

MASTEROPPGAVE

Masterstudium i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikk og matematikkdidaktikk

Mai 2020

En kvalitativ analyse av lærerens undervisningskunnskap i
matematikk ved respons på uforutsette hendelser i
matematikklasserommet

Ingrid Kristine Sanderød



OsloMet – storbyuniversitetet

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier

Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Sammendrag

Tittel: En kvalitativ analyse av lærerens undervisningskunnskap i matematikk ved respons på uforutsette hendelser i matematikklasserommet

Forfatter: Ingrid Kristine Sanderød

Emneord: Casestudie; Kommunikasjon; Respons; Uforutsette hendelser; Undervisningskunnskap i matematikk

Sammendrag:

Formålet med denne studien er å undersøke hvordan aspekter av lærerens undervisningskunnskap i matematikk fremtrer ved respons på uforutsette hendelser i klasserommet. Dette for å se nærmere på hvordan undervisningsrelaterte faktorer kan påvirke uforutsette hendelser, og hvordan disse igjen kan ha innvirkning på undervisningen.

For å undersøke dette har det blitt utført en kvalitativ casestudie. Tre matematikklærere har blitt observert i fire undervisningsøkter hver, samt blitt intervjuet både før og etter observasjonene. Interessante uventede hendelser som oppstod i de tre klasserommene ble plukket ut for videre analyse. Til å analysere de utplukkede casene ble et rammeverk av Drageset (2014) benyttet for å analysere lærerens responser i detalj, og Kunnskapskvartetten (Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005) brukt for å plukke ut relevante caser, samt til å analysere lærerens undervisningskunnskap i matematikk.

Forskningsprosjektet som har blitt gjennomført i forbindelse med denne oppgaven har resultert i flere interessante funn. Funnene viser blant annet at lærerens undervisningskunnskap i matematikk antakelig kan henge sammen med hvilke responskategorier som blir benyttet ved uforutsette hendelser, og at dette kan påvirke undervisningen på ulike måter. I oppgavens drøftingsdel vises det til at faktorer som klassetrinn, lærerens forberedelse og forestillinger om matematikk kan påvirke lærerens håndtering av uforutsette hendelser. I tillegg trekkes det frem at lærerens håndtering av de uforutsette hendelsene kan føre til både usikkerhet, elevengasjement og ulike former for kommunikasjon.

Avslutningsvis pekes det på oppgavens verdi, samt forslag til videre forskning.

Abstract

Title: A qualitative analysis of the teacher's *Mathematical Knowledge in Teaching* in response to unexpected events in the mathematical classroom

Author: Ingrid Kristine Sanderød

Keywords: Case study; Communication; Response; Unexpected events; *Mathematical Knowledge in Teaching*

Summary:

The purpose of this study was to examine which aspects of *Mathematical Knowledge in Teaching* are displayed when unexpected events in the classroom take place. This was to gain insight in how teaching related factors could influence unexpected events, and how these factors can have an impact on the class.

To examine this, a qualitative case study was conducted. Three math teachers have been observed in four teaching sessions each. They were interviewed both before and after the observations. Interesting in-the-moment actions in the classroom and the unpredictability of some of these were chosen for further analysis. To analyze the chosen cases a framework by Drageset (2014) was used to analyze the teacher's responses in detail. The Knowledge Quartet (Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005) was used to choose the relevant cases and analyze the teacher's Mathematical Knowledge in Teaching.

The research project conducted in conjunction with this thesis has resulted in a number of interesting findings. The findings show that the teacher's Mathematical Knowledge in Teaching might be linked to the chosen response categories in unexpected events, and that this can influence the teaching in different ways. The discussion section shows how factors such as grades, the teacher's preparation and the teacher's thoughts and values of math can impact how he or she deals with the unexpected moments. Additionally, it was found that how the teacher manages the unexpected events could lead to insecurity, student engagement and different types of communication.

In the conclusion the thesis value and implications for further research are discussed.

Forord

Det har vært både lærerikt og befriende å avslutte et fem år langt studieløp med denne masteroppgaven. Den har gitt meg anledning til å fordype meg i noe jeg selv synes er spennende og ikke minst utfordrende, nemlig å respondere på elevenes innspill på en hensiktsmessig måte i undervisningen. Arbeidet med masteroppgaven har vært en lang prosess, og jeg har fått kjenne på både frustrasjon og mestring. Utfordringene jeg har møtt på underveis har gitt meg kunnskap og erfaringer som jeg ikke ville vært foruten, og som jeg helt klart vil dra nytte av i mitt fremtidige arbeidsliv som lektor.

Masteroppgavens resultat ville ikke sett ut som den gjør i dag dersom jeg hadde stått alene i denne prosessen. Først og fremst vil jeg takke min veileder Ellen, som har svart på mail til alle døgnets tider, tatt seg god tid til veiledning både på kontoret og de siste ukene over netttjenesten Zoom. Din interesse for oppgaven og gode argumenter underveis i skriveprosessen har vært til hjelp. Videre vil jeg rette en stor takk til mine informanter som åpnet opp klasserommene sine. Dere tok meg alle varmt imot og gjorde innsamlingsarbeidet inspirerende.

Jeg skylder også venner og familie en stor takk for den tålmodighet og støtte dere har vist meg. Helt til slutt vil jeg også takke medstudenter og lærere ved OsloMet for lærerike, strevsomme og fine studieår.

God lesning!

Ingrid Kristine Sanderød

Mai, 2020

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	ii
Abstract	iii
Forord	iv
Innholdsfortegnelse	v
Figurliste	viii
Tabelliste	viii
1. Innledning	1
1.1. <i>Personlig bakgrunn for valg av tema</i>	1
1.2. <i>Aktualisering</i>	1
1.3. <i>Problemstilling og avgrensning</i>	2
1.4. <i>Avhandlingens struktur</i>	3
2. Teoretisk bakgrunn	5
2.1. <i>Et sosiokulturelt læringsyn</i>	5
2.2. <i>Kommunikasjon i matematikklasserommet</i>	6
2.2.1. <i>IRE-mønsteret og ulike nivåer av kommunikasjon</i>	6
2.2.2. <i>«Show and tell» og etablering av normer i klasserommet</i>	8
2.3. <i>Lærerens rolle ved kommunikasjon i matematikklasserommet</i>	9
2.4 <i>Lærerens respons på elevinnspill</i>	10
2.4.1. <i>Retningsendring</i>	13
2.4.2. <i>Fremdrift</i>	13
2.4.3. <i>Fokusering</i>	14
2.5. <i>Hva er undervisningskunnskap i matematikk?</i>	16
2.5.1. <i>Undervisningskunnskap i matematikk</i>	17
2.5.2. <i>Kunnskapskvartetten - Mathematical knowledge in teaching</i>	19
2.5.3. <i>Uventede hendelser</i>	23
2.6. <i>Kombinasjon av to rammeverk</i>	24
3. Metode	25
3.1. <i>Forskningsdesign</i>	25

3.2. Metodisk tilnærming	26
3.2.1. Observasjon	26
3.2.2. Intervju	29
3.3. Utvalg	30
3.3.1. Presentasjon av informanter	31
3.4. Innsamling av data	32
3.5. Transkripsjon	34
3.6. Analyse av data og begrunnelse for valg av rammeverk	34
3.7. Trusler mot gyldighet	36
3.7.1. Validitet	36
3.7.2. Reliabilitet	37
3.8. Etsiske retningslinjer	38
4. Analyse	42
4.1. Anne	43
4.1.1. «125 kr delt på 5 uker»	43
4.2. Bendik	56
4.2.1. «Feilsvar ved volum av kjegele og pyramide»	56
4.2.2. «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?»	60
4.3. Celine	66
4.3.1. «Koordinatsystemet»	66
4.3.2. «Hva er det man bruker origo til?»	72
4.3.3. Regning med tid	75
5. Drøfting av funn	79
5.1. Bruk av rammeverk til analyse	79
5.1.1. Utfordringer ved bruk av rammeverket til Drageset	79
5.2. Undervisningsrelaterte faktorer som kan påvirke uforutsette hendelser i matematikklassemmet	82
5.2.1. Ulike klassetrinn	83
5.2.2. Klasseromskultur	83
5.2.3. Lærerens grad av forberedelse	86
5.2.4. Lærerens syn og verdier	89
5.3. Hvordan lærerens respons på uforutsette hendelser kan påvirke undervisningen	90
5.3.1. Ulike former for kommunikasjon	90
5.3.2. Å skape fremdrift i undervisningen	93
5.3.3. Når lærer ikke indikerer om elevens svar er rett eller galt	95
5.3.4. Når læreren viser sin usikkerhet	96

5.3.5. Å finne balanse.....	97
6. Oppsummering og avsluttende kommentarer	100
6.1. Oppsummering.....	100
6.2. Oppgavens verdi	102
6.3. Videre forskning.....	103
7. Referanseliste	104
8. Vedlegg.....	108
<i>Vedlegg 1: Meldeskjema for behandling av personopplysninger.....</i>	<i>108</i>
<i>Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD</i>	<i>113</i>
<i>Vedlegg 3: Infoskriv til lærere</i>	<i>114</i>
<i>Vedlegg 4: Infoskriv til foresatte.....</i>	<i>117</i>
<i>Vedlegg 5: Intervjuguide.....</i>	<i>120</i>

Figurliste

Figur 1: ”The redirecting, progressing and focusing actions framework” av Drageset (2014)	12
Figur 2: Kunnskapskvartetten (Rowland, Turner, Thwaites & Huckstep, 2009)	22
Figur 3: Illustrasjon av tallinje som metode	45
Figur 4: Illustrasjon av oppdelingsmetode, her vist med bokser	52
Figur 5: Notater fra E5 sin kladdebok	54
Figur 6: Oppgave i Excel	61

Tabelliste

Tabell 1: Ulike former for kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000)	8
Tabell 2: «125 kr delt på 5 uker» (del 1)	45
Tabell 3: «125 kr delt på 5 uker» (del 2)	46
Tabell 4: «125 kr delt på 5 uker» (del 3)	47
Tabell 5: «125 kr delt på 5 uker» (del 4)	49
Tabell 6: «125 kr delt på 5 uker» (del 5)	51
Tabell 7: «125 kr delt på 5 uker» (del 6)	53
Tabell 8: «Feilsvar ved volum av kjegle og pyramide»	57
Tabell 9: «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» (del 1)	62
Tabell 10: «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» (del 2)	62
Tabell 11: «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» (del 3)	63
Tabell 12: «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» (del 4)	64
Tabell 13: «Koordinatsystemet»	68
Tabell 14: «Hva er det man bruker origo til?»	73
Tabell 15: «Regning med tid»	77
Tabell 16: Utdrag fra casen "125 kr delt på 5 uker"	79
Tabell 17: Utdrag fra casen "Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris"	81
Tabell 18: Utdrag fra "Regning med tid"	91

1. Innledning

1.1. Personlig bakgrunn for valg av tema

Mitt syn på matematikklærerens kunnskaper har helt klart endret seg de siste to årene. Det er ikke før jeg begynte som student på masterprogrammet i Skolerettet utdanningsvitenskap med matematikk og matematikdidaktikk, at jeg virkelig ble oppmerksom på at matematikklærere har en egen kunnskapsbase egnet for undervisning. Gjennom egen skolegang har jeg ikke tenkt over hva matematikklæreren faktisk må ha av kunnskap for å undervise i matematikk. Så lenge læreren kunne den faglige matematikken og regnet riktig svar på oppgavene godtok jeg dette som elev. I løpet av masterutdanningen har jeg blitt oppmerksom på at dette ikke er nok.

Interessen for lærerens undervisningskunnskap har vært bakgrunnen for valg av tema for min avhandling. I tillegg ble jeg tidlig i grunnskolelærerutdanningen fascinert av hvordan en lærer må ta stilling til alt som foregår i klasserommet, også uventede hendelser som oppstår. Med begrunnelse i min interesse, ønsker jeg med denne avhandlingen å gå dypere til verks for å undersøke uventede hendelser, samt se nærmere på hvordan læreren står i beredskap til å håndtere disse på stående fot.

1.2. Aktualisering

Det foreligger enighet blant matematikdidaktikere om at kommunikasjon i matematikklasserommet er av betydning for elevenes læring av matematikk (Franke, Kazemi & Battey, 2007; Walshaw & Anthony, 2008). Ved de fleste tilfeller er det læreren som legger til rette for hvordan kommunikasjonen skal foregå, og det er mange ulike måter å gjøre dette på. Det er derimot ikke regnet som nok å få elevene til å prate; hvordan de bidrar og fremmer sine ideer, og hvordan de deltar i diskusjoner er sentralt (Franke et al., 2007). Det handler om å skape engasjement i matematikklasserommet, noe som er nødvendig for å øke elevenes prestasjonsnivå.

Gitt at organisering av diskusjoner og engasjement i matematikklasserommet er en viktig del av elevenes læring bør man rette fokus på hva dette krever av læreren. Det er derfor essensielt å se nærmere på hva slags type kunnskap som kan være fordelaktig for å skape engasjement i matematikklasserommet. Til tross for at det i tidligere forskning stadig har blitt rettet fokus

mot hva slags type kunnskap en matematikklærer trenger i undervisningen (Ball, Thames & Phelps, 2008; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Niss & Højgaard Jensen, 2002; Rowland et al., 2005), er det derimot rettet lite oppmerksomhet mot kunnskapen som er nødvendig for å skape engasjement og diskusjon i matematikklasserommet.

1.3. Problemstilling og avgrensning

Masterprosjektet har som formål å rette fokuset mot matematikklærerens undervisningskunnskap ved uforutsette elevinnspill i undervisningen. På bakgrunn av dette stilles følgende hovedproblemstilling:

På hvilke måter kommer aspekter av lærerens undervisningskunnskap i matematikk til uttrykk ved respons på uforutsette hendelser i matematikkundervisningen? Hvordan kan dette relateres til undervisning?

Med begrunnelse i oppgavens brede problemstilling ser jeg det hensiktsmessig å konkretisere hvordan jeg ønsker å besvare denne med to underspørsmål. Dette for å kunne se nærmere på hvordan lærerens undervisningskunnskap ved uforutsette hendelser kan relateres til undervisningen som faktiske foregår i matematikklasserommet.

- På hvilke måter kan ulike undervisningsrelaterte faktorer ha påvirkning på uforutsette hendelser i matematikkundervisningen?
- På hvilke måter kan lærerens respons ved uforutsette hendelser påvirke undervisningen?

Det første underspørsmålet undersøker hvilke faktorer som antakelig kan ha innvirkning på uforutsette hendelser som oppstår i matematikklasserommet. Dette kan være faktorer som avhenger av lærerens undervisningskunnskap, eller ytre faktorer som læreren har mindre kontroll over. Det andre underspørsmålet forsøker å se på hvordan lærerens håndtering av den uforutsette hendelsen kan påvirke undervisningen videre. Dette for å se nærmere på hva som faktisk skjer i klasserommet når læreren håndterer uforutsette hendelser.

Hva oppgaven videre legger i «lærerens undervisningskunnskap i matematikk» blir gjort rede for og definert i oppgavens teoridel. Lærerens «respons» blir også ytterligere gjort rede for,

og det presenteres ulike responstyper en lærer bruker. Teoridelen vil også presentere ulike former for «uforutsette hendelser» i matematikklasserommet som har sprunget ut av tidligere forskning.

1.4. Avhandlingens struktur

Masteroppgaven består i alt av seks kapitler. Kapittel 2, *Teoretisk bakgrunn*, beskriver det teoretiske grunnlaget oppgaven bygger på. Først foreligger det en presentasjon av det sosiokulturelle læringssynet, som ligger til grunn for oppgaven videre. Deretter følger det teori om kommunikasjon i klasserommet og lærerens rolle ved kommunikasjon i klasserommet. Videre følger det i kapittel 2 en presentasjon av det teoretiske rammeverket som er benyttet for å analysere lærerens respons. Til slutt blir tidligere forskning på lærerens undervisningskunnskap trukket frem, samt en redegjørelse for rammeverket som i denne avhandlingen har blitt benyttet i analysen av lærerens undervisningskunnskap.

Kapittel 3, *Metode*, gir en grundig beskrivelse av hvordan undersøkelsen i forbindelse med denne oppgaven har blitt utført. Kapitlet inkluderer redegjørelser for en rekke valg som har blitt tatt vedrørende innsamling, behandling og analysering av data. Det vil også foreligge en redegjørelse av de etiske hensyn som er tatt, og en vurdering av studiens reliabilitet og validitet.

I kapittel 4, *Analyse og funn*, blir utplukkede caser presentert og analyser. Casene som har blitt plukket ut er alle uventede hendelser hentet fra datainnsamlingen. Lærerens respons blir analysert etter rammeverket til Drageset (2014), og lærerens undervisningskunnskap blir analysert etter Kunnskapskvartettens fire dimensjoner (Rowland et al., 2005). Dette for hver enkelt case.

Kapittel 5, *Drøfting*, forsøker å diskutere omkring interessante funn fra kapittel 4, dette for å besvare oppgavens problemstilling og underspørsmål. Ulike funn tilknyttet uforutsette hendelser i matematikklasserommet som kan knyttes til lærerens respons og undervisningskunnskap i matematikk blir drøftet opp mot problemstillingens to underspørsmål. I tillegg blir utfordringer tilknyttet bruk av rammeverkene som er benyttet drøftet.

I kapittel 6, *Avslutning og oppsummering*, blir det foretatt en sammenfatning av de viktigste funnene i oppgaven. I tillegg vil studiens verdi vurderes og forslag for videre forskning blir presentert.

2. Teoretisk bakgrunn

I dette kapittelet vil det foreligge en presentasjon av teori som senere i oppgaven vil være relevant å benytte i analysen. Det redegjøres først for læringssynet som er lagt til grunn i avhandlingen. Deretter presenteres teori omkring kommunikasjon i klasserommet, samt lærerens rolle ved kommunikasjon i klasserommet. Dette etterfulgt av en redegjørelse av det teoretiske rammeverket som er valgt for å analysere lærerens respons. Videre følger teori om lærerens undervisningskunnskap i matematikk, samt redegjørelse for det teoretiske rammeverket som senere vil bli benyttet i analysen.

2.1. Et sosiokulturelt læringssyn

Lærerens respons er en viktig del av det språklige samspillet i klasserommet (Drageset, 2014), og språkets betydning for elevenes læring og utvikling har særlig blitt vektlagt innenfor en sosiokulturell læringsteori (Skott, Hansen & Jess, 2008). Jeg vil med dette legge til grunn et sosiokulturelt perspektiv på læring.

Ved et sosiokulturelt læringssyn blir læring sett på som sosialt betinget (Skott et al., 2008). Dette innebærer at læring for et menneske ikke kan skje isolert, men gjennom sosial deltakelse. Lev Vygotskij anses som grunnleggeren av den sosiokulturelle læringsteorien, og hevdet at det kulturelle og sosiale vi mennesker befinner oss i og omgir oss med er essensielt i vår forståelse av hvordan verden henger sammen. Skott et al. (2008) skriver at læring fra et deltakerperspektiv handler om *at blive i stand til i stadig større omfang at individualisere handlemønstre, der kendetegner på forhånd eksisterende sociale, faglige fellesskaper* (s. 98). Dette sammenfaller med et av Vygotskijs viktigste budskap, nettopp at menneskets selvstendige og individuelle handlinger er et resultat av det faktum at vi er skapt av det sosiale og kulturelle fellesskapet vi er en del av (Skott et al., 2008). I læringssynet ligger det at dersom en elev blir overlatt til seg selv, vil læring og utvikling stoppe opp eller forsinkes (Dysthe, 1995).

