som mulig. Jeg har en oppfatning om at det å velge oppgavene selv kan bidra til at informantene blir mer komfortable med å gjennomføre undervisningen. Det tror jeg også kan føre til flere refleksjoner i intervjuet etterpå. Etter å ha avklart hva prosjektet innebærer, ble vi enige om tidspunkt for gjennomføringen av undervisningstimen, gjennomføring og overlevering av elevbesvarelser, og intervju i etterkant.

3.2 Intervjuguide og intervju

Kunnskapen i intervjuet blir til i samspill mellom intervjueren og intervjupersonen (Kvale et al., 2009, p. 22). At intervjuet er semistrukturert betyr at det befinner seg mellom et lukket intervju med faste spørsmål og en åpen samtale. Det kan være hensiktsmessig når temaer i dagliglivet skal forstås ut fra intervjupersonens egne perspektiver (Kvale et al., 2009, p. 47). I vår sammenheng er temaet matematikkundervisningen og lærerens tilpasninger i undervisningen. Jeg ønsker å forstå lærerens tilpasninger, og da kan intervjuet bidra til å få undersøkt dette, med utgangspunkt i lærerens perspektiv. En fordel med semistrukturert intervju er ifølge Tjora åpne spørsmål som gir informantene mulighet til å gå i dybden når de har mye å fortelle. Intervjusituasjonen åpner for at informanten kan gjøre digresjoner, komme inn på momenter og temaer som kan være viktige for han eller henne. Dermed kan det komme frem elementer intervjueren ikke hadde forutsett eller tenkt på, som kan være relevant for det som undersøkes (Tjora, 2012, p. 105). Kanskje intervjuet i denne undersøkelsen kan bidra til å få frem informasjon om tilpasninger læreren gjør, som en ikke kunne fått vite om, ved for eksempel bruk av observasjon.

Som forberedelse til intervju benyttes gjerne en forberedt intervjuguide med planlagte temaer og forslag til spørsmål (Kvale et al., 2009, p. 47). Intervjuguiden er et rammeverk for hvordan man skal gjennomføre selve intervjuet. Kvaliteten på denne guiden avhenger i stor grad av kvaliteten på spørsmålene. Intervjuguiden ble innledet med spørsmål om informantens utdanningsbakgrunn og lærerbakgrunn. Det er spørsmål som krever lite refleksjon og kan bidra til at informantene føler de behersker intervjusituasjonen (Tjora, 2012, p. 112). På denne måte ønsket jeg å bygge opp tillit hos informanten til meg som intervjuer og intervjusituasjonen. For å både bidra til å både produsere relevant kunnskap til forskningen samtidig som en skaper en god intervjuaksjon, påpeker Kvale et. al., (2009) en bør benytte både tematiske og dynamiske spørsmål. Tematiske spørsmål er knyttet til de teoretiske oppfatningene av forskningstemaet og påfølgende analyse, mens dynamiske spørsmål skal bidra til å fremme et positivt samspill med informanten (Kvale et al., 2009, p. 144). I vår sammenheng kunne et eksempel på tematisk spørsmål være om informanten endrer noen av de fem variablene til Yeo underveis i oppgaven. Å stille dette spørsmålet med eksplisitt bruk av begrepene til Yeo i intervjuet, kan føre til at informanten ikke forstår spørsmålet, og det kan oppstå usikkerhet hos informanten. Det kan igjen endre hele kommunikasjonen i intervjuet, og dermed kunnskapen som skapes i samspillet mellom intervjueren og intervjupersonen. Ett dynamisk spørsmål kan handle om informanten gjorde noen endringer underveis i arbeid med oppgaven. Det kan hende en må stille flere dynamiske spørsmål for å kunne få svar på det tematiske spørsmålet. I intervjuguiden laget jeg to kolonner, en med teoretiske spørsmål knyttet til forskningsspørsmålet, og en med intervjuspørsmål. De teoretiske spørsmålene er formulert med hjelp av fagbegreper, og intervjuspørsmålene med dagligspråk informantene ville forstå (Kvale et al., 2009, p. 145). Problemstillingen og teorien danner grunnlaget for valg av spørsmål. Informantens valg av oppgave, begrunnelser for valg, hvordan informanten tar i bruk oppgavene, begrunnelser for bruk, og hva informanten ønsker elevene skal oppnå med å arbeide med oppgavene, var viktige utgangspunkt for intervjuet. Jeg forsøkte å stille korte, enkle spørsmål (Kvale et al., 2009, p. 146).

Lærerens valg av oppgave og beskrivelsen av variablene i oppgaven (Yeo) Matematisk læringsutbytte(Niss og Jensen)	Kan du beskrive oppgaven de jobbet med?
Lærerens valg av oppgave (Yeo), matematisk læringsutbytte(Niss og Jensen)	Mulige oppfølgingsspørsmål - Hva var det du ønsket å oppnå med å benytte disse oppgavene? - Hva var bakgrunnen for at du valgte disse oppgavene?

Utdrag fra intervjuguide (se vedlegg)

Etter gjennomføring av det første intervjuet gjorde jeg en endring i min intervjuguide. Jeg la til et punkt hvor jeg viste informanten bilder av to ulike elevbesvarelser (fra undervisningstimen) og spurte hvordan informanten ville hjelpe en elev som viste denne type forståelse. Kriteriet for elevbesvarelsene som ble valgt ut var at de skulle representere ulik grad av kompetanser som kom til uttrykk, med bakgrunn i de åtte kompetansene til Niss og Jensen (Niss & Jensen, 2002). Bakgrunnen for denne endringen var et ønske om å vite ennå mer konkret om hvordan informanten vil veilede og hjelpe elever som viser ulike kompetanser.

3.4 Transkribering

Transkriberingen handler om å gjøre data om til tekst (Johannessen, Christoffersen, & Tufte, 2010, p. 33). Jeg valgte å gjøre en fullstendig transkribering, med hele intervjuet for hver av de tre intervjuene, slik Tjora anbefaler (Tjora, 2012, p. 143). Transkriberingsprosessen er en fortolkningsprosess i det en skal skrive ned det informanten sier. Det er ikke alltid innlysende hvordan en skal skrive ned det informanten sier i lydopptaket. Jeg valgte å tilstrebe å være nøye, og ta med detaljer som latter og pauser, i tilfelle dette kunne bli viktig senere.

I: Hva er det du opplever som positivt med å undervise i matematikk?

L1: Det er når man føler man gjør en god jobb. Men hva som er grunnen til det… Jeg hadde jo en veldig bra time, synes jeg selv på fredag i en klasse. De var veldig positive. (…). (Utdrag fra intervju).

I denne undersøkelsen er det jeg som både har intervjuet og transkribert. En fordel med det kan ifølge Tjora være at man unngår å miste en del av informasjonen om stemningen i intervjuet, som blir borte i det øyeblikket intervjuet blir til tekst. Når jeg i analysen leser transkripsjonsteksten kunne jeg se for meg intervjusituasjonen, og kroppsspråk og uttrykk hos informanten (Tjora, 2012, p. 145).

3.5 Forskerens forforståelse

Forskning gjennomføres ikke i et vakuum. Forskerens forforståelse spiller inn på hvordan en former en undersøkelse (Tjora, 2012, p. 20). Min bakgrunn, oppvekst, erfaringer som elev, student og matematikklærer har påvirket meg. Disse erfaringene har jeg med meg inn i forskningen. For eksempel kan erfaringen med LIST-oppgaver som er beskrevet i innledningen være med å påvirke min forståelse og tanker om bruk av oppgaver i matematikkundervisningen. Den erfaringen kan bidra til at jeg går inn i denne undersøkelsen med en tanke om å finne akkurat denne type oppgaver, eller at akkurat dette er en gunstig tilnærming til tilpasset opplæring i matematikk. Dette var det viktig å være bevisst på.

Når jeg i analysen kodet, og kategoriserte data, er jeg påvirket av de tankene og erfaringene jeg selv har med undervisning og ulike tilpasninger i matematikk. I denne sammenheng kan Gadamers hermeneutiske sirkel være relevant i mitt møte med informantenes utsagn (Krogh, 2009, p. 52). Kort fortalt handler den hermeneutiske sirkelen om at en har med seg forforståelse og fordommer i møte med en tekst, og disse blir påvirket i møte med teksten, som gjør at en leser teksten annerledes når forforståelsen og fordommene blir påvirket underveis (Krogh, 2009, pp. 52-53).

> *I: Hva er det som avgjør hvilke oppgaver du velger når du skal jobbe med utforskning og problemløsning?*
>
> *L1: Jeg finner oppgaver, for eksempel i Tangenten, eller bruker ressurser på nettet. Hva som helst, vi har jo så mye nå. Oppgaver jeg husker fra Tetra, 8, 9 eller 10. Jeg vil si at det er tema som jeg til enhver tid underviser i som er utgangspunktet, også finner jeg oppgaver som jeg mener er rike kanskje mer enn rene problemløsningsoppgaver. Oppgaver som er gode i den forstand at det ender opp med at samlet sett de oppgavene jeg gir elevene er varierte både når det gjelder innhold, og måter å tenke på, men også vanskelighetsgrad.* (Utdrag fra intervju).

Før jeg leser denne teksten har jeg mine fordommer og forståelse, som danner grunnlag for min forforståelse av emnet, i dette tilfellet hva som avgjør hvordan læreren velger oppgaver i arbeid utforskning- og problemløsning. I arbeid med dette temaet tenker jeg læreren kan benytte læreverkene, og jeg kjenner mest til Maximum og Grunntall. Jeg ville kanskje benyttet noen kollegers erfaring, og kanskje tatt i bruk nettsiden mattelist.no (Jmf. kap 1.0). I møte med teksten leser jeg om bruk av læreverk (Tetra) og andre ressurser på nettet. Om rike oppgaver, og oppgaver som skal være varierte i innhold og vanskelighetsgrad. Noe i teksten er nytt for meg og noe samsvarer med mine fordommer og forforståelse. Dersom noe av det i teksten som ikke var en del av min opprinnelige forforståelse og fordommer gir mening, kan det bli en del av min forståelse. Teksten kan på denne måten være med på å endre min forforståelse. I møte med neste del av teksten har jeg endret min forforståelse. Og slik fortsetter det, med ny tekst som igjen kan bidra til endret forforståelse og fordommer. Slik kan Gadamers hermeneutiske sirkel i praksis se ut i denne undersøkelsen.

I beskrivelsen av utvalget ønsket jeg intervju med lærere som underviste på tilnærmet samme nivå. Dette skyldes en tanke om at jeg som forsker lettere kan se fellestrekk og ulikheter med oppgavene de benytter og tilpasningene de gjør i undervisningen. I tillegg til at jeg selv har mest kunnskap om undervisning på disse trinnene. Her spiller også mine erfaringer og forforståelse inn på hvordan jeg vil vurdere det informantene sier i intervjuet om undervisningen. Etter å ha undervist på ungdomskolen, så vil erfaringer jeg har fra matematikkundervisning kunne påvirke vurderingen av det informantene gjør, og dermed resultatet av undersøkelsen. Derfor var det viktig for undersøkelsen å la informantene velge oppgaver selv innenfor kriteriene, slik at det ble informantenes oppgaver i undervisningstimen, og ikke de oppgavene jeg forventet. Forforståelsen er også viktig i intervjuet. Intervjusituasjonen er intersubjektiv. Intervjuet har en tosidighet, på den ene siden er relasjonen mellom de deltagerne i intervjuet, og på den andre er kunnskapen intervjuet produserer (Kvale et al., 2009, p. 23).

3.6 Etiske betraktninger

Etiske hensyn er viktig i gjennomføring av et forskningsprosjekt. Det er viktig å unngå at informanter ikke skal komme til skade, ved at for eksempel sensitiv informasjon om dem blir kjent ved publisering. For å sikre at dette ble gjort på en ordentlig måte var det dialog med NSD om hva slags data mitt prosjekt kunne samle inn, og hva slags informasjon informantene måtte ha. Etter å ha fått godkjent søknad om datainnsamling kunne jeg gå videre og kontakte informantene. I dette prosjektet er selve informasjonen som er samlet inn i mindre grad sensitiv, sammenliknet med temaer som tar for seg personlige anliggender, som for eksempel egen helse eller traumer (Tjora, 2012, p. 159). Det har likevel vært viktig å gjennomføre undersøkelsen på en måte som tar vare på informantene, både i forkant, underveis og i etterkant av undersøkelsen. Det innebærer blant annet anonymisering av informantene. Det innebærer også å være presis og ærlig ovenfor informantene om hva deltakelse i prosjektet innebærer, hva slags data som blir samlet inn, hvordan data blir samlet inn, og hva dataene blir brukt til. Informasjonsskriv ble sendt ut i forkant av prosjektet. Det ble både på e-post, i informasjonsskrivet og før intervju informert om muligheten til å trekke seg både før, og underveis i prosjektet. Når det ble endringer i prosjektet med innsamling av elevbesvarelser, hadde jeg en ny dialog med NSD. Det gjaldt både søknaden om prosjektgjennomføring til NSD, hva slags oppdatert informasjon jeg måtte gi informantene, og informasjon til foresatte. Jeg ba informantene sende ut oppdatert informasjon ut til elevenes foresatte med informasjon om undersøkelsen.

3.7 Validitet og reliabilitet

Gyldighet og validitet benyttes gjerne om hverandre. I kvalitativ forskning er validitet knyttet til «i hvilken grad en metode undersøker det den er ment å undersøke» (Kvale et al., 2009, pp. 250-251). En kan få inntrykk av at dette kun gjelder valg av metode. Kvale et al., er opptatt av dette bør prege alle faser av intervjuprosessen (Kvale et al., 2009, p. 246). En av fasene, tematisering, handler blant annet om hvor logisk utledningen fra teori til forskningsspørsmål er (Kvale et al., 2009, p. 253). For å kunne si noe om hvor logisk dette er utledet, må vi igjen se på problemstillingen i oppgaven: Hvordan tilpasser lærere matematikkundervisningen i arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver? Å undersøke oppgavene til informantene med rammeverket til Yeo bidro til å fortelle noe om informantenes valg av oppgave, med hensyn på de ulike kategoriene til Yeo. Teorien har vist viktigheten av passende utfordrende oppgaver for elevene, og en sammenheng mellom dette og elevenes motivasjon (Bandura, 1977; Niemiec & Ryan, 2009; Ryan & Deci, 2000). I teorikapittelet har vi sett at differensiering er nødvendig for å kunne gi elevene en tilpasset opplæring (Skaalvik et al., 1995, p. 56). Og senere pedagogisk differensiering, som er «det lærerne gjør for å gi elever innenfor samme klasse forskjellig instruksjon, fagstoff å arbeide med, arbeidsoppgaver, arbeidsmengde, tilbakemelding og oppmerksomhet, hjemmelekser, krav og evaluering» (Skaalvik et al., 1995, p. 49). Med denne definisjonen som bakgrunn formulerte jeg intervjuspørsmål som åpner for informantens beskrivelse av oppgavene, begrunnelse for valg av oppgaver, instrukser, eventuelle endringer i oppgavene underveis, og eventuelle andre tiltak informanten gjorde i planlegging eller gjennomføring av undervisningen. Ett eksempel:
I: Hva er det som avgjør hvilke oppgaver du velger når du skal jobbe med utforskning og problemløsning?

L2: Det er ett par ting. Det ene er hva vi har gjort tidligere, det vil være litt avgjørende, så vi har noen knagger å ta i bruk da, ting fra tidligere undervisning om det temaet som vi kan ta i bruk, eventuelt om det også gjelder hva de har gjort på barneskolen, spesielt for de elevene på 8. trinn som kommer rett fra barneskolen. (Utdrag fra intervju)

Når problemstillingen tar opp lærerens tilpasning av undervisningen, ligger det implisitt i oppgaven at hensikten med tilpasningene også er relevante. Hvordan informantene tilrettelegger for elevenes matematiske læringsutbytte er etter min oppfatning også en del av den tilpassede opplæringen. Kompetansemodellen til Niss og Jensens er benyttet som grunnlag for matematisk læringsutbytte (Niss & Jensen, 2002). Annen teori viser også sammenhenger mellom opplevelse av autonomi, kompetanse, tilhørighet og elevenes indre motivasjon (Niemiec & Ryan, 2009; Ryan & Deci, 2000). Ut fra dette har jeg trukket en slutning av at informantenes eventuelle tilrettelegging for dette er eksempler på tilpasset opplæring. Problemstillingen forutsetter arbeid med utforskning- og/eller problemløsningsoppgaver. For å sikre utforskende og/eller problemløsningsoppgaver i undervisningsøkten til informantene, fikk de kriterier for hva slags oppgave de kunne velge. Utgangspunkt for kriteriene er det Yeo sier om mål og metode, som passet betingelsene i definisjonen til Orton og Frobisher (Orton et al., 2004). Informantene sendte oppgavene til meg på forhånd, før gjennomføring av undervisningsøkten og intervju. På den måten kunne jeg sjekke at oppgavene var relevante for min problemstilling.

I arbeidet med analysen gjennomførte vi også det som kalles forskervalidering, som er en del av kommunikativ validitet (Kvale et al., 2009, p. 259). Det innebærer at forskeren går forbi informantens selvforståelse, og en teoretisk ramme benyttes til fortolkingen av meningen i et utsagn (Kvale et al., 2009, pp. 259-260). Jeg hadde verdifulle diskusjoner, først og fremst med veileder, men også med en medstudent. Diskusjonene gjaldt blant annet vurderingen av hvilke temaer og kategorier skulle benyttes, og hvilke koder som passet til de ulike kategoriene. Samtalene bidro til at en måtte gjøre fortolkninger av kodene opp mot teorien knyttet til de ulike kategoriene. Dette bidro til å både å få frem momenter med kategoriene og kodene jeg ikke hadde sett, og til å gjøre meg tryggere på at de valgene som er gjort i analysen bidrar til at det vi finner, er med på å gi et gyldig svar på det problemstillingen spør om.

Reliabilitet eller pålitelighet handler om i hvilken grad andre forskere kan reprodusere et resultat på et annet tidspunkt (Kvale et al., 2009, p. 250). Det var viktig for meg å rekruttere informanter jeg ikke kjenner godt, og som ikke arbeider på skolen jeg jobber på. Det kan bidra til å styrke oppgavens reliabilitet. Med en metode som bygger på fortolkning, kan likevel ikke fullstendig nøytralitet eksistere (Tjora, 2012, p. 203). Som vi har sett blir kunnskapen i intervjuet til i samspill mellom intervjueren og intervjupersonen (Kvale et al., 2009, p. 22). Forskeren bidrar til å påvirke intervjusituasjonen. Ville en annen forsker fått de samme svarene, med å intervjue de samme personene? Jeg tilstrebet å lage åpne spørsmål for å gi informantene mulighet til å beskrive ulike deler av undervisningen. Det viktigste er ikke å unngå ledende spørsmål, men erkjenne spørsmålenes virkning og forsøke å gjøre forskningsspørsmålene tydeligere (Kvale et al., 2009).

I: Når du sier vanskelighetsgrad, hva er det du tenker på da?
L1: Jeg finner oppgaver, for eksempel i Tangenten, eller bruker ressurser på nettet. Hva som helst, vi har jo så mye nå. Oppgaver jeg husker fra Tetra, 8, 9 eller 10. Jeg vil si at det er tema som jeg til enhver tid underviser i som er utgangspunktet, også finner jeg oppgaver som jeg mener er rike kanskje mer enn rene problemløsningsoppgaver. Oppgaver som er gode i den forstand at det ender opp med at samlet sett de oppgavene jeg gir elevne er varierte både når det gjelder innhold, og måter å tenke på, men også vanskelighetsgrad.
I: Du nevnte at oppgavene kunne være rike. Hva tenker du på da?

L1: Det er litt beslektet med innholdet i problemløsning og utforskningsoppgaver da, særlig at det går an å tenke på forskjellige måter. Oppgaver kan løses som likning, men det går jo ann å… Tre oddetall og summen skal bli 15. Noen går jo rett på å skjønner at da kan vi dele 15 på tre, så får vi fire, fem og seks da. (Utdrag fra intervju).

Det var viktig å oppklare meningen til informanten når det var uklart. Det ble gjort med å stille oppfølgingsspørsmål, slik eksempelet ovenfor illustrerer. Dette er viktig for påliteligheten i intervjuet, og spesielt når analysen innebærer koding (Kvale et al., 2009, p. 144). Og i dette tilfelle er koding en del av analysen.