Dersom vi trekker det sosiokulturelle perspektivet over til matematikkundervisning vil det å lære og løse matematiske problemer i første omgang handle om å være en del av et matematiskfellesskap. Deretter kan eleven overta fellesskapets arbeidsmåter og kunnskaper for å løse matematiske problemer på egen hånd (Skott et al., 2008). Det er dette Vygotskij kaller for *den proksimale utviklingszone*. Eleven innehar noe kunnskap fra før, og vil i en

læringssituasjon forsøke å oppnå ny kunnskap. Eleven vil være i stand til å lære seg noe på egen hånd, men så fort læreren er innblandet i læringssituasjonen kan elevens proksimale utviklingszone utvides.

Et sosiokulturelt syn på læring støttes også av Jerome Bruner (Dysthe, 1995). Han benytter begrepet «scaffolding», *stillasbygging*, om den hjelpen læreren gir i den proksimale utviklingssonen. Selve ordet stillasbygging er hentet fra byggebransjen hvor det settes opp stillas for en avgrenset tidsperiode mens bygningsarbeidet pågår. Deretter fjernes stillaset og bygget «står» på egen hånd. I pedagogisk sammenheng anses det å bygge stillaset som noe mer enn å gi støtte (Dysthe, 1995). Læreren må her forsøke å dra nytte av den utviklingssonen elevene er i og bygge på det elevene allerede kan. Læreren må bistå elevene til å gjøre det de ikke er i stand til å klare på egen hånd. Det handler om å utvikle ferdigheter som er under modning. I dette arbeidet hevdet også Bruner, i likhet med Vygotsky, at dialog med andre er grunnleggende.

Denne masteroppgaven legger med dette vekt på kommunikasjon som et viktig verktøy i klasserommet.

2.2. Kommunikasjon i matematikklasserommet

Blant forskere er det stor enighet om at elevenes muntlige kommunikasjon og engasjement i matematikklasserommet er sentralt for læring av matematikk (Franke et al., 2007; Walshaw & Anthony, 2008). I denne oppgaven vil kommunikasjon i klasserommet både inkludere verbal og non-verbal kommunikasjon. Det finnes derimot mange ulike måter læreren kan organisere undervisning som fremmer kommunikasjon i matematikklasserommet.

Videre vil oppgaven gå nærmere inn på tidligere forskning på kommunikasjon i klasserommet.

2.2.1. IRE-mønsteret og ulike nivåer av kommunikasjon

IRE-mønsteret er et velkjent samtalemønster i klasserommet (Cazden, 2001). Her tar læreren *initiativ*, ofte ved å stille spørsmål eller ved å gi en oppgave, elevene eller eleven *responderer* på dette og til slutt *evaluerer* læreren elevens respons. Et slikt mønster resulterer ofte i at lærer og elev snakker annenhver gang, men at læreren er den dominerende part. Elevene svarer kun på spørsmål når læreren spør og tar ellers lite initiativ i samtalen. IRE-mønsteret

resulterer fort i ensrettet kommunikasjon hvor målet er å komme frem til svaret. Med bakgrunn i dette har IRE-mønsteret fått et negativt stempel, og blitt ansett som et uønsket samtalemønster i klasserommet (Drageset, 2016).

Til tross for det negative stempelet er det ikke alltid slik at IRE-mønsteret nødvendigvis fører til ensrettet kommunikasjon (Wells, 1993). Wells (1993) hevder at det skjuler seg mange ulike praksiser innenfor mønsteret. Han viste ved bruk av eksempler fra klasserommet hvordan initiativ, respons og evaluering kan variere i kvalitet, og poengterte at IRE-mønsteret ikke utelukkende kunne stemples negativt. Det hevdes altså at det finnes variasjon innenfor mønsteret. Brendefur og Frykholm (2000) skiller mellom fire ulike kommunikasjonsmønstre (tabell 1) hvorav to av disse passer inn i IRE-mønsteret. Den første av disse fire kaller de for *ensrettet kommunikasjon*. Her dominerer læreren diskusjonene ved å forelese og ved å stille lukkede spørsmål. Elevene blir i liten, eller ingen grad bedt om å dele strategier og ideer. Den andre typen kommunikasjon er *medvirkende kommunikasjon*. Her får elevene i større grad dele strategier, ideer og tanker. De får muligheten til å øve seg på å uttrykke matematiske formuleringer, samt å lære av tilbakemeldinger. Men også ved medvirkende kommunikasjon er det læreren som har kontrollen og vurderer alle elevinnspill. Forskjellen ved disse to kommunikasjonsmønstrene er i hovedsak elevenes mulighet for bidrag.

De to siste typene kommunikasjon Brendefur og Frykholm (2000) beskriver er forskjellige fra IRE-mønsteret. *Refleksiv kommunikasjon* er et steg opp fra medvirkende kommunikasjon i den forstand at det ikke lengre er nok å la elevene presentere ideer og strategier. Ved refleksiv kommunikasjon blir både lærerens og elevenes ideer brukt til refleksjon, utfordring og diskusjon. Dette med et mål om å utvikle en dypere forståelse av matematikken. Læreren har mindre autoritet, og matematisk argumentasjon og logikk står sterkt. Ved denne type kommunikasjon er det ikke alltid læreren som vurderer, og det er naturlig at diskusjonen også pågår mellom elevene uten at læreren er den som avgjør hvem som har rett og galt. *Rik kommunikasjon* er det øverste og siste kommunikasjonsnivået til Brendefur og Frykholm (2000). Ved rik kommunikasjon samarbeider lærer og elever om å utvikle elevenes forståelse av matematikken. Et slikt kommunikasjonsmønster krever utforskende og aktive elever, og en lærer som utfordrer og spør oftere enn å forklare og definere.

Ensrettet kommunikasjon
Medvirkende kommunikasjon
Refleksiv kommunikasjon
Rik kommunikasjon

Tabell 1: Ulike former for kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000)

Det er ofte enighet om at refleksiv og rik kommunikasjon er bedre enn ensrettet og deltakende kommunikasjon ettersom elevene er mer aktive og deltakende (Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008). Men det er ikke slik at et generelt samtalemønster i seg selv er bedre enn et annet. Stein et al. (2008) hevder at elevenes aktivitet ikke er en kvalitetsindikator i seg selv. Når lærere forsøker å aktivere elevene kan dette også føre til lite fremdrift og samtaler uten matematisk innhold og læring.

2.2.2. «Show and tell» og etablering av normer i klasserommet

En annen kommunikasjonsmetode som kan benyttes er å fokusere på å la elevene vise frem sitt arbeid. Men en slik organisering av kommunikasjon i klasserommet hevder Ball (2002) fort kan begrenses til kommunikasjonsformen «show and tell» (gjengitt etter Drageset, 2014a). Denne kommunikasjonsformen foregår uten særlig diskusjon. Læreren stiller sjeldent kritiske spørsmål og ber ikke om begrunnelser. Elevenes innspill blir alle behandlet likt og belyser til sammen lite av de matematiske ideene som er målet for timen. I følge Franke et al. (2007) er det ikke tilstrekkelig å få elevene til å snakke. Hvordan de bidrar, deler og deltar i diskusjoner er viktig for deres kognitive utvikling. Muntlig aktivitet i seg selv er altså ikke avgjørende. Det essensielle er innholdet i den påfølgende matematiske diskusjonen.

Læreren rolle ved elevenes muntlige aktivitet er sentral (Yackel & Cobb, 1996). I et klasserom skaper blant annet læreren normer for hva det forventes at elevene skal bidra med i undervisningen. Elevene blir vant til hva læreren krever, samt hvordan læreren vanligvis responderer på innspill. Kulturen i matematikklasserommet, matematikkdiskursen, reguleres av både sosiale og sosiomatematiske normer (Kleve & Ånestad, 2016). Sosiale normer tilhører et hvilket som helst fag i skolen, mens de sosiomatematiske normene er spesielle for matematikkundervisningen (Yackel & Cobb, 1996). Sosiale normene kan for eksempel handle om at det forventes at elevene forklarer og grunngir sine innspill. Sosiomatematiske normer handler blant annet om hva som anses som verdifull matematisk aktivitet, hva som er en god

matematisk løsning og hva som gjør at en løsning er forskjellig fra en annen. Ettersom de sosiomatematiske normene forhandles i interaksjon mellom elever og lærer, kan disse variere fra klasse til klasse (Yackel & Cobb, 1996).

Vi ser med dette enighet om at diskusjon i matematikklasserommet er sentralt for elevers læring av matematikk, og at læreren her har en sentral rolle.

2.3. Lærerenes rolle ved kommunikasjon i matematikklasserommet

Tidligere forskning viser at effektive diskusjoner i matematikklasserommet krever at elevene engasjerer seg i diskusjonen (Franke et al., 2007; Walshaw & Anthony, 2008). Dette krever at elevene presenterer løsninger på matematiske problemer, diskuterer og vurderer matematiske fremstillinger, foretar generaliseringer og forklarer og argumenterer for ulike matematiske løsninger. Det å aktivt ta i bruk elevenes bidrag anses også hensiktsmessig. Dette er ikke noe elever er i stand til på egen hånd, og læreren må bistå i arbeidet med å fremme deres tenkning og bistå i diskusjonen. Tidligere forskning viser også at dette er utfordrende arbeid for læreren (Alexander, 2008; Lyle, 2008). Så hvordan kan læreren legge til rette for diskusjon i det faktiske klasserom? Hvordan kan læreren organisere undervisningen slik at elevenes tenkning fremmes?

Stein et al. (2008) forsøker med sitt forslag å trekke undervisningen bort fra «show and tell», med deres «fem praksiser». «Fem praksiser» er en undervisningsmetode hvor læreren bruker elevenes bidrag. Metoden skal føre til mer effektive og hensiktsmessige diskusjoner i matematikkundervisningen (Stein et al., 2008). Læreren arbeider her etter fem steg hvor man først skal forsøke å forutse (1) elevenes løsningsstrategier. Deretter skal læreren overvåke (2) elevenes arbeid. Lærer observerer, spør og forsøker å forstå elevenes strategier. Etter overvåkingen velger læreren ut hvilke metoder (3) som skal trekkes frem i helklassesamtalen, og bestemmer seg for en hensiktsmessig rekkefølge (4) elevbidragene kan presenteres i. Trolig har læreren også forutsett på forhånd hvilke bidrag elevene kan komme med og også da i hvilken rekkefølge det vil være nyttig å presentere disse. Til slutt kobles de ulike strategiene sammen (5) på en hensiktsmessig måte. Arbeidsmetoden har som mål å rette fokus mot hvordan elevenes tenkning kan brukes til å skape refleksjon og læring i matematikklasserommet.

En annen måte å organisere undervisningen, med den hensikt å få tilgang til elevenes tenkning og forståelse, vokste frem i forskningsprosjektet til Fraivillig, Murphy og Fuson (1999). I studien identifiserte de gjennom kvalitativ forskning hvordan man som lærer kan fremme elevers tenkning, «Advancing children's thinking», ACT. Studien resulterte i et rammeverk bestående av tre ulike metoder en lærer ofte benytter i undervisningen for å lede elever mot grundig og effektiv matematisk tenkning (Fraivillig et al., 1999). Den første komponenten handler om når læreren fremmer elevers løsningsstrategier. Den andre tar for seg hendelser der lærer støtter elevenes konseptuelle forståelse, mens den tredje omhandler lærerens måte å utvikle elevenes matematiske tenkning. Rammeverket med de tre komponentene kan bidra til pedagogisk forskning på hvordan læreren fremmer elevenes tenkning i matematikk.

Ove Gunnar Drageset (2014) har utarbeidet et rammeverk, *The redirecting, progressing and focusing actions framework*, som tar for seg diskusjoner i matematikklasserommet.

Rammeverket har likhetstrekk med rammeverket til Fraivillig et al. (1999) ved at de begge går i detalj av interaksjoner i klasserommet. Men der Fraivillig et al. (1999) beskriver situasjoner i undervisningen, går Drageset (2014) enda mer detaljert til verks. Drageset argumenterer selv med at lærere har lite bruk for generelle råd, og at deres faglige utvikling er større når man går mer i detalj. Han beveger seg dermed ett skritt videre og beskriver hver enkelt lærerrespons individuelt og knytter disse opp mot elevenes innspill og matematikken som oppstår. At man kan analysere hver lærerrespons på detaljnivå gjør rammeverket svært aktuelt å benytte i analysen av casene i denne masteroppgaven. Derfor vil rammeverket til Drageset videre bli gjort rede for.

2.4 Lærerens respons på elevinnspill

Drageset (2014) utførte en studie på mellomtrinnet i matematikk hvor han filmet og observerte fem matematikklærere over én uke. Bakgrunnen for studien var ønsket om å kunne beskrive hvordan lærere utnyttet eller ikke utnyttet elevenes innspill i matematikkundervisningen til å arbeide med matematikk. Drageset valgte i datainnsamlingen å se på lærernes responser. Disse ble studert opp mot hvordan elevenes innspill ble brukt til å arbeide med matematikk. Basert på analysearbeidet av totalt 1800 responser og kommentarer fra læreren, kom Drageset frem til et rammeverk som deler lærerens responser inn i 13 responskategorier. Videre ble de 13 responskategoriene gruppert i 3 responsgrupper ut fra

responsens funksjon i undervisningen. Arbeidet med inndelingen ble gjort grundig, og Drageset inviterte andre forskere på området til diskusjon. Han mente dette var en viktig del av prosessen, og diskusjonene førte til både endrede navn på grupper og kategorier, skarpere definisjoner, samt sammenslåing og deling av kategorier. Arbeidet var sentralt for et grundig utviklet rammeverk (figur 1). Videre vil oppgaven gå nærmere inn på rammeverkets innhold.

Responsgruppe	Responskategori	Forklaring
Retningsendring	<i>Avvise</i>	Eksplisitt eller implisitt avvising av elevens svar
	<i>Korrigerende spørsmål</i>	Bekrefter at svaret fra eleven er riktig, men ikke det lærer var ute etter
	<i>Tilråde ny strategi</i>	Råder eleven til å benytte en annen strategi
Fremdrift	<i>Demonstrere</i>	Lærer fullfører deler eller hele oppgaven uten å be om elevinnspill
	<i>Forenkle</i>	Lærer tilføyer informasjon som gjør oppgaven enklere å løse
	<i>Lukket fremdrift</i>	Lærer stiller spørsmål ved hvert steg i en løsningsprosess
	<i>Åpen fremdrift</i>	Lærer stiller spørsmål ved slutt svar, uten å gi hint til elevene om hva de skal gjøre
Fokusering	<i>Belyse detalj</i>	Lærer stanser eleven for å be om forklaring på hva noe betyr eller hva som skjedde
	<i>Grunngi</i>	Ber elever forsvare
	<i>Anvende</i>	Ber elever demonstrere hvordan nylig lært kunnskap kan overføres til et lignende matematisk problem
	<i>Be elever om å vurdere</i>	Ber andre elever evaluere et elevsvar
	<i>Poengterer</i>	Lærer bemerker en viktig detalj
	<i>Oppsummerer</i>	Lærer sammenfatter, tydeliggjør eller gjentar det som var viktig

Figur 1: "The redirecting, progressing and focusing actions framework" av Drageset (2014)

2.4.1. Retningsendring

Av og til velger elever å benytte strategier som er feil, tungvinte eller en annen enn den læreren ønsker. I slike tilfeller forsøker ofte læreren å få eleven til å tenke annerledes, og ønsker at eleven skal endre strategi. Læreren hensikt med responsen er her *retningsendrende*. Studien viste at lærerne foretok seg retningsendrende responser på tre ulike måter (Drageset, 2014). En måte er å *avvise* elevens innspill. Dette enten ved å si at det er feil, overse forslaget eller la andre elever slippe til. En annen måte lærerne foretok retningsendring på var å *tilråde elevene en ny strategi*. En siste måte lærerne endret retning på var å stille *korrigerende spørsmål*. Her var det fremtredende at læreren aksepterte forslaget for deretter å stille spørsmål som indikerte at elevens innspill var feil. Sistnevnte retningsendring ble benyttet hyppigst av lærerne.

2.4.2. Fremdrift

Den andre responsgruppen kaller Drageset (2014) for *fremdrift*. Dette er responser fra læreren som har til felles at de alle øker fremdriften i undervisningen. I forskningsprosjektet kom Drageset (2014) frem til at det var fire ulike responskategorier hvor læreren ønsket fremdrift. Den første responskategorien i denne gruppen er *demonstrere*. Å demonstrere foregår typisk ved at læreren presenterer utregninger som en monolog uten å inkludere elevene. Læreren kan spørre elevene om de er enige uten å vente på svar før han eller hun går videre. Her har læreren høy grad av kontroll over undervisningssituasjonen. Den neste responskategorien, *forenkle*, tar for seg tilfeller hvor læreren tilføyer informasjon underveis som gjør oppgaven enklere å løse. Dette skjer gjerne når læreren ønsket ett riktig svar og velger derfor å gi hint eller omformulere oppgaven slik at den blir lettere for elevene å løse enn den var i utgangspunktet. Her gjør altså læreren store deler av arbeidet.

Drageset (2014) deler også selve fremdriftsbegrepet inn i to. Han skiller mellom lukket- og åpen fremdrift. *Lukket fremdrift* omfatter tilfeller der læreren i stedet for å stille spørsmål om sluttsvaret deler opp stykket og stiller spørsmål ved hvert steg i løsningsprosessen. Elevene svarer underveis på det læreren etterspør. Ved tilfeller av lukket fremdrift har læreren ofte svaret i tankene, og det er det riktige svaret som er målet. Læreren leder elevene frem til det ene riktige svaret ved å stille spørsmål som kun har ett riktig svar på veien. Læreren tar her på seg ansvaret for løsningsprosessen, og har i likhet med responskategorien forenkle kontrollen selv. Lukket fremdrift og forenkle kan også trekkes til *Topazeeffekten*. Topazeeffekten er et kommunikasjonsmønster hvor læreren typisk ønsker aktive elever uten at dette nødvendigvis

lykkes (Brousseau, 2002). Læreren bidrar med hjelp underveis slik at eleven ledes frem til oppgavens riktige fremgangsmåte og løsning. Typisk begynner lærer med å gi hint, deretter stille enklere spørsmål for å avgrense oppgaven og gjøre den enklere å forstå. I verste fall kan sluttresultatet bli at læreren forteller eleven både fremgangsmåten og løsningen (Brousseau, 2002).

Felles for kategoriene lukket fremdrift og forenkling er at de tar for seg responser der læreren reduserer kompleksitet slik at elevene enklere kommer frem til riktig svar eller metode (Drageset, 2016). Drageset hevder her at responsene i disse to kategoriene kan lede til at læreren dominerer for mye av samtalen, og at elevenes deltakelse begrenses. Dette kan av og til være nyttig for å unngå at elevene gir opp, men på den andre siden fører det til at elevene løser oppgaver på et lavere nivå enn det de trenger for å kunne lære noe nytt. Drageset mener her at læreren må finne en balanse slik at elevene får utfordringer å bryne seg på innenfor matematikkfaget.

Ved *åpen fremdrift* derimot er læreren mottakelig for flere svar (Drageset, 2014). Læreren gir elevene spillerom for hvordan de ønsker å gå frem i prosessen. Det er flere svarmuligheter, og responsen fra læreren ved åpen fremdrift kan ofte ta for seg hvordan elever tenker og løser oppgaven. Responser som dette er med på å drive samtalen videre, men ikke i en bestemt retning. Eksempler på responser fra åpen fremdrifts-kategorien kan være «hvordan tror du at du kan finne svaret?», eller «hva kan vi gjøre her?». Læreren inviterer elevene med og ber de løse oppgaven uten at lærer legger videre føringer for hvordan dette skal gjøres. Tidligere forskning på fagfeltet viser også at når læreren stiller spørsmål som har flere svar øker elevenes deltakelse i klasserommet (Nystrand, Wu, Gamoran, Zeiser & Long, 2003).

2.4.3. Fokusering

I tillegg til å gjøre grep for å endre retning eller for å få fremdrift viste studien til Drageset (2014) at lærernes respons også handlet om å stoppe opp for å se nærmere på enten svaret eller metoden til elevene. Den siste responsgruppen er *fokusering*. Denne omfavner grep læreren gjør for å stoppe opp fremdriften for å se nærmere på et svar eller en metode. De fire første kategoriene tar for seg lærergrep der elevene blir bedt om å forklare, forsvare, anvende lært kunnskap og vurdere elevsvar. De to siste kategoriene dreier seg om lærergrep der læreren selv trekker frem og fokuserer på viktig informasjon.

Den første kategorien i responsgruppen fokusering er *belyse detalj*. Responsen tar for seg tilfeller hvor læreren ber eleven stoppe opp for å stille spørsmål om detaljer. Dette for å få elevene til å fortelle hva de har tenkt, hva de har gjort eller hva et svar eller begrep betyr. Læreren får her en indikasjon på hva og hvordan eleven tenker, i tillegg til at andre elever får en større mulighet til å henge med. Når en elev skal belyse en detalj får også læreren innsikt i hva eleven har forstått. Dette er viktig for at elevene skal utvikle sin matematiske kompetanse (Franke et al., 2007; Stein et al., 2008). Neste responskategori, *grunngi*, tar for seg tilfeller der lærer stopper opp og ber elever forsvare hvorfor noe er som det er (Drageset, 2014). Spørsmålene «hvorfor har du valgt denne metoden?» og «hvorfor er dette riktig?» er eksempler på lærerrespons hvor eleven blir bedt om å forsvare. Elever trenger øving i å besvare slike spørsmål for å øve evner til å argumentere matematisk (Drageset, 2016). Å kunne argumentere matematisk er viktig, men blir også sett på som utfordrende for elever. Derfor er det sentralt at lærere begynner med dette allerede på mellomtrinnet slik at elevene legger et grunnlag for å senere kunne argumentere matematisk (Drageset, 2016).

Responskategorien, *anvende*, handler om at læreren ber eleven overføre kunnskapen han eller hun nylig har demonstrert til et annet lignende matematisk problem (Drageset, 2014). Typisk gir læreren elevene en ny lignende oppgave hvor de kan benytte påstanden eller regelen som allerede har blitt tatt opp. Et eksempel kan være at læreren kun bytter ut et tall, for deretter å spørre elevene om samme regel fortsatt vil gjelde. Det fjerde grepet en lærer kan benytte ved fokusering er *å be elever om å vurdere*. Her overlater læreren evalueringen til elevene. I studien til Drageset (2014) var dette noe de sjeldent observerte i klasserommene.

De to siste kategoriene under responsgruppen fokusering tar for seg tilfeller der læreren forteller hva som er viktig (Drageset, 2014). Læreren kan *poengtere* hva som er viktig ved å bemerke sentrale detaljer. Slike responser kan for eksempel benyttes for å holde tråden eller for å få elevene tilbake på sporet. Det andre grepet, *oppsummere*, refererer til responser hvor lærer for eksempel oppsummerer løsningen for å fremme hva som var sentralt fra løsningsprosessen. Kategorien oppsummere tar også for seg tilfeller der lærer bekrefter elevsvaret ved å gjenta det, eller når lærer omformulerer svaret for å tydeliggjøre elevenes tenkning (Drageset, 2014). Ulike elevforslag og demonstrasjoner i helklassesamtale kan for mange elever være utfordrende å følge, derfor kan en oppsummering fra læreren klargjøre ting underveis og virke hensiktsmessig for elevenes læringsutbytte (Franke et al., 2007).

Felles for responsene i responsgruppen fokusering er at de har potensiale til å fremme elevens effektive og kraftfulle tenkning. Responsene fra læreren spiller her på elevenes tenkning og forståelse, og kan trolig få elevene til å trenge dypere inn i fagstoffet. Drageset (2014) hevder at lærerens kunnskap om slike grep er sentrale for å bevege seg bort fra det uønskede samtalemønsteret «show and tell».

Drageset (2016) argumenterer for at den siste responsgruppen, fokusering, er den mest interessante. Dette fordi de fokuserende responsene er mer krevende for både lærere og elever enn responsene ved fremdrift og retningsendring. Drageset mener at grepene læreren gjør i klasserommet kan virke styrende for hvordan elevene tenker og arbeider. Drageset henviser til Schoenfeld (1992) sitt forskningsprosjekt som illustrerer nettopp dette (gjengitt etter Drageset, 2016). I forskningsprosjektet stilte læreren alltid de samme tre spørsmålene til elevene i undervisningen. Elevene måtte svare på 1) hva de gjorde, 2) hvordan det de gjorde kunne hjelpe de til å finne svaret, og 3) om det de gjorde var matematisk korrekt. De tre spørsmålene måtte besvares for hver oppgave elevene gjorde over en lengre periode. Etter en stund oppdaget Schoenfeld at elevene hadde svaret på disse spørsmålene før han hadde spurt. Dette indikerer at de hadde begynt å tenke på spørsmålene samtidig som de løste oppgaven. Altså kan lærerens spørsmål påvirke elevenes tenkning.

Vi har nå sett på teori som tar for seg hvordan en lærer kan kommunisere og legge til rette for diskusjon i matematikklasserommet, samt blitt presentert for et rammeverk som tar for seg lærerens ulike responser. Å organisere matematikkundervisning som legger til rette for dette krever undervisningskunnskap i matematikk. Videre vil oppgaven gjøre rede for hva undervisningskunnskap i matematikk kan innebære, samt presentere et rammeverk som er godt egnet til analyse av lærerens undervisningskunnskap i matematikk.

2.5. Hva er undervisningskunnskap i matematikk?

En matematikklærer skal legge til rette for læring av matematikk, men hvordan type kunnskaper er egentlig nødvendig for å undervise i faget? Hva må en matematikklærer kunne? Det viser seg enighet om at matematikklæreren trenger matematisk kunnskap, og at en slik type kunnskap også må kunne knyttes til lærerprofesjonen. Men det vises derimot uenighet om hva denne kunnskapen skal inneholde (Jacobsen, Fauskanger, Mosvold & Bjuland, 2014). Tidligere har vi sett blant annet argumenter om at «jo mer matematikk

læreren kan, desto bedre lærer blir man» (Askew, 2008). Det vises med dette et behov for å se nærmere på hva undervisningskunnskap i matematikk egentlig innebærer.

I 1986 publiserte Shulman artikkelen «*Those who understand: Knowledge growth in teaching*». I artikkelen problematiserer han et skille mellom pedagogikk og fagkunnskaper. Han etterspør forskning omkring hvordan kunnskaper i et fag som for eksempel matematikk blir omdannet fra å være lærerens kunnskaper til noe som skal undervises elever, og omtaler dette som «The missing Paradigm». Shulman (1986) etterlyser altså faginnholdet som skal undervises. Hvor kommer lærerens spørsmål fra? Hvordan bestemmer lærere hva som skal undervises? Hvordan presenterer de faget for elevene? Hvordan benytter læreren egne kunnskaper i faget? Hvordan håndterer læreren misoppfatninger? Med artikkelen «*Those who understand: Knowledge growth in teaching*» bragte Shulman (1986) fagdidaktikken inn i forskning på undervisning.

Shulman (1986) så med dette behovet for et teoretisk rammeverk for å kunne kategorisere og tydeliggjøre hvilke kunnskaper en lærer trenger for å kunne undervise i for eksempel matematikk. Han identifiserte med dette to hovedkategorier – fagkunnskap (*subject matter knowledge*) og fagdidaktisk kunnskap (*pedagogical content knowledge*). Arbeidet Shulman gjorde har i ettertid vært utgangspunktet for flere studier og ulike rammeverk for beskrivelse og analyse av lærerens undervisningskunnskap (Ball et al., 2008; Kilpatrick et al., 2001; Niss & Højgaard Jensen, 2002; Rowland et al., 2005). Videre vil to av disse rammeverkene bli presentert – Undervisningskunnskap i matematikk (Ball et al., 2008) og Kunnskapskvartetten (Rowland et al., 2005). Rammeverkene har blitt utviklet på ulike måter, og kan brukes til forskjellige forsknings- og utviklingsformål. Det første rammeverket, Undervisningskunnskap i matematikk, vil bli presentert i korthet. Dette for å klargjøre hvilke kunnskaper læreren benytter for å undervise matematikk. Det andre rammeverket, Kunnskapskvartetten, vil bli presentert mer inngående. Leseren vil her bli presentert for de ulike aspektene rammeverket tar for seg. Dette begrunnet med at Kunnskapskvartetten senere vil være med på å danne grunnlag for oppgavens analyse.

2.5.1. Undervisningskunnskap i matematikk

Ball et al. (2008) bygde videre på Shulman (1986), og hans kategorier Subject Matter Content Knowledge og Pedagogical Content Knowledge, altså fagkunnskaper og fagdidaktiske kunnskaper. Ball et al. (2008) gjorde en omfattende kvalitativ analyse av klasseromstudier.

Dette for å kunne si noe om hva det vil si å være matematikklærer, samt hva slags type kunnskap som er nødvendig i de ulike oppgavene en matematikklærer møter. Forskersteamet rettet fokus på hva slags kunnskaper matematikklæreren trenger i undervisning. De så altså på *Mathematical Knowledge for Teaching*». Ball et al. (2008) utviklet med dette et praksisbasert rammeverk. Rammeverket videreførte Shulman (1986) sitt skille mellom fagkunnskapen og den fagdidaktiske kunnskapen, og innførte videre underkategorier for hver av disse to.

Under fagkunnskaper identifiserte Ball et al. (2008) tre hovedelementer av undervisningskunnskap for undervisning i matematikk; allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap og matematisk horisontkunnskap. Allmenn fagkunnskap defineres som matematikkunnskaper som også brukes av andre som ikke nødvendigvis arbeider med matematikk. De spesialiserte fagkunnskapene er derimot matematikkunnskaper som er spesielle for matematikklæreren. Denne type kunnskap handler om å kunne identifisere og forstå matematiske ideer og muligheter oppgaver kan ha. Kunnskap om hvordan man best mulig kan fremstille ulike matematiske ideer, velge gode og hensiktsmessige eksempler, representasjoner og modeller er viktig her. Matematisk horisontkunnskap inkluderer lærerens kunnskaper om fagets indre sammenheng og hvordan matematiske emner henger sammen gjennom elevenes skolegang.

Under de fagdidaktiske kunnskapene identifiserte forskningsteamet de tre kategoriene – kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning, samt læreplankunnskap (Ball et al., 2008). Kunnskap om faglig innhold og elever innebærer blant annet kunnskaper om ulike måter elever tenker på og deres kognitive nivå. Kategorien omfatter kunnskap om elevers oppfatninger og misoppfatninger og evne til å forutsi hva elever opplever interessant, motiverende og vanskelig. Kunnskaper om faglig innhold og undervisning benyttes blant annet ved planlegging av undervisningen. Det handler her om å ta avgjørelser for rekkefølgen av oppgaver og aktiviteter, fordeler og ulemper ved ulike representasjoner og hvorvidt det er nødvendig med utdyping av et emne underveis. Læreplankunnskap knyttes til lærerens kunnskaper om læreplaner, lærerveiledninger og undervisningsmateriell.

Andre forskere har også utarbeidet rammeverk som bygger videre på Shulman (1986). Både Niss og Højgaard Jensen (2002) og Kilpatrick et al. (2001) har utarbeidet to ulike rammeverk hver. Hver av forskersteamene har basert det ene rammeverket på Shulmans matematiske

fagkunnskaper, og det andre på Shulmans matematikdidaktiske fagkunnskaper. Rammeverkene vil ikke bli utdypet ytterligere med begrunnelse i oppgavens omfang.

Vi ser altså at ulike forskerteam har forsøkt å konkretisere hva som menes med undervisningskunnskap i matematikk. Med dette ønsker jeg å legge til grunn at lærerens undervisningskunnskap i matematikk i denne oppgaven inkluderer all den kunnskapen læreren trenger for å møte utfordringene i det undervisningsrelaterte arbeidet. Dette innebærer både matematiske fagkunnskaper, samt mer fagdidaktiske kunnskaper.

Oppgavens teoridel har nå presentert hva tidligere forskning har identifisert som kunnskaper man som lærer trenger for å undervise i matematikk. Men hva slags type kunnskaper er det som faktisk vises i klasserommet? Videre vil oppgaven presentere rammeverket, Kunnskapskvartetten, som tar for seg lærerens undervisningskunnskap i matematikk (Turner & Rowland, 2008). Der Ball et al. (2008) konsentrerer seg om hva en lærer må kunne, *Mathematical Knowledge for Teaching* ser man i dette rammeverket på lærerens undervisningskunnskap i selve undervisningen, *Mathematical Knowledge in Teaching*. Dette gjør at dette rammeverket er godt egnet til å analysere observasjon i matematikklasserommet.

2.5.2. Kunnskapskvartetten - *Mathematical knowledge in teaching*

Med bakgrunn i Shulman (1986) sine kunnskapskategorier ønsket Rowland, Huckstep og Thwaites (2005) å se på hvordan lærerens fagkunnskaper og pedagogiske kunnskaper kom til uttrykk i selve matematikkundervisningen. De hadde som mål å vektlegge matematikdidaktiske aspekter fremfor det organisatoriske, og ønsket med sin studie å øke bevissthet omkring hvordan matematikklærere veksler mellom sine fagkunnskaper og mer didaktiske kunnskaper i matematikk. Skaperne av Kunnskapskvartetten presiserer at rammeverket ikke skal brukes til å fokusere på hva læreren burde ha gjort, og hevder at fokuset skal rettes mot utvikling av lærerens undervisningskunnskap i matematikk (Rowland et al., 2005).

Ved arbeidet frem mot Kunnskapskvartetten tok Rowland et al. (2005) utgangspunkt i lærerstudenter som nærmet seg endt utdanning. Forskningsteamet observerte og analyserte 24 undervisningstimer, og forsøkte å sette lærerstudentenes fagkunnskaper og fagdidaktiske kunnskaper som lå til grunn for undervisningen i system. Forskerteamet endte opp med 18 ulike koder som de igjen sorterte inn i de fire brede dimensjonene *Foundation*,

Transformation, Connection og Contingency. Gjennom en «grounded» tilnærming og bearbeiding av datamaterialet ble Kunnskapskvartetten identifisert. Rammeverket som ble utviklet ble altså utledet fra det innhentede datamaterialet (Rowland et al., 2005).

Kunnskapskvartettens fire brede dimensjoner vil videre bli presentert.

2.5.2.1. Kunnskapskvartettens fire dimensjoner

Foundation eller *grunnlaget* er forankret i lærerens kunnskaper i og forståelse av matematikk (Rowland et al., 2005). Dette innebærer lærerens teoretiske bakgrunn og overbevisning tilegnet gjennom egen skolegang, utdanning og praksisopplæring. Læreren har denne type kunnskap uavhengig av om den blir brukt til undervisning eller ikke, og de andre tre dimensjonene avhenger av denne grunnleggende teoretiske kunnskapen (Rowland, Turner, Thwaites & Huckstep, 2009). Det er for eksempel vanskelig å se for seg en lærer som kan ta faglige utfordringer på sparket uten å ha grunnleggende matematiske kunnskaper (Kleve, 2014). En lærer kan heller ikke gjøre matematikken tilgjengelig for andre uten å være i besittelse av den selv. Det handler her om lærerens kunnskaper i faget og fagets didaktikk, samt lærerens holdninger til hvorfor man skal undervise i matematikk, for hvem og eventuelt når. Lærerens syn på matematikk, hva matematikk dreier seg om, hva som er viktig å lære, samt hvordan det kan legges til rette for læring i faget blir vektlagt i grunnlags-dimensjonen (Rowland et al., 2005). Det å ha kjennskap til hvordan og hvorfor en algoritme fungerer, misoppfatninger hos elever, identifisering av feil, bruk av matematisk terminologi, kunnskap om litteratur og forskning innenfor matematikdidaktikk står sentralt. Dersom læreren benytter et passende matematikkspråk for å uttrykke ideer gir dette en indikasjon på teoretisk forankring. Upassende terminologi indikerer på den andre siden en svakt teoretisk forankret matematikkundervisning.

Gjennom matematikkundervisningen formidler lærere sitt syn og sin tro på matematikkfaget (Bishop, 2001). En lærer tar mange valg i forbindelse med undervisningen hvor lærerens verdier spiller inn på avgjørelsene som tas. Lærerens forestillinger om matematikk og hva det vil si å undervise i matematikk, er også en viktig del av grunnlags-dimensjonen fra Kunnskapskvartetten (Kleve, 2014).

I matematikkundervisningen må læreren ta avgjørelser som handler om hvordan man skal omforme matematiske ideer slik at de blir tilgjengelige for elevene (Rowland et al., 2005).

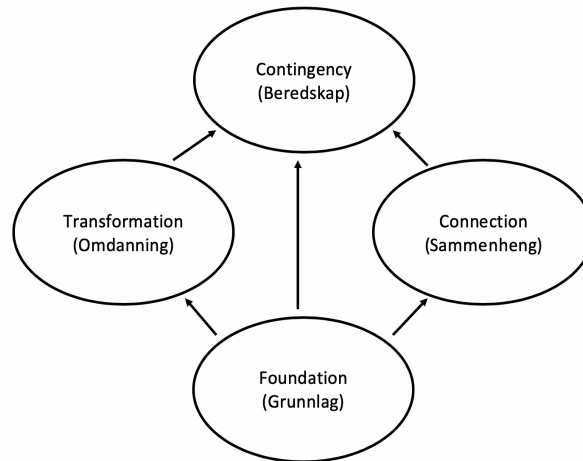
Den andre dimensjonen i Kunnskapskvartetten, *transformation* eller *omdanning*, tar for seg situasjoner der disse avgjørelsene tas. Ball og Bass hevder at det er et klart skille mellom det å kunne et matematisk emne selv, og det å hjelpe andre med å lære seg samme emne (gjengitt i Rowland, et al., 2005). Kunnskapen må overføres til elevene på en hensiktsmessig måte, og omdannes slik at dette blir mulig. Lærestoffet må omdannes i form av eksempler, analogier, modeller, aktiviteter, forklaringer og demonstrasjoner (Rowland et al., 2005). Noen representasjoner vil for eksempel være mer passende å benytte enn andre, undervisningsmaterieell kan brukes på ulike måter og til ulike formål. Kunnskapene læreren tar i bruk ved slike avgjørelser faller inn under omdannings-dimensjonen.

Connection eller *sammenheng* er Kunnskapskvartettens tredje dimensjon. Denne dimensjonen tar for seg hvordan helheten i matematikkfaget og lærestoffet ivaretas (Rowland et al., 2005). Den binder sammen valg og avgjørelser som blir gjort for de ulike delene av innholdet i faget, samt sammenhengen mellom undervisningsøkter og rekkefølgen av matematikkemner både innenfor en undervisningsøkt og over lengre tid. Læreren kunnskaper om sammenhenger mellom ulike prosedyrer og begreper står blant annet sentralt. Blir sammenhengene mellom ulike prosedyrer vektlagt? Og blir de ulike metodene sammenlignet? I tillegg omfavner sammenhengs-dimensjonen bevissthet om de kognitive utfordringer ulike emner og oppgaver gir, samt kunnskaper som benyttes ved valg av rekkefølge (Rowland et al., 2005). Valg av eksempler faller inn under omdannings-dimensjonen, men kunnskaper læreren benytter for å bestemme en hensiktsmessig rekkefølge for eksemplene hører til i sammenhengs-dimensjonen.