Generalisering handler om i hvilken grad en kan overføre det en har funnet til andre intervjupersoner og andre situasjoner (Kvale et al., 2009, p. 264). For denne studien kan analytisk generalisering være den formen for generalisering som passer best. Det vil si en «begrunnet vurdering av i hvilken grad funnene fra en studie kan brukes som en rettledning for hva som kan komme til å skje i en annen situasjon» (Kvale et al., 2009, p. 266). Konteksten for denne undersøkelsen er forsøkt beskrevet i detalj i dette kapittelet. Likheter og forskjeller mellom to situasjoner danner grunnlag vurderingen, om en kan overføre funn til andre situasjoner (Kvale et al., 2009, p. 266). At jeg som forsker ikke var tilstede i undervisningstimen, kan bidra til å svekke troverdigheten i undersøkelsen. Informantene kunne dermed i intervjuet fortelle om handlinger i undervisningen, som ikke kunne etterprøves. Å samle inn elevbesvarelser bidro riktignok til å gi et bilde på hva som hadde skjedd, men det sier likevel lite om tilpasningene læreren gjorde. At informantene selv innenfor kriteriene fikk velge oppgaver, bidrar til å skape en situasjon som likner situasjonen i klasserommet. I hvilken grad trekkene i situasjonene en sammenlikner er relevante for studien, er med på å bestemme generaliseringens gyldighet (Kvale et al., 2009, p. 267).

3.8 Analytisk tilnærming

Analysearbeidet i denne undersøkelsen kan deles i to. I den ene delen er oppgavene som informantene har benyttet i undervisningsøkten blitt analysert, med bruk av rammeverket til Yeo (Yeo, 2017). I den andre delen er dataene fra intervjuene med informantene blitt analysert, med bruk av Malteruds modell for systematisk tekstkondensering (Malterud, 2012). I den andre delen er det også blitt benyttet enkelte relevante begreper for oppgaver fra Yeos artikkel.

I den første delen bygger analysen av oppgavene på rammeverket til Yeo (Yeo, 2017). Jeg har benyttet de fem variablene til Yeo, mål, svar, metode, utvidelse og kompleksitet. Hver av variablene i en oppgave kan være åpen, eller lukket. I tillegg kan metode, kompleksitet og utvidelse være åpen og henholdsvis veldefinert, subjektiv, del av oppgavens egenart og personavhengig. I den første delen har jeg sett på hver enkelt av oppgavene som informantene benyttet. Innenfor hver oppgave er hver av de fem variablene analysert. Det er skrevet en tekst med vurdering av hver kategori for hver oppgave, fulgt av en tabell for hver oppgave med hver av variablene. Et eksempel: For oppgave 1 til informant 1 (kalt L1 i analysen) ble variabelen mål, vurdert i hvilken grad målet i oppgaven var åpent. Med rammeverket til Yeo kan variabelen mål være lukket eller åpen. Om den er åpen, så kan den være veldefinert eller subjektiv. Hva som avgjør hva mål på denne oppgaven ble kategorisert som, avhenger av hva rammeverket sier om åpenhet for de ulike kategoriene.

I den andre delen, analysen av intervjuene, er systematisk tekstkondensering (STS) tatt i bruk. Det er en modell for analyse av meningsinnhold utarbeidet av Kirsti Malterud (Malterud, 2012). Modellen er en videreutvikling av Amadeo Girgio`s fenomenologiske analyse, og består av fire steg;

1. Total impression – from chaos to themes

2. Identifying and sorting meaning units – from themes to codes

3. Condensation – from code to meaning

4. Synthesizing – from condensation to descriptions and concepts (Malterud, 2012, pp. 796-800);

Jeg vil gi en oppsummering av de ulike stegene og beskrive gjennomføringen av hvert steg i denne undersøkelsen. Det første steget i modellen, å gå fra totalinntrykk til temaer innebærer å lese alt tekstmaterialet og skaffe seg oversikt over det som er sagt i intervjuet. Dette innebar å lese de 30 sidene med transkripsjoner fra intervjuene. Her handlet det om å, uten å gå for mye i detalj, skaffe seg oversikt om hva intervjuene handlet om. Mengden tekst gjorde dette til en krevende fase. Åpne spørsmål og frittalende informanter skapte utfordring med å få oversikt over helheten. Når en har fått denne oversikten skal en skrive ned de første innledende temaene en kan identifisere ut i fra materialet (Malterud, 2012, p. 797). Jeg skrev ned forslag til seks temaer. Steg to var å gå fra tema til koder. Da handler det om å identifisere meningsbærende enheter, eller det Malterud kaller for «A meaning unit» i teksten. «A meaning unit is a text fragment containing some information about the research question» (Malterud, 2012, p. 797). Utgangspunktet for alle overveielsene som er gjort i kodingen er å kunne svare på min problemstilling, og da er det et mål om å få tak i hva informantene gjør som kan bidra til å svare på problemstillingen, hvordan læreren tilpasser. I selve kodingen bestemte jeg meg for å kode det som omhandler lærerens handlinger og ønsker for undervisningen. Det inkluderer både hva læreren *ønsker*, *gjør* og *sier til elevene* i matematikkundervisningen. Det er benyttet en bred tolkning av *gjør*, hvor utsagn som «De skulle skrive ned hva de fant ut» blir kodet, fordi det implisitt forteller at læreren har gjort noe, tilrettelagt på en eller annen måte for at elevene skulle skrive ned hva de fant ut. Utsagn som «Elevene likte oppgaven og jobbet veldig bra denne timen» vil ikke bli kodet, da det ikke forteller noe om hva læreren hverken ønsker, sier til elevene eller gjør i matematikkundervisningen. Med undervisning inkluderte jeg også planlegging og lekser. I selve kodingen tok jeg utgangspunkt i det informanten uttrykte og laget koder. Kodene ble laget med å komprimere eller forkorte informantens utsagn til korte setninger, såkalt meningsfortetting (Kvale et al., 2009, p. 212). For å sikre at meningsinnholdet til informanten ble tatt var på i kodene er det benyttet erfaringsnær eller in-vivo koding hvor språket i kodet er hentet direkte fra teksten i så stor grad som mulig (Johannessen et al., 2010, p. 185). For å illustrere hvordan jeg kodet, er det hensiktsmessig med et eksempel fra intervjuet:

I: Hva slags arbeidsprosess var det du la opp til?

L3: De skulle jobbe i par og samarbeide. Det var egentlig ikke noen spesifikke roller. Det var bare å måle. Jeg følte jeg måtte si at de måtte lage en tabell. Selv om jeg sa det, og det sto i oppgaveteksten, så var det ikke alle som gjorde det. De løste det selv, og som regel målte en og den andre skrev i tabellen. (Utdrag fra intervju).

Her laget jeg to koder. Den første koden het «Jobbe i par og samarbeide» og den andre «Sa de måtte lage en tabell». Avgrensningen om hva informanten ønsker, sier og gjør i undervisningen er utgangspunkt for kodingen. «De skulle jobbe i par og samarbeide» forteller implisitt om en tilrettelegging fra informanten. Den neste setningene er benektende, og forteller ikke noe mer. Den siste setningen er en beskrivelse av hva elevene gjorde, ikke noe om hva informanten gjorde, og dermed kodes den ikke. Steg tre i STS er å gå fra kode til mening, prosessen som kalles condensation (Malterud, 2012, p. 799). I denne fasen ble kodene identifisert og klassifisert i kategorier og underkategorier. Etter å ha brukt mye tid på kodene og temaene, endret jeg på det opprinnelige forslaget til temaer, og endte på tre temaer, med underkategorier. Temaene jeg endte opp med var matematisk læringsutbytte, differensiering og motivasjon. Alle kodene er plassert i underkategorier av disse. Underkategorier for matematisk læringsutbytte er de ulike kompetansene til Niss og Jensen. Temaet differensiering ble delt i to, en kategori med fagdidaktiske læretiltak og en med pedagogiske differensieringsprinsipper. Motivasjon fikk underkategoriene autonomi, opplevd kompetanse (for å skille det fra matematiske kompetanse) og tilhørighet. I denne fasen var det problemstillingen og teorien som dannet grunnlaget for hvilke koder som skulle bli med videre og hvilke som ikke var relevante. For å illustrere kategoriseringen kan en se på koden: «Kan velge type oppgave eller nivå». Denne ble kodet til motivasjon, og underkategorien *opplevd kompetanse* og underkategorien *autonomi*. Dette illustrerer også en annen viktig side med kodingen. Flere av kodene knyttes til flere underkategorier, og også til flere temaer. Dette kan blant annet illustrere sammenheng mellom ulike temaer og underkategorier. Når jeg plasserte kodene i kategorier benyttet jeg kolonner i Excel med alle kodene som tilhørte ett tema, for eksempel kompetanse. Steg fire innebærer å sette sammen det en har delt opp igjen og utvikle beskrivelser, konsepter og historier som kan bidra til å belyse forskningsspørsmålet (Malterud, 2012, p. 800). I denne delen handlet det om å sette sammen igjen kodene til tekst. For å gjøre dette la jeg inn kodene fra temaene inn igjen i Word, og laget fargekoder på dem, med forskjellig kode til hver informant. Da kunne jeg danne meg et inntrykk av hva hver informant hadde sagt for hvert tema. Deretter ble det for hver informant laget en tabell. En for matematisk læringsutbytte, to for differensiering (en for lærertiltak og en for differensieringsprinsipper), og til slutt en tabell for motivasjon. Hver tabell inneholder en kolonne med sitat fra intervju, en med koden og en med tilhørende underkategorien til temaet. Bakgrunnen for å ha med koden og sitat i tillegg til underkategorien var at siden koden er så fortettet, så vil koden alene i liten grad gi nyttig informasjon til leseren. Samtidig var det nyttig å ha med koden, fordi det i noen tilfeller kunne bli mye tekst i intervjusitatet. Hensikten med å gjøre det på denne måten var å gjøre tabellen oversiktlig for leseren.

Et eksempel fra analysen ser slik ut. Sitat til venstre, kode i midten og underkategori (her er det snakk om pedagogiske differensieringsprinsipper innenfor temaet differensiering.

Det som gjorde at jeg synes det var en bra økt, var at på alle gruppene var det noen som skjønte dette her. Slik at det ble samtaler hvor de prøvde å forklare de andre. Altså, det var mange som skjønte mye.	Samtaler hvor noen forklarte de andre	*Læring skjer i en sosial kontekst*

Figur 2 (Utdrag fra analyse)

Implikasjoner:

En utfordring som oppsto i både intervju, og analysearbeidet, var at noen ganger gjentok informanten seg, med å svare på samme spørsmål. Spesielt informant en svarte på det samme flere ganger, og da ga det de samme kodene flere ganger. I intervjuet løste jeg dette med å stille oppfølgingsspørsmål for å oppklare hva slags spørsmål eller situasjon det informanten sa, kunne knyttes til. I analysen valgte jeg når jeg var sikker på at det var snakk om svar på samme spørsmål, å kode kun det ene svaret.

4.0 Analyse

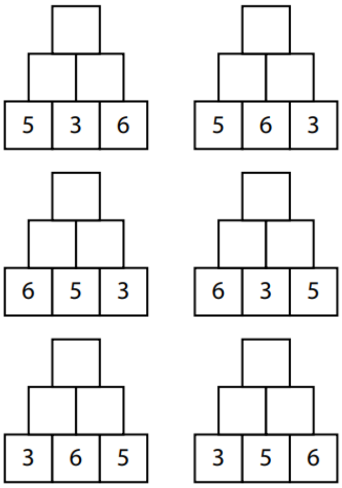
I denne delen vil jeg presentere resultatet fra undersøkelsen. For å skape oversikt har jeg valgt å dele analysen i to deler. I den første delen vil jeg analysere oppgavene som informantene har benyttet, med å benytte rammeverket til Yeo. I den andre delen vil jeg analysere intervjuene med informantene. Da vil jeg benytte Malteruds systematiske tekstkondensering. For å holde oversikt gjennom analysen vil jeg ta for meg én og en informant. Jeg har valgt å kalle informantene for lærer 1, lærer 2 og lærer 3, med forkortelser henholdsvis L1, L2 og L3.

4.1 Analyse av oppgavene

I analysen av oppgavene vil jeg presentere én og en oppgave. For hver oppgave vil jeg analysere hver av de fem variablene svar, mål, metode, kompleksitet og utvidelse.

4.1.1 Lærer 1

L1 benyttet to oppgaver med tallpyramider hentet fra tidsskriftet Tangenten (Stadler, 2011, pp. 9-10).



Figur 3 (Stadler, 2011, p. 9).

Oppgave 1 (Informantens beskrivelse av oppgaven).

Du skal velge tre ensifrede tall i bunnen av pyramiden. Fyll pyramidene med å addere tallene oppover. Hvor mange forskjellige pyramider kan du lage med tre tall i bunnen? Elevene fikk utdelt svarark med tomme pyramider.

Mål

Oppgaven har et lukket mål dersom det er en spesifikk tekst med mål i oppgaveteksten (Yeo, 2017, p. 182). I oppgaven står det spesifikt at en skal fylle pyramidene med å addere tallene, og finne ut hvor mange pyramider en kan lage. Det er et uttalt spesifikt mål, og vi kan derfor si at oppgaven har et lukket mål.

Svar

Et svar er lukket dersom alle korrekte svar kan bestemmes på forhånd (Yeo, 2017, p. 183). Oppgaven ber om ensifrede tall. I praksis vil det være vanskelig å få full oversikt over alle mulige korrekte svar, fordi det vil være svært mange mulige pyramider som er korrekte. Derfor er svaret i oppgaven åpent. En kan i tillegg si med sikkerhet at det vil være seks ulike kombinasjoner av en pyramide. Det er mulig å sjekke om utfyllingen av pyramiden er korrekt. Alle de korrekte svarene kan vurderes objektivt om er gyldige, fordi svaret i oppgaven er veldefinert. Svarene er enten gale elle riktige. Dermed har vi det Yeo kaller et åpent, veldefinert svar.

Metode

En metode er lukket dersom det kun er én metode, eller at metoden kun innebærer bruk av en kjent prosedyre eller algoritme (Yeo, 2017, p. 182). Oppgaven sier eleven skal addere, det er den eneste betingelsen. For å finne ut hvor mange pyramider det er, så er eleven nødt til på en eller annen måte fylle pyramidene og finne antall ulike pyramider. Hvordan eleven skal finne det ut, kommer ikke frem på noen måte i oppgaven, så metoden er åpen. En kan si at metoden er veldefinert, hvor det vil være mulig for læreren å lære elevene en metode å løse problemet på, som vil gi samme korrekte resultat (Yeo, 2017, p. 183).

Kompleksitet

Kompleksiteten i oppgaven er lukket dersom oppgaven er enkel nok for elevene (Yeo, 2017, p. 185). Kompleksiteten avhenger av om elever klarer oppgaven, om det er nok stillasmateriale (scaffolding) i oppgaveteksten, og om læreren kan gi elevene nok stillasmateriale slik at de kan mestre den (Yeo, 2017, p. 185). Denne oppgaven har læreren mulighet til å hjelpe eleven med stillasbygging slik at eleven kan løse den. En mulighet for læreren kan være å hjelpe eleven med å bestemme tre tall og ved hjelp av demonstrering. Det er grep som kan bidra til å lukke oppgaven for eleven, slik at eleven får det til. Vi kan dermed si kompleksiteten er åpen og personavhengig, fordi læreren har mulighet til å bidra med stillasbygging slik at eleven kan få til oppgaven.

Utvidelse

Oppgaver som ikke kan utvides slik at utvidelsen er relatert til den opprinnelige oppgaven, eller ikke kan utvides i det hele tatt kalles lukkede oppgaver (Yeo, 2017, p. 185). Dersom oppgaven kan utvides, med for eksempel å bruke tosifrede tall, flere rader nederst, ha noen tall på ulike steder av pyramiden, på toppen eller liknende. Denne oppgaven er derfor åpen i den forstand at den kan utvides. Det ligger ikke naturlig i oppgavens egenart at eleven skal utvide oppgaven selv. Oppgaven har et åpent, men veldefinert svar. Det er ifølge Yeo ikke forventet at eleven utvider oppgaver med et veldefinert svar (Yeo, 2017, p. 186). En eventuell utvidelse av en slik oppgave avhenger dermed av læreren eller eleven, og er personavhengig.

Oppsummering av L1 oppgave 1

	Oppgave 1: Du skal velge tre ensifrede tall i bunnen av pyramiden. Fyll pyramidene med å addere tallene oppover. Hvor mange forskjellige pyramider kan du lage med tre tall i bunnen?
Mål	*Lukket mål*
Metode	*Åpen veldefinert metode*
Svar	*Åpent veldefinert svar*
Kompleksitet	*Åpen og personavhengig*
Utvidelse	*Åpen og personavhengig*

Tabell 1.

Oppgave 2 (informantens beskrivelse)

Elevene begynte på denne oppgaven etter at de hadde fylt ut pyramidene. Oppgaven er: *Undersøk og gjør observasjoner av pyramidene dere har fylt ut. Kan dere se noen mønstre?*

Mål: Oppgaven har et lukket mål dersom det er en spesifikk tekst med mål i oppgaveteksten (Yeo, 2017, p. 181). «Undersøk» og «gjør observasjoner» sier ikke noe om hva det er en skal undersøke og hva slags observasjoner en skal gjøre. «Kan dere se noe mønstre?» er mer spesifikt, men sier ikke noe om hva slags mønstre man skal se etter. Målet er åpent og ubestemt. Med denne typen mål, så blir det opp til læreren eller elevene å vurdere hva det er de skal undersøke.

Svar

Dersom en ikke kan forutse alle korrekte svar, er svaret åpent. I denne oppgaven er det ikke mulig å forutse alle korrekte svar på denne oppgaven. Det er ikke noe galt eller riktig svar, og da er svaret ubestemt (Yeo, 2017, pp. 179-180). Svaret er dermed åpen og ubestemt, det er subjektivt om svaret å vurdere i hvilken grad svaret er korrekt.

Metode

Det er flere metoder for å løse oppgaven, så den er åpen. Hva slags metode en skal bruke er ikke avhengig av læreren eller eleven, men det er en del av oppgavens egenart. Hvordan du skal undersøke og gjøre observasjoner av pyramidene kommer an på pyramidene og tallene du har i pyramidene. Vi kan derfor si den åpne metoden er en del av oppgavens egenart (Yeo, 2017, p. 183).

Kompleksitet

Undersøk og gjør observasjoner av pyramidene er det oppgaveteksten sier. Oppgaven er åpen i den forstand at en ikke vet hvordan en skal gjøre dette, og målet med oppgaven er åpent. Læreren kan hjelpe eleven, men oppgaven er av en karakter som begrenser hvor mye læreren kan hjelpe eleven. Det er ikke mulig for læreren å lukke oppgaven for eleven. Kompleksiteten er dermed en del av oppgavens egenart.

Utvidelse

Denne oppgaven er åpen med tanke på utvidelse. Oppgaven er av utforskende karakter med tekst som sier «Undersøk» og «utforsk». Det ligger i oppgavens egenart at eleven kan utvide hva hun skal undersøke og utforske. Utvidelsen er dermed åpen og en del av oppgavens egenart.

	Oppgave: *Undersøk og gjør observasjoner av pyramidene dere har fylt ut. Kan dere se noen mønstre?*
Mål	*Åpent og ubestemt*
Metode	*Åpen og del av oppgavens egenart*
Svar	*Åpent og ubestemt*
Kompleksitet	*Åpen og en del av oppgavens egenart*
Utvidelse	*Åpen og en del av oppgavens egenart*

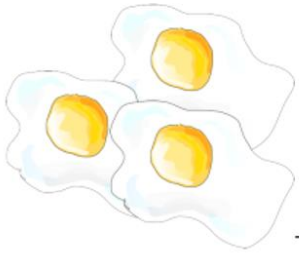
Tabell 2.

4.1.2 Lærer 2

L2 benyttet oppgaver hentet fra nettsiden matematikk.org (Matematikksenteret). Nedenfor følger de fire oppgavene. Jeg vil kommentere variablene for hver av oppgavene.

Oppgave 3.

Tekstnøtt: 3 egg til frokost.



Figur 4 (Matematikksenteret, lest 27.3.2021).

To fedre og to sønner spiste 3 egg til frokost. Hver av dem spiste nøyaktig ett egg. Hvordan kan dette stemme? (Matematikksenteret, lest 27.3.2021).