I matematikkundervisning oppstår det ofte hendelser læreren ikke kan forutse. En lærer responderer for eksempel kontinuerlig på elevenes innspill i matematikkundervisningen. Og ettersom det er umulig å vite hva hver enkelt elev vil gjøre eller si i situasjoner som oppstår, må læreren være klar for å respondere på sparket (Rowland et al., 2009). Læreren må altså være forberedt på å kunne ta ting på stående fot underveis i undervisningen. I følge Weston (2013) er det å ta ting på sparket i undervisningssituasjoner en stor og viktig del av lærerhverdagen. Og Schoenfeld (1998) mener at det først er når uplanlagte hendelser oppstår at undervisningen virkelig blir spennende. Det er her lærerens undervisningskunnskap i matematikk tydeligst trer frem (Rowland, Thwaites & Jared, 2015). Læreren kan planlegge egne intenderte handlinger, mens elevinnspill kun kan være antatt at kommer til å oppstå. Det er umulig for læreren å vite akkurat hva elevene kommer til å bidra med til enhver tid.

Lærerens måte å respondere på slike uforutsette innspill avhenger av lærerens fagkunnskaper og didaktiske fagkunnskaper (Rowland et al., 2009).

Kunnskapskvarsettens siste og fjerde dimensjon, *Contingency*, tar for seg disse uventede situasjonene (Rowland et al., 2005). Dimensjonen blir sterkt påvirket av de andre dimensjonene i Kunnskapskvarsettet. Av figur 2 ser vi at contingency-aspektet hviler på de andre tre dimensjonene fra Kunnskapskvarsettet (Rowland et al., 2009). For å kunne respondere faglig korrekt på elevers uventede innspill er det viktig at læreren er i besittelse av en faglig kunnskapsbase.



Figur 2: Kunnskapskvarsettet (Rowland, Turner, Thwaites & Huckstep, 2009)

Man kan tenke seg at jo mer solid lærerens undervisningskunnskap i matematikk er, desto færre uventede hendelser i matematikkundervisningen. Dette henger sammen med lærerens grad av forberedelse og erfaring. Det handler altså om hvor beredt læreren er på å møte disse situasjonene, og jeg velger videre å omtale denne fjerde dimensjonen av Kunnskapskvarsettet også for *beredskap*. Å være i beredskap handler om å være forberedt på å møte uventede situasjoner, å ha *noe* (her: undervisningskunnskap i matematikk) klart til bruk. I hvilken grad står læreren beredt til å avvike fra allerede planlagt undervisning? Viser læreren evner til å svare både overbevisende og matematisk korrekt på uventede innspill? Og i hvilken grad står læreren beredt til å kunne benytte seg av uventede hendelser som mulig kan berike undervisningen?

Hvordan læreren velger å håndtere uventede situasjoner som oppstår i matematikklasserommet avhenger også av lærerens verdier og forestillinger om matematikkundervisning (Bishop, 2001). En lærer kan for eksempel velge å ikke fokusere på hvorfor en algoritme fungerer som den gjør til tross for at læreren faktisk har kunnskaper om dette. Hvilke verdier, tanker og holdninger læreren har til matematikkfaget spiller også inn på hvordan en lærer velger å håndtere og respondere på for eksempel et elevinnspill eller et

feilsvar. Om læreren anser feilsvar som verdifullt eller ei kan for eksempel grunnes i lærerens syn på matematikk som undervisningsfag.

Kunnskapskvartettens fire dimensjoner har nå blitt redegjort for. Ettersom oppgaven har til hensikt å se nærmere på uforutsette hendelser vil det videre presenteres tidligere forskning på ulike typer av disse.

2.5.3. Uventede hendelser

Tidligere forskning viser et skille mellom tre ulike typer av uventede hendelser i klasserommet (Rowland et al., 2015). Disse tre typene vokste frem av forskningsprosjektets data, men forskergruppen påpeker at de er åpne for at det ved ytterligere forskning trolig kan identifiseres flere kategorier. Den første av de uforutsette hendelsene er på en eller annen måte initiert av en eller flere elever. Dette kan være et uventet svar eller en reaksjon som læreren må ta stilling til. Elevenes innspill er vanligvis muntlige, men de kan også tre frem ved for eksempel elevers skriftlige løsninger. Ut fra analyse av data i Rowland, Thwaites og Jared (2015) sitt forskningsprosjekt fant de tre undertyper av uventede hendelser initiert av elever. Den første var elevers svar på et spørsmål fra læreren, den andre var elevers spontane respons på en aktivitet eller diskusjon, mens den tredje tar for seg elevers feilsvar. I tillegg viste dataene at læreren har tre ulike måter å respondere på uplanlagte innspill fra elever; å ignorere, å erkjenne med det samme, eller legge til side for senere å ta opp og erkjenne innspillet.

Den andre typen uventede hendelser som kan oppstå er initiert av læreren selv (Rowland et al., 2015). Dette kan for eksempel være situasjoner hvor læreren underveis i undervisningsøkten blir klar over at noe er galt eller burde blitt gjort annerledes. Refleksjoner læreren foretar seg kan føre til at undervisningen endres. Det er her snakk om lærerens bevissthet og regulering av sine handlinger i det de blir utført.

Den tredje varianten blir verken initiert av elevene eller læreren. Her er det gjenstander som er tilgjengelig eller utilgjengelig i klasserommet som spiller inn (Rowland et al., 2015). Ofte benytter lærere i grunnskolen gjenstander for å formidle abstrakte konsepter. Disse kan være både digitale og analoge. Slike gjenstander har potensiale til å skape uplanlagte situasjoner i undervisning. Ressurser kan bli inkludert som et sentralt moment i undervisning, og bli uventet utilgjengelig. Eller det kan være planlagt å ikke benytte bestemte ressurser i

undervisningen, men at de i løpet av undervisningsøkten likevel blir svært sentrale. Slike situasjoner kan komme overraskende på læreren, og de kan resultere i avvik fra lærerens planlagte undervisning (Rowland et al., 2015).

2.6. Kombinasjon av to rammeverk

Rammeverket til Drageset (2014) og Kunnskapskvartetten (Rowland et al., 2005) vil i analysen kunne bidra med to ulike innfallsvinkler. De kan utfylle hverandre og dermed bidra til å besvare oppgavens problemstilling.

Ved å benytte rammeverket til Drageset (2014) i analysen av de utplukkede casene fremtrer også lærerens hensikt med responsen. For eksempel kan en lærer ønske å dykke dypere ned i fagstoffet eller metoden ved responser som fremmer fokusering, eller læreren kan ha til hensikt å komme videre i undervisningen ved å benytte responser fra fremdriftsgruppen. Når man får innblikk i lærerens hensikt gjennom responsene fremtrer også aspekter av lærerens undervisningskunnskap. Fra Kunnskapskvartetten kan man blant annet trekke frem lærerens konsentrering av prosedyrer fra grunnlags-aspektet, og fremheving av sammenheng mellom prosedyrer under sammenhengs-aspektet. Dersom en lærer kun ønsker en algoritme eller formel for hvordan man kan løse en oppgave fremmes dette gjennom lærerens respons på elevenes innspill i klasserommet. Dersom elevene svarer feil, eller kommer med andre innspill enn hva læreren hadde tenkt på forhånd vil læreren trolig respondere med å avvise, stille korrigerende spørsmål, tilråde elevene en ny strategi eller også kanskje demonstrere og fullføre utregningen selv. Dersom læreren har til hensikt å fremme flere metoder og strategier vises dette i lærerens respons, som igjen avhenger av lærerens undervisningskunnskap.

Masteroppgavens teorikapittel har nå gjort rede for et sosiokulturelt læringssyn, relevant teori omkring kommunikasjon i klasserommet, samt lærerens rolle ved kommunikasjon i klasserommet. I tillegg har to ulike rammeverk blitt presentert. Teorien vil bli benyttet videre i oppgavens analyse og drøfting, men først vil masterprosjektets metode bli presentert. Også her vil det underveis bli begrunnet ytterligere for valg av rammeverk.

3. Metode

For at leseren av denne masteroppgaven skal kunne vurdere verdien av funnene som fremkommer, vil jeg i dette kapittelet beskrive min metodiske tilnærming til forskningsprosjektet. Dette innebærer valg i forbindelse med innsamling og bearbeiding av innhentede data, samt vurderinger av studiens reliabilitet, validitet og etiske betraktninger.

3.1. Forskningsdesign

Ved gjennomføringen av et forskningsprosjekt er det mange avgjørelser som må tas. Blant annet må man ta stilling til hvem og hva som skal undersøkes, samt hvordan undersøkelsen skal gjennomføres. Dette kalles i forskning for *forskningsdesign* og omfavner alt som knytter seg til undersøkelsen (Johannessen, Christoffersen & Tufte, 2016).

I dette masterprosjektet undersøkes lærerens undervisningskunnskap ved uforutsette hendelser i matematikklasserommet. For å undersøke nettopp dette anses det hensiktsmessig å fokusere på et mindre utvalg lærere. Formålet med prosjektet er ikke å generalisere, men å bidra til økt bevissthet på lærerens undervisningskunnskap i matematikk ved uforutsette hendelser. Med slike premisser til grunn ble det naturlige å gjennomføre en *casestudie* som forskningsdesign. En casestudie kjennetegnes ved at det utføres en intensiv og detaljert studie av én eller få caser (Bryman, 2016; Yin, 2009). I tillegg er datakildene både tids- og stedsavhengige. Det betyr at casen studerer én eller få hendelser over en avgrenset periode og på et avgrenset sted. Casestudier blir ofte assosiert med kvalitative forskningsmetoder, men kan like godt benytte kvantitative metoder.

Resultatene av en casestudie taler kun for seg selv, og kan ikke sies å være representative for andre tilfeller (Bryman, 2016; Cohen, Manion & Morrison, 2018). Dette gjør at generaliseringsmulighetene ved casestudier er svært begrenset. Ifølge Thomas og Mayers (referert i Cohen, et al., 2018) er målet med en casestudie ikke nødvendigvis å generalisere, men å bidra til økt forståelse og praktisk visdom. Casestudier kan derimot fremstå som bidrag til et større forskningsprosjekt, som til sammen kan øke mulighetene for generalisering (Cohen et al., 2018). En forståelse av det spesielle kan bidra i forståelsen av det generelle. Med dette masterprosjektet ønsker jeg å bringe frem kunnskap og forståelse tilknyttet lærerens undervisningskunnskap ved uplanlagte situasjoner i matematikkundervisningen. Uten forsøk på å generalisere, vil min casestudie kunne ha verdi for lærere som underviser i

matematikk og lærerstudenter som senere skal undervise i faget. Trolig vil også mine informanter ha verdi av å delta i studien. Deltakelse i et masterprosjekt som dette kan blant annet bidra til et mer forskningsbasert syn på undervisning, samt økt bevissthet omkring egen undervisningspraksis.

3.2. Metodisk tilnærming

Ved valg av metode må det tas hensyn til forskningsprosjektets problemstilling, samt hvilke data som er relevante for å kunne besvare denne (Christoffersen & Johannessen, 2012). Problemstillingen og underspørsmålene for dette prosjektet innebærer studier av interaksjon og samspill innenfor en sosial praksis. En kvalitativ tilnærming egner seg godt innen forskning på sosiale kontekster (Bryman, 2016). Dette hvor ord vektlegges fremfor en målbar kvantitativ samling av data. For å besvare problemstillingen i dette prosjektet anses det med bakgrunn i dette hensiktsmessig å benytte en kvalitativ tilnærming.

Casestudier kan med fordel gjennomføres ved å kombinere ulike metoder for å innhente mye og detaljert data (Yin, 2009). Observasjon og intervju er de to metodene som er benyttet for å samle inn data til dette masterprosjektet. Altså har det blitt benyttet en kombinasjon av to metoder, en triangulering (Fangen, 2010). Intervju og observasjon regnes som kvalitative, og er to vanlige og velegnede metoder i en casestudie (Cohen et al., 2018). Metodene er formålstjenlig ved casestudier ettersom de kan gi innsikt i spesifikke fenomener, situasjoner, enkeltpersoner og institusjoner (Befring, 2015). I et intervju gir informantene uttrykk for det de mener at de gjør, og det de trolig ønsker å gjøre. Ved å i tillegg benytte observasjon får man se selv hva informantene faktisk gjør. Dette gjør at de to metodene sammen vil gi et nyansert og utfyllende datamateriale. Videre vil jeg gjøre rede for observasjon og intervju som metoder.

3.2.1. Observasjon

Observasjon er en velegnet metode der forskeren ønsker direkte tilgang til informasjon om det som undersøkes (Befring, 2015). Ved å være fysisk til stede i matematikkundervisning, der uforutsette hendelser kan forekomme, og elever og lærer handler som normalt, vil man få direkte tilgang til data som kan gi informasjon om det oppgavens problemstilling søker svar på. Med bakgrunn i dette ble observasjon den overordnede metoden jeg benyttet.

I henhold til oppgavens problemstilling er hensikten med studien å undersøke lærerens handlinger og interaksjoner i undervisning. For å samle informasjon om hva mennesker faktisk gjør, må vi observere dem i den aktuelle settingen (Christoffersen & Johannessen, 2012). Her får man mulighet til å studere ikke-verbal kommunikasjon og uttrykk i tillegg til den verbale (Fangen, 2010). Dette kan innebære informasjon om blant annet hvordan folk beveger seg i rommet, tonefall, ansiktsuttrykk og kroppsspråk. For eksempel vil trolig lærerens usikkerhet ved uventede hendelser vises gjennom mer enn kun verbale uttrykk.

Målet med observasjonen var å avdekke lærerens og elevenes virkelighet på en så autentisk måte som mulig. Dette gjør studien naturalistisk (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ved innhenting av data ble det dermed sentralt at læreren og elevene oppførte seg tilnærmet likt normalt, og at jeg som forsker hadde lite innvirkning på det som utspilte seg i klasserommet. Jeg opptrådte med dette som en passiv observatør som forsøkte å påvirke det sosiale handlingsmønsteret så lite som mulig. Denne type observasjonsrolle refereres til som en *ikke-deltakende* observatør (Christoffersen & Johannessen, 2012; Fangen, 2010). Forskeren er synlig i klasserommet, men betraktes som en tilskuer som ikke deltar i ordinære handlinger mellom deltakerne.

Observasjon anses som en strukturert datainnsamlingsmetode som gir mulighet til å undersøke menneskers samhandling og språkbruk uten at forskeren påvirker samhandlingen (Fangen, 2010). Ettersom man kan ha ulik grad av struktur, skilles det ofte mellom ustrukturert og strukturert observasjon. Ved *strukturert observasjon* har forskeren på forhånd bestemt seg for en aktivitet som skal studeres nærmere (Dalland, 2012). Ofte opereres det med skjemaer som inneholder forhåndsbestemte kategorier (Christoffersen & Johannessen, 2012). Disse angir retning for hva som skal observeres og registreres. Ved *ustrukturert observasjon* er det derimot mer åpent. Målet her er å se helheten som studeres, og man forsøker å skaffe en dypere forståelse for relasjoner, samspill og prosesser (Dalland, 2012). Mine observasjoner kan betraktes som både strukturerte og ustrukturerte. De ble foretatt strukturerte i den forstand at jeg på forhånd hadde satt meg noen fokusområder etter prosjektets problemstilling. Ettersom jeg på forhånd hadde gjort meg tanker om problemstilling og hva jeg så etter ville det være umulig å gjennomføre observasjonene totalt ustrukturerte. Men observasjonene var ustrukturerte i den grad av at jeg ikke hadde en spesifikk fremgangsmåte underveis i observasjonen. Til tross for forhåndsbestemte fokusområder var jeg opptatt av å fange opp et helhetlig bilde av hva som foregikk i de

aktuelle situasjonene. Jeg benyttet for eksempel ikke et strengt skjema som feltnotat underveis. Dette for å ikke overse hendelser som ved dypere analyse kunne anses mer interessante enn først antatt.

Ved observasjon er det sentralt å lagre det som observeres (Dalland, 2012). For å fange opp den verbale kommunikasjonen i klasserommet benyttet jeg lydopptaker. Dette for å sikre at kommunikasjonen ble gjengitt korrekt i etterkant. Ved å bruke lydopptaker fikk jeg muligheten til å hente interessant informasjon til prosjektets problemstilling uten at min skrivetregthet kom i veien for dette. En annen fordel var at jeg i etterkant kunne spille av opptakene flere ganger, og enklere sette meg inn i undervisningssekvensen mentalt. I tillegg til å ta lydopptak tok jeg feltnotater underveis. Dette for å klargjøre situasjoner samt fange opp informasjon fra ikke-verbal kommunikasjon. Feltnotatene inneholdt også praktisk informasjon om hvem som var tilstede, tidspunkt for hendelser, samt hva, hvor og hvordan en hendelse skjedde. Feltnotatene forsøkte også å gjenskape det som ble notert på tavla. I tillegg forsøkte jeg så langt det lot seg gjøre å ta bilder av tavlen og noe elevarbeid. En av lærerne hadde også til vane å lagre tavleundervisningen fra Smart Board elektronisk. Dette gjorde at også jeg enkelt fikk tilgang til notasjoner fra tavlen gjort i undervisningsøkten elektronisk.

Ved observasjon er det vanlig å benytte videoopptak (Christoffersen & Johannessen, 2012). Dette for å sikre dokumentasjon av bevegelse, kroppsspråk og andre visuelle hendelser. Slike videoopptak kan være personidentifiserende, og for å beskytte lærerens og elevenes anonymitet utelukket jeg dette verktøyet. Jeg betraktet det som uproblematisk å utelukke videoopptak, ettersom ikke-verbal informasjon av betydning for studien kunne noteres ned. For å samkjøre feltnotater og lydopptak benyttet jeg stoppeklokke som ble igangsatt samtidig som lydopptakeren. Under observasjonen noterte jeg tidspunkt sammen med de visuelle hendelsene for når i lydopptaket dette fremkom. Dette gjorde det enklere for meg å samkjøre feltnotater og lydopptak i etterkant når dataene skulle transkribes.

Observasjoner av helklassesamtaler kan gi rik tilgang til data, men det kan også åpne seg behov for å stille spørsmål som observasjon alene ikke kan gi svar på (Dalland, 2012). Derfor valgte jeg å gjennomføre korte intervjusamtaler med læreren før og etter undervisning. Dette for å skaffe oversikt over den planlagte undervisningen, avklare situasjoner, samt for å innhente informasjon om lærerens opplevelse av undervisningsøkten.

3.2.2. Intervju

Et forskningsintervju kan anses som en strukturert samtale (Kvale, Brinkmann, Anderssen & Rygge, 2015), og er en av de mest brukte metodene innenfor kvalitativ forskning (Bryman, 2016). Intervjuet lar seg lede av en hensikt og et bestemt formål hvor forskeren stiller spørsmål og lytter til det intervjupersonen har å si. Ved dette masterprosjektet var det hensiktsmessig å foreta korte intervjusamtaler både i forkant og etterkant av undervisningen som ble observert. Formålet med intervjuet i forkant av undervisningen var å avklare lærerens plan for timen. Dette for å få et visst innblikk i hva læreren kanskje kan ha forutsett på forhånd. Her fikk jeg også mulighet til å stille oppfølgingsspørsmål ved behov. Ved å intervju læreren etter endt undervisning fikk jeg mulighet til å avklare forhold rundt undervisningen som ikke var direkte synlig i observasjonene. Jeg ønsket her å finne ut av hvordan læreren selv opplevde de uventede hendelsene i undervisningen.

Intervjuene som ble gjennomført var semistrukturerte (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det ble på forhånd utarbeidet en intervjuguide (vedlegg 5) med overordnede spørsmål som kunne benyttes for å få samtalen i gang og på rett spor. Dette var spørsmål som handlet om hva læreren hadde planlagt for timen, samt hva de forventet av elevene ved de ulike undervisningsaktivitetene. Det er typisk for intervjuguider å ha en form for liste av momenter intervjuer ønsker å ta opp, samt spørsmål som skal stilles (Bryman, 2016; Kvale et al., 2015). Jeg hadde med dette en overordnet plan, men med spillerom til å fravike fra denne dersom det opplevdes hensiktsmessig underveis i intervjuene (Christoffersen & Johannessen, 2012). Hovedfokuset for alle intervjuene var det samme, men rekkefølgen, de nøyaktige spørsmål og samtaleemne for hvert intervju varierte noe. Dette fungerte godt i den form av at det opplevdes naturlig i intervjusituasjonen.

Å intervju handler om å få innblikk i andre menneskers livsverden (Bryman, 2016). Det er her sentralt å forsøke og forstå det som ble sagt i intervjuene ut fra lærerens eget perspektiv. Til tross for egne erfaringer fra praksis og vikartimer forsøkte jeg å la egne perspektiver fra undervisning vike. Dette gjorde jeg ved å la læreren snakke fritt uten avbrytelser, samt at jeg lot spørsmål og pauser henge i luften slik at læreren kunne få tid til å tenke og eventuelt utfylle.

Å ta vare på dataene som blir samlet inn er også essensielt i et prosjekt som dette (Dalland, 2012). Her valgte jeg igjen å benytte lydopptaker. Dette for å slippe og notere fortløpende underveis i samtalen. Ved å bruke lydopptaker forsikret jeg meg om at jeg fikk gjengitt det som ble sagt på en korrekt og pålitelig måte i transkripsjonene. Jeg hadde også med meg en notatblokk under intervjuene hvor jeg kunne notere nonverbal informasjon som trolig kunne være relevant for prosjektet.

Ettersom kvalitativ forskning kan gjøres på mange ulike måter stilles det høye krav til transparens, gjennomsiktighet, ved rapportering av kvalitative forskningsresultater (Johannessen et al., 2016). Jeg vil derfor videre beskrive de ulike fasene i forskningsprosessen.

3.3. Utvalg

Innen kvalitativ forskning kreves det ofte store mengder data, og utvalget og utvalgets størrelse varierer ut fra problemstillingen og hvor mange informanter som trengs for å besvare denne (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det er her sentralt å velge ut informanter som kan bringe informasjon om det det forskes på (Creswell, 2008). For å undersøke lærerens undervisningskunnskap ved uforutsette innspill i helklassesamtalen var jeg avhengig av å observere lærere og deres elever i matematikkundervisning. Å kun observere og intervjué én lærer ville antakelig være et for lite utvalg. Dette fordi innsamling av data tilknyttet én lærer ikke ville gi garanti for relevante caser. Derfor ble det ansett hensiktsmessig å ha flere lærere å spille på. Et utvalg på tre til fire lærere kunne antakelig være passende ettersom dette trolig ville gi et stort nok datamateriale å plukke relevante caser fra. I tillegg vil antakelig tre til fire informanter gi noe sammenligningsgrunnlag.

I kvalitativ forskning foretar man en strategisk utvelgelse av informanter (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det er altså ikke likegyldig hvilke informanter som velges ut.

Informantene som velges ut er håndplukket for å nettopp kunne gi data som kan besvare problemstillingen. I dette masterprosjektet ble det foretatt en kriteriebasert utvelgelse, der informantene måtte oppfylle to krav. Lærerne måtte (1) undervise i matematikk på 5.-10.trinn, og (2) noe av undervisningen deres måtte være organisert som helklassesamtale. Noen nærmere avgrensning for alderstrinn eller faglig matematisk emne anså jeg ikke

hensiktsmessig. Uforutsette innspill vil trolig oppstå gjennom hele skoleløpet, og ved ulike matematiske emner.

Informantene ble rekruttert via felles kjente. Ettersom mange av mine tidligere medstudenter på grunnskolelærerutdanninga har begynt å jobbe som lærere tok jeg kontakt med disse. Noen av disse henviste meg videre til kollegaer som kunne være interesserte i å stille som informanter. Jeg sendte mail til de mulige informantene for å dele mer informasjon om prosjektet og hva det ville innebære både for de selv og deres elever. Lærerne forhørte seg videre med ledelse og rektor på sin skole, og fikk samtykke til å kunne delta. Jeg ønsket bevisst å ikke benytte lærere jeg kjente privat som informanter. Dette for å holde masterprosjektet til et profesjonelt nivå, samt at man ved innhenting av data også kan risikere ubehagelige situasjoner. Informantene skulle heller ikke føle seg presset til å delta som en vennetjeneste. Mitt utvalg av informanter bestod til slutt av Anne, Bendik og Celine. Lærerne har her fått fiktive navn som vil benyttes videre. Dette for å sikre deres anonymitet.

3.3.1. Presentasjon av informanter

Anne er utdannet grunnskolelærer for 1.-7. trinn. Hun har 60 studiepoeng i matematikk, og har ved datainnsamlingens tidspunkt jobbet som lærer i fem og et halvt år. Skolen hun arbeider på i dag har hun jobbet på siden 2016, og hun er her kontaktlærer for en klasse på 6. trinn. Matematikkundervisningen på Anne sin arbeidsplass er organisert slik at to helklasser er fordelt på tre mindre matematikklasser. I Anne sin matematikkklasse er det 18 elever. Enkelte av elevene har ikke hatt Anne som matematikklærer tidligere ettersom de nettopp har omrokkert på matematikkgruppene.

Bendik har jobbet i skolen i 14 år. Dette både i videregående skole og i grunnskolen. Han har en bachelorgrad i organisk kjemi, praktisk pedagogisk utdanning, samt tatt enkeltemner innenfor fysikk og matematikk. Han har 60 studiepoeng i matematikk, og er i dag kontaktlærer for en 10. klasse.

Celine har gjennomført grunnskolelærerutdanningen for 5. – 10. trinn med fagene matematikk, samfunnsfag og kroppsøving. Celine er inne i sitt sjette år som lærer, og er i dag kontaktlærer for en 7. klasse og underviser hele 7. trinn (to klasser) i matematikk. Matematikkundervisningen på Celines skolen er organisert i både hel og halv klasse.

3.4. Innsamling av data

I forkant av observasjonene var jeg svært usikker på hvor mange undervisningsøkter jeg måtte observere for å få fatt i tilstrekkelig mengde data. I følge Johannessen og Christoffersen (2012) er det vanlig å observere til man ikke lenger får tilført ny informasjon, til man oppnår en *metning*. I mitt tilfelle var denne anvisningen utfordrende å forholde seg til ettersom det kunne være vanskelig å antyde noe om når jeg ikke lengre trengte ny data for å besvare problemstillingen. Jeg var i tillegg usikker på hvor mange relevante caser jeg kunne få ut av observasjonene ettersom dette er noe som trolig vil avhenge av faglig emne, lærer og elever i den gitte undervisningssituasjonen. Ved et masterprosjekt som dette ville det antakelig være vanskelig å skulle oppnå noen metning, og kanskje ville dette heller ikke vært hensiktsmessig med tanke på oppgavens problemstilling. Formålet med oppgaven er ikke å samle generaliserbar data, men å heller kunne belyse en liten, men viktig del av undervisningen.

Med bakgrunn i usikkerheten omkring antall lærere og antall observasjonstimer, bestemte jeg meg for å prøve meg frem og i første omgang observere tre lærere. Jeg observerte hver lærer i fire undervisningstimer, altså 12 undervisningstimer totalt. Undervisningsøktene varierte fra 45 minutter til 60 minutter. Etter endt observasjon og samtaler med hver av de tre lærerne lagde jeg en avtale om at jeg kunne komme tilbake dersom jeg skulle føle mangel på datamateriale. Men med begrunnelse i masteroppgavens omfang og formål samt et nokså stort datamateriale som nå allerede var innhentet, valgte jeg etter å ha observert 12 undervisningsøkter med tilhørende intervjusamtaler å sette en stopper. Datamaterialet som allerede var hentet inn viste tegn til å gi tilstrekkelig med interessante og relevante caser for å besvare oppgavens problemstilling. Ytterligere datamateriale ble dermed ikke innhentet. Trolig ville jeg ikke nærme meg noen metningsgrad i dette prosjektet ei heller ved å observere de tre lærerne ytterligere. Dette fordi uventede hendelser oppstår sporadisk i klasserommet, og dette av ulike varianter avhengig av blant annet elever, matematisk tema og undervisningsaktivitet. Etter å ha observert hver lærer ved fire undervisningsøkter fikk jeg et nokså solid inntrykk av hvordan deres undervisning pleide å foregå, og jeg hadde i alle klasserommene observert hendelser som falt under beredskaps-kategorien fra Kunnskapskvartetten.

Underveis i observasjonene tok jeg som nevnt tidligere feltnotater. I feltnotatene skilte jeg mellom det jeg faktisk observerte og egne tanker, ideer, fortolkninger og eventuelle spørsmål som dukket opp underveis. Både lærere og elever ble anonymisert i notatene. Jeg unngikk

underveis i innhentingene å notere navn på lærere, elever og skoler. Læreren ble notert som L, og elevene markert med E etterfulgt av hvilket nummer de var i rekken til å prate. Dette for å holde oversikten over hvem som pratet når, samt hvor mange elever som var delaktige i helklassesamtalen. Jeg benyttet meg også av et enkelt klassekart underveis for å holde oversikten over hvilke elever som pratet når. Dette fungerte godt, og gjorde det oversiktlig for meg å holde styr på klasseromsamtalen, samt lettet transkripsjonsarbeidet stort i etterkant.

Lydopptakeren som ble benyttet ved observasjonene ble forsøkt plassert diskret på kateteret før elevene kom inn i klasserommet. Jeg plasserte meg på en stol bakerst i klasserommet med notatblokk og blyant. Enkelte av elevene var i begynnelsen veldig nysgjerrige på hvem jeg var, samt på lydopptakeren. Det var morsomt å tulle med lydopptakeren og snakke direkte til den. Jeg valgte å overse elevenes handlinger med lydopptakeren og den ble etterhvert mindre interessant for elevene. Når undervisningen kom i gang virket det som om elevene glemte at både jeg og lydopptakeren var tilstede, og det så ut til at de oppførte seg tilnærmet likt normalt. I samtalene etter undervisningssekvensene var det heller ingen av lærerne som ga uttrykk for at elevene oppførte seg særlig unormalt ved min tilstedeværelse.

I forbindelse med hver observasjon var mitt ønske å ha en kort intervju samtale med lærerne både før og etter hver undervisningsøkt. Dette lot seg gjøre i de fleste tilfeller, men var også enkelte ganger litt vanskelig å gjennomføre i praksis. Dette på grunn av en travel lærerhverdag med inspeksjoner, elevsaker, møter og annen undervisning. Ved flere anledninger ble samtalen før undervisningen gjennomført uformelt før elevene kom inn i klasserommet. Her fikk jeg en rask innføring i det læreren hadde planlagt for timen, samt muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål. Jeg opplevde det svært nyttig å kunne stille lærerne spørsmål her ettersom jeg fikk en indikasjon på hva de forventet av elevene i den kommende undervisningsøkten. To av informantene hadde også på forhånd sendt meg plan for undervisningen. Etter hver undervisningstime fikk jeg derimot muligheten til å gjennomføre de korte intervju samtalene. Jeg opplevde det også her svært nyttig å få muligheten til å avklare situasjoner som hadde oppstått i undervisningsøkten vi akkurat hadde vært igjennom. Spørsmålene jeg oftest stilte her handlet om innspillene elevene hadde kommet med, om disse var forventet eller ei.

3.5. Transkripsjon

Transkripsjon handler om å strukturere data i tekstform (Kvale et al., 2015).

Transkripsjonsarbeidet er en del av den analytiske prosessen, og gjør videre analysearbeid lettere. I dette prosjektet transkriberte jeg både intervjusamtalene og observasjonene i sin helhet. Under transkriberingen fikk jeg muligheten til å oppdage nye ting som jeg ikke tenkte over ved selve observasjonen eller under intervjuet som interessant.

Observasjonene og intervjuene ble i sin helhet transkribert ut fra lydopptak og notater. Transkriberingen fant sted kort tid etter innhenting. Hver undervisningsøkt ble så langt det praktisk lot seg gjøre transkribert før jeg satte i gang med nye observasjoner og intervjuer. Å transkribere kort tid etter innhenting var nyttig i form av at jeg hadde observasjonene og intervjuene klart i minnet mens jeg transkriberte. Dette lettet arbeidet med å forstå situasjonen, samt med å sammenfatte notater og lydopptak. Prosessen med transkripsjonen ga meg dypere innsikt og forståelse for situasjonen jeg hadde vært til stede i. Underveis i arbeidet med transkriberingen ble jeg også bedre kjent med datamaterialet jeg nå hadde samlet inn, og jeg fikk mer oversikt over materialet som videre skulle analyseres.

Det transkriberte datamaterialet dannet videre grunnlag for oppgavens analyse. Datamaterialet ble under transkripsjonen organisert i en tabell. Tabellen viste talehandlingens nummer, hvem som snakket, hva som ble sagt og eventuelle andre fysiske handlinger. Feltnotater ble også sammenfattet med opptak fra undervisningen og forsøkt fremstilt oversiktlig.

3.6. Analyse av data og begrunnelse for valg av rammeverk

Analyse av kvalitativ data er sentralt for å unngå at videre bruk av materialet blir synsing og antakelser (Christoffersen & Johannessen, 2012). I dette masterprosjektet ble det som nevnt over ansett hensiktsmessig å transkribere lydopptak både fra intervjusamtaler og observasjon, samt feltnotatene. Dette for å lette analysearbeidet, samt gjøre det mulig å trenge dypere inn i datamaterialet. Observasjonene av undervisning og intervjusamtalene av informantene resulterte i et omfattende datamateriale, og det var her et behov for å dele opp og organisere de kvalitative dataene. Datamaterialet ble i analysen analysert etter to rammeverk presentert i oppgavens teorikapittel.

Oppgavens analysedel vil kombinere rammeverket til Drageset (2014) og Kunnskapskvartetten (Rowland et al., 2005). Min begrunnelse for å benytte begge rammeverkene er deres ulike perspektiver. De to rammeverkene viser til ulike aspekter ved matematikkundervisning. De vil utfylle hverandre i forståelsen av lærerens respons på uforutsette situasjoner i klasserommet. For å kunne gå i dybden på både lærerens respons og hvilke aspekter av lærerens undervisningskunnskap som ligger bak responsene mener jeg at rammeverkene kan utfylle hverandre, og være til hjelp for å besvare oppgavens problemstilling.

Med bakgrunn i oppgavens problemstilling og underspørsmål ble kun caser hvor læreren opplevde at noe uforutsett oppstod i klasserommet plukket ut for videre analyse. Som nevnt tidligere i teoridelen er det nemlig i uventede situasjoner at lærerens undervisningskunnskap i matematikk ofte trer tydelig frem (Schoenfeld, 1998). Derfor valgte jeg først å benytte Kunnskapskvartetten til å avgrense tilfellene som blir plukket ut til analyse. For at hendelsen skulle ha relevans for oppgavens problemstilling måtte den dermed oppfylle kravene til en av de ulike uventede hendelsene beskrevet i teoridelen.

Etter å ha plukket ut casen til analyse valgte jeg først å bruke rammeverket til Drageset (2014) for å analysere lærerens respons ved uventede situasjoner. For å gjøre dette på en hensiktsmessig måte anså jeg det nødvendig å kunne beskrive og analysere lærerens kommunikasjon i detalj. Drageset (2014) hevdet jo nettopp at det å gå detaljert til verks er avgjørende for fagutvikling. Ved å benytte meg av hans rammeverk fikk jeg muligheten til nettopp dette. Lærerens respons på elevens innspill ble dermed analysert etter rammeverkets responsgrupper med tilhørende responskategorier. Gjennom analysen av lærerens responser presenteres også casen, slik at leseren blir satt inn i situasjonen som er plukket ut. Enkelte av sekvensene ble her delt opp i flere mindre deler.

For å se på aspekter av lærerens undervisningskunnskap bak responsene valgte jeg igjen å benytte Kunnskapskvartetten (Rowland et al., 2005) som analyseverktøy. Rammeverket ble først og fremst utarbeidet for å skape bevissthet og diskusjon om undervisningskunnskapen i matematikklasserommet mellom lærerutdannere, praksislærere og praksisstudenter. Men rammeverket kan også være et verktøy for å utvikle matematikkundervisning generelt, også for ferdigutdannede lærere (Thwaites, Jared & Rowland, 2011; Turner & Rowland, 2011). Rammeverket har ved flere forskningsprosjekter blitt benyttet som et analyseverktøy tilknyttet

lærerens undervisningskunnskap i matematikk og dens utvikling. Både Solem & Hovik (2012) og Kleve (2010) har tidligere benyttet rammeverket. Rowland, Turner, Thwaites og Huckstep (2009) og Rowland et al (2005) argumenterer også for at rammeverket egner seg til veiledning av både studenter og kollegaer i diskusjon rundt undervisningspraksis. Slik kan rammeverket være til nytte i utvikling av lærerens undervisningskunnskap i matematikk. Kunnskapskvartetten kan med dette anses som et hjelpemiddel for å kunne reflektere over hvordan aspekter av lærerens matematikkunnskaper kommer til uttrykk ved lærerens responser i matematikkundervisningen.

Å benytte ferdig utarbeidede rammeverket kan vises hensiktsmessig. Grossman og McDonald (2008) argumenterte for betydningen av et felles begrepsapparat for å kunne beskrive og analysere undervisning og læringsaktiviteter. Ved å benytte et allerede fastsatt rammeverk hindrer man store mengder av overlappende begreper, og det vil være enklere å se antydning til mønstre. På den andre siden kan et fastsatt rammeverk også stå i veien for forskningsfeltet med tanke på funn og fremgang, og dermed virke begrensende (Solem & Hovik, 2012). Forskerens blikk kan bli «låst», og man kan fort bli «bundet» av rammeverket. Dette kan resultere i at interessante funn går tapt. Kleve (2010) har for eksempel tidligere pekt på ønske om en femte kategori i Kunnskapskvartetten. Ved videre bruk av rammeverk i analysen vil jeg ha dette i bakhodet.

3.7. Trusler mot gyldighet

I et masterprosjekt som dette er det viktig at man sikrer undersøkelsens validitet og reliabilitet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ved casestudier og spørsmål om deres trusler mot validitet og reliabilitet avhenger disse i stor grad av hvor langt forskeren mener de innhentede dataene er egnet til å besvare prosjektets problemstilling (Bryman, 2016).

3.7.1. Validitet

Validitet handler om datamaterialets gyldighet. Ved høy gyldighet gir datamaterialet uttrykk for det man ønsker å undersøke. Hva informantene uttrykker er derfor en trussel mot gyldigheten. For eksempel gir et kvalitativt intervju kun svar på informantenes subjektive erfaringer og meninger (Silverman, 2006). Intervjuer får innsikt i hva informanten mener at den gjør eller skal gjøre, og informanten kan fortelle det han eller hun finner passende der og da. Et intervju gir ingen sikkerhet for at informanten snakker sant. Ved å triangulere, altså

benytte både intervju og observasjon som metode, styrkes datamaterialets validitet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Observasjon vil trolig gi et mer riktig bilde av hva informanten faktisk gjør i klasserommet (Fangen, 2010). Det kan være vanskelig å endre på handlinger som faktisk skjer i klasserommet. På den andre siden kan også observasjon oppleves kunstig, og det er ikke sikkert at det man faktisk samler inn av data gjennom observasjon er representativt for hva som pleier å foregå i undervisningen. For å styrke masteroppgavens validitet ga jeg fra start tydelig uttrykk for at jeg som forsker ikke var ute etter å dømme informantene. I forkant av datainnsamlingen gjorde jeg det klart for lærerne at det ikke var de som person jeg ville observere og intervju, men de som lærere.