Mål

Etter å ha fått informasjonen i oppgaven så sier oppgaveteksten: «Hvordan kan dette stemme». Målet i oppgaven er akkurat det, å finne ut hvordan det kan stemme. Det er et spesifikt mål i oppgaveteksten, som kjennetegner et lukket mål (Yeo, 2017, p. 181)

Svar

Denne oppgaven har ved første øyekast kun ett korrekt svar (en sønn, med far og bestefar). Likevel kan det være flere svar hvis man tolker oppgavens betingelser ulikt. For eksempel vil en bestefar og to sønner kunne fylle betingelsene dersom kun den ene av sønnene også er far. Da har en i prinsippet også to fedre og to sønner. Når man først har valgt en tolkning av oppgaven, er svaret likevel i utgangspunktet veldefinert. Det er objektivt å vurdere om svaret er rett eller galt. Da kan man forutsi de korrekte svarene som passer Yeos betingelser for et lukket svar, dermed kan vi si svaret i oppgaven er lukket.

Metode

Det er ikke gitt hvordan du skal finne svaret på oppgaven, og det er flere måter å komme frem til svaret på. Metoden er dermed åpen. Det er ikke noe med oppgavens egenart som har danner føringer for metoden. Det er altså opp til eleven eller læreren og finne en metode for å løse oppgaven, metoden er dermed åpen og personavhengig.

Kompleksitet

Når svaret i oppgaven er lukket er det mulig for læreren å forenkle oppgaven, slik at den blir mindre kompleks for eleven. Det er mulig for læreren å lage nok stillasbygging slik at eleven kan løse den. Dermed er kompleksiteten i oppgaven åpen og personavhengig.

Utvidelse

Oppgaver som ikke kan utvides slik at utvidelsen er relatert til den opprinnelige oppgaven, eller ikke kan utvides i det hele tatt har lukket kompleksitet (Yeo, 2017, p. 185). Denne oppgaven kan også utvides av læreren, med for eksempel endre antall sønner/fedre og antall egg. Det er en oppgave som er relatert til den opprinnelige oppgaven, slik betingelsen er for at det ikke bare skal kategoriseres som en ny oppgave. Dermed kan vi si oppgavens utvidelse er åpen og personavhengig.

	Oppgave 3: *To fedre og to sønner spiste frokost. Hver av dem spiste nøyaktig ett egg. Hvordan kan det stemme?*
Mål	*Lukket*
Metode	*Åpen og personavhengig*
Svar	*Lukket*
Kompleksitet	*Åpen og personavhengig*
Utvidelse	*Åpen og personavhengig*

Tabell 3.

Oppgave 4

Illustrert av Birte Lohne Løvdal

Figur 5. (Matematikksenteret, lest 27.3.2021).

Tekstnøtt: 3 små gutter

Hvor gamle er de tre guttene gitt at:

- *Produktet av aldrene til alle tre er 72*
- *To av guttene er tvillinger*
- *Den yngste er ikke tvilling*

Hentet fra (Matematikksenteret, lest 27.3.2021)

Mål

Oppgaveteksten sier: «Hvordan gamle er tre guttene?» Det er et spesifikt mål i oppgaveteksten, som kjennetegner det som kalles lukket mål (Yeo, 2017, p. 181). Vi kan dermed si målet i oppgaven er lukket.

Svar

Det finnes flere svar på oppgaven. Det mest innlysende svaret elever vil komme opp med er nok 2*6*6. Det finnes også andre korrekte svar, dersom man tolker alder slik at det kan være desimaltall (0,5*12*12) eller (2,88*5*5). Dersom en tenker slik er det vanskelig å forutse alle korrekte svar, slik beskrivelsen av et lukket svar er. Da kan vi si det er et åpent og veldefinert svar. Det er flere korrekte svar, og det er mulig å vurdere objektivt om de er rett eller galt.

Metode

Oppgaveteksten gir ikke eleven noen hjelp med metoden. Det er ikke kommunisert noe om hvordan en skal finne en løsning. Metoden i denne oppgaven er derfor åpen. Læreren eller eleven har mulighet til å velge ulike metoder. Metoden er dermed åpen og personavhengig.

Kompleksitet

Kompleksiteten i oppgaven er lukket dersom oppgaven er enkel nok for elevene (Yeo, 2017, p. 185). Oppgaven kan lukkes ved hjelp av stillasbygging av læreren, slik at den blir enkel nok for elevene. Å begrense metodefriheten eller gjøre eleven oppmerksomme på relevante elementer i oppgaven, såkalt *marking critical features*, som er knyttet til stillasbygging (Wood et al., 1976, p. 98). Dermed kan vi si kompleksiteten i oppgaven avhenger av læreren, og dermed er åpen og personavhengig.

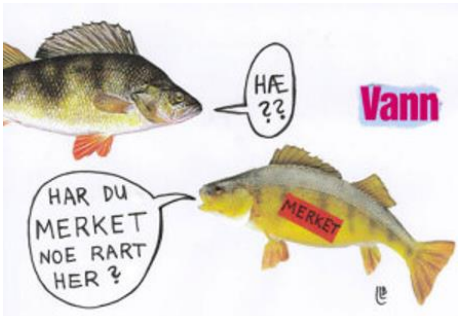
Utvidelse

Oppgaver som ikke kan utvides slik at utvidelsen er relatert til den opprinnelige oppgaven, eller ikke kan utvides i det hele tatt kalles lukkede oppgaver (Yeo, 2017, p. 185). Denne oppgaven kan utvides slik at oppgaven fortsatt er relatert til den opprinnelige oppgaven. En kan for eksempel endre produktet og dermed må eleven finne ny alder for guttene. En annen måte er å endre antallet gutter. Dette er to eksempler på utvidelser som er relevante til den opprinnelige oppgaven. Det blir opp til læreren og eleven å utvide oppgaven. Utvidelse av oppgaven er dermed åpen og personavhengig.

	Oppgave 4: *Hvor gamle er de tre guttene gitt at:* - *Produktet av alderen deres er 72* - *To av guttene er tvillinger* - *Den yngste er ikke tvilling*
Mål	*Lukket*
Metode	*Åpen og personavhengig*
Svar	*Åpen og veldefinert*
Kompleksitet	*Åpen og personavhengig*
Utvidelse	*Åpen og personavhengig*

Tabell 4

Oppgave 5



Figur 6. (Matematikksenteret, Lest 27.3.2021)

Jon skulle bestemme antall abbor i en innsjø. Han fanget 80 abborer og slapp dem tilbake i innsjøen. Noen uker senere fanget han 60 abborer, hvor av 6 av disse var merket. Hvor mange abborer kan Jon anta det fantes i innsjøen? Hentet fra (Matematikksenteret, lest 27.3.2021)

Mål

Oppgaveteksten sier: «Hvor mange abborer kan Jon anta at det fantes i innsjøen?» Å finne ut hvor mange abborer Jon kan anta det er i innsjøen er et spesifikt mål, som kjennetegner det som kalles lukket mål (Yeo, 2017, p. 181). Vi kan dermed si målet i oppgaven er lukket.

Svar

Oppgaveteksten ber om et konkret svar på hvor mange abborer en kan anta finnes i innsjøen. Det er ett korrekt svar, 800 abborer. 1/10 av de 60 abborene Jon fant er merket. Og da er det rimelig å anta det er ti ganger så mange i innsjøen som de 80 han merket. Et svar er lukket dersom alle korrekte svar kan bestemmes på forhånd (Yeo, 2017, p. 183). Svaret i oppgaven er lukket.

Metode

I denne oppgaver er det ikke kommunisert noe om hva slags metode en skal bruke i oppgaveteksten, og det er flere metoder en kan bruke for å komme frem til svaret. Metoden i denne oppgaven er derfor åpen. Svaret i oppgaven er lukket. En åpen metode med et veldefinert svar. Det kjennetegner en åpen og veldefinert metode, hvor det er mulig for elevene å lære seg en metode som vil gi samme korrekte svar for ulike elever (Yeo, 2017, p. 183).

Kompleksitet

Kompleksiteten i oppgaven er lukket dersom oppgaven er enkel nok for elevene (Yeo, 2017, p. 185). Det er mulig for læreren ved hjelp av stillasbygging å gjøre oppgaven lettere for eleven. Ett eksempel kan være å gjøre eleven oppmerksom på enkelte elementer i oppgaven, som for eksempel å illustrere det en har sett på en eller annen måte. Det er ikke sikkert stillasbygging er nok til å lukke oppgaven for eleven. Oppgavens egenart bidrar til at det er vanskelig for læreren å hjelpe eleven nok. Siden det er sammenheng mellom forholdene mellom merkede abborer og antall abborer i sjøen på ulike tidspunkt bidrar til at det er vanskelig for læreren å forenkle oppgaven for eleven, uten å endre oppgaven. Derfor kan en hevde kompleksiteten er åpen og en del av oppgavens egenart.

Utvidelse

Oppgaver som ikke kan utvides slik at utvidelsen er relatert til den opprinnelige oppgaven, eller ikke kan utvides i det hele tatt kalles oppgaver med lukket utvidelse (Yeo, 2017, p. 185). Denne oppgaven tenker jeg kan utvides slik at utvidelsen kan relateres til den opprinnelige oppgaven. En kan for eksempel utvide ved å snu oppgaven ved å oppgi antallet abbor i sjøen, og forholdet mellom antall merkede og antall i sjøen. Også kan oppgaven for eleven være å finne hvor mange abborer Jon har merket. Denne utvidelsene er ikke en del av oppgavens egenart, det er opp til personene som løser den å utvide. Dermed kan vi si utvidelsen er åpen og personavhengig.

	Oppgave 5: *Jon skulle bestemme antall abbor i en innsjø. Han fanget og merket 80 abborer, og slapp dem tilbake i innsjøen. Noen uker senere fanget han 60 abborer, hvorav 6 var merket. Hvor mange abborer kan Jon anta det er i innsjøen?*
Mål	*Lukket*
Metode	*Åpen og veldefinert*
Svar	*Lukket*
Kompleksitet	*Åpen og del av oppgavens egenart*
Utvidelse	*Åpen og personavhengig*

Tabell 5

Oppgave 6

Figur 7. (Matematikksenteret, Lest 27.3.2021).

Tekstnøtt: avisen med få sider.

En avis er laget av brettede ark der avisens bakerste side har sidenummer 20. Avisen mangler arket med sidetall 13. Hvilke andre sidetall mangler? (Matematikksenteret, Lest 27.3.2021).

Mål

Oppgaveteksten spør «hvilke andre sidetall som mangler i avisen?» Det er et klart spesifikt mål i oppgaveteksten; Å finne ut hvilke andre sidetall som mangler. Målet i denne oppgaven er dermed lukket.

Svar

Side 7, 8, 13 og 14 mangler i avisen. Det er i utgangspunktet kun dette svaret som er korrekt på denne oppgaven. Et avisark har 4 sider med 4 ulike sidetall. Hvis side 13 mangler må også side 14, 7 og 8 mangle fordi de tilhører det samme avisarket. Det er mulig å tolke denne oppgaven annerledes, med å anta at for eksempel forsiden ikke har sidetall. Det er likevel ikke naturlig å gå ut fra det. De fleste elever som løser oppgaven vil nok gå ut fra at alle arkene skal ha sidetall. Når eleven først har valgt en tolkning, så vil svaret i oppgaven uansett tolkning kunne forutsees, og dermed kan vi si svaret i oppgaven er lukket.

Metode

Også denne oppgaven kan løses på mange måter. Det er ikke gitt hvilken metode en skal benytte. Vi kan derfor si metoden er åpen. Metoden er avhengig av eleven som skal løse oppgaven. Det er opp til eleven eller læreren hva slags metode en skal benytte. Dermed er metoden åpen og personavhengig.

Kompleksitet

Oppgaveteksten gir ikke eleven noe hjelp til å løse oppgaven. En blir bare bedt om å finne ut hvilke andre sidetall som mangler. Oppgaven kan endres ved hjelp av stillassbygging slik at den blir lukket for eleven. Det er personavhengig, det er mulig for læreren å lukke oppgaven for eleven. Læreren kan forenkle og sette fokus på elementer med oppgaven som kan bidra til at eleven kan finne en løsning. Det kan for eksempel være å hente frem to ark som illustrerer avisens sider, og på den måten bidra til å hjelpe eleven. Vi kan dermed si kompleksiteten i oppgaven er åpen og personavhengig.

Utvidelse

Oppgaven kan utvides, men det ligger ikke i denne oppgavens egenart at en gjør det. Oppgaven ber deg kun finne ut hvilke andre sidetall som mangler i sidetall. Oppgaven har et lukket svar, og da er det ifølge Yeo ikke naturlig for eleven å utvide oppgaven. Da blir det opp til eleven selv eller læreren å utvide oppgaven. Da er utvidelsen i oppgaven åpen og personavhengig.

	Oppgave 6: *En avis er laget av brettede ark der avisens bakerste side har sidetall 20. Avisen mangler arket med sidetall 13. Hvilke andre sider i avisen mangler?*
Mål	*Lukket*
Metode	*Åpen og personavhengig*
Svar	*Lukket*
Kompleksitet	*Åpen og personavhengig*
Utvidelse	*Åpen og personavhengig*

Tabell 6

Oppsummering lærer 2

	Oppgave 3 **Egg til frokost**	**Oppgave 4** **Alder til tre gutter**	**Oppgave 5** **Antall abbor i innsjø**	**Oppgave 6** **Antall sider i avisen**
Mål	*Lukket*	*Lukket*	*Lukket*	*Lukket*
Metode	*Åpen og personavhengig*	*Åpen og personavhengig*	*Åpen og personavhengig*	*Åpen og personavhengig*
Svar	*Lukket*	*Åpen og veldefinert*	*Åpen og veldefinert*	*Lukket*
Kompleksitet	*Åpen og personavhengig*	*Åpen og personavhengig*	*Åpen og del av oppgavens egenart*	*Åpen og personavhengig*
Utvidelse	*Lukket*	*Åpen og personavhengig*	*Åpen og personavhengig*	*Åpen og personavhengig*

Tabell 7.

4.1.3. Lærer 3

L3 benyttet oppgavene nedenfor.

Oppgave 7

Bruk hyssing til å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren til de ulike lokkene. Før resultatene dine i en passende tabell.

Det var noen rammer for oppgaven. Elevene hadde ifølge L3 fått utdelt følgende utstyr: *Hyssing, saks, runde lokk med forskjellig størrelse (minst 4 ulike), linjal og papir* (Se vedlegg).

Mål

Målet med denne oppgaven er å finne forholdet mellom omkretsen og diameten til ulike lokk. Det er et spesifikt mål i oppgaveteksten som sier akkurat hva målet med oppgaven er, vi kan derfor si at målet med oppgaven er lukket.

Svar

Når eleven svarer på oppgaven vil svaret være i form av målingene som en fører i tabellen, slik oppgaven ber om. Forholdstallene en kommer frem til baseres på målingene av omkretsen og diameteren, og resultat av divisjonsstykket omkrets dividert på diameteren. Teorien tilsier det korrekte svaret vil være π eller 3,14 med utvalgt antall desimaler. Dersom eleven tolker antall desimaler en skal benytte ulikt, så vil det være flere korrekte svar. 3,1 dersom det er en desimal, og 3,14 med to desimaler osv. Med en slik tolkning vil svaret være åpent og veldefinert. Når eleven først har valgt en tolkning for hvor mange desimaler svaret skal inneholde, er det kun ett korrekt svar i tillegg til π. Dermed blir svaret i oppgaven lukket. Denne oppgaven inneholder i tillegg måleusikkerhet. En elev kan ha holdt hyssingen slakkere enn det som skal til for å få den virkelige lengden på diameteren og omkretsen, og likevel regnet riktig med tallene, og funnet forhold som ikke er i nærheten av pi. Selv om en har måleusikkerhet som en del av oppgaven, så vil det ikke gi mening å si at en riktig utregning med gal måling er korrekt svar. Målingen må være korrekt, derfor kan vi konkludere med at svaret i oppgaven er lukket.

Metode

Oppgaveteksten sier: *Bruk hyssing til å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren til de ulike lokkene. Før resultatene dine i en passende tabell.*
Oppgaven ber eleven spesifikt bruke hyssing til å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren. Den sier ikke noe om hvordan eleven skal bruke hyssingen. For å ha mulighet til å kunne løse oppgaven er elevene nødt til å kjenne til hva begrepet forhold betyr, som er en del av oppgavens mål. For å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren må eleven finne omkretsen og diameteren, og dividere omkretsen med diameteren. Oppgaven er av en slik art at oppgavens i seg selv gir føringer for metoden eleven kan benytte. Metoden er åpen og en del av oppgavens egenart (Yeo, 2017, p. 183). Dersom læreren skal lære eleven en metode for å finne løsningen på denne oppgaven, så må det tas hensyn til oppgavens natur. Her innebærer det måling, diameter, omkrets og forhold mellom dem. Det gir ikke læreren mange muligheter, fordi oppgavens egenart gir føringer for metoden. Dermed kan vi konkludere med at metoden i oppgaven er åpen og en del av oppgavens egenart.

Kompleksitet

Det er mulig å gi elevene stillasbygging nok til å lukke denne oppgaven. Oppgaven har et lukket mål, å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren. Det er mulig for læreren å lukke kompleksiteten i oppgaven. Det kan skje ved å benytte stillasbygging, for eksempel ved å demonstrere en metode for måling med hyssingen eller eller gjøre eleven oppmerksom på viktige trekk i oppgaven. Kompleksiteten i oppgaven åpen og personavhengig.

Utvidelse

I oppgaven får eleven øvd seg på å måle og se sammenheng mellom omkrets og diameter, med ulike størrelser på omkrets og diameter. Det kan være utfordrende å utvide oppgaven fordi oppgaven har tre størrelser, og to av størrelsene (diameter og omkrets) er allerede endret i oppgaven med å måle ulike lokk. Og den siste størrelsen er en konstant (pi). En oppgave er lukket hvis den ikke kan eller bør utvides. At oppgaven ikke bør utvides innebærer ifølge Yeo at utvidelse av oppgaven kun fører til en ny oppgave som ikke er relatert til den opprinnelige oppgaven (Yeo, 2017, p. 186). En oppgave med en annen sirkelformet figur, vil kun bli en ny oppgave, og det er ikke en utvidelse. En kan argumentere for at oppgaven kan utvides til å spørre om forholdet mellom diameter og omkrets for en annen figur, for eksempel en ellipse. Her blir det en tolkning læreren må gjøre, i hvilken grad en ny oppgave er relatert til den opprinnelige oppgaven. Ellipseeksempelet forstår jeg som en ny oppgave. Ut fra Yeos forklaring finner jeg ikke noen mulige relevante utvidelser til den opprinnelige oppgaven, og oppgaven er lukket med hensyn til utvidelse.

	Oppgave 7: Bruk hyssing til å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren til de ulike lokkene. Før resultatene dine i en passende tabell.
Mål	Lukket
Metode	Åpen og del av oppgavens egenart
Svar	Lukket
Kompleksitet	Åpen og personavhengig
Utvidelse	Lukket

Tabell 8.

Oppgave 8

Hva fant du ut om forholdet?

Oppgaven bygger på det elevene gjennomførte i oppgave 7.

Mål

Oppgaveteksten inneholder et spesifikt mål: «Hva fant du om forholdet». Det er et beskrivende spørsmål, hvor eleven skal beskrive hva du fant om forholdet. Målet i oppgaveteksten er spesifikt, og dermed er målet i oppgaven med Yeos betingelser, lukket.

Metode

Oppgavens mål er lukket. Den sier ikke noe om hvordan eleven skal nå målet. Implisitt i oppgaven ligger det at en skal observere og sammenlikne målingene fra tabellen i oppgave 7, men dette sies det ingenting om i oppgaveteksten. Metoden er åpen, for det er flere måter å gjøre dette på. I dette tilfellet er det ikke opp til læreren og eleven, men trekk med oppgaven som avgjør hva slags metode en kan bruke. Dermed er metoden åpen og en del av oppgavens egenart.