Det at lærerne på forhånd fikk vite om masterprosjektets problemstilling kan også virke som en trussel mot masteroppgavens gyldighet. Trolig opptrådte lærerne varsommere i situasjoner som var uplanlagte. Mest sannsynlig var de mer bevisste på slike situasjoner og hvordan de reagerte der og da. Kanskje hadde de også i forkant av undervisningsøktene tenkt nøye igjennom hva slags spørsmål og reaksjoner elever kan komme med i helklassesamtalen. Slike forberedelser fikk de i alle fall mulighet til å foreta seg. For masterprosjektets del vil dette svekke datamaterialets validitet. I selve innhenting av datamaterialet så jeg derimot lite tegn til at lærerne hadde forberedt seg mer enn normalt. På den andre siden vil jeg aldri kunne vite helt sikkert om lærerne forberedte seg mer til undervisningen når de visste at jeg skulle observere. Dette vil jeg ei aldri få klarhet i. Man kan dermed ikke med sikkerhet gi noen garanti for at dataene som er hentet inn kan regnes som representative for hvordan en matematikklærers undervisningskunnskap egentlig kommer til uttrykk i uforutsette situasjoner i helklassesamtalen. På den andre siden kan da forskningsprosjektet allerede ha bragt med seg noe positivt inn i klasserommet, nettopp lærerens bevissthet omkring håndtering av uventede elevsvar.

3.7.2. Reliabilitet

Reliabilitet omhandler hvor troverdig og pålitelig datamaterialet er (Kvale et al., 2015). Et datamateriale med høy reliabilitet er pålitelig. Med pålitelig menes her at datamaterialet som er hentet inn er holdbart og robust. Hvorvidt forskningen kan utføres på nytt og gi omtrent samme resultat er sentralt. Ved observasjoners reliabilitet er det typisk å stille seg spørsmål ved om hvorvidt en annen uavhengig observatør ville lagt merke til samme begivenhetene og tolket dem på samme måte som deg (Fangen, 2010). Ved en kvalitativ undersøkelse, og særlig casestudier kan det å sikre datamaterialets reliabilitet være svært utfordrende på grunn av

virkelighetens kompleksitet. Enkelte vil betegne dette som en umulig oppgave. Casene som oppstår er av engangskaraktér, og det samme er intervjuene (Fog, 2004). Det vil derfor være vanskelig, om ikke umulig, å innhente nøyaktig samme datamateriale på nytt. Dette gjør at masterprosjektets reliabilitet er nokså svak.

Ved observasjon hadde jeg som forsker lite innvirkningskraft. Dette kan være med på å styrke datamaterialets reliabilitet. Jeg kan på ingen måte hentet inn nøyaktig samme datamaterialet på nytt ved en senere anledning. Men ved å observere informantene fire ganger hver, fikk jeg en viss indikasjon på hvordan de tre lærerne responderte på uforutsette innspill i matematikkundervisningen. Informantenes lærerstil var nokså lik ved de fire observasjonene, og trolig kan jeg dra tilbake til de samme klasserommene uten å oppleve store overraskelser.

Ulike oppfatninger av begreper kan virke som en trussel mot datamaterialets pålitelighet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Dette kan føre til misforståelser og noe mindre gyldig empiri. Ved intervjuene hadde jeg mulighet til å avklare ulike oppfatninger av begreper og hendelser. Ved å spørre informantene underveis i samtalene unngikk jeg trolig store forskjeller i oppfatninger av begreper og hendelser. Dette kan være med på å styrke oppgavens reliabilitet.

Vi ser altså at det vanskelig lar seg gjøre å oppnå en sterk reliabilitet ved dette masterprosjektet. Det vil være i høy grad være utfordrende å skulle gjennomføre prosjektet på nytt med tilnærmet likt datamaterialet. Igjen vil jeg trekke frem at datamaterialet ikke har til hensikt å legge grunnlag for generalisering.

3.8. Etske retningslinjer

Forskning underordner seg både juridiske og etske prinsipper (Johannessen et al., 2016). Når forskningen berører mennesker direkte oppstår det problemstillinger tilknyttet etikk, og dette spesielt ved innsamling av data som ved intervju og observasjon. Etske hensyn innebærer at man som forsker må tenke på hvordan et tema kan belyses uten at dette fører til uforsvarlige etske konsekvenser for mennesker, og dette spesielt for barn. Videre vil jeg redegjøre for etske overveielser som har blitt foretatt både før, under og etter datainnsamlingen.

Prosjekter som tar for seg behandling av personopplysninger skal meldes til Norsk Senter for Forskningsdata (NSD). Etersom jeg i dette masterprosjektet har tatt i bruk lydopptaker har jeg benyttet informasjon som regnes som personopplysninger. Med bakgrunn i dette meldte jeg prosjektet til NSD (vedlegg 1), og fikk godkjenning (vedlegg 2) for å starte innsamling av data. I meldeskjemaet gjorde jeg rede for prosjektet, hvordan jeg ønsket å innhente data, samt hvordan jeg skulle behandle dataene. Opplysningene ble under forskningsprosessen lagret på en passordbeskyttet ekstern harddisk som kun jeg hadde tilgang til.

Ved et masterprosjekt som dette kreves det samtykke fra informantene (Christoffersen & Johannessen, 2012). Lærerne kunne gi deres samtykke selv (vedlegg 3), mens fra elevene, som alle var under 18 år, måtte jeg innhente samtykke fra elevenes foresatte. I forkant av observasjonene hadde elevene fått med et informasjonsskriv hjem som måtte bringes tilbake med underskrift som ga samtykke til deltakelse i prosjektet (vedlegg 4). Skrivet inneholdt informasjon om prosjektet formål, hva en eventuell deltakelse ville innebære, deres rettigheter, informasjon om behandlingen av opplysninger og erklæring om samtykke. På denne måten ble frivillig og informert samtykke innhentet.

På forhånd hadde jeg i samråd med veileder avklart hva jeg skulle gjøre dersom enkelte elever ikke ønsket å delta i studien. Det var ikke ønskelig å stenge disse elevene ute fra undervisningen, ettersom det ville føre til at de mistet undervisning de har rett på. Derfor hadde jeg på forhånd bestemt meg for å stoppe lydopptakeren midlertidig når den aktuelle eleven deltok muntlig. I klassen til Anna var det ingen foresatte som ikke ønsket at deres barn skulle delta i studien. I klassene til Bendik og Celine var det to elever i hver klasse, men disse elevene deltok ikke i helklassesamtalen. Derfor ble dette uproblematisk.

Det er et viktig etisk prinsipp ved et masterprosjekt som dette at informantene selv ønsket å delta, og at de ikke følte seg presset til deltakelse. Ved forespørsel om frivillig deltakelse i forskningsprosjekter kan informanter føle seg presset eller pliktige til å delta. Kanskje oppfatter de det å delta i forskning som en samfunnsplikt. Å støtte forskning er viktig, men det skal likevel ikke gå på bekostning av hva informanten er komfortabel med. Jeg opplevde at de tre lærerne som ønsket å stille opp gjorde dette også av egen interesse, og at de ikke følte seg presset til å delta. De ga alle uttrykk for at de synes det var morsomt å få lov til å være med på prosjektet. Jeg spurte de også underveis mellom observasjonene om de synes det var ubehagelig at jeg var der, noe ingen av de tre ga uttrykk for.

Ved innhenting av data kan det også forekomme samtaler eller handlinger som gjør at forskeren får mer informasjon enn ventet (Dalland, 2012). Underveis i innhentingene opplevde jeg nettopp dette. Det kom ved flere anledninger opp elevsaker, særlig på mellomtrinnet. Dette var informasjon som ikke hadde med matematikkundervisningen å gjøre, og jeg valgte derfor å utelukke dette fra transkripsjonen og feltnotatene. Dette for å beskytte informantene, samt opprettholde min taushetsplikt.

I forkant av intervjusamtalene var det viktig å informere læreren om at samtalen skulle være en mellommenneskelig situasjon, og at jeg ikke var ute etter å dømme deres handlinger i klasserommet. Som forsker skal man forsøke å ikke krysse noen grenser der informanten kan føle seg presset eller krenket (Kvale et al., 2015). For å bevare den mellommenneskelige samtalen jeg søkte etter, viste jeg under intervjuet interesse og lyttet til det informanten hadde å si. Dette for at informanten skulle føle seg komfortabel med å dele egne tanker og synspunkter, og for at informanten skulle føle seg til nytte. Jeg ønsket på ingen måte å opptre som noen «bedreviter» og viste heller min interesse ved å lytte til hva informantene kunne bidra med. Dette gikk for det meste fint, men jeg opplevde det også utfordrende ved et par anledninger.

Jeg vil trekke frem spesielt én case som oppstod ved første observasjon i en av informantenes klasserom. Læreren ble satt ut av spill og usikker på hvordan oppgaven skulle løses rent matematisk. I etterkant fryktet jeg at informanten opplevde dette ubehagelig og dermed ville trekke seg fra prosjektet. Jeg ønsket her å gå dypere i situasjonen som oppstod, men av hensyn til informanten unnlot jeg dette. Jeg forsøkte å trå forsiktig og ikke fremme enda mer usikkerhet hos informanten. Dette gjorde jeg ved å stille færre spørsmål, og samtidig ikke gi uttrykk for at det han gjorde var feil. Mot slutten av samtalen spurte jeg også informanten om det var greit at jeg kom tilbake for å observere to dager senere. Informanten hevdet derimot ikke at han opplevde hendelsen ubehagelig, og uttrykte at jeg var velkommen til å observere mer.

Det oppstod også flere anledninger hvor jeg ønsket å grave dypere i situasjoner som nettopp hadde oppstått i klasserommet hvor læreren trolig hadde blitt litt satt ut av spill. Ettersom slike situasjoner kan oppleves ukontrollerte for læreren forsøkte jeg å fokusere på det læreren faktisk gjorde, fremfor å stille spørsmål ved hva som ikke ble gjort eller kunne ha vært gjort.

Til tross for mitt ønske om å grave dypere holdt jeg heller igjen. Dette for å unngå at læreren følte seg hengt ut og presset, samt for å unngå eventuelle avbrytelser av deltakelse i prosjektet.

Ved gjennomføring av observasjon kan man oppleve strukturelle forskjeller mellom forsker og informanter (Fangen, 2010). I dette prosjektet kan både forskerens og informantens alder, kjønn, erfaring og utdanning spille inn. For å unngå at dette skulle innvirke på dataene forsøkte jeg underveis i observasjonen å trå varsomt. Jeg ville ikke ta for stor plass, samtidig som jeg ønsket å opptre profesjonelt. Dette opplevde jeg at fungerte fint.

I tråd med etiske prinsipper for forskning har jeg ved dette masterprosjektet forsøkt å være så objektiv som mulig, både ved innhenting og behandling av data. Dette for å sikre at data og resultater overensstemmer så godt som mulig med den virkeligheten jeg ble presentert for.

4. Analyse

Videre vil utplukkede caser fra datamaterialet bli presentert og analysert. Casene er alle regnet som uventede hendelser, og det vil for hver case bli begrunnet hvorfor akkurat denne hendelsen faller under kategorien beredskap. Dette ut fra hvordan de uventede hendelsene er definert i oppgavens teoridel. Lærerens responser i de utplukkede sekvensene vil først bli presentert og analysert ved bruk av rammeverket til Drageset (2014). Deretter vil lærerens responser bli benyttet for å analysere på hvilken måte aspekter av lærerens undervisningskunnskap kan tre frem gjennom disse. Lærerens undervisningskunnskaper i matematikk vil bli analysert ut fra Kunnskapskvartettens fire dimensjoner (Rowland et al., 2005).

Analysen vil først presentere og analysere én lengre case hentet fra klasserommet til Anne. Deretter følger to caser fra Bendik sitt klasserom og til slutt tre caser fra Celine sitt klasserom. Enkelte av de utplukkede casene er delt inn i flere deler. Dette for å enklere skape oversikt for leseren. I disse tilfellene blir hver del av casen fortløpende presentert og analysert etter rammeverket til Drageset. Ved analyse av lærerens undervisningskunnskap i matematikk blir derimot casen sett på som en helhet og analysert deretter.

Casene som er plukket ut illustrerer ulike varianter av uventede hendelser som fant sted i matematikklasserommene som ble observert. Sammen viser de bredde og variasjon av uventede hendelser. Dette i form av å illustrere hendelser initiert av elever, men også av læreren selv. Casene initiert av elever viser eksempler på hvordan elevens svar på spørsmål fra læreren, elevens respons på aktivitet eller diskusjon, samt elevens feilsvar alle kan føre til uventede hendelser. Casene initiert av læreren er også ulike. Dette i form av hvordan lærerne velger å håndtere situasjonene de kommer opp i. Lærerne velger å handle og respondere på ulike måter og tilfører dermed noe nytt. Dette er med på å utfylle datamaterialet. Casene viser også et bredt spekter av hvordan lærere tar i bruk ulike responser, samt hvordan deres undervisningskunnskap i matematikk trer frem ved disse.

Vi ser først på en case hentet fra Anne sitt klasserom. Sekvensen er delt inn i seks mindre deler.

4.1. Anne

4.1.1. «125 kr delt på 5 uker»

Sekvensen som nå vil bli presentert er hentet fra Anne sitt klasserom. 6.trinnsklassen jobber med grubleoppgaver med divisjon av flersifrede tall. Grubleoppgaven lyder som følger: «Henry sparer 125 kr på 5 uker. Hvor mye sparer han hver uke?». I samtalen før undervisningssekvensen ga Anne klart uttrykk for at hun ønsket at elevene skulle lære seg oppdelingsmetoden. Hun ønsket at elevene skulle bli kjent med strategien hvor man deler opp dividenden i enklere tall. I denne oppgaven kan man med oppdelingsmetoden først dele 100 kr på 5 uker, for deretter å dele 25 kr på 5 uker, altså dele opp dividenden 125 i 100 og 25, for så å dele hver av disse på divisoren 5. Anne ønsket her at elevene selv skulle komme frem med strategien uten at hun eksplisitt måtte demonstrerer den. I sekvensen ser vi at det tar lang tid før elevene kommer frem til denne metoden. Det er derimot gjennomgående at elevene har kjennskap til tallet 125, og velger å benytte dette fremfor oppdelingsmetoden. Ettersom dette ikke var noe Anne hadde forutsett at kom til å oppstå i forbindelse med oppgaven, kan denne casen falle inn under beredskaps-aspektet fra Kunnskapskvartetten. Trolig kan undervisningssekvensen som oppstod anses initiert av læreren selv og hennes valg av oppgave ved innføring av en ny løsningsstrategi for divisjon.

Med begrunnelse i undervisningssekvensens lengde vil den videre bli presentert og analysert i seks deler. Ved analyse av Annes undervisningskunnskap i matematikk velger jeg derimot å analysere hele sekvensen i sin helhet. Representative eksempler vil bli plukket ut for å illustrere hvordan Kunnskapskvartettens dimensjoner fremtrer i Annes responser på elevenes innspill.

Del 1

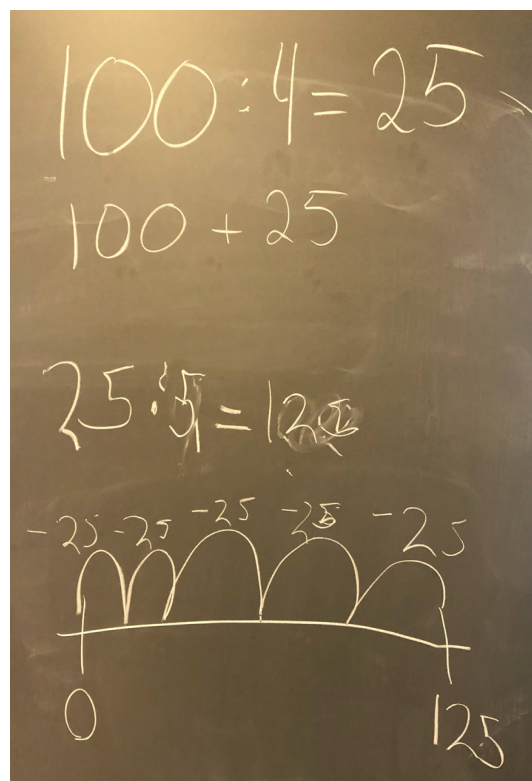
		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
65	L	Dere skal jobbe sammen to og to.. «Henry, han sparer 125 kr på 5 uker. Hvor mye sparer han hver uke?». Tenk selv først.. (ett minutt pause) Vær så god.. snakk sammen, to og to. Tegn opp hvordan dere tenker..		
66			Elevene diskuterer i par. L går rundt og observerer elevenes arbeid,	

			men rekker ikke over alle parene.	
67	L	Okei.. jeg lurer på.. E1 og E7, kan dere forklare hva dere har tenkt her?		
68	E1	Vi brukte tallinje		
69	L	Dere brukte tallinje.. okei.. kan dere komme og vise oss hvordan dere har gjort det?		Belyse detalj
70			E1 og E7 kommer opp til tavla	
71	L	Var det flere som brukte tallinje?	Noen elever rekker opp hånda	Be elever om å vurdere
72	E1		Tegner opp en rett linje på tavla	
73	L	Kan dere forklare hva dere gjør?		Grunngi
74	E1	At vi lager tallinje.. også fyller vi på 0 og 125..	Skriver inn 0 og 125 i hver ende av linja	
75	L	Så dere begynner på 125.. for det er det dere har.. også skal dere ned til 0.		Oppsummerer
76	L	Så deler dere opp tallinjen i fem uker..	L deler opp elevens tallinje i fem like store deler	Demonstrerer
77	E1	Jeg vet jo egentlig at 25 ganger 4 er 100..		
78	L	Vent.. si det en gang til		Belyse detalj
79	E1	At 25 ganger 4 er 100		
80	L	Skriv det opp øverst der! Du vet at 25 ganger 4 er 100.		Poengtere
81	E1		E1 skriver opp $25*4=100$ på tavla	
82	L	Men hva har det med saken å gjøre da?		Belyse detalj
83	E1	Det blir lettere å regne.. for da blir det 25 mer da.. på en måte.. da blir det 125.. hvis man bytter ut dette tallet her..		
84	L	Hvis man bytter ut 4 med 5..		Poengtere
85	E1	Så bare plusser man på 25..		
86	L	Så du vet da at $25*5$ er 125.		Poengtere
87	E1	Ja		
88	L	Fordi du visste at $25*4$ var 100.. var det flere som viste det? Ja.. og da legger du bare på 25 til, og da får du 125..	4-5 elever rekker opp hånda.	Oppsummere Be elever om å vurdere

89	E1	Men jeg tegna opp sånn..	Teller seg bakover på tallinjen, og markerer hver bue med -25 (se figur 3)	
90	L	Aha.. det var derfor du visste at du skulle dele tallinjen opp i 5 biter.. jaaa..		Oppsummere

Tabell 2: «125 kr delt på 5 uker» (del 1)

I sekvensen over får vi presentert hvordan to av elevene har løst oppgaven, samt hvordan Anne velger å respondere på deres forslag (tabell 2). Anne responderer ved å la elevene komme opp på tavla for å presentere sine forslag (figur 3). Av de verbale responsene ser vi at hun i stor grad velger å fokusere på elevforslagene som fremtrer. Dette ved å be elevene om å belyse detalj og vurdere elevsvar. Hun poengterer hva som er viktig, oppsummerer elevens innspill og ber de grunngi innspillene underveis. Samtidig som elevene forklarer fremgangsmåten vises det gjennomgående at Anne oppsummerer underveis ved å gjenta elevenes forklaringer.