Svar

Oppgaveteksten spør hva elevene fant ut om forholdet. La oss tenke oss et annet eksempel: Dersom spørsmålet i en oppgave kun spør om hva forholdet mellom omkretsen og diameteren i en sirkel er, vil kun ulike representasjoner av pi (3,14 med ulike antall desimaler og π) være korrekte svar. I det tilfellet ville svaret ut ifra Yeos forklaring være lukket. Det som skiller oppgaven som informanten har brukt fra dette tenkte eksempelet, er utgangspunktet.Elevens svar bygger på målingene elevene har gjort i oppgave 7. Det betyr at målingene av forholdene kan være ulike, på grunn av måleusikkerhet (slik vi så på kategorien svar i oppgave 7). Forholdene som danner utgangspunkt for hva de finner ut, og dermed svarene, kan være ulike. Teorien er tydelig på det er pi som er det matematisk korrekte svaret på den forrige oppgaven. Denne oppgaven spør kun om hva eleven fant ut om forholdet. Dersom eleven sitt svar er det eleven fant ut om forholdet, så har eleven svart på oppgaven og vil per definisjon ha et korrekt svar, selv om svaret skulle være noe annet enn det teorien sier er svaret på forholdet mellom diameter og omkretsen i sirkelen. På grunn av måten spørsmålet er stilt på, og måleusikkerheten fra oppgave 7 blir med i denne oppgaven, så kan vi konkludere med at svaret åpent, og en del av oppgavens egenart.

Kompleksitet

Oppgaven ba elevene fortelle hva de fant ut om forholdet. Elevene må vurdere tabellen med forholdet mellom omkrets og diameter som de fant i oppgave 7. Kompleksiteten i oppgaven er lukket dersom den er enkel nok for eleven (Yeo, 2017, p. 185). Det er vanskelig for læreren å lukke denne oppgaven, fordi oppgaven naturlige trekk gjør det vanskelig for læreren å gi nok stillasbygging til å lukke oppgaven. En grunn til det er at utgangspunktet til elevene kan være svært forskjellig fordi de har ulike målinger fra den forrige oppgaven. Når svaret er åpent og oppgavens egenart er det som gjør det åpent, er det vanskelig for læreren å lukke oppgaven for elevene. Vi kan derfor si kompleksiteten i oppgaven er åpen og en del av oppgavens egenart.

Utvidelse

Oppgaver som ikke kan utvides slik at utvidelsen er relatert til den opprinnelige oppgaven, eller ikke kan utvides i det hele tatt kalles lukkede oppgaver (Yeo, 2017, p. 185). Det er mulig å finne relevante utvidelser på denne oppgaven. Det er imidlertid utfordrende for læreren og eleven å lage utvidelsene, fordi størrelsene i oppgavene ikke kan endres. Pi er konstant, og målingene elevene har gjort kan ikke endres. Det gir heller ikke mening å lage nye målinger, det fører bare til en ny oppgave, som ifølge Yeo ikke er relevant utvidelse. En mulig utvidelse kunne være å finne ut hvor stor forskjellen mellom forholdene en fant var, og sammenlikne på tvers av grupper. Da kan en oppdage hva måleusikkerhet er. Utvidelser er mulig, men oppgavens trekk legger føringer for hva slags utvidelse. Vi kan dermed si oppgavens utvidelse er åpen og en del av oppgavens egenart.

	Oppgave 8 Hva fant du ut om forholdet?
Mål	Lukket
Metode	Åpen og del av oppgavens egenart
Svar	Åpent og del av oppgavens egenart
Kompleksitet	Åpen og del av oppgavens egenart
Utvidelse	Åpen og del av oppgavens egenart

Tabell 9

Oppgave 9

Bruk resultatene dine til å finne en formel for sirkelens omkrets.

Oppgaven bygger på arbeidet med oppgave 7 og 8.

Mål

Det er ikke tvil om hva målet med denne oppgaven er. Oppgaveteksten har en spesifikk tekst med mål for oppgaven, nemlig å finne en formel for sirkelens omkrets. Derfor kan vi si det er et lukket mål.

Svar

Å kategorisere svaret på denne oppgaven er i likhet med svaret på oppgave 7 og 8 ikke helt rett frem, på grunn av utgangspunktet. Oppgaveteksten ber eleven bruke resultatene sine. Oppgaven bygger på resultatene fra oppgave 7 og 8. I oppgaven elevene allerede har gjort, har de kommet frem til forholdstall mellom diameter og omkrets, og på en eller annen måte beskrevet hva de fant ut om forholdet. Som svaret i de to andre oppgavene viser, kan det være mange ulike svar som danner utgangspunktet for denne oppgaven. Det som skiller denne oppgaven fra oppgave 7 og 8 er at en skal komme frem til en *formel* for omkretsen av en sirkel. Det betinger en korrekt formel, for at formelen skal kunne brukes. Det betyr at dersom elever baserer seg på et annet forholdstall enn pi, utleder en formel for omkretsen av en sirkel, vil ikke denne formelen være korrekt. En slik formel vil ikke gi korrekt omkrets av en sirkel, og da er heller ikke svaret korrekt. I oppgave 8 var spørsmålet beskrivende, «hva fant du ut om forholdet?». Svaret på denne oppgaven er formelen, som skal gjelde for omkretsen av sirkelen. Det finnes flere formler for omkretsen av en sirkel, noen av de er; $O = \pi * d$ O $= \frac{\text{Areal}}{r/2}$ $O = 2\pi r$ Det vil i denne oppgaven være disse formlene eller tilsvarende formler (det finnes flere) som er korrekte svar, og alle andre svar vil ikke være korrekt. Selv om det er mange formler, kan alle korrekte svar forutsees. Det er i tråd med det Yeos beskrivelse av et lukket svar, og vi kan dermed si svaret i oppgaven er lukket.

Metode

Oppgaveteksten sier eleven skal bruke resultatene fra oppgave 7 og 8. En skal ende med en formel for omkrets. Hvordan eleven skal bruke resultatene sier ikke oppgaveteksten noe om. Metoden er i utgangspunktet åpen. Det er i større grad oppgaven som legger føringer for metoden enn læreren og eleven. Oppgavens egenart bidrar til at det ikke er helt fritt for eleven hvordan eleven løser oppgaven. En må for eksempel ta hensyn til omkrets, diameter og forholdet mellom dem. Det er ikke noe læreren eller eleven kan påvirke. Uansett hvordan en vil gå frem, så vil oppgavens egenart gi føringer for metoden. Vi kan derfor si metoden er åpen og en del av oppgavens egenart.

Kompleksitet: Kompleksiteten i oppgaven er lukket dersom oppgaven er enkel nok for elevene (Yeo, 2017, p. 185). På denne oppgaven har læreren mulighet til å gi eleven nok stillasbygging til å lukke oppgaven for eleven. Stillasbyggingen kan være å gjøre eleven oppmerksom på noen av størrelsene som kan benyttes i en formel eller vise med demonstrasjon (Wood et al., 1976) hvordan man kan snu en annen formel. Det som skiller denne oppgavens kompleksitet fra oppgave 8, hvor de skulle si hva de fant ut om forholdet, er at det på denne oppgaven bes om en formel, og svaret er lukket. Det gir læreren mulighet til å gi eleven nok stillasbygging til å kunne lukke oppgaven for eleven. Med det som bakgrunn kan vi se kompleksiteten i oppgaven åpen og personavhengig.

Utvidelse

Denne oppgaven kan ikke utvides slik at det blir en oppgave relatert til den opprinnelige, uten at det blir en ny oppgave. En utvidelse med å si at en skal finne formelen av en annen figur enn sirkel vil for eksempel kun være en ny oppgave. Utvidelsen i oppgaven er dermed lukket.

	Oppgave 9 *Bruk resultatene dine til å finne en formel for sirkelens omkrets.*
Mål	Lukket
Metode	Åpen og del av oppgavens egenart
Svar	Lukket
Kompleksitet	Åpen og personavhengig
Utvidelse	Lukket

Tabell 10.

Oppsummering lærer 3

	Oppgave 7 *Bruk hyssing til å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren til de ulike lokkene. Før resultatene dine i en passende tabell*	***Oppgave 8*** *Hva fant du ut om forholdet?*	***Oppgave 9*** *Bruk resultatene dine til å finne en formel for sirkelens omkrets*

Mål	Lukket	Lukket	Lukket
Metode	Åpen og del av oppgavens egenart	Åpen og del av oppgavens egenart	Åpen og del av oppgavens egenart
Svar	Lukket	Åpent og del av oppgavens egenart	Lukket
Kompleksitet	Åpen og personavhengig	Åpen og del av oppgavens egenart	Åpen og personavhengig
Utvidelse	Lukket	Åpen og del av oppgavens egenart	Lukket

Tabell 11.

4.2 Analyse av intervju med informantene

Intervjuene er analysert med bruk av systematisk tekstkondensering (se kapittel 3). Som i første del av analysen, vil jeg ta for meg én og en informant. Hver del innledes med oppgavene informanten benyttet. For hver informant er analysen oppdelt i tre temaer; matematisk læringsutbytte, differensiering og motivasjon. For hver av informantene er det fire tabeller; En for matematisk læringsutbytte, to for differensiering(en for fagdidaktiske tiltak og en for pedagogisk differensiering) og en for motivasjon. Etter hver tabell følger en sammenfattende tekst, slik det siste steget i modellen til Malterud innebærer. Tabellene inneholder intervjusitater, tilhørende kode og en underkategori knyttet til temaet. For eksempel vil det første temaet, matematisk læringsutbytte ha ulike kompetanser som de ulike sitatene og kodene knyttes til. Ved noen tilfeller er det hensiktsmessig å ha med spørsmålet fra intervjuet. Da står det I: for intervjuer deretter Lx: for informanten.

4.2.1 Lærer 1

Som vi så i del 1 av analysen, benyttet L1 seg av følgende to oppgaver;

Oppgave 1

Du skal velge tre ensifrede tall i bunnen av pyramiden. Fyll pyramidene med å addere tallene oppover. Hvor mange forskjellige pyramider kan du lage med tre tall i bunnen? Elevene fikk utdelt svarark med tomme pyramider.

Oppgave 2

Undersøk og gjør observasjoner av pyramidene dere har fylt ut. Kan dere se noen mønstre?

Matematisk læringsutbytte

Første tema for analysen er matematisk læringsutbytte. De ulike kompetansene til Niss og Jensen danner utgangspunktet for matematisk læringsutbytte. Nedenfor følger sitat fra intervju, tilhørende kode og kompetansen koden knyttes til.

Matematisk læringsutbytte		
Fra intervju	Kode	Matematisk læringsutbytte
(…) Også sa jeg at innad i hver gruppe skal dere bestemme dere for tre tall også skal dere jobbe systematisk med hvor mange tallpyramider det gir.	Finne antall tallpyramider	Problembehandlingskompetanse
Jeg ba de om å undersøke to ting nærmere. Hva om vi multipliserer i stedet for å addere? Hvor mange kombinasjoner av pyramider får vi da?	Multiplisere i stedet for å addere	Problembehandlingskompetanse
(…) Også sa jeg at innad i hver gruppe skal dere bestemme dere for tre tall også skal dere jobbe systematisk med hvor mange tallpyramider det gir, også prøve å gjøre observasjoner, altså om det dukker opp noen mønstre eller noe dere legger merke til.	Gjøre observasjoner og se etter mønstre i pyramider	Tankegangskompetanse og problembehandlingskompetanse
Eller de kunne undersøke motsatt, når vi starter med et tall på toppen. Hvor mange kombinasjoner får vi ut fra det?	Undersøke motsatt og starte med tall på toppen	Problembehandlingskompetanse
(…) det er noen av leksene å studere løsningene i fasit, (…). Hvor vi får sett hvordan man kan beskrive problemløsning med hjelp av likninger og løse likningen og finne svaret på denne måten.	Løse problemer med likninger	Problembehandlingskompetanse og symbol- og formalismekompetanse
En elev ble opptatt av hvilke regler som gjelder når du skulle undersøke med 6 på toppen, om det var lov å bruke 0. Det synes jeg er spennende, når de blir nysgjerrige på det.	Hvilke regler som gjelder	Symbol og formalismekompetanse
Noen ble oppfordret til å tegne inn alle mulige pyramider med a, b og c i bunn.	Skrive med symboler	Problemløsningskompetanse, representasjonskompetanse,

		symbolisme- og formalismekompetanse
Slik at det ble samtaler hvor de prøvde å forklare de andre. (…). Men du er liksom litt avhengig at man ikke bare klarer å gjøre observasjoner, men også klarer å forklare det til medelevene slik at de også skjønner det.	Forklare observasjonene	Kommunikasjonskompetanse
Men det er veldig ofte jeg stiller dem spørsmål, i hver time egentlig, som de skal diskutere muntlig, og gjerne produsere noe skriftlig også, men først og fremst diskutere litt matte da. Det vil ofte være spørsmål av litt sånn.. problemløsningsbeslektede spørsmål, litt åpne spørsmål som jeg kommer på i farten (…).	Skal diskutere muntlig og produsere skriftlig	Kommunikasjonskompetanse og tankegangskompetanse

Tabell 12.

Tabell 12 viser hva slags matematisk læringsutbytte L1 vektlegger i undervisningen. Koden «gjøre observasjoner og se etter mønstre i pyramider» og tilhørende sitat, åpner for at elevene kan uttrykke tankegangskompetansen, som blant annet inkluderer å forstå hva slags spørsmål som er typiske for matematikk, kunne stille den type spørsmål og tenke over hva slags svar en kan forvente (Niss & Jensen, 2002, p. 47). Naturlige matematiske spørsmål til denne oppgaven kan være «Hva kan et mønster i pyramidene være? Hva slags betydning har det med hvilket tall vi begynner med i midten?». L1 er opptatt av at elevene skal løse ferdigformulerte problemer med ulik grad av åpenhet. Eksempelvis sier L1 elevene skal jobbe systematisk og finne hvor mange ulike pyramider det blir etter å ha valgt tre tall. Det er et ferdigformulert matematisk problem som krever en matematisk undersøkelse, og dermed knyttet til problembehandlingskompetanse (Niss & Jensen, 2002, p. 49). Kompetansen innebærer både å formulere og løse problemer, både anvendte, åpne eller lukkede problemer (Niss & Jensen, 2002, p. 49). Av kodene som tilhører problembehandlingskompetanse, er det først og fremst den delen av problembehandlingskompetansen hvor en skal *løse* problemer L1 har fokus på. Den delen av kompetansen som handler om å formulere problemer kommer i mindre grad til uttrykk gjennom intervjuet. Symbol- og formalismekompetanse er en annen kompetanse L1 vektlegger. L1 sier regler for hvilke tall som kan brukes i pyramiden ble aktuelt i undervisningen, og dette kan knyttes til dette med regler for hva som er gyldig når en benytter matematiske symboler. Kompetansen innebærer evne til å kunne håndtere matematiske symboler, å forstå symbolenes betydning og karakter, og å kunne reglene for hvordan en skal kunne bruke, og evnen til å regne med symbolene (Niss & Jensen, 2002, p. 58). Tabellen viser også at L1 er opptatt av elevenes kommunikasjonskompetanse, med flere eksempler hvor samtaler, diskusjon og det å forklare innhold og løsninger knyttet til oppgavene for andre elever. Noen av kodene knyttes til flere kompetanser, slik koden «skrive med symboler» knyttes til både representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, og problemløsningskompetanse. Vi ser også av tabellen at det er noen kompetanser som ikke er representert.

Differensiering

Dette temaet er delt i to. Den første delen viser fagdidaktiske lærertiltak og den neste delen viser pedagogiske differensieringsprinsipper. For å sette ord på lærerens tiltak vil Yeos begreper benyttes i første del, og Moons prinsipper for differensiering i den andre delen.

Differensiering		
Fra intervju	Kode	Lærertiltak
(…) søke etter nye oppgaver og gjerne oppgaver som kan løses på både to og tre forskjellige måter (…).	Søke etter oppgaver hvor mange kan forstå det kan tenkes på flere måter	Velger oppgaver med åpen metode
Underveis når vi holdt på med treetasjes så var det noen som ble så fort ferdig at jeg delte ut sånne fireetasjes pyramider også.	Noen ble ferdig og fikk prøve fireetasjes pyramider	Utvider oppgaven
Hvor mange kombinasjoner får vi ut fra det? Da foreslo jeg tallet seks eller tolv. (…). Jeg foreslo 6 eller tolv, men sa at det var nok lurt å holde seg under tolv.	Begrense valgmuligheter av tall for elevene	Delvis lukker kompleksiteten for elevene.
Eller de kunne undersøke motsatt, når vi starter med et tall på toppen. Hvor mange kombinasjoner får vi ut fra det?	Undersøke antall kombinasjoner med å starte på toppen	Utvider oppgaven

Også sa jeg kort at, «Nå skal dere gjøre akkurat det samme, starte med treetasjes pyramide, bestem dere for tre tall, men i stedet for å addere oppover skal dere multiplisere».	Multiplisere i stedet for å addere oppover	Utvider oppgaven
Så jeg må ha tre tall. La oss holde oss til ensifrede tall.	Begrenser mengden tall elevene kan velge	Delvis lukker kompleksiteten for elevene.
Hvor mange slike pyramider kan man lage med tre gitte tall. De trengte ikke å bruke 3, 7 og 8, men kunne finne sine egne tall	Lar elevene kan velge tall selv	Åpner svaret i oppgaven Delvis åpner kompleksiteten

Tabell 13.

Av tabellen kan vi se L1 benytter flere ulike tiltak som bidrar til å differensiere undervisningen. Noen av tiltakene bidrar til å gi eleven mer utfordringer, som når L1 utvider oppgaven med å multiplisere i stedet for å addere, eller når han velger å starte med et tall på toppen. Her benytter L1 muligheten oppgaven gir for utvidelse, og utvider oppgaven. Utvidelsen i oppgaven er åpen dersom den kan bli utvidet, og utvidelsen er relatert til den opprinnelige oppgaven (Yeo, 2017, p. 186). Det betyr også at L1 har gjort en vurdering om at utvidelse av oppgaven er hensiktsmessig. L1 gjør også grep som avgrenser oppgaven for elevene. Ved å begrense mengden tall til ensifrede tall, eller anbefale å velge maks tallet 12 øverst i pyramiden bidrar L1 til å gjøre oppgaven mindre kompleks for elevene. En oppgave er ifølge Yeo lukket i kompleksitet hvis den er enkel nok for eleven til at de klarer den. Det er ikke mulig å si om oppgaven for hver enkelt elev faktisk ble enkel nok til at de mestret den (det vil kreve en annen undersøkelse). Det en kan si er at oppgaven ble *mindre* kompleks for eleven, derfor knyttes sitatet og koden her til lærertiltaket «delvis lukke kompleksiteten». L1 bidrar også til å gjøre oppgaven vanskeligere og mer kompleks for elevene, ved blant annet å be de selv velge blant de ensifrede tallene i pyramiden. Hvis ikke eleven kan klare oppgaven, er den for kompleks og det er ikke nok stillasmateriale (scaffolding) i oppgaveteksten (Yeo, 2017, p. 185). Det er ikke mulig å si om elevene klarte oppgaven. Det en kan si er at L1 ved dette tiltaket gjorde oppgaven *mer* kompleks for eleven, og dermed knyttes sitatet og koden til lærertiltaket «delvis åpne kompleksiteten». En annen konsekvens med å la elevene velge tall selv, er at svaret i oppgaven blir åpent og veldefinert, når elevene kan velge tall selv. Dette gir flere mulige korrekte svar i oppgaven.