Figur 3: Illustrasjon av tallinje som metode

Dette trolig for å sammenfatte og tydeliggjøre slik at flere av elevene kan henge med på forklaringen til E1. I talehandling 71 ser vi eksempelvis hvordan Anne responderer på elevenes innspill på tavla med å spørre om det er flere som har benyttet samme fremgangsmåte, samt at hun ber elevene om å forklare hva de har gjort på tavla. I tillegg bistår hun elevenes forklaring med å demonstrere i talehandling nummer 76. Her kommer det frem hvordan elevene har tenkt når de har løst oppgaven. Det vises tydelig at elevene på forhånd vet at $25 \text{ ganger } 4$ er lik 100. Ved dette utsagnet (79) responderer Anne med å gjenta og poengtere at dette er en viktig detalj. Hun forsterker dette ved å be elevene om å skrive opp $25 \cdot 4 = 100$. Også etter dette innspillet ber hun elevene om forklaring. Hun spør elevene hva dette regnestykket har med oppgaven å gjøre, og oppfordrer til ytterligere forklaring. E1 viser, dog litt knotete, at hun vet at 125 er 25 mer enn 100, og at hun kan addere 25 etterpå. Anne responderer her med å tydeliggjøre og poengtere elevens forklaring. I denne responsen (88) ber hun også resten av klassen om å vurdere underveis ved

å spørre om det var flere som visste nettopp dette. Flere elever ga uttrykk for at også de var kjent med egenskapene til tallet 125, og at de også visste at 100 delt på 4 var 25. I taleutsagn og fysisk handling nummer 89 fremkommer det også av elevens innspill at hun har telt seg bakover på tallinjen. Hun har «hoppet» 5 ganger mot venstre fra 125 til 0, og markert hvert «hopp» med -25 . Eleven har altså telt seg bakover, og det ser ut til at elevens kunnskaper om tallet 125 gjorde at hun allerede visste at svaret skulle bli 25 kr.

Del 2

Etter at Anne og E1 har kommet frem til tallinjen (figur 3) sammen på tavla ber Anne elevene om å vurdere elevsvaret (tabell 3). Hun spør om de ser hva E1 og E7 har gjort, og om det er noen andre som vil benytte samme metode. Til tross for at Anne i utgangspunktet ikke hadde planer om å bruke tallinje i denne undervisningstimen spilte hun videre på elevinnspillet og spurte om E8 og E9 kunne forklare hva E1 og E7 nettopp hadde gjort (91). Av rammeverket til Drageset ser vi igjen at hun velger å stoppe opp og fokusere.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
91	L	Ser dere hva E1 og E7 har gjort? Er det noen som vil gjøre det på samme måte? E8 og E9 kan dere forklare hva de har gjort her?		Be elever om å vurdere
92	E8	Ehh.. han brukte tallinje også.. ehh.. vet ikke hvordan jeg skal forklare.. ehh.. han har.. ehh.. tatt 0 og 125 også har han tenkt..		
93	E9	Tatt minus.. tatt 5 humper da..		
94	L	Tatt minus 25 fem ganger..		Demonstrere
95	E9	Ja.. og da.. og da.. at han har tatt -25 hele tiden.. det er veldig vanskelig å forklare..		
96	L	Ja.. jo.. men det er jo på en måte så enkelt..		Poengtere
97	E8	Vi har greid det.. vi bare vet ikke hvordan vi skal forklare det..		

Tabell 3: «125 kr delt på 5 uker» (del 2)

E8 og E9 gjengir med hjelp fra Anne hva E1 og E7 hadde tenkt, og vi ser at Anne i responsene både demonstrerer og poengterer. Anne utfyller elevens tankegang og sammenfatter og tydeliggjør slik at også andre elever kan henge med på resonnementet.

Del 3

Videre i taleutsagn 98 driver Anne timen videre (tabell 4). Hun stiller her et spørsmål som fremmer åpen fremdrift. Utsagnet blir en slags respons på det elevene har bidratt med til nå. Hun spør videre om det er noen som har gjort oppgaven på en annen måte, og velger å la E10 og E11 presentere sin fremgangsmåte.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
98	L	Takk! Er det noen som gjorde det på en annen måte? E10 og E11.. nå vil jeg høre på hva dere har kommet frem til..		Åpen fremdrift
99	E10	Ehh.. jeg tok bare 100 delt på 4 som er 25.. siden jeg synes 100 er et lett tall å dele med..		
100	L	Fordi du synes 100 er et lettere tall å dele med.. så du finner det «snille» tallet.. men hvorfor 4?		Oppsummere Grunngi
101	E10	Fordi jeg vet at 25 ganger 4 er 100..		
102	L	Så jeg har egentlig valgt et litt dumt tall da.. 100 delt på 4 vet du at er 25	Lærer gir uttrykk for at elevene ikke kommer opp med det hun forventer	Tilråde ny strategi/Poengtere
103	E10	Ja.. så når jeg har 100 så kan jeg bare ta pluss 25 da.. siden vi skal ha 25 fem ganger.. og da blir det 125..		
104	L	Men hvordan kommer du frem til hvor mye han sparer hver uke da?		Belyse detalj
105	E10	Åja.. jeg bare tenkte at det var sånn.. jeg skjønnte svaret når jeg gjorde det..	Eleven gir uttrykk for at han visste svaret fra start	
106	L	Du deler først opp 100 kr på 4 uker.. og da har du delt 25 kroner per uke..		Oppsummere
107	E10	Jamen.. når jeg tar 25 ganger 5 så vet jeg at det er 125.. og da vet jeg at han sparer 25 kr per uke.		
108	L	Ja.. at du tar først 4 uker.. men så er det 5 uker, og da blir det en uke til.. mhm. Takk.. E12 og E13, hvordan tenkte dere?		Oppsummere Åpen fremdrift

Tabell 4: «125 kr delt på 5 uker» (del 3)

E10 viser med sitt innspill at også han har kjennskaper til tallet 125. Han «ser» dermed svaret uten å måtte regne ytterligere. Anne lar eleven forklare sin strategi, og retter underveis i elevens forklaring fokus mot elevens strategi ved å stille spørsmål som belyser detaljer, samt at hun oppsummerer underveis. Anne poengterer også i talehandling 102 at hun har valgt et

litt dumt tall. Denne responsen finner jeg vanskelig å plassere etter rammeverket til Drageset. Ettersom hun implisitt gir uttrykk for at elevene ikke kommer frem til strategien hun ønsker kunne man tenke seg å plassere responsen under gruppen retningsendring. Men ser vi kommentaren som en del av sekvensen styrer hun ikke helklassesamtalen i en annen retning. I responsen (102) fortsetter hun å fokusere videre på forklaringen til E10. Med bakgrunn i dette kan en kanskje tenke seg at responsen kan plasseres i kategorien poengtere. Men også her finner jeg det vanskelig å plassere den. Anne poengterer i grunn bare en viktig detalj for seg selv, og ikke for elevene. Det er mulig hun ønsket å gjøre meg som observatør oppmerksom på at hun selv oppdaget dette. Kanskje kan kommentaren om at hun har valgt et litt «dumt» tall være initiert av min tilstedeværelse. Anne oppdager underveis i undervisningen at hun ikke hadde tenkt godt nok igjennom tallene i oppgaven for å få frem det hun ønsket. Dette bekreftet hun også i samtalen etter undervisningssekvensen. Her uttrykte hun at «.. det er viktig å velge riktige tall da. Når det er så mange som husker at 100 delt på 4 er 25 så blir det en helt annen måte å tenke på med en gang».

Til tross for at Anne innser at tallene i denne oppgaven ikke nødvendigvis i første omgang fremmer oppdelingsmetoden hun ønsket, velger hun likevel å la elevene fortsette med å forklare sine metoder for å løse oppgaven. I talehandling 108 velger hun på ny å benytte seg av en respons som kan kategoriseres som åpen fremdrift. Hun stiller her spørsmål om hva E12 og E13 hadde tenkt. Anne legger ikke føringer for hva det forventes at elevene skal svare, men stiller heller et åpent spørsmål.

Del 4

Videre i casen ytrer en elev at han har benyttet blokker som løsningsmetode (tabell 5). Dette viser Anne interesse for og helklassesamtalen fortsetter.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
109	E12	Ehmm.. jeg tenkte ikke på samme måte som han (E13) da.. han tenkte blokker..	Snakker om læringspartneren E13	
110	L	Blokker.. så kult!		Åpen fremdrift (?)
111	E12	Jeg tok bare og regnet.. først når jeg skrev det ned.. jeg tenkte først.. 25 da.. også.. så.. skrev jeg det ned.. og da.. også skjønte jeg at	Ufullstendig forklaring. L forstår at E12 har forstått poenget, men at han	

		han sparte 25 hver uke, og jeg vet at 25 ganger 4 er 100..	har vanskeligheter med å forklare.	
112	L	Så det var egentlig litt samme metode som her, bare at du gjorde det inni hodet.	Viser til tallinjen	Oppsummere
113	E12	Ja..		
114	L	Men nå er jeg veldig spent, E13.. Hvordan gjorde du dette med blokker?		Grunngi
115	E13	Ehh.. jeg lagde.. først fem firkanter..	L tegner opp et rektangel delt i fem like store deler.	
116	L	Du lagde først fem firkanter.. Hvorfor lagde du fem firkanter?		Oppsummere Grunngi
117	E13	Fordi.. han skal ... det er fem uker..		
118	L	Okei.. så én firkant er én uke.. mhm..		Oppsummere
119	E13	Ja.. også tok jeg bare at det var.. ble.. 25 i hver uke.. også tenkte jeg at $25+25=50$, også tenkte jeg plutselig 100..	L skriver $25+25=50$ på tavla	
120	L	Og så fikk du at fire 25'ere var 100		Poengtere
121	E13	Ja, fordi $50+50=100$.. litt vanskelig å forklare..		
122	L	Mhm.. men jeg skjønner hva du mener.. når to 25'ere blir 50, da må fire 25'ere bli 100. så det er jo litt det samme som de andre sier.. at du også visste at det var fire 25'ere i 100.		Oppsummere
123	E13	Også tok jeg $50+50$ som er 100, og en 25er til		
124	L	$50+50$ som er 100, også en 25er til.. ja.. men hvordan har dette sammenheng med det?	Skriver på tavla L henviser her til elevens forklaring og blokkene på tavla	Oppsummere Grunngi
125	E13	Ehh.. (stillhet).. jeg vet ikke		
126	L	Er det noen som kan fylle på E13 sitt forslag? E3, hva tenker du?		Be elever om å vurdere

Tabell 5: «125 kr delt på 5 uker» (del 4)

Ved å respondere med åpen fremdrift ser vi at Anne i talehandling 109 får innspill som tilfører helklassesamtalen noe nytt. Elevene bidrar altså med innspill som fører til fremdrift. E12 og E13 har ikke benyttet samme metode, og Anne velger å respondere slik at begge elever får mulighet til å forklare sine metoder. I talehandling 110 responderer Anne med kommentaren «Blokker.. så kult!». Dette med en iver i stemmen som viser hennes interesse av å høre mer om dette. Responseren i talehandling 110 finner jeg det derimot utfordrende å

skulle plassere i rammeverket til Drageset. Responsen Anne gir har ingen intensjon om å få eleven til å benytte en annen ønsket strategi, og jeg anser den dermed ikke som retningsendrende. Utsagnet kan trolig plasseres mest korrekt som en respons som fremmer fokusering ettersom den inviterer eleven til å fortelle mer om strategien. På den andre siden finner jeg også dette vanskelig. Anne ber verken eleven forklare, forsvare, demonstrere eller andre elever om å evaluere. Med bakgrunn i dette velger jeg å plassere responsen under responsgruppen fremdrift. Dersom man ser responsen i sammenheng med resten av del 4 kan man trolig hevde at hensikten med responsen i det minste er å skape fremdrift. Anne inviterer her eleven med til å forklare sin strategi uten at hun legger ytterligere føringer. Dersom en legger godviljen til kan en trolig si at responsen i talehandling 110 kan plasseres under responskategorien åpen fremdrift. Anne stiller ikke direkte spørsmål i responsen, men hun legger heller ingen begrensninger for elevens forklaring videre. Hun viser interesse for elevens utsagn, og gir tegn til at hun ønsker at eleven skal forklare hva han har tenkt.

Annes respons (110) fører til at E12 fortsetter forklaringen sin (111). Anne responderer på forklaringen ved å oppsummere og sammenligne den med tallinjen som ble presentert tidligere i sekvensen. Videre søker Anne fremdrift. Hun spør E13 om hvordan han løste denne oppgaven ved hjelp av blokker (114). Underveis i E13 sin forklaring responderer Anne med fokuserende responser. Hun ber E13 forklare hvorfor, altså grunngi (116), samt at hun tydeliggjør E13 sin forklaring ved å respondere med oppsummerende kommentarer underveis. Et eksempel på dette ser vi i talehandling 118 hvor Anne gjentar og tydeliggjør E13 sin forklaring. Forklaringen eleven kommer med viser nok en gang at eleven bruker kunnskaper om tallene 100 og 125. Her responderer dermed Anne med å spørre «men hvordan har dette sammenheng med dette?». Hun ber her E13 om å grunngi. Lærer stopper eleven for å be om en forklaring på hvordan blokkene ble brukt, samt for hvilken sammenheng de hadde til oppgaven. Eleven ytrer deretter at han ikke vet hvilken sammenheng denne måten å regne ut på henger sammen med blokkene han ønsket å bruke. Det fremgår etterhvert av elevens ytringer at han trolig ikke brukte blokker som strategi, men at han antakelig visste svaret fra før av og deretter illustrerte dette med å skrive 25 kroner i hver boks. Anne responderer med å be andre elever om å vurdere svaret. Hun spør klassen om det er noen som kan fylle på forslaget til E13 (126). Ved å respondere på denne måten fortsetter hun fokuseringen og ber om ytterligere forslag til hvordan man kan dele 125 kr på 5 uker.

Del 5

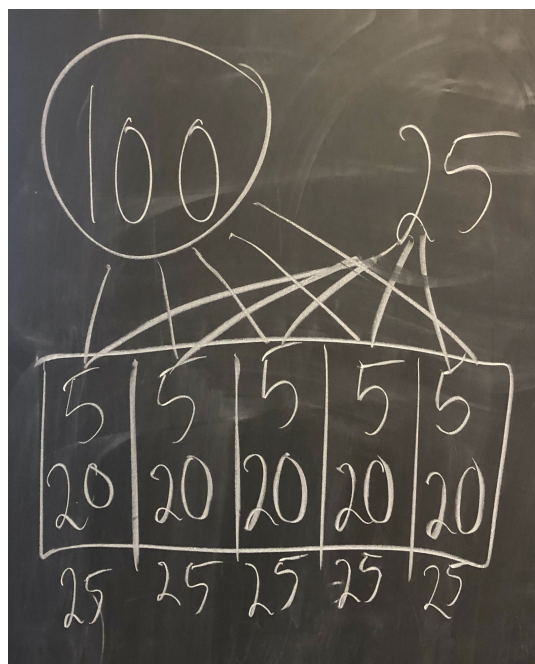
		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
126	L	Er det noen som kan fylle på E13 sitt forslag? E3, hva tenker du?		Be elever om å vurdere
127	E3	Ehm.. du kan fylle 25 i hver av rutene.. Skal jeg forklare hvordan jeg tenkte?		
128	L	Ja! Da blir det siste..		Fremtidig avvisning?
129	E3	Eh.. jeg tenkte litt annerledes		
130	L	Du tenkte litt annerledes.. veldig bra		?
131	E3	Jeg tok og delte opp 125.. også delte jeg opp 25 i 5, og fikk 5.	Det er denne metoden L ønsket at elevene skulle komme opp med	
132	L	Vent litt.. du sa nå.. du delte opp 125.. Men hva delte du 125 i?		Belyse detalj
133	E3	Altså jeg tok.. 100 for seg, og 25 for seg..		
134	L	Du tok 100 for seg, og 25 for seg.. ja..		Oppsummere
135	E3	Så delte jeg opp 25 i 5 like store deler.. som er 5		
136	L	Vent litt.. jeg vil tegne opp dette også i sånne blokker jeg. Så du tok fem sånn.. ved å dele opp sånn.. er dere med? (Elever: ja).. Hun tok da 25 og delte opp i 5 like store deler..	L tegner på tavla (se figur 4)	Oppsummere
137	E3	Så tok jeg 100 og delte opp i 5 like deler..		
138	L	Så tok du 100 og delte opp i 5 like store deler..		Oppsummere
139	E3	Eh.. og det er 20		
140	L	Og det er 20.. for det er fem 20 kroner i 100 på en måte.. ikke bare på en måte.. det er det		Poengtere
141	E3	Også plusset jeg de inni der..		
142	L	Så så du at det var 25 inni der..		Oppsummere
143	E3	Da fikk jeg svaret		

Tabell 6: «125 kr delt på 5 uker» (del 5)

Når Anne her (126) ber om flere forslag får hun opp ytterligere en elev som gjerne vil forklare hvordan hun har tenkt (127) (tabell 6). Responsen (128 og 130) Anne gir eleven er utfordrende å plassere innenfor rammeverket til Drageset. Jeg velger å la responsene stå uten

tilknytning til responskategori for så å komme tilbake til disse i oppgavens drøftingsdel. I både talehandling 128 og 130 gir læreren uttrykk for at hun gjerne vil høre E3 sitt bidrag, og at det er bra at hun har tenkt annerledes. Anne responderer på en måte som er inkluderende og oppmuntrende. Jeg vil også bemerke at Anne gir uttrykk for at dette er siste elevinnspill som kommer til å bli presentert, og at hun her gir tegn til at hun kommer til å *avvise* eventuelle kommende forslag.

I casens del 5 setter E3 ord på metoden Anne hele tiden har ønsket at elevene skal komme frem til. Dette tross lite bruk av både fremdriftsresponser og retningsendrede responser. Ved E3 sin forklaring av sin metode ber Anne eleven om å stoppe opp (131). Dette for å fokusere nærmere på også denne metoden. Måten hun responderer på faller inn under kategorien belyse detalj. Hun ber først E3 tydeliggjøre hvordan hun hadde delt opp 125 (132), for deretter å gjenta elevens utsagn (134). Dette er første gang oppdelingsmetoden vises i undervisningssekvensen. Etter at E3 har forklart sin strategi med ord, responderer Anne med å



Figur 4: Illustrasjon av oppdelingsmetode, her vist med bokser

stoppe opp for deretter å illustrere på tavla (se figur 4). Anne oppsummerer og poengterer dermed E3 sin strategi enda en gang, men denne gang med enda en representasjonsform. Også her befinner hennes responser seg i fokuseringsgruppen.

Del 6

Etter at E3 har vist frem sin metode viser Anne stor begeistring over at de sammen har kommet frem til flere løsningsstrategier. Samtalen fortsetter videre i tabell 7.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
144	L	Fy søren, så kult! Hvor mange metoder brukte vi nå? Vi brukte tallinje, vi brukte blokker, vi brukte..		Oppsummere
145	E12	Plussing!		
146	L	Utregning.. ved å se at 100 delt på 4 først og sånt.. det er jo litt det samme		Oppsummere

		som tallinje, bare at vi lager det med regnestykke i stedet.. også plusset vi sammen sa du.. også brukte vi disse blokkene også		
147	E3	Jeg tenkte alt inni hodet da..		
148	L	Men E3, dette er det vi kaller oppdelingsmetoden.. nå har du delt opp tallene til «snillere» tall, også fordeler du.. E5?		Poengtere
149	E5	Eh.. jeg delte det på en litt annen måte.. jeg følte at min måte var litt annerledes..		
150	L	Oj! Da må jeg nesten høre din metode også.. Er det greit at vi hører på E5 også?		Åpen fremdrift
151	Elever	Jaa..		
152	L	Det er jo litt spennende å se hvor mange måter vi kan få til		?
153	E5	Jeg tok først 25, 50, 75, 100 og 125..		
154	L	Ja, vent		
155	E5	Jeg skrev det bare på rekke		
156	L	At du tok på en måte omvendt..		Poengtere
157	E5	Eller skal jeg komme opp å skrive..		
158	L	Når E1 og E7 brukte tallinje så tar de jo gjentatt subtraksjon, men du tok på en måte gjentatt addisjon oppover..		Poengtere Avvise
159	E5	Eh.. ja! For jeg tok 125.. også fant jeg ut.. også tenkte jeg liksom de tallene da.. og det var jo fem tall.. ehh.. hehehe.. også ehh.. ble det fem da.. eller jeg skjønnte svaret.. men jeg måtte prøve å finne metoden..	Gir uttrykk for at han hadde svar før metode	
160	L	Hmm.. men den metoden kom du kanskje frem til fordi du visste at 125 var..		Oppsummere
161	E5	Også skrev jeg liksom at det var uke 1, uke.. ja..		
162	L	Ja.. kult! Takk!		

Tabell 7: «125 kr delt på 5 uker» (del 6)

Anne oppsummerer (144 og 146), og poengterer (148) at metoden E3 viste frem var det hun kalte for oppdelingsmetoden. Responsene hører hjemme i fokuseringsgruppen. I talehandling 149 ytrer enda en elev at han har klart å løse oppgaven på en annerledes måte. Anne responderer igjen ved å vise interesse. Hun uttrykker blant annet i talehandling 152 at «Det er jo litt spennende å se hvor mange måter vi kan få til». Igjen inviterer Anne eleven til å delta i helklassesamtalen, og til å bidra med sitt forslag. Som i talehandling 110 (del 4) responderer Anne med en iver i stemmen. Dette til tross for indikasjonen på en fremtidig avvisning i

talehandling 128 (del 5). Jeg velger også denne gangen å la talehandling 152 stå åpen, for å senere komme tilbake til slike responser i oppgavens drøftingsdel.

E5 og Anne klarer sammen å komme frem til det E5 ønsker å fortelle. Anne responderer underveis med å poengtere og

25	25	25	25	25		
uke 1	uke 2	uke 3	uke 4	uke 5		
25	50	75	100	125		
Svar: Henri sparer 25 kr hver uke.					$100 : 4 = 25$	$125 : 5 = 25$
					$25 \cdot 4 = 100 + 25 = 125$	

Figur 5: Notater fra E5 sin kladdebok

også denne gangen avvise eleven i det han spør om han skal komme opp til tavlen for å vise. I talehandling 159 kommer det frem at E5 skjønte svaret før han fant metoden. Dette oppsummerer også Anne i responsen hun gir (160). Figur 5 viser E5 sin kladdebok.

Videre vil sekvensen bli analysert som en helhet etter Kunnskapskvartetten. Eksempler fra sekvensen vil bli trukket frem for å illustrere hvordan Annes undervisningskunnskap i matematikk fremtrer i hennes responser på elevenes innspill.

Analyse av Annes undervisningskunnskap i matematikk

I casen presentert og analysert over vises flere aspekter av Annes undervisningskunnskap i matematikk. Lærerens undervisningskunnskap vil bli analysert etter Kunnskapskvartettens fire dimensjoner hver for seg. Først vil jeg trekke frem eksempler hvor aspekter av Annes grunnleggende kunnskaper i matematikk kommer til uttrykk i hennes responser. Vi ser at Anne i dette utdraget har en sterk konsentrasjon om prosedyrer. Til tross for at hun har et mål om hvilken prosedyre hun ønsker å introdusere for elevene velger hun med sine responser å la elevene komme med egne prosedyrer og strategier for å løse oppgaven. Dette er gjennomgående i hele sekvensen. Anne responderer på elevenes innspill med å be de forklare hvordan og hvorfor, samt at hun hjelper elevene med å sammenfatte og tydeliggjøre poengene de fremmer. Hennes responser er knyttet til elevenes fremgangsmåte og tankegang. Ved å benytte fokuserende responser ser vi at Anne i casen retter fokuset mot matematikkens mange prosesser fremfor produkt.

I tillegg til dette viser Anne at hun har grunnleggende matematiske fagkunnskaper. Hun identifiserer elevenes metoder fortløpende og det er tydelig at hun forstår hvordan de har tenkt. Gjennomgående i sekvensen viser Anne at hun har kontroll over den faglige

matematikken. Dette vises gjennom hennes responser som poengterer og oppsummerer elevenes innspill.

Kunnskapskvartettens omdannings-dimensjon tar for seg lærerens kunnskaper som vises gjennom blant annet valg av eksempler og representasjoner. Spørsmålet blir her hvordan Anne gjorde kunnskaper om divisjon av flersifret tall tilgjengelig for elevene. I denne sekvensen har Anne valgt ut en oppgavene elevene skal arbeide med, og hun har et ønske om hvordan elevene skal komme seg frem til svaret. Hun benyttet her en dialogisk tilnærming hvor hun tar hensyn til elevenes innspill. Hun inviterer elevene med i undervisningen og oppmuntrer de til å bidra med flere løsningsmetoder, noe som vises klart i hennes responser på elevenes innspill. Dette fremtrer ved at hun i stor grad benytter responser tilhørende responsgruppen fokusering.

Det kan også trekkes frem i forbindelse med omdannings-dimensjonen at Anne i sekvensen presentert over vektlegger elevenes prosess i arbeidet med grubleoppgaven. Hun viste begeistring over forslagene elevene bidro med, og valgte også ved flere anledninger å illustrere løsningsstrategiene på tavla. Anne benyttet med dette flere ulike representasjonsformer i sekvensen. Ved å berike elevenes innspill kom de sammen frem til løsningsstrategier presentert numerisk, verbalt og ved illustrasjon av tallinje og blokker. Ingen av strategiene fremmet noen fastsatt algoritme. Her viser Anne kunnskaper om hvordan man kan overføre kunnskapen til elevene ved å ta i bruk ulike representasjonsformer.

Hvilke eksempler læreren velger å benytte i undervisningen står sentralt i omdannings-aspektet. I denne sekvensen er det trolig tallene i eksemplet som gjør at elevene velger å benytte andre strategier enn hva Anne på forhånd hadde tenkt ut. Dette gjenspeiles i elevenes innspill, og som nevnt tidligere i analysen, også av Annes responser. Ved å velge uhensiktsmessige tall, slik Anne gjør i dette eksempelet, vises trolig en brist i hennes kunnskaper som benyttes til å gjøre oppdelingsmetoden tilgjengelig for elevene. Skulle Anne fremmet oppdelingsmetoden for divisjon tydeligere, burde hun valgt ut andre tall til oppgaven. Dette var også noe Anne ga uttrykk for både underveis i undervisningen og i den påfølgende intervju samtalen. Hun hadde ikke tenkt godt nok igjennom hvordan elevene kom til å møte regnestykket $125:5$ på forhånd. Dette resulterte i at elevene benyttet seg av andre strategier, og at flere av elevene resonnererte seg frem til svaret uten nødvendigvis å måtte

regne. I sekvensen får vi et godt eksempel på hvordan lærerens valg av oppgaver kan føre undervisningen i uventet retning.

Sekvensen med elevenes innspill og Annes tilhørende responser viser også aspekter av hennes undervisningskunnskap som tilhører Kunnskapskvartettens sammenhengs-dimensjon. Gjennom flere av sine responser viser Anne at hun trekker sammenhenger mellom elevenes løsningsstrategier. Vi ser blant annet både i talehandling 112 og 122 at Anne fremhever at også denne eleven hadde kunnskaper om at 100 delt på 25 er 4. Hun forsøker å la elevene bygge på hverandres forslag ved å be de vurdere innspillene. Sammenhengs-dimensjonen vises gjennomgående i responser som etter rammeverket til Drageset kan plasseres under kategorien oppsummering. Når Anne gjentar og oppsummerer elevenes innspill benytter hun stadig undervisningskunnskap tilhørende sammenhengs-dimensjonen.

I del 4 begynner elevene å nærme seg oppdelingsmetoden idet forslaget om blokker kommer opp. Anne ser her muligheten til å bygge videre på tanken om å bruke blokker og spør elevene om det er noen som kan «fylle på» elevens forslag i talehandling 126. Hun ber elevene om å vurdere. Anne benytter seg altså av sammenhenger mellom de ulike strategiene for å komme videre. I del 5 kommer oppdelingsmetoden frem nettopp ut av denne responsen. I tillegg vil jeg trekke frem at Anne i talehandling 148 i del 6 snakker om «snillere» tall. Det er tydelig at elevene tidligere i matematikkundervisningen har arbeidet med å dele opp tall slik at de blir «snillere», altså enklere, å gjøre utregninger med. Anne ser også sammenhenger mellom undervisningsøkter og benytter dette i undervisningen.

Anne trekker også tråder til begreper elevene har jobbet med tidligere ved å nevne «gjentatt subtraksjon» og «gjentatt addisjon» i talehandling 158. Hun viser at hun kan trekke linjer mellom matematikken som fremtrer innad i undervisningstimen, samt til tidligere matematikktimer. Å ha kunnskaper til å trekke disse linjene er sentralt ved sammenhengs-dimensjonen fra Kunnskapskvartetten.

4.2. Bendik

4.2.1. «Feilsvar ved volum av kjegle og pyramide»

Sekvensen fremstilt i tabell 8 er hentet fra helklassesamtalen i klasserommet til Bendik.

Læreren inkluderte her klassen i presentasjonen av formlene for volum av kjegle og pyramide.

Dette var planlagt. Det som derimot ikke var planlagt i denne sekvensen var de to feilsvarene som raskt dukket opp når læreren inkluderte elevene i samtalen. Ifølge Bendik selv var det ikke ventet at elevene skulle kunne formelen for volum av kjegle og pyramide på forhånd, og han var forberedt på at feilsvaret «2» kunne komme. Han hadde derimot ikke forutsett at feilsvaret «4» skulle dukke opp. Etersom samtalen presentert under inneholder feilsvar faller den inn under kategorien beredskap fra Kunnskapskvartetten. Her får vi et eksempel på hvordan læreren står i beredskap til å respondere på elevenes feilsvar på stående fot. Sekvensen vil bli analysert ut fra Bendiks respons på feilsvarene, samt hvordan aspekter av hans undervisningskunnskap vises i responsene.

		Talehandling	Fysiske handlinger	Drageset
29	L	Så her vil jo volumet ikke være like stort som i en rett figur.. ikke sant? Det skrår jo innover.. så da blir jo noe av volumet borte.. ja.. Så vi må gjøre noe med formelen her.. så.. ehh.. volumet av alle sånne figurer som skrår innover.. er at vi tar utgangspunkt i volumet til den rette varianten.. sylinter eller prisme.. altså grunnflatens areal ganget med høyden.. men så vil volumet være litt mindre.. så derfor deler vi dette her.. Er det noen som vet hva vi skal dele med? Eller dele på?	Et prisme og en sylinter er tegnet opp på tavla med tilhørende formler for utregning av volum av figurene	
30	E3	2		
31	L	Ja.. kanskje det kunne være 2.. la at volumet blir halvparten.. nja.. (pause) kunne vært det.. ehh.. andre forslag?		Oppsummere Tilråde ny strategi Åpen fremdrift
32	E4	Dele på 4		
33	L	Ja.. det kunne vært fire også.. men det var litt stort.. Er det noe mellom 2 og 4? Hehe..		Oppsummere Forenkle Lukket fremdrift
34	E5	Ja, 3		
35	L	3 ja.. altså.. Det viste seg at volumet når det skrår innover er en tredjedel av hvis det går rett opp.. Så det var jo ikke store.. ehh.. eh. Formelen blir jo ikke veldig mye mer vanskelig enn det dere allerede kan.. det er jo bare å regne ut volumet som om figuren av rett, også deler dere på tre. Ja.. så det var det..		Oppsummere Demonstrere

Tabell 8: «Feilsvar ved volum av kjegle og pyramide»

I talehandling 31 gjentar Bendik elevens svar, han oppsummerer. Han bruker elevsvaret ved å uttrykke «ja.. kanskje det kunne være 2.. la at volumet blir halvparten.. nja.. (pause) kunne vært det..». I gjentakelsen av elevsvaret ønsker jeg også å plassere lærerens respons i kategorien tilråde ny strategi. Begrunnelsen for dette valget er at det er tydelig at læreren ikke er tilfreds med svaret eleven bidrar med, og at han søker flere forslag. Læreren ytrer her indirekte at elevens svar ikke er det han vil frem til. Dette ved å benytte uttrykk som «kanskje» og «kunne vært». Utrykkene Bendik benytter i responsen gir en indikasjon på at han ikke er tilfreds med elevens bidrag. Han responderer med å spørre klassen om flere forslag. Det åpne spørsmålet «.. andre forslag?» kan plasseres i responskategorien åpen fremdrift. Spørsmålet indikerer ikke ett riktig svar, men en form for fremdrift hvor Bendik ønsker å raskt komme videre i undervisningen. Igjen kommer det et feilsvar (32) fra en elev som læreren må respondere på. Bendik responderer (33) med å gi hint om at 4 var et litt for høyt tall, og spør om det er noe «mellom 2 og 4». Lærerens respons plasseres i kategorien forenkling. Bendik tilføyer informasjon i spørsmålet han stiller om at svaret han leter etter befinner seg mellom 2 og 4, og gjør dermed oppgaven lettere for elevene å løse.

Mot slutten av samtalesekvensen som er plukket ut kommer en elev frem med det riktige svaret. Bendik velger her å respondere på elevens svar ved først og fremst å svare «3 ja». Han oppsummerer her elevens svar. Deretter demonstrerer og oppsummerer han. Bendik uttrykker videre at «det viste seg at volumet når det skrår innover er en tredjedel av hvis det går rett opp». Han legger til at elevene kan regne volumet av figurer som de allerede kan regne volum av, og dele svaret på tre. «Så det var det». Læreren gjentar altså formelen for volum av pyramide og kjegle som var det han ønsket å komme frem til. Han oppsummerer, sammenfatter og tydeliggjør informasjonen som han i samarbeid med elevene har kommet frem til.

Vi ser her et kort utdrag av undervisningen hvor læreren inviterer elevene med i samtalen. Spørsmålet læreren stiller elevene har ett riktig svar, og lærerens respons på elevenes feilsvar er først preget av retningsendring for å få de inn på rett spor, og deretter fremdrift, og til slutt ser vi også noe fokusering.

Analyse av Bendiks undervisningskunnskap i matematikk

Måten Bendik responderer på elevenes innspill hviler på hans undervisningskunnskap i matematikk. I denne sekvensen vises blant annet aspektet grunnlag fra Kunnskapskvartetten

seg tydelig. Lærerens grunnlag fremtrer klart når læreren identifiserer elevenes feilsvar. Uten et matematisk kunnskapsgrunnlag hadde ikke læreren hatt kjennskap til formelen for volum av kjegle og pyramide. Altså er han i besittelse av faglige matematikkunnskaper og matematisk terminologi. I tillegg faller lærerens konsentrering om nettopp prosedyrer inn under grunnlags-aspektet. Ved å knytte Bendik sin respons opp mot hans undervisningskunnskap i matematikk er det tydelig at han retter fokuset mot ett riktig svar. Han får ikke dette riktige svaret med en gang og benytter seg derfor av responser som faller inn under fremdrift og retningsendring. Dette trolig for å komme frem til svaret og prosedyren han er ute etter. Bendik leter seg frem og gir hint til elevene slik at de kan komme frem til svaret han selv ønsker.

Til slutt får Bendik svaret han leter etter. Slik Bendik responderer her ser vi aspekter av undervisningskunnskap som kan knyttes til grunnlag, sammenheng og omdanning. For det første ser vi av responsen Bendik gir eleven, at han kan formelen for kjegle og pyramide. At Bendik her identifiserer det korrekte svaret tilhører grunnlags-dimensjonen. Men måten han velger å undervise dette på faller inn under sammenheng-aspektet. Bendik velger å knytte formelen for kjegle og pyramide opp mot noe elevene kan fra før. Dette ser vi også i talehandling 29. Han knytter formelen for volum av kjegle og pyramide opp mot formlene for volum av sylindere og prizmer. Bendik vet altså hva elevene kan fra før og velger å bygge videre på dette. Han ser sammenhenger i matematikken, og sammenhenger i matematikkundervisningen.

Responsen Bendik gir elevene uttrykker også hvordan han intenderer å omforme den matematiske ideen slik at den blir tilgjengelig for elevene. Her er vi inne på omdannings-aspektet fra Kunnskapskvartetten. Bendik velger som nevnt tidligere å bygge videre på elevenes tidligere kunnskaper og benytter dermed sylindere og prizmer som representasjoner. Disse har han tegnet opp på tavla med tilhørende formler for utregning av volum. Ved å se på Bendiks respons på de to feilsvarene er det tydelig at han vil frem til formlene for volum av kjegle og pyramide. Bendik velger å benytte seg av responser hvor han selv bestemmer hvilken retning samtalen skal ta. Ved å benytte responser fra fremdriftskategorien tar læreren selv styring for hvordan de kommer frem til svaret. Det vises tydelig gjennom samtalesekvensen at læreren ønsker å komme frem til formlene, og at dette er målet han styrer klassen mot. Altså hviler måten Bendik velger å presentere det faglige innholdet også på

Kunnskapskvartettens omdannings-aspekt, noe som gjenspeiles i hans responser underveis i sekvensen.

4.2.2. «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?»

Sekvensen som videre vil bli presentert og analysert er også hentet fra Bendik sitt klasserom. Casen oppstod i forbindelse med individuelt arbeid med en oppgave i Excel (se figur 6). I samtaler med Bendik var det tydelig at han oppfattet elevene som generelt stille i matematikkundervisningen. De deltok lite og diskuterte sjeldent. Dette viste også datasamlingen. Det var få og korte samtaler ved helklasse som i liten grad bidro til interessante funn. Casen som her er plukket ut oppstod ikke i helklassesamtale, men flere elever er likevel involvert i sekvensen. Spesialpedagog (SP) var også tilstede.

Elevene skal i oppgaven regne ut fortjeneste i prosent i kolonne I (figur 6). De stiller her spørsmål ved om de skal dividere fortjenesten (i kroner) som de nettopp har regnet ut på innkjøpsprisen eller på utsalgsprisen. Ved spørsmål til denne oppgaven viser Bendik stor usikkerhet. Det er tydelig at det faglige spørsmålet kommer uventet på han, og vi får en uforutsett hendelse. Situasjonen som oppstår er i høy grad selvforskyldt ettersom Bendik ikke har regnet igjennom oppgaven på forhånd. Altså oppstår en uventet situasjon initiert av læreren selv. At Bendik ikke har regnet igjennom oppgaven på forhånd uttrykker han indirekte i samtalen før selve undervisningen. Det er ikke før under denne samtalen at han bestemmer seg endelig for at det er denne oppgaven (figur 6) elevene skal arbeide med. Men han har tydelig sett på oppgaven ettersom han presiserer at begrepet fortjeneste er noe han forventer å måtte forklare elevene. Ytterligere kognitive krav nevnes ikke. Casen som oppstår skiller seg fra situasjonen Anne kommer opp i ettersom Bendik ikke har regnet igjennom oppgaven i det hele tatt, og ikke tatt høyde for hva elevene kommer til å oppleve vanskelig. I denne casen er det også klart at læreren er mindre beredt