Pedagogisk differensiering		
Intervjusitat	Kode	Differensieringsprinsipp
Jeg vil si at det handler mye om å tenke på hvordan ting skal forklares og søke etter nye oppgaver og gjerne oppgaver som kan løses på både to og tre forskjellige måter.	Viktig mange kan forstå det kan tenkes på flere måter	Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre
Det som gjorde at jeg synes det var en bra økt, var at på alle gruppene var det noen som skjønte dette her. Slik at det ble samtaler hvor de prøvde å forklare de andre. Altså, det var mange som skjønte mye.	Samtaler hvor noen forklarte de andre	Læring skjer i en sosial kontekst
(…) på alle gruppene var det noen som skjønte dette her. Slik at det ble samtaler hvor de prøvde å forklare de andre. (…) du er liksom litt avhengig at man ikke bare klarer å gjøre observasjoner, men også klarer å forklare det til medelevene slik at de også skjønner det.	De som skjønner forklarer til medelever	Læring skjer i en sosial kontekst Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre
Jeg mener at oppgaven ga alle en fair sjanse til å holde på med dette på sitt nivå. Alle kan jo undersøke, i den	Oppgaven ga alle en fair sjanse til å jobbe på sitt nivå	Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre

grad de er motiverte, mulige pyramider her, og regne oppover i pyramiden.		
Også at det er innenfor gjennomsnittselevens mulighet til å forstå da. Det vil være mindre verdifullt hvis du har en oppgave man kan løse på to forskjellige måter, men det er kun en liten håndfull av de aller smarteste som kan skjønne den alternative løsningen liksom.	Mindre verdifullt om kun noen få skjønner den alternative løsningen på en oppgave	Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre
Hvor mange kombinasjoner får vi ut fra det? Da foreslo jeg tallet seks eller tolv. (…). Jeg foreslo 6 eller tolv, men sa at det var nok lurt å holde seg under tolv.	Begrense valgmuligheter av tall for elevene	Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre
(…) også finner jeg oppgaver som jeg mener er rike. (…). Det er litt beslektet med innholdet i problemløsning og utforskningsoppgaver da, særlig at det går an å tenke på forskjellige måter	Finner oppgaver hvor en kan tenke på flere måter	Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre
Hvis jeg har litt ekstra tid, jeg liker å være nøye med leksene. Jeg gir lekser på tre vanskelighetsgrader.	Gir lekser på tre vanskelighetsgrader	Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre
Også sa jeg (…), også prøve å gjøre observasjoner, altså	La elevene forklare og snakke sammen	Læring er en aktiv prosess Læring skjer i en sosial kontekst

om det dukker opp noen mønstre eller noe dere legger merke til. Også igjen prøve å forklare det, snakke om det, hvorfor er det sånn.		
(…) den oppgaven er krevende, den skal jeg gi til de to jentene som trigges av sånt noe eller synes det er kult å få litt ekstra utfordringer.	Vanskelig oppgave gis til elever som trigges av det	Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre
Søke etter nye oppgaver (…) Også at det er innenfor gjennomsnittselevens mulighet til å forstå da.	Oppgaver innenfor gjennomsnittselevens nivå	Høye krav og stillasbygging som støtte for å mestre

Tabell 14.

Av tabellen kan vi se L1 på ulike måter i undervisningen benytter seg av differensieringsprinsippene. L1 gir uttrykk for at det både er viktig å kunne tenke på flere måter, og legger opp til at elevene skal kunne gjøre observasjoner og undersøke i undervisningen. Dette er trekk hvor eleven skal være aktiv i læreprosessen og selv konstruere kunnskapen, i tråd med det Moon sier om aktiv læring. Dette omfatter også ulike måter å tilnærme seg lærestoffet på (Moon, 2005, p. 231). Høye krav og stillasbygging handler om at læreren skal gi elevene den støtten som er nødvendig for at de skal nå sine læringsmål (Moon, 2005, p. 232). Dette er et prinsipp L1 benytter ved å blant annet begrense valgmulighetene for tall på toppen til å være maks 12, søke etter oppgaver innenfor gjennomsnittselevens nivå og gi lekser på tre vanskelighetsgrader. Å begrense valgmulighetene for tall på toppen, er med på å støtte elevene slik at oppgaven blir mindre kompleks (slik vi så i tabellen ovenfor med lærertiltak), og å søke etter oppgaver for gjennomsnittseleven kan bidra til at flere elever mestrer, samtidig som mange også får utfordring. Krav er en del av dette prinsippet, og læreren skal også stille krav slik at eleven kan nå sine læringsmål. Dette ser en også igjen i læreren som gir lekser på tre ulike nivåer. Her stiller læreren krav til elevene slik at alle forhåpentligvis opplever at de må legge ned betydelig innsats for å kunne løse oppgavene. Prinsippet om at læring skjer i en sosial kontekst handler om at læreren kan differensiere ved å la elevene få muligheter til å tilegne seg ny informasjon, både individuelt og sammen med andre (Moon, 2005, p. 232). Dette prinsippet kommer til uttrykk hos L1 ved at han tilrettelegger for samtaler mellom elevene og de skal forklare for hverandre. Ved ett tilfelle er L1 opptatt av at de som har skjønt det skal forklare til de som ikke har skjønt det, da er det også bruk av stillasbygging hvor noen elever bidrar til å hjelpe andre elever.

Motivasjon

For temaet motivasjon er kodene knyttet til en eller flere av behovene eleven har for autonomi, opplevd kompetanse og tilhørighet.

Motivasjon		
Fra intervju	Kode	Autonomi, opplevd kompetanse og tilhørighet
Men hvis jeg har tid til å forberede meg, det jeg gjør da er vel å prøve å finne nye oppgaver. Bla i bøker og finne nye oppgaver og finne forskjellige måter å tenke på, forskjellige løsninger. Løse en oppgave på to forskjellige måter for eksempel. Hvis jeg har litt ekstra tid, jeg liker å være nøye med leksene. Jeg gir lekser på tre vanskelighetsgrader	Gir lekser på tre vanskelighetsgrader	Autonomi og opplevd kompetanse
Også delte jeg tavlen i to og kalte oppgave en, og skrev bare multiplikasjon. Også sa jeg kort at, «Nå skal dere gjøre akkurat det samme, starte med tretasjes pyramide, bestem dere for tre tall, men i stedet for å addere oppover skal dere multiplisere. Og oppgave to: Hvis dere synes denne høres morsom ut, kan dere gjøre denne isteden.	Kan gjøre denne hvis dere synes den er morsom	Autonomi og opplevd kompetanse
I: Hva tenker du elevene kunne bestemme selv i løpet av denne økten? L1: Det var vel egentlig bare å velge hvilke tall de skulle starte med i bunnen på pyramiden. Så	Elevene kunne velge tall i bunnen pyramiden	Autonomi og opplevd kompetanse

det som var åpent var muligheten til å gjøre disse observasjonene også forklare dem.		
(…) den oppgaven er krevende, den skal jeg gi til de to jentene som trigges av sånt noe eller synes det er kult å få litt ekstra utfordringer.	Vanskelig oppgave gis til elever som trigges av det	Opplevd kompetanse og tilhørighet
Eller de kunne undersøke motsatt, når vi starter med et tall på toppen. Hvor mange kombinasjoner får vi ut fra det? Da foreslo jeg tallet seks eller tolv. Jeg tenkte at de er delelig med relativt mange primtall, at det ville gi mange kombinasjoner, eller det har kanskje ikke noe å si når jeg tenker meg om. Jeg foreslo 6 eller tolv, men sa at det var nok lurt å holde seg under tolv. Det synes de var artig.	Anbefalte å begrense tallets verdi, men lot de bestemme selv	Autonomi og opplevd kompetanse
Men jeg ønsker jo at de skal oppleve at matematikk som noe som er gøy å holde på med, slik at det går litt av seg selv da, sånn motivasjonsmessig. Det er kanskje det viktigste. At det skal være om ikke gøy, i hvert fall tilfredsstillende å jobbe med det. Få de til å oppleve mestring, og fordi… Det er mange måter man kan få til det på.	Ønsker elevene skal oppleve mestring og tilfredsstillende å holde på med	Tilhørighet

Tabell 15.

L1 motiverer elevene i undervisningen på ulike måter. Grepene varierer, og de ulike grepene L1 gjør, bidrar til ulik form for motivasjon hos elevene. Å velge oppgaven selv, slik L1 gjør ved ett tilfelle, åpner for autonomi hos elevene. L1 gir lekser på ulik vanskelighetsgrad som kan bidra til både autonomi og opplevd kompetanse for eleven. Autonomi ved at valget av oppgave, opplevd kompetanse ved å gi eleven oppleve av mestring. L1 åpner også for at elevene skal kunne få gjøre valg underveis i oppgaven, når elevene får velge tall i pyramidene, først i bunnen, og deretter på toppen når de han endret oppgaven. Disse valgene kan bidra til å gi elevene økt opplevelse av autonomi (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141).

4.2.2 Lærer 2

Her er de fire oppgavene L2 benyttet.

Oppgave 3.

To fedre og to sønner spiste 3 egg til frokost. Hver av dem spiste nøyaktig ett egg. Hvordan kan dette stemme? (Matematikksenteret, lest 27.3.2021).

Oppgave 4.

Hvor gamle er de tre guttene gitt at:

- *Produktet av alderen deres er 72*
- *To av guttene er tvillinger*
- *Den yngste er ikke tvilling* Hentet fra (Matematikksenteret, lest 27.3.2021)

Oppgave 5.

Jon skulle bestemme antall abbor i en innsjø. Han fanget 80 abborer og slapp dem tilbake i innsjøen. Noen uker senere fanget han 60 abborer, hvor av 6 av disse var merket. Hvor mange abborer kan Jon anta det fantes i innsjøen? Hentet fra (Matematikksenteret, lest 27.3.2021).

Oppgave 6.

Tekstnøtt: avisen med få sider.

En avis er laget av brettede ark der avisens bakerste side har sidenummer 20. Avisen mangler arket med sidetall 13. Hvilke andre sidetall mangler? (Matematikksenteret, Lest 27.3.2021).

Matematisk læringsutbytte

Tabellen viser matematisk læringsutbytte for undervisningen til L2.

Matematisk læringsutbytte		
Fra intervju	Kode	Matematisk læringsutbytte
Jeg forventet at de skulle bruke informasjonen, at de skulle sette opp informasjonen. Jeg ventet litt mer sånn resonnerende svar, kanskje sånn at de kunne forklare litt sånn hvorfor. Kanskje litt sånn «fordi det er sånn, da må det være sånn». Jeg vet	Ventet litt resonnerende svar	Resonneringskompetanse

ikke hva man kaller det, litt sånn argumenterende stil.		
Her er det jo først og fremst veldig korte svar og ikke noe ord på fremgangsmåten da. Da ville jeg tatt utgangspunkt i at eleven måtte forklare hva vedkommende har gjort.	Eleven måtte forklare	Kommunikasjonskompetanse
Så det må være på en måte å starte med, «hvordan er det du gikk frem her?» Også kanskje oppfordre eleven til å kanskje skrive ned noen punkter på hvordan eleven gikk frem da.	Oppfordre eleven til å skrive ned punkter	Kommunikasjonskompetanse
I utgangspunktet tenker jeg at det er to ting jeg ønsker, det ene er at man skal jobbe med å løse oppgaver som er litt vide, eller ikke rett frem da. At man må trene seg på å finne en løsning man kan bruke. Innimellom kan det være flere løsninger også såklart, på en sånn oppgave. Det er selve prosessen med å løse litt sånne åpne oppgaver da, som de jo vil møte på prøver og tentamener og evt. eksamen.	Løse åpne eller vide oppgaver	Problembehandlingskompetanse
Jeg hadde jo en forhåpning om at de skulle skrive ned hvordan de kom frem til svaret sitt. Og det sa jeg også, jeg presiserte og innledningsvis at det er viktig at dere forklarer hvordan dere løser oppgaven, og viser hvordan dere kommer frem til svaret.	Skulle forklare og skrive ned	Kommunikasjonskompetanse

Tabell 16.

Av tabellen ser vi L2 fokuserer mest på kommunikasjonskompetanse for elevene. Kompetansen innebærer evnen til å forstå og fortolke andres matematiske utsagn i den formen de kommuniseres i, og evne til å utrykke seg på ulike nivåer av teknisk eller teoretisk presisjon i matematikk. Kommunikasjonen kan uttrykkes i ulike former, det kan for eksempel være skriftlig, verbalt eller visuelt (Niss & Jensen, 2002, p. 60). L2 trekker frem det å forklare, både muntlig til medelever og vise skriftlig hvordan man har tenkt, og dette er trekk som omfatter kommunikasjonskompetansen. Å hente frem ulike løsningsstrategier for å få til oppgavene (L2 benyttet fire oppgaver hvor alle hadde åpen metode) kan knyttes til problembehandlingskompetansen, hvor eleven skal løse problemer med ulik grad av åpenhet. I arbeid med oppgavene forventer L2 resonnementer og argumenter fra elevene, noe som likner resonneringskompetansen.

Differensiering

Dette temaet er delt i to. Den første tabellen viser lærertiltak fra L2, mens den andre tabellen viser differensieringsprinsipper.

Differensiering		
Fra intervju	Kode	Lærertiltak
I: Når du sier en del ting kan være litt enklere, hva slags ting er det du tenker på da? Det er veldig rett å tilrettelegge nivå i matematikk, eller det er i hvert fall lett å tilrettelegge oppgavene, kanskje ikke tilrettelegge til elevenes nivå. Du kan forenkle eller gjøre ting vanskeligere uten at det krever så veldig mye da.	Tilrettelegge oppgaver med å forenkle eller gjøre ting vanskeligere	Delvis åpne eller delvis lukke kompleksiteten
I utgangspunktet tenker jeg at det er to ting jeg ønsker, det ene er at man skal jobbe med å løse oppgaver som er litt vide, eller ikke rett frem da. At man må trene seg på å finne en løsning man kan bruke. (…).	Jobbe med vide oppgaver	Velger oppgaver med åpen metode

Tabell 17.

Av tabellen kan vi se L2 differensierer med å søke etter vide oppgaver med flere løsninger. Dette kan bety et ønske om åpen metode i oppgaver, slik Yeo beskriver det. I analysen fra del 1 kunne vi også se at alle fire oppgavene L2 valgte var oppgaver med åpen metode. L2 er også opptatt av å gjøre oppgavene enklere eller vanskeligere. Det kan knyttes til å delvis åpne eller delvis lukke kompleksiteten i oppgaven.

Pedagogisk differensiering		
Fra intervju	Kode	Differensieringsprinsipp
I: Hva er det som avgjør hvilke oppgaver du velger når du skal jobbe med utforskning og problemløsning? L2: Det er ett par ting. Det ene er hva vi har gjort tidligere, det vil være litt avgjørende, så vi har noen knagger å ta i bruk da, ting fra tidligere undervisning om det temaet som vi kan ta i bruk, eventuelt om det også gjelder hva de har gjort på barneskolen, spesielt for de elevene på 8. trinn som kommer rett fra barneskolen. (…).	Hva elevene har gjort tidligere er avgjørende	Høye krav og stillasbygging som støtte
I: Når du sier en del ting kan være litt enklere, hva slags ting er det du tenker på da? L2: Nei, det gjelder egentlig alle temaer. Det er veldig rett å tilrettelegge nivå i matematikk, eller det er i hvert fall lett å tilrettelegge oppgavene, kanskje ikke tilrettelegge til elevenes nivå.	Tilrettelegger oppgaver	Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte
I: Hva tenker du at du som lærer kan bidra med for å hjelpe de med å komme dit du ønsker? L2: (…). Også er det selvfølgelig viktig at jeg som lærer legger til rette for at det er prosessen som er viktigst, og ikke svaret. For hvis man fokuserer hele tiden på at svaret er det viktigste, så er det fort gjort at de mister litt sånn	Oppmuntre til å komme ett steg videre i prosessen	Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte

mestring. Jeg tenker det er viktigste er å hele tiden oppmuntre til å hele tiden kommer ett steg videre i prosessen, og ikke går rundt som en vandrende fasit.		
Også må de oppleve at det er relevant for ett eller annet de driver med. For eksempel om det er en elev som kjører sparkesykkel. En som trikser og kjører og herjer. Da kan det være spennende å regne på omkrets av hjulet på den sykkelen osv. Jeg ønsker å knytte det opp til noe de liker.	Regne på omkretsen av hjulet på sykkelen, knytte de til noe de liker.	Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte
Jeg har ikke noen særlig erfaring med at det ene er noe bedre enn det andre. Jeg har egentlig erfaring med at det å variere de gruppene ut fra nivå kan være nyttig.	Varierer nivået på grupper	Læring er en aktiv prosess Høye krav og stillasbygging som støtte
For de trenger å prate sammen, og det tenker jeg er viktig. Man kan sette pulter sammen. Jeg ønsker små grupper, jeg er veldig opptatt av at det ikke blir for store grupper.	Lar de prate sammen i grupper	Læring skjer i en sosial kontekst Læring er en aktiv prosess
Det jeg er veldig opptatt av, at man ikke bare skal sitte og tenke, men også bruke informasjonen aktivt da, så det var liksom føringene da. Utover det var det litt sånn fritt frem. Også hvis man sto veldig fast, var det greit å gå videre.	Ikke bare sitte og tenke, men bruke informasjonen aktivt	Læring er en aktiv prosess

Tabell 18.

Undervisningen til L2 tar i bruk mange av differensieringsprinsippene. L2 er opptatt av at elevene skal samarbeide, snakke sammen i små grupper og opptatt av at dette skal fremme læringen. Dette likner det Moon beskriver om læring som skjer i en sosial kontekst, hvor læreren differensierer ved å la elevene få muligheter til å tilegne seg ny informasjon, både individuelt og sammen med andre (Moon, 2005, p. 232). At læring er en aktiv prosess finner en også flere eksempler på. Både ved at L2 ønsker de skal bruke informasjonen aktivt og når han snakker om det og når han ønsker å regne på omkretsen av hjulet på sykkelen til elevene. Dette samsvarer med beskrivelsen til Moon, hvor eleven er aktiv i læreprosessen og selv konstruere kunnskapen (Moon, 2005, p. 231). L2 ønsker å tilrettelegge oppgaver til ulike nivå. Det er et grep som minner om prinsippet om høye krav og stillasbygging som støtte. Det kan benyttes for å hjelpe elevene å nå læringsmålene. At oppgavene er tilrettelagt til ulikt nivå vil være med på å differensiere med å øke sjansen for at eleven mestrer oppgaven. Å variere nivå på gruppene kan også øke sjansen for elevene lærer av medelever som kan mer enn dem. Det er også her flere prinsipper som kan knyttes til samme moment med undervisningen. Dette ser en for eksempel ved tilrettelegging av oppgaver til ulike nivå, som både differensierer med å stille krav og støtte eleven med oppgaver på ulikt nivå, og legger opp til at eleven får mulighet til å tilegne seg lærestoffet på sin måte, slik aktiv læring også innebærer (Moon, 2005, p. 231).

Motivasjon

Motivasjon		
Fra intervju	Kode	Autonomi, opplevd kompetanse og tilhørighet
Også må de oppleve at det er relevant for ett eller annet de driver med. For eksempel om det er en elev som kjører sparkesykkel. En som trikser og kjører og herjer. Da kan det være spennende å regne på omkrets av hjulet på den sykkelen osv. Jeg ønsker å knytte det opp til noe de liker.	Ønsker å knytte oppgavene til noe elevene liker	Opplevd kompetanse og tilhørighet
Jeg opplever de blir motiverte av litt mer praktisk rettet undervisning. Det har jeg veldig troen på. Når de gjør noe, fikle med ting, figurer. Jeg tror de motiveres av å gjøre ting.	Praktisk rettet undervisning	Opplevd kompetanse og tilhørighet

L2: Ja, Det er jo flere ting. Det ene er jo på en måte hvilke elever som jeg vet samarbeider brukbart. Det vil være en fordel at i alle fall noen på gruppa, at jeg vet at de samarbeider godt.	En fordel at jeg vet noen på gruppen samarbeider godt	Tilhørighet
Noen av de oppgavene her tenker jeg fint man kan bruke på mellomtrinnet tenker jeg. Jeg synes egentlig ikke oppgavene var spesielt høyt nivå på. Som en ny måte å jobbe på, i hvert fall på en stund, var det meningen at oppgavene ikke skulle være for vanskelige. Det var meningen at de skulle få oppleve mestring.	Oppgavene skulle gi mestring	Opplevd kompetanse
Det jeg er veldig opptatt av, at man ikke bare skal sitte og tenke, men også bruke informasjonen aktivt da, så det var liksom føringene da. Utover det var det litt sånn fritt frem. Også hvis man sto veldig fast, var det greit å gå videre.	Utover føringene var det fritt. Hvis man sto fast var det greit å gå videre	Autonomi

Tabell 19.

L2 ønsker å knytte oppgavene til noe elevene liker. Dette er noe som kan bidra til opplever mestring og en følelse av kompetanse. Når L2 er bevisst med å sette sammen elever som samarbeider godt. Det kan gi elevene en opplevelse av å bli sett, ved at læreren lar de få jobbe sammen med noen de ønsker. Det kan også bidra til at de opplever et trygt læringsmiljø ved å jobbe med noen de liker. Det kan bidra til en følelse av tilhørighet og sikkerhet, og kan øke sannsynligheten for indre motivasjon (Ryan & Deci, 2000, p. 71). L2 gir elevene mulighet til å gå videre når de arbeider med oppgaver, som kan bidra til at elevene opplever at de kan ta valg. Selvbestemmelse handler om et ønske om at en selv er kilde til handlinger, noe en vil være her (Skaalvik & Skaalvik, 2013, p. 145). Om en leser sitatet nærmere kan en se valget gis til eleven når eleven står fast på oppgaven. Hvordan eleven vil oppleve valget er vanskelig å si, men det kan gi motivasjon til å komme videre. Opplevd kompetanse kommer mest til uttrykk i undervisningen til L2. Han er opptatt av at elevene skal mestre, og det kommer til utrykk gjennom tilpasning av oppgaver og praktisk rettet undervisning knyttet til det elevene interesserer seg for. Når L2 gir oppgaver som passer til elevens forutsetninger, kan det bidra til opplevelse av kompetanse (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141).

4.2.3 Lærer 3

Lærer 3 benyttet følgende oppgaver.
Oppgave 7: *Bruk hyssing til å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren til de ulike lokkene. Før resultatene dine i en passende tabell.*

Oppgave 8
Hva fant du ut om forholdet?

Oppgave 9

Bruk resultatene dine til å finne en formel for sirkelens omkrets.

Matematisk læringsutbytte

Fra intervju	Kode	Matematisk læringsutbytte
Jeg ønsker jo at de skal synes at matematikk er mer morsomt enn de synes. Og ikke være så redd for formler og variabler og bokstaver blandet med tall. At de klarer å manipulere ulike typer matematiske uttrykk og begreper og forstå hvorfor de trenger de.	Ønsker at de klarer å manipulere matematiske uttrykk	Symbol- og formalismekompetanse
Så skulle de bruke hyssing til å måle omkrets og diameter for hver av de runde tingene. Og forhåpentligvis se at forholdet mellom omkretsen og diameteren var pi.	Forstå at forholdet mellom omkretsen og diameteren var pi	Symbol og formalismekompetanse
Så har de nettopp jobbet med algebra, så når de vet at omkrets delt på diameteren er pi, så bør de klare å flytte diameteren under brøkstreken til den andre siden så de får formelen omkrets= pi*diameter. Det var den første delen.	Flytte diameteren under brøkstrek slik at de får formel for omkrets	Symbol og formalismekompetanse
Og når de gjorde det så skulle også c ha litt kjent oppgaveformulering. Så jeg ønsket at de	Skrive om formelen	Symbol og formalismekompetanse

skulle skrive om formelen de fant i b, i c. Og skrive det ned.		
Jeg ville reagert mest på at de går rett fra 3,14. Også at de skriver «derfor blir formelen for omkrets pi*diameter». Det gir meg jo ikke noe informasjon. Jeg vil gjerne se at de viser algebraisk fra omkrets delt på diameter = 3,3	Vil de skal vise algebraisk	Symbol og formalismekompetanse
Målet mitt var jo bare at de skulle forstå hvor disse formlene kommer fra. Hvorfor er omkrets lik diameter * pi.	De skulle forstå hvor formlene kommer fra	Symbol og formalismekompetanse
Du har noen basisbegreper og formler som må på plass før du kan gå videre liksom.	Basisbegrep og formler som må på plass før du kan gå videre	Symbol og formalismekompetanse
Hos de andre er det viktigste at de har skjønt hva jeg mener med forhold og hva de andre begrepene i oppgaven egentlig spør om da, ja. Du må jo på en måte ta det som de ikke har skjønt og hjelpe de med å oppklare det først.	Må oppklare begreper de ikke har skjønt	Tankegangskompetanse
Ja da hadde jeg på en måte sagt, hva er forholdet for akkurat oreo-kjeksen da. Hva er forholdet for safarikjeksen? Tatt kanskje to eller tre sånn. Hva er forskjellen mellom de forholdene? Er det stor forskjell mellom de forholdene? Er det liten forskjell mellom forholdene?	Ville stilt spørsmål om forholdet	Kommunikasjonskompetanse og tankegangskompetanse
Jeg håpet jo at de skulle skrive ting mer ned, være mer skriftlig. At de satte opp en tabell, med de riktige titlene for hver av kolonnene i tabellen.	Håpet de skrev ting ned og satte opp tabell	Kommunikasjonskompetanse og representasjonskompetanse
Det jeg vel sa til slutt til de fleste gruppene hvis de ikke så koblingen til pi, så spurte jeg; «Likner det på et annet kjent tall i	Stille ledende spørsmål	Tankegangskompetanse og symbol- og formalismekompetanse

matematikken?» Jeg ville på en måte lede de litt mot riktig svar med å stille litt sånn ledende spørsmål.		
Så… Da ville jeg kanskje hatt mer fokus på; «kjempefint detter her, skjønner du. Nå må du bare fokusere på å kommunisere hvordan du har tenkt dette på en ordentlig måte skriftlig da».	Kommunisere hvordan du har tenkt skriftlig	Kommunikasjonskompetanse
Men det var ikke et mål i seg selv for meg at de skulle vise masse algebraisk utregning. Men den her gruppe har kapasitet og mulighet til det, så da kan jeg utnytte den anledningen til å terpe litt på det skriftlige.	Vise algebraisk utregning skriftlig	Symbol og formalismekompetanse
Hos de andre er det viktigste at de har skjønt hva jeg mener med forhold og hva de andre begrepene i oppgaven egentlig spør om da, ja. Du må jo på en måte ta det som de ikke har skjønt og hjelpe de med å oppklare det først.	Viktigste å skjønne begrepene for noen elever	Tankegangskompetanse

Tabell 20

Symbol- og formalismekompetansen dominerer fokuset i undervisningen til L3. L3 ønsker elevene skal forstå hvor formlene kommer fra, kunne skrive om og manipulere formlene, og vise algebraisk hvordan de finner løsninger. Dette er trekk som knyttes til symbol- og formalismekompetansen som handler om å forstå symbolenes betydning og karakter, og omfatter også å kunne reglene for hvordan en skal kunne bruke, og evnen til å regne med symbolene (Niss & Jensen, 2002, p. 59). L3 er opptatt av å stille elevene spørsmål i undervisningen. Vi ser av tabellen at hun stiller mange ulike spørsmål, til ulike problemer i undervisningen. Spørsmålene er matematisk karakter og kan bidra til at elevene utvikler en forståelse av hva slags spørsmål som kjennetegner matematiske spørsmål, og få elevene til å tenke over hva slags svar. Dette samsvarer med beskrivelsen til Niss og Jensen av matematisk tankegangskompetanse. Tankegangskompetansen rommer også begrepsforståelse, noe L3 også er opptatt av, og vi ser i tabellen. Ved et tilfelle er L3 opptatt tabellen og innholdet i tabellen på den ene oppgaven. I dette tilfellet må elevene representere målinger fra en situasjon med bruk av matematiske objekter, og forstå det matematiske innholdet og sammenhengen mellom målingene og tabellen, og dette likner beskrivelsen av representasjonskompetanse. Kompetansen inkluderer blant annet å kunne ta i bruk ulike representasjoner av matematiske objekter eller situasjoner, oversette mellom ulike representasjoner som illustrerer samme situasjon (Niss & Jensen, 2002, p. 56).

Differensiering

Differensiering		
Fra intervju	Kode	Lærertiltak
I: Når du nevnte at hvis noen er ferdig så prøver du å gjøre oppgaver bred eller rik. Hva legger du i det? L3: Ja, jeg prøver jo å gjøre sånn at.. for eksempel prøve å angripe det fra en annen vinkel da, da må jeg jo lede de litt på en annen vinkel.	Kan angripe oppgaven fra en annen vinkel eller gå videre	Delvis åpne kompleksiteten
Det jeg vel sa til slutt til de fleste gruppene hvis de ikke så koblingen til pi, så spurte jeg; «Likner det på et annet kjent tall i matematikken?» Jeg ville på en måte lede de litt mot riktig svar med å stille litt sånn ledende spørsmål.	Stilte ledende spørsmål	Delvis lukke kompleksiteten
Jeg prøver at de også prøver å gå litt mer i dybden, at de angriper det på en litt annen måte, eller prøver å løse det med en annen strategi, eller, igjen hvis jeg har god tid til å planlegge, at de kan bruke det de har lært i en annen setting, en annen type oppgave eller noe sånt. Det er jo selvfølgelig det ultimate målet.	De kan prøve å løse med en annen strategi	Delvis åpne kompleksiteten

Jeg prøver at de også prøver å gå litt mer i dybden, at de angriper det på en litt annen måte, eller prøver å løse det med en annen strategi, eller, igjen hvis jeg har god tid til å planlegge, at de kan bruke det de har lært i en annen setting, en annen type oppgave eller noe sånt.	Kan bruke det de har lært i en annen setting	Delvis åpne kompleksiteten
Jeg var vel kanskje ute etter disse tallene, de skulle sammenlikne de ulike forholdene de kom frem til. De har kanskje tolket det mer som et generelt spørsmål, hva er et forhold. Ja da hadde jeg på en måte sagt, hva er forholdet for akkurat oreo-kjeksen da. Hva er forholdet for safarikjeksen? Tatt kanskje to eller tre sånne.	Spør om forholdet for en enkelt figur	Delvis lukke kompleksiteten
Jeg forventet at noen kom til å starte i feil retning, altså starte med formelen for å finne omkrets. Når jeg så at noen av gruppene gjorde det, så ba jeg de bare starte på nytt. Egentlig sa jeg vel bare «mål nå omkrets, og mål diameter, start der og før det i en tabell».	Ba de måle omkrets og diameter, og føre inn i tabell	Delvis lukke kompleksiteten

Tabell 21.

L3 benytter seg av flere tiltak for å differensiere undervisningen. Ved flere tilfeller ber hun elever løse oppgaver på en annen måte eller fra en annen vinkel. Dette kan bidra til å gjøre oppgaven mer kompleks for eleven. Det er ikke mulig å vurdere om elevene klarte oppgaven når L3 ba elevene om det. Det en kan si er at L1 ved dette tiltaket gjorde oppgaven *mer* kompleks for eleven, og dermed knyttes sitatet og koden til lærertiltaket «delvis åpne kompleksiteten». Dette gjør L3 ved flere tilfeller, og vi finner også eksempel på at hun ønsker de skal bruke det de har lært i oppgaven i en annen setting. Det kan også bidra til å gjøre oppgaven mer kompleks for eleven. L3 ønsker også å gjøre det enklere for eleven, noe vi ser av de tre andre tilfellene hvor oppgaven ble *mindre* kompleks for eleven, hvor koden og sitatet knyttes til lærertiltaket «delvis lukke kompleksiteten». Dette kan vi se ved måten L3 stiller ledende spørsmål på når en elev står fast, og gir konkrete instrukser når hun opplever elevene begynner på en annen måte enn hun ønsker på oppgaven.

Pedagogisk differensiering		
Fra intervju	Kode	Differensieringsprinsipp
I: Hvor ønsker du at elevene er kommet når de er ferdige med oppgaven, med tanke på nivå? L3: Og det som er fint, er at nå kan de formelen for arealet til en sirkel, og formelen for arealet til kulen er jo bare fire ganger det. Først skal de finne først at det er akkurat det det er. Du har noen basisbegreper og formler som må på plass før du kan gå videre liksom.	Basisbegreper og formler som må på plass før man kan gå videre	*Høye krav og stillasbygging som støtte*
Det eneste jeg tenker på er hvilke par jeg skal sette sammen. Jeg er veldig fan av at de skal jobbe sammen to og to. De er flinke til å kommunisere med hverandre og lære av hverandre.	Skal jobbe sammen og lære av hverandre	*Læring skjer i en sosial kontekst* *Læring er en aktiv prosess*
For noen andre grupper er det kanskje det viktigste, liksom prekært, at de bare skjønner poenget da, så man kan ikke forvente liksom like mye av alle kanskje.	Kan ikke forvente like mye av alle	*Høye krav og stillasbygging som støtte*
I: Hva slags forberedelser gjør du med tanke på organiseringen i klasserommet? L3: (…). Og noen ganger kjører vi	Helklassediskusjoner og lar elevene viser og forklarer på tavla	*Læring skjer i en sosial kontekst*

helklassediskusjoner, og jeg får ofte elevene til å vise og forklare på tavla.		
Det jeg vel sa til slutt til de fleste gruppene hvis de ikke så koblingen til pi, så spurte jeg; «Likner det på et annet kjent tall i matematikken?» Jeg ville på en måte lede de litt mot riktig svar med å stille litt sånn ledende spørsmål.	Stille ledende spørsmål	*Høye krav og stillasbygging som støtte* *Læring er en aktiv prosess*
Planen var egentlig bare å gjøre de bevisste på det. Og planen var at hvis de på en måte jobbet seg frem til disse to formlene, hvis de klarte å komme frem til de selv, ville de huske formlene bedre.	Jobbe seg frem til formlene selv	*Læring er en aktiv prosess*
I: Hvordan ville du hjulpet denne eleven videre på noen måte? L3: Jeg som matematikklærer som er litt over gjennomsnittet opptatt av de skal føre ting skikkelig. Jeg ville reagert mest på at de går rett fra 3,14. Også at de skriver «derfor blir formelen for omkrets pi*diameter.» Det gir meg jo ikke noe informasjon. Jeg vil gjerne se at de viser algebraisk fra omkrets delt på diameter = 3,3,. Det er det første jeg ville reagert på for å sjekke om de skjønner det.	Reagerer på det eleven gjør. Sjekke om eleven skjønner.	*Høye krav og stillasbygging som støtte*

Tabell 22.

Alle tre differensieringsprinsippene kommer til utrykk gjennom undervisningen til L3. Eksempelet hvor L3 uttrykker ønsket om at elevene skal klare å komme frem til formelen selv samsvarer med beskrivelsen av aktiv læring hvor eleven får mulighet til å tilegne seg lærestoffet på sin måte og konstruerer kunnskapen selv (Moon, 2005, p. 231). L3 er også opptatt av krav og stillasbygging, noe vi kan se i beskrivelsen av hvordan hun hjelper en elev. Hun tar utgangspunkt i hva eleven har uttrykt, og støtter eleven med reagere på det eleven har gjort, noe som kan bidra til at eleven når læringsmålene; «To accomplish mastery, the teacher provides whatever support is necessary—increasing structure, varying resources use, modifying the complexity of the context, and so on» (Moon, 2005, p. 232). Prinsippet om at læring skjer i en sosial kontekst ser vi også er L3 er opptatt av, både gjennom ønsket om kommunikasjon og læring gjennom samarbeid mellom elevene, og læring i klasserommet med elever som forklarer og viser på tavlen.

Motivasjon

Motivasjon		
Fra intervju	Kode	Autonomi, opplevd kompetanse og tilhørighet
I:I hvilken grad tenker du at elevene kan bestemme noe selv i matematikktimen? L3: Det der er så vanskelig spørsmål. Det kommer sånn veldig an på. Noen ganger lar jeg de velge oppgaver selv, enten på nivå eller type oppgave.	Kan velge type oppgave eller nivå	Autonomi og opplevd kompetanse
I: Hva er det som avgjør hvilke oppgaver du velger å bruke når du jobber med problemløsning og utforskning? L3: Jeg må jo se litt på vanskelighetsgraden på oppgaven. Jeg prøver å velge noe som ikke er for vanskelig, som jeg vet at de fleste vil få til.	Oppgaver som jeg vet de fleste vil få til	Opplevd kompetanse
De er flinke til å kommunisere med hverandre og lære av hverandre. Så jeg kjører som regel det, og prøver å bytte de parene ofte.	Kommuniserer og lærer av hverandre.	Opplevd kompetanse og tilhørighet
I: Hva slags forberedelser gjør du med tanke på organiseringen i klasserommet?	Helklassediskusjon og elever kan vise og forklare på tavlen	Tilhørighet

L3: (…). Og noen ganger kjører vi helklassediskusjoner, og jeg får ofte elevene til å vise og forklare på tavla.		
Så prøver jeg å legge opp til at en som har skjønt det skal hjelpe de andre, hvis det er noen som ikke har skjønt det. Det er liksom vanskelighetsgrad. Det her er jo ikke alltid lett å få til, men jeg prøver jo å alltid å gjøre oppgaven bred eller rik, jeg er ikke helt sikker på hva det heter. Men i hvert fall sånn at det alltid er mulig å gå litt videre, sånn at når de har klart det som er mitt mål, så har de noe mer å jobbe med hvis de blir tidlig ferdig.	Mulig å gå videre hvis man blir ferdig	Autonomi
Det jeg vel sa til slutt til de fleste gruppene hvis de ikke så koblingen til pi, så spurte jeg; «Likner det på et annet kjent tall i matematikken?» Jeg ville på en måte lede de litt mot riktig svar med å stille litt sånn ledende spørsmål.	Stille ledende spørsmål	Opplevd kompetanse
I: Hva tror du motiverer elevene i matematikkundervisningen? L3: (…). Også ser jeg at positiv forsterkning fungerer. Litt ros for de små tingene hjelper.	Bruker positiv forsterkning	Opplevd kompetanse og tilhørighet
I: Hvordan ville du hjulpet denne eleven videre på noen måte? L3: Jeg som matematikklærer som er litt over gjennomsnittet opptatt av de skal føre ting skikkelig. Jeg ville reagert mest på at de går rett fra 3,14. Også at de skriver «derfor blir formelen for omkrets pi*diameter.» Det gir meg jo ikke noe informasjon. Jeg vil gjerne se at de viser algebraisk fra omkrets delt på diameter = 3,3,. Det er det første jeg ville reagert på for å sjekke om de skjønner det.	Reagerer på det eleven gjør	Opplevd kompetanse

Tabell 23.

Når L3 lar elevene velge nivå eller type oppgaver åpner hun for å la elevene velge selv. Det kan føre til at elevene opplever økt autonomi, og bidra til økt indre motivasjon (Deci & Ryan, 1985, p. 38). Det å gi elever valg og mulighet til å agere rasjonelt i læringsaktiviteter og anerkjenne elevers følelser i møte med skolearbeid er blant strategier som kan øke elevers opplevelse av autonomi (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Dette er noe L3 legger til rette for med å la elevene velge nivå eller type oppgaver. L3 gjør tre grep med oppgaver. Hun benytter oppgaver de fleste får til, lar elevene velge og hun stiller ledende spørsmål. Dette kan med beskrivelsen til Ryan og Niemiec bidra til opplevelse av kompetanse for elevene gjennom bruk av passende utfordrende oppgaver til eleven (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Det siste eksempelet er en situasjon hvor L3 forteller beskriver hvordan hun ville hjulpet en elev. Her beskriver hun hjelpen som en relevant tilbakemelding til eleven på det arbeidet eleven har gjort, og det er strategier som kan øke elevens opplevde kompetanse (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Det er verdt å merke seg at sitatet til L3 også er brukt i forrige tabell, med differensieringsprinsipper.

5.0 Diskusjon

I analysen har vi sett informantenes oppgaver og deretter intervjuene av informantene. Min problemstilling spør hvordan lærere tilpasser matematikkundervisningen i arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver**.** I denne delen vil jeg diskutere resultatene fra analysen og se hva faglitteraturen sier.

5.1 Valg av oppgave

Lærerens valg av oppgave danner grunnlag for hvordan elevene vil oppleve arbeidet med oppgavene. Oppgaver hvor mange av variablene mål, metode, svar, kompleksitet og utvidelse er lukket for elevene, kan stille mindre krav til elevens kognitive prosesser, enn oppgaver hvor flere av variablene er åpne. Ulike krav til kognitive prosesser vil sannsynligvis kunne bidra til ulik læring, slik Hiebert og Wearne observerte (Hiebert & Wearne, 1993, p. 395). Dersom oppgaven har flere åpne variabler kan tolkning, forståelse, og fleksibel bruk av kunnskap og ferdigheter bli viktig for eleven når de løser oppgaven. Det kan føre til det Doyle påpekte som viktig, at eleven aktiverer kognitive prosesser på høyre nivå (Doyle, 1988, p. 170). I valg av oppgave dukker det også opp et spørsmål om en skal gi alle elevene samme oppgave. L2 ønsker å tilrettelegge oppgaver til ulike nivå. Å være bevisst på valg av oppgaver kan i seg selv være en tilpasning av undervisningen, dersom oppgaven er tilpasset elevens forutsetninger. Tilrettelegging med oppgaver på ulike nivå kan dermed på å bidra til at eleven får oppgaver som passer til deres forutsetninger, i tråd med det opplæringsloven sier opplæringen skal være (Kunnskapsdepartementet, 1998 § 1-3).

Analysen av oppgavene beskriver et spesifikt mål i oppgaveteksten for de aller fleste oppgavene, slik Yeo beskriver et lukket mål (Yeo, 2017). Dette oppfyller den første betingelsen til det Orton og Frobisher kaller matematisk problem. Dersom de to andre betingelsene (eleven aksepterer utfordringen om å nå målet i oppgaven, og ikke har en klar prosedyre tilgjengelig), er oppfylt kan en med Orton og Frobishers forståelse kalle disse oppgavene for et matematisk problem (Orton et al., 2004, p. 25). Informantene fikk innenfor bestemte kriterier og muligheten til å velge oppgavene de skulle benytte selv (slik vi så i kapittel 3). Av oppgavene som ble benyttet var det kun én oppgave som hadde et åpent mål (informant 1, oppgave 2). Den oppgaven oppfyller betingelsen om fravær av et spesifikt mål i oppgaveteksten, og dermed kan regnes som en utforskning (Orton et al., 2004, p. 25). Informantene foretrakk tydelig problemløsningsoppgaver i stedet for utforskningsoppgaver. Dette kan skyldes at utforskning krever mer av læreren, både i klasserommet og planlegging, slik Goodchild et.al., observerte (Goodchild et al., 2013, p. 410). Med utforskning- og problemløsning som kjerneelementer i matematikk er det grunn til å tro dette kan bidra til at denne typen oppgaver blir en større del av alle aspekter i matematikkundervisningen slik Lester og Cai anbefaler for problemløsning (Lester & Cai, 2016, pp. 119-120). For å illustrere hvordan valg av oppgave kan påvirke både elevenes opplevelse og lærerens tilpasning av undervisning vil jeg benytte meg av to eksempler som informantene benyttet, oppgave 1 til L1, og oppgave 7 til L3. Hensikten er ikke å sammenlikne de to eksemplene, men få frem hvordan ulike oppgaver kan gi ulike opplevelser for eleven og åpne for ulike tilpasninger hos læreren.

Oppgave 1(L1)
Du skal velge tre ensifrede tall i bunnen av pyramiden. Fyll pyramidene med å addere tallene oppover. Hvor mange forskjellige pyramider kan du lage med tre tall i bunnen?

Oppgaven gir eleven et utgangspunkt. I oppgaven 1 til L1 observerte vi lukket mål. De andre variablene er åpne og henholdsvis veldefinerte (metoden og svaret), og personavhengig (kompleksiteten og utvidelsen). For noen elever vil denne oppgaven være tilpasset akkurat til deres nivå. Dersom eleven opplever å bli utfordret, og samtidig oppleve mestring gjennom veiledning fra læreren eller en medelev kan oppgaven være innenfor elevens nærmeste utviklingssone, i tråd med teorien til Vygotsky. Da kan en hevde opplæringen er tilpasset til elevens forutsetninger, slik opplæringsloven sier (Kunnskapsdepartementet, 1998). Dersom oppgaven er for lett for eleven, vil ikke oppgaven være et problem for eleven, og heller en rutineoppgave slik både Pólya og Schoenfeld beskriver (Pólya, 1971; Schoenfeld, 1985). Å addere tall oppover i pyramiden kan for noen elever også likne det Doyle kaller familiar work hvor oppgaven er rutineoppgave hvor eleven bruker standardiserte operasjoner eller prosedyrer for å komme frem til svarene (Doyle, 1988, p. 173). Den åpne metoden i oppgaven gir mulighet for flere løsninger hos elevene. L1 lot elevene velge tall, begrenset til ensifrede tall, før han endret oppgaven og ba elevene multiplisere i stedet for å addere, og til slutt lot de begynne på toppen i stedet for på bunnen av pyramiden. Elevene fikk underveis mulighet til å velge hvilken variant av oppgavene de ønsket å gjøre. Elever som opplever oppgaven som familiar work, kan utvidelsen hvor de skal begynne på toppen i pyramiden føre til at arbeidet blir det Doyle kaller novel work for eleven, som innebærer at eleven selv skal finne ut hvordan oppgaven skal løses, hva eleven skal produsere og hvordan eleven skal gjøre det (Doyle, 1988, p. 173). Utvidelsen kan også bidra til at eleven kan utvide det Niss og Jensen kaller aksjonsradiusen for kompetansen, situasjoner og kontekster eleven klarer å aktivere kompetansen i, i dette tilfellet problembehandlingskompetansen (Niss & Jensen, 2002, p. 65). Elever som ikke opplevde oppgaven L1 startet med som et problem, kan kanskje oppleve en av utvidelsene som et problem. Dersom utvidelsen eller begrensningene bidrar til at oppgaven blir passe utfordrende kan det bidra til å øke elevens opplevelse av kompetanse slik Niemiec og Ryan anbefaler (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Ved å la elevene velge tall, kan elevene oppleve valg i arbeid med oppgaven, som kan bidra til å øke elevers opplevelse av autonomi (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). At tankegangskompetanse og problembehandlingskompetanse dukker opp sammen slik det gjør i beskrivelsen av pyramidene til L1 samsvarer med det Niss og Jensen sier om at de to kompetansene er tett knyttet sammen. Ved å gjøre det på denne måten åpner L1 for å la elevene å jobbe med ulike varianter av oppgavene, på elevens nivå. Undervisningen til L1 kan minne om et syn på tilpasset opplæring som en ideologi, hvor det ikke er enkelttiltak som er viktigst, men tilpasset opplæring for alle elevene, det Bachmann og Haug beskrev som en vid tilnærming til tilpasset opplæring (Bachmann & Haug, 2006, p. 7). En fordel med oppgaven til L1 er at oppgaven kan utvides. Både kompleksiteten og utvidelsen i oppgaven er åpen og det utnytter L1 som vi har sett, med å utvikle flere varianter av oppgaven. Det gir L1 flere muligheter til å tilpasse opplæringen til elevene.

Oppgave 7 (L3)

Bruk hyssing til å finne forholdet mellom omkretsen og diameteren til de ulike lokkene. Før resultatene dine i en passende tabell.

For oppgave 7 til L3 er mål, svar og potensialet for utvidelse i oppgaven lukket. Metoden er en del av oppgavens egenart og kompleksiteten er personavhengig. I analysen så vi L3 tilpasse ved å stille ledende spørsmål til elever hun opplevde ikke hadde skjønt oppgaven, og gi konkrete beskjeder om hva de skal gjøre til elever som startet i feil retning. Dette er tiltak som kan gjøre oppgaven mindre kompleks for elevene, i tråd med prinsippet om krav og stillasbygging. De ledende spørsmålene til L3 minner om critical marking features, hvor en hjelper eleven med å legge vekt på deler av oppgaven, som en støtte for eleven (Wood et al., 1976, p. 98). Tiltaket til L3 kan føre til at eleven mestrer oppgaven og får en opplevelse av kompetanse, og som igjen kan føre til økt motivasjon (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). I arbeid med denne oppgaven er det symbol- og formalismekompetansen som kommer mest til uttrykk i undervisningen til L3. Oppgavens natur er med på å bidra til et naturlig fokus på både forståelse og bruk av regler for algebraiske symboler, som L3 fremhever. Samtidig så er også tankegangskompetansen fremtredende i undervisningen til L3, noe en ser av fokuset på matematiske spørsmål og begreper. En annen ting er de pedagogiske prinsippene for differensiering. Oppgaven til L3 legger naturlig til rette for en aktiv læringsprosess hvor elevene selv skal måle og finne ut av ting, i tråd med det Moon sier om aktiv læring hvor eleven selv skal konstruere kunnskapen gjennom aktivitet (Moon, 2005). Denne aktive læringsprosessen minner om en vitenskapelig tilnærming til undervisning, som en inquiry-tilnærming til undervisning innebærer (Artigue & Blomhøj, 2013, p. 797). Et sitat fra L3 i analysen bidrar til å illustrere denne tilnærmingen: «Målet mitt var jo bare at de skulle forstå hvor disse formlene kommer fra. Hvorfor er omkrets lik diameter * pi» (Utdrag fra analyse). Denne måten å arbeide på kan bidra til at elevene får en relasjonell forståelse som handler om å lære seg hva man skal gjøre og hvorfor (Skemp, 2006, p. 89). Med å jobbe så selvstendig slik L3 legger opp til, så er det sannsynlig at elevene lærer å ta i bruk ulike aspekter ved symbol og formalismekompetansen og bli mer selvstendig, slik dekningsgraden Niss og Jensen er opptatt av (Niss & Jensen, 2002, p. 65). For oppgaven til L3 er utvidelsen lukket, og gjør det vanskeligere for læreren å utvide oppgaven. Dermed fører dette til at når elever er ferdige så går de videre til neste oppgave. Dette kan medvirke til at noen elever ikke blir utfordret med oppgaver hvor de kan aktivere kognitive prosesser på høyt nivå (Doyle, 1988). Om eleven blir ferdig og ikke blir utfordret med en oppgave som passer elevens nivå, så kan en argumentere for at det ikke tilrettelegges for at eleven oppnår størst mulig læringsutbytte, slik overordnet del hevder (Kunnskapsdepartementet, 2017b, p. 16). Dette kan oppfattes som en streng tolkning, men prinsippet om tilpasset opplæring gjelder som vi har sett for alle elever, også de på høyt nivå i matematikk.

For å oppsummere denne delen, kan vi se at lærerens valg av oppgave er viktig i arbeid med å tilpasse opplæringen. Oppgaven i seg selv kan være en tilpasning av undervisningen til eleven, dersom den passer til elevens forutsetninger. Eller læreren kan tilpasse til eleven med å endre betingelser ved oppgaven. En måte det kan gjøres på, er ved å benytte fagdidaktiske tiltak som å utvide, åpne eller lukke ulike variabler i oppgaven. For å få best mulig læringsutbytte av oppgaver hvor det legges opp til samarbeid og diskusjoner slik mange av eksemplene illustrerer, kan det være hensiktsmessig å være bevisst på de sosiomatematiske normene i klasserommet. Det innebærer for eksempel å gi elevene e forståelse for hva en regner som en godkjent matematisk løsning eller et matematisk argument (Yackel & Cobb, 1996, p. 461). Lærerens valg av oppgave er viktig for hva slags læringsutbytte elevene i arbeid med oppgavene. Det krever bevissthet hos læreren i undervisningen av oppgavene å legge til rette for at elevene skal oppnå det læringsutbytte læreren ønsker. Differensieringsprinsipper kan også brukes i arbeid med oppgavene, for å bidra til å tilpasse opplæringen for elevene. Det kan være med på å tilpasse opplæringen.

5.2 Et tiltak kan ha flere mål

L2 var opptatt å variere nivået på gruppene. Med å benytte grupper er det læring i en sosial kontekst (Moon, 2005, p. 226) I tillegg legger tiltaket opp til at elevene kan hjelpe hverandre, slik prinsippet om høye krav og stillasbygging innebærer. Dette kan føre til oppgaven blir tilpasset til noen elever fordi de får støtte fra andre elever som kan mer. Dette kan medvirke til å gi elevene en opplevelse av kompetanse (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141). Dersom elevene ser andre elever på gruppen oppleve suksess i møte med oppgaven, eller ennå viktigere, de opplever selv suksess i møte med en oppgave, kan det bidra til å øke mestringstroen til eleven (Bandura, 1977, p. 195).   L1 hadde en variant av oppgaven med pyramidene hvor noen elever ble oppfordret til å tegne inn alle mulige pyramider med a, b og c i bunn. Med denne varianten av oppgaven kan L1 bidra til å få frem matematisk læringsutbytte i form av problembehandlingskompetanse, representasjonskompetanse, og symbolisme- og formalismekompetanse. Ut fra den opprinnelige varianten av oppgaven med bare tall, så har L1 benyttet seg av en åpen utvidelse i oppgaven og utvidet oppgaven for eleven og samtidig åpnet kompleksiteten for eleven (Yeo, 2017). Dersom oppgaven er krevende nok, kan den også bidra til at eleven får øvelse i å jobbe på et dypere nivå enn eleven evner fra tidligere, og øke elevens tekniske nivå (Niss & Jensen, 2002, p. 65). Ved å legge til rette for at noen elever kan jobbe med dette, kan elevene oppleve at de blir utfordret med passende oppgaver og støtte fra læreren, begge faktorer som er viktige for å engasjere elevene i argumentasjon og matematisk tenkning (Henningsen & Stein, 1997, p. 546). Stillasbyggingen kan elevene oppleve ved at læreren ser hva de mestrer og gir dem muligheten til å prøve seg på denne oppgaven. Dette finner vi både igjen i de seks prinsippene for stillasbygging, og i prinsippene for differensiering (Moon, 2005, p. 226; Wood et al., 1976, p. 98). For at eleven skal oppleve kompetanse betinger det at eleven opplever at oppgaven ikke er for lett(eller for vanskelig).Ved hjelp av oppgavevarianten til L1 kan eleven oppleve å få oppgaver som passer til sitt nivå. Det kan gi en følelse av kompetanse, og tilhørighet ved at læreren møter elevene der de er, og eleven får oppgaver som passer til forutsetningene (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141).

«Hos de andre er det viktigste at de har skjønt hva jeg mener med forhold og hva de andre begrepene i oppgaven egentlig spør om da, ja. (…)». Eksempelet illustrerer L3s beskrivelse av noe ønsker i sin undervisning. Fokuset å begreper og forhold for noen elever kan være med på å gi de nevnte elevene økt læringsutbytte i form av tankegangskompetanse. Kanskje kan det også bidra til å dekningsgraden om teknisk nivå, som også innebærer hvor avansert begrepsmessig en kan gå innenfor en kompetanse, i vårt tilfelle tankegangskompetansen (Niss & Jensen, 2002, p. 65). Dette kan også være med på å bidra til at eleven opplever støtte hos læreren, og dermed bruk av differensieringsprinsipper med bruk av stillasbygging (Moon, 2005, p. 226). Dette tiltaket kan bidra til å gi elevene opplever at oppgaven er passe utfordrende, og med det får følelsen av kompetanse (Niemiec & Ryan, 2009, p. 141).

Resultatene viser læreres valg av oppgave har betydning for matematisk læringsutbytte. Som analysen har vist, kan en se tiltak i undervisningen kan ha flere mål. Ett tiltak fra læreren i gjennomføring av oppgaven, kan være ett spørsmål, en tilbakemelding, eller en variant av oppgaven fra læreren eller noe annet som kan hjelpe elevene. Ett tiltak kan bidra til at de ulike variablene i oppgaven endrer seg for eleven. Tiltaket kan også få (andre) differensieringsprinsipper i spill. Tiltaket kan gi effekter i form av både endret matematisk læringsutbytte og opplevelse av autonomi, opplevd kompetanse og tilhørighet for eleven. I tillegg kan eleven dersom tiltaket utfordrer eleven på et passende nivå, utvikle en eller flere dekningsgrader innenfor kompetansene. Å gi elevene gode opplevelser med oppgaven kan igjen bidra til å øke elevenes mestringstro. Vi ser at ett og samme tiltak kan bidra til å flere mål, og det bør motivere læreren til å være bevisst hvilke oppgaver læreren velger å benytte, og hva slags tiltak læreren gjør underveis. Resultatene antyder at lærere bruker fagdidaktiske og pedagogiske tiltak som kan bidra til å gi elevene opplevelse av kompetanse, autonomi og tilhørighet. I teorikapittelet så vi det ble tatt opp ulike oppfatninger av hensikten med differensieringen. Differensieringen har vi i teorien sett både ha som mål å minke forskjellene mellom elevene eller å forsterke eller øke forskjellene (Skaalvik et al., 1995, p. 47). I overordnet del kunne vi se at hva som er elevens beste, er et kjernespørsmål som må besvares hver dag i skolen (Kunnskapsdepartementet, 2017a). Læreplanen er tydelig på at undervisningen skal ta hensyn til elevenes forutsetninger og tilrettelegges for både utfordring og mestring. Hensikten med differensiering er i læreplanen uklar. En tolkning av det kan være at det i mangel på tydelig hensikt, er opp til skolen og lærerne å tolke også hensikten med differensieringen selv. Inntil det kommer en klarere formulering, kan ikke læreren gjøre annet enn å besvare spørsmålet om hva som er elevens beste, og tilpasse opplæringen etter beste evne. Da kan tiltakene vi har sett i analysen og de mulige effektene tiltakene kan gi være med på å bidra til å nå ett overordnede mål om å tilpasse opplæringen til elevene. Vi har i denne oppgaven sett at lærerens tilrettelegging for at elevene kan oppleve kompetanse, autonomi og tilhørighet, og det kan bidra til å styrke elevenes indre motivasjon. Det kunne vært hensiktsmessig med mer forskning om hva slags kunnskap og kompetanse som kreves av læreren for å kunne gjennomføre god tilpasset opplæring

Praktiske og teoretiske implikasjoner

Undersøkelsen tillot lærerne å velge oppgave, og gjennomføre undervisningen, uten forsker tilstede i klasserommet. Det kan ha bidratt til å gjøre undervisningssituasjonen i denne undersøkelsen mer lik situasjoner vanlige undervisningssituasjoner. At jeg som forsker ikke kunne være tilstede i klasserommet, kan føre til at en har går glipp av relevant informasjon knyttet til problemstillingen. En annen ulempe å ikke være tilstede i undervisningen, er at det kan svekke reliabiliteten i intervjuet, ved at informanten kan endre sine beskrivelser av undervisningen.

6.0 Oppsummering

Kjernen i denne undersøkelsen har tatt for seg læreres tilpasning av matematikkundervisningen. Problemstillingen har vært: Hvordan tilpasser lærere matematikkundervisningen i arbeid med utforskning- og problemløsningsoppgaver? I første del av analysen er oppgavene undersøkt med bruk av rammeverket til Yeo. I andre del analyserte vi intervjuet med lærerne. Yeos rammeverk for åpenhet av oppgaver, og Niss og Jensens modell for matematiske kompetanser har vært grunnlaget for fagdidaktisk teori som ble brukt sammen med pedagogiske prinsipper i analysen. Læreres valg av oppgave, fagdidaktiske og pedagogiske tiltak underveis i gjennomføring av oppgaven er drøftet med hensyn på planlagt matematisk læringsutbytte, samt elevenes opplevelse av autonomi, opplevd kompetanse, tilhørighet og mestringstro. Resultatene tyder på at lærere bruker fagdidaktiske og pedagogiske tiltak som kan bidra til å gi elevene opplevelse av kompetanse, autonomi og tilhørighet.

Referanser

Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering : matematikkfaget som kasus* (Vol. 02/2003). Notodden: Telemarksforsking.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM : The International Journal on Mathematics Education, 45*(6), 797-810. doi:10.1007/s11858-013-0506-6

Bachmann, K., & Haug, P. (2006). *Forskning om tilpasset opplæring*(Vol. nr 62).

Bandura, A. (1977). *Social learning theory*. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall.

Dale, E. L., Lindvig, Y., & Wærness, J. I. (2005). *Tilpasset og differensiert opplæring i lys av Kunnskapsløftet* (Vol. 10/2005). Oslo: Læringslaben forskning og utvikling.

Deci, E. L., Deci, E. L., Nezlek, J., & Sheinman, L. (1981). Characteristics of the rewarder and intrinsic motivation of the rewardee. *Journal of personality and social psychology, 40*(1), 1-10. doi:10.1037//0022-3514.40.1.1

Deci, E. L., Koestner, R., & Ryan, R. M. (1999). A Meta-Analytic Review of Experiments Examining the Effects of Extrinsic Rewards on Intrinsic Motivation. *Psychol Bull, 125*(6), 627-668. doi:10.1037/0033-2909.125.6.627

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic Motivation and Self-Determination in Human Behavior*(1st ed. 1985. ed.).

Dobber, M., Zwart, R., Tanis, M., & van Oers, B. (2017). Literature review: The role of the teacher in inquiry-based education. *Educational research review, 22*, 194-214. doi:10.1016/j.edurev.2017.09.002

Doyle, W. (1988). Work in Mathematics Classes: The Context of Students' Thinking During Instruction. *Educational psychologist, 23*(2), 167-180. doi:10.1207/s15326985ep2302_6

Fisher, C. D. (1978). The effects of personal control, competence, and extrinsic reward systems on intrinsic motivation. *Organizational behavior and human performance, 21*(3), 273-288. doi:10.1016/0030-5073(78)90054-5

Flink, C., Boggiano, A. K., & Barrett, M. (1990). Controlling Teaching Strategies: Undermining Children's Self-Determination and Performance. *Journal of personality and social psychology, 59*(5), 916-924. doi:10.1037/0022-3514.59.5.916

Goodchild, S., Fuglestad, A. B., & Jaworski, B. (2013). Critical alignment in inquiry-based practice in developing mathematics teaching. *Educational studies in mathematics, 84*(3), 393-412. doi:10.1007/s10649-013-9489-z

Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for research in mathematics education, 28*(5), 524-549. doi:10.2307/749690

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic. *American educational research journal, 30*(2), 393-425. doi:10.3102/00028312030002393

Jenssen, E. S. (2012). Tilpasset opplæring i norsk skole. Politikeres, skoleledere og læreres handlingsvalg. In: The University of Bergen.

Johannessen, A., Christoffersen, L., & Tufte, P. A. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (4. utg. ed.). Oslo: Abstrakt.

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., & National Research, C. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*.

Krogh, T. (2009). *Hermeneutikk : om å forstå og fortolke*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Kunnskapsdepartementet. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova)*. https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61/§1-3: https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61/§1-3 Retrieved from https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61/§1-3

Kunnskapsdepartementet. (2016). *Fag – Fordypning – Forståelse*

En fornyelse av Kunnskapsløftet (Meld. St. 28 (2015–2016)). Retrieved from https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/?ch=1

Kunnskapsdepartementet. (2017a). *Overordnet del - Profesjonsfellesskap og skoleutvikling*. Retrieved from https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/om-overordnet-del/

Kunnskapsdepartementet. (2017b). *Overordnet del - Undervisning og tilpasset opplæring*. Retrieved from https://www.regjeringen.no/contentassets/53d21ea2bc3a4202b86b83cfe82da93e/overordnet-del---verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen.pdf

Kunnskapsdepartementet. (2020). Høring. Retrieved from https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2019-23/id2687171/?expand=horingsbrev&lastvisited=630d4c47-33d4-4f95-90e1-dd4347587722

Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M., & Rygge, J. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg. ed.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Lester, F. K. (1994). Musings about Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for research in mathematics education, 25*(6), 660-675. doi:10.2307/749578

Lester, F. K., & Cai, J. (2016). Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. In (pp. 117-135). Cham: Cham: Springer International Publishing.

Lester, F. K., & National Council of Teachers of, M. (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : Vol. 2* (Vol. Vol. 2). Charlotte, N.C: Information Age.

Malterud, K. (2012). Systematic text condensation: A strategy for qualitative analysis. *Scandinavian Journal of Public Health, 40*(8), 795-805. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/45150634

Matematikksenteret. 3 egg til frokost. Retrieved from https://www.matematikk.org/tekstnott.html?tid=189599

Matematikksenteret. 3 små gutter. Retrieved from https://www.matematikk.org/tekstnott.html?tid=105086

Matematikksenteret. Abbor i innsjø. Retrieved from https://www.matematikk.org/tekstnott.html?tid=105046

Matematikksenteret. Avisen med få sider. Retrieved from https://www.matematikk.org/tekstnott.html?tid=217352
Matematikksenteret. Elever med stort læringspotensial. Retrieved from https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling-i-skolen/elever-med-stort-l%C3%A6ringspotensial
Matematikksenteret. Navigasjonsproblemet. Retrieved from https://www.mattelist.no/485
Matematikksenteret. Problemløsningsoppgaver. Retrieved from https://www.matematikk.org/tekstnott/?klassetrinn_tids[]=66049&klassetrinn_tids[]=66050&klassetrinn_tids[]=66051
Moon, T. R. (2005). The Role of Assessment in Differentiation. *Theory into practice, 44*(3), 226-233. doi:10.1207/s15430421tip4403_7
Niemiec, C. P., & Ryan, R. M. (2009). Autonomy, competence, and relatedness in the classroom: Applying self-determination theory to educational practice. *Theory and research in education, 7*(2), 133-144. doi:10.1177/1477878509104318
Niss, & Jensen. (2002). *Kompetencer og matematiklæring –*

Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. Retrieved from https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Kompetencer%20og%20matematikl%C3%A6ring.pdf
Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational studies in mathematics, 102*(1), 9-28. doi:10.1007/s10649-019-09903-9
NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole, fornyelse av fag og kompetanser*. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=1: https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=1 Retrieved from https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=1
NOU 2016:4. (2016). *Mer å hente — Bedre læring for elever med stort læringspotensial*. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2016-14/id2511246/: https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2016-14/id2511246/ Retrieved from https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2016-14/id2511246/
NOU 2019:23. (2019). *Ny opplæringslov*. Retrieved from https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2019-23/id2682434/
NRICH. (2013). Low Threshold High Ceiling - an Introduction. Retrieved from https://nrich.maths.org/10345
Olsen, M. H., & Haug, P. (2020). *Tilpasset opplæring* (1. utgave. ed.). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
Orton, A., Frobisher, L., & Frobisher, L. (2004). *Insights into Teaching Mathematics*. London, UNITED KINGDOM: Bloomsbury Publishing Plc.
Ottemo, K. G. (2020). Problemløsning i norske eksamensoppgaver i matematikk: en studie av fremstillingen av problemløsningsoppgaver i algebra basert på en analyse av norske eksamensoppgaver fra 2009 til 2019. In.
Pantziara, M., & Philippou, G. N. (2015). Students' Motivation in the Mathematics Classroom. Revealing Causes and Consequences. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(S2), 385-411. doi:10.1007/s10763-013-9502-0
Patall, E. A., Cooper, H., & Wynn, S. R. (2010). The Effectiveness and Relative Importance of Choice in the Classroom. *Journal of educational psychology, 102*(4), 896-915. doi:10.1037/a0019545
Polya, G. (1945). *How to Solve It*

A New Aspect of Mathematical Method: Princeton University Press.
Pólya, G. (1971). *How to solve it : a new aspect of mathematical method* (2nd ed. ed.). Princeton, N.J: Princeton University Press.

Ryan, R. M. (1982). Control and information in the intrapersonal sphere: An extension of cognitive evaluation theory. *Journal of personality and social psychology, 43*(3), 450-461. doi:10.1037//0022-3514.43.3.450

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-Determination Theory and the Facilitation of Intrinsic Motivation, Social Development, and Well-Being. *The American psychologist, 55*(1), 68-78. doi:10.1037/0003-066X.55.1.68

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, Fla: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (2007). What Is Mathematical Proficiency and How Can It Be Assessed? In (pp. 59-74).

Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching in the middle school, 12*(2), 88-95.

Skaalvik, E. M., Fossen, I., & Skaalvik, S. (1995). *Tilpassing og differensiering : idealer og realiteter i norsk grunnskole*. Trondheim: Tapir.

Skaalvik, E. M., & Skaalvik, S. (2013). *Skolen som læringsarena : selvoppfatning, motivasjon og læring* (2. utg. ed.). Oslo: Universitetsforl.

Stadler, M. (2011). Utforskende oppgaver med

tallpyramider. *4*, 8-11. Retrieved from http://www.caspar.no/tangenten/2011/t-2011-4.pdf

Tjora, A. H. (2012). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (2. utg. ed.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Utdanningsdirektoratet. (2019a). *Hva er kjerneelementer*. Retrieved from https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2019b). *Kjerneelement (Mat01-05)*. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer: https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer Retrieved from https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Tilpasset opplæring*. Retrieved from https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/

Utdanningsdirektoratet. (2021). *Eksempeloppgaver i matematikk for 10. trinn*. Retrieved from https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/eksempeloppgaver/eksempeloppgaver-i-matematikk-grunnskolen/#159917

Vygotskiĭ, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society : the development of higher psychological processes*.

Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). THE ROLE OF TUTORING IN PROBLEM SOLVING*. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 17*(2), 89-100. doi:https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for research in mathematics education, 27*(4), 458-477. doi:10.2307/749877

Yeo, J. B. W. (2017). Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(1), 175-191. doi:10.1007/s10763-015-9675-9

Vedlegg

Intervjuguide

- Informer om bruk av lydopptak og hva det vil bli brukt til
- Sjekk igjen om det er greit for informanten at det blir gjort lydopptak
- Informer om mulighet til å trekke seg fra studien og hvordan det evt. kan gjøres ved hjelp av mail eller telefon

	Intervjuspørsmål
Hva vil jeg finne ut?	Innledende spørsmål
Lærerens matematikklærer-erfaring Oppvarmingsspørsmål.	Hvor lenge har du jobbet som matematikklærer?
Lærerens matematikklærer-erfaring Oppvarmingsspørsmål.	Hvilket klassetrinn jobber du med?
Oppvarmingsspørsmål. Stille spørsmål læreren forhåpentligvis er komfortabel med å svare på.	Hvilken faglig bakgrunn har du?
Oppvarmingsspørsmål. Stille spørsmål læreren forhåpentligvis er komfortabel med å svare på.	Hvor lenge har du jobbet med klassen(e) du har nå?
Oppvarmingsspørsmål. Stille spørsmål læreren forhåpentligvis er komfortabel med å svare på. I tillegg: Mulige momenter læreren vektlegger i undervisningen som kan knyttes til tilpasset opplæring.	Hva er det du opplever som positivt med å undervise i matematikk?
	Utforskning og problemløsning
Begrepsavklaring hos informanten	Hva legger du i begrepene *utforsking og problemløsning* i matematikk?
Begrepsavklaring hos informanten	Mulige oppfølgingsspørsmål: - Hva tenker du *utforsking* og *problemløsning* har til felles - Hva tenker du evt. skiller de to begrepene?
Undersøke om problemløsning undervises som eget eller fraskilt emne, jmf. Lester og Cai(2016).	Hvor mye tid bruker dere på problemløsning og utforskning i undervisningen?
Undersøke om problemløsning undervises som eget eller fraskilt emne, jmf. Lester og Cai(2016).	I hvilken sammenheng arbeides det med utforskning og problemløsningsoppgaver i undervisningen?
	Mulig oppfølgingsspørsmål: - Er det som et eget emne/tema eller som en del av noe annet?

	Valg av oppgave og gjennomføring av undervisning
Lærerens valg av oppgave (Yeo), matematisk læringsutbytte(Niss og Jensen)	Hva er det du bruker tid på i planleggingen før undervisningen?
Lærerens valg av oppgave og beskrivelsen av variablene i oppgaven (Yeo) Matematisk læringsutbytte(Niss og Jensen)	Kan du beskrive oppgaven de jobbet med?
Lærerens valg av oppgave (Yeo), matematisk læringsutbytte(Niss og Jensen)	Mulige oppfølgingsspørsmål - Hva var det du ønsket å oppnå med å benytte disse oppgavene? - Hva var bakgrunnen for at du valgte disse oppgavene?
Lærertiltak i undervisningen med oppgavene (Yeo) differensieringsprinsipper (Moon)	Kan du beskrive hvordan du presenterte oppgaven for elevene?
Matematisk læringsutbytte(kompetanser) Lærertiltak i undervisningen med oppgavene (Yeo) differensieringsprinsipper (Moon)	Hva slags forventinger har du til elevenes arbeidsprosess når de arbeider med oppgaver til disse oppgavene?
differensieringsprinsipper (Moon) Matematisk læringsutbytte(kompetanser)	Hva slags forventninger har du til samarbeid mellom elevene?
Lærertiltak i undervisningen med oppgavene (Yeo) differensieringsprinsipper (Moon)	Hva slags løsninger forventet du at elevene skal komme opp med? Med løsning mener jeg både metode og svar.
Lærertiltak i undervisningen med oppgavene (Yeo) Matematisk læringsutbytte(Niss og Jensen) og mulige differensieringsprinsipper (Moon)	Hvordan ønsket du at de skulle uttrykke løsningene?
Matematisk læringsutbytte(kompetanser) Motivasjon (Ryan og Deci)	Hvor ønsker du at elevene er kommet når de er ferdige med oppgavene, med tanke på nivå?
Lærertiltak i undervisningen med oppgavene (Yeo) differensieringsprinsipper (Moon)	Hva tenker du at du som lærer kan bidra med for at de skal kunne nå dit?
Lærertiltak i undervisningen med oppgavene (Yeo) differensieringsprinsipper (Moon)	Hvis det er elever på ulikt nivå underveis, hvordan forholder du deg til det i undervisningen?
Dette ble lagt til for intervju med informant 2 og 3 Matematisk læringsutbytte(kompetanser) Lærertiltak i undervisningen med oppgavene (Yeo) differensieringsprinsipper (Moon)	Viser en elevbesvarelse til informanten. Hvordan vil du hjelpe en elev som viser denne forståelsen?

Dette ble lagt til for intervju med informant 2 og 3 Matematisk læringsutbytte(kompetanser) Lærertiltak i undervisningen med oppgavene (Yeo) differensieringsprinsipper (Moon)	Viser en annen elevbesvarelse til informanten. hvordan vil du hjelpe en elev som viser denne forståelsen?
Opplevd kompetanse, autonomi, tilhørighet (Ryan og Deci) og mestringstro (Bandura)	Hva er grunnen til at du vil hjelpe de ulikt?
Opplevd kompetanse, autonomi, tilhørighet (Ryan og Deci) og mestringstro (Bandura)	Hvilket syn på matematikk ønsker du at elevene dine skal utvikle?
Opplevd kompetanse, autonomi, tilhørighet (Ryan og Deci) og mestringstro (Bandura)	Hva tenker du motiverer elevene i matematikkundervisningen?
Opplevd kompetanse(Ryan og Deci) mestringstro (Bandura)	Hva tenker du bidrar til at elevene opplever mestring i faget?
Opplevd kompetanse, mestringstro (Bandura)	Mulig oppfølging: - I hvilken grad tenker du elevene opplever mestring i denne timen?
Sosiomatematiske normer(Yackel og Cobb)	Det gjøres jo ofte en del feil i matematikk. Hva tenker du når elevene gjør feil i matematikk?
Sosiomatematiske normer (Yackel og Cobb)	Mulig oppfølgingspørsmål: - Hva ønsker du at elevene skal tenke når de gjør feil?
Opplevd kompetanse, autonomi, tilhørighet (Ryan og Deci) og mestringstro (Bandura)	Hva er det elevene evt. kunne bestemme selv i arbeid med disse oppgavene?
	Avslutning
Effekt av implementering av ny læreplan og kjerneelementer	Har innføringen av ny læreplan ført til endringer i hvordan du legger opp matematikkundervisningen?
	Mulig oppfølgingsspørsmål - Gjør dere noe annerledes enn tidligere, i så fall, hva?
Avrundingsspørsmål	Har du mer du vil tilføye eller legge til, til det vi har snakket om?

Vil du delta i forskningsprosjektet

Utforsking og problemløsning i matematikk?

Informasjonsskriv

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere arbeider med utforsking og problemløsning i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse som informant vil innebære for deg.

Du får denne henvendelsen fordi du er lærer i matematikk på 8. eller 9. trinn. Hensikten med prosjektet er å undersøke hvordan det arbeides med utforskning og problemløsning i matematikk. Prosjektet er en del av en masteroppgave. OsloMet er ansvarlig for prosjektet. Jeg (Henrik Schjøth) skriver oppgaven og George Harry Hitching er veileder for prosjektet. Det er ønskelig med 3-4 lærere som underviser i matematikk på 8. eller 9. trinn som informanter.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet innebærer det at jeg vil observere en av dine undervisningstimer hvor det arbeides med utforsking og problemløsning. I etterkant av timen vil jeg intervjue deg. Tema for spørsmålene i intervjuet vil være forventinger til elevene, planlegging og bruk av oppgaver i matematikk. Jeg vil ikke innhente noen opplysninger om elever. Under observasjonen vil jeg notere på PC. I intervjuet ønsker jeg å benytte lydopptak.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er kun veileder og meg som har tilgang til opplysningene. Navn og kontaktopplysningene vil jeg lagre kryptert på egen minnepenn, adskilt fra øvrige data. Lydopptaket vil også lagres i kryptert fil på minnepenn. Oppgaven vil kunne inneholde observasjoner fra undervisningstimen og sitater fra selve intervjuet. Dine data vil bli anonymisert i prosjektoppgaven slik at du ikke skal kunne identifiseres i prosjektoppgaven. Som forsker følger jeg etiske retningslinjer. Jeg har taushetsplikt og alle personopplysninger vil være konfidensielle.

Følgende personopplysninger vil bli innhentet: Navn, kjønn, e-post, mobilnummer, antall års arbeidserfaring som matematikklærer, fylke hvor du arbeider. Navn, mobil og epost blir innhentet for at vi skal kunne kommunisere, og kunne avtale tid og sted for observasjon og intervju, og dersom du skulle ønske å trekke deg fra studien.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er mai 2021. Personopplysninger og lydopptak vil bli slettet ved prosjektslutt.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Oslomet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- George Harry Hitching, professor ved OsloMet. Mail: gehahi@oslomet.no
- Vårt personvernombud: Ingrid S. Jakobosen. E-post: personvernombud@oslomet.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

George Harry Hitching
Prosjektansvarlig
(Forsker/veileder)
Tlf: 67237434

Henrik Schjøth
Student
Mobil: 99500349

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *utforsking og problemløsning i matematikk*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i observasjon
- ☐ å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

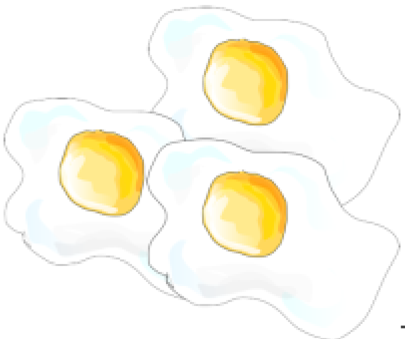
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Oppgave diverse tema uke 4

Oppgave 1:

Tekstnøtt: 3 egg til frokost

Oppgaven:

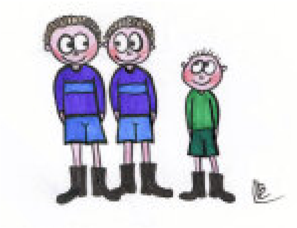


To fedre og to sønner spiste 3 egg til frokost. Hver av dem spiste nøyaktig ett egg.
Hvordan kan dette stemme?

Oppgave 2:

Tekstnøtt: 3 små gutter

Oppgaven:

 Illustrert av Birte Lohne Løvdal

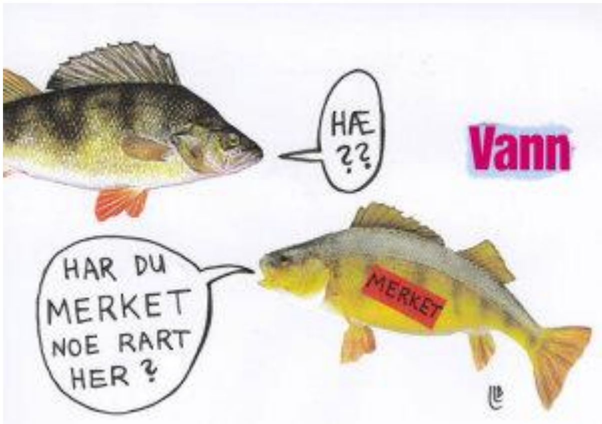
Hvor gamle er de tre guttene gitt at:

- Produktet av aldrene til alle tre er 72.
- To av guttene er tvillinger.
- Den yngste er ikke tvilling.

Oppgave 3:

Tekstnøtt: Abbor i innsjø

Oppgaven:



Illustrert av Birte Lohne Løvdal

Jon skulle bestemme antall abbor i en innsjø. Han fanget og merket 80 abborer og slapp dem tilbake i innsjøen. Noen uker senere fanget han 60 abborer, hvorav 6 av disse var merket. Hvor mange abborer kan Jon anta at det fantes i innsjøen?

Oppgave 4:

Tekstnøtt: Avisen med få sider

Oppgaven:


En avis er laget av brettede ark der avisens bakerste side har sidenummer 20. Avisen mangler arket med sidetall 13. Hvilke andre sidetall mangler i avisen?

En introduksjon til sirkelgeometri

Oppgave 1: Sirkelens omkrets

Utstyr:

Hyssing
Saks
Runde lokk – forskjellig størrelse (minst 4)
Linjal
Papir

Bruk hyssing til å finne ***forholdet*** mellom ***omkretsen*** og ***diameteren*** til de ulike lokkene.

a. Før resultatene dine i en passende tabell.
b. Hva fant du ut om forholdet?
c. Bruk resultatene dine til å finne en ***formel*** for sirkelens omkrets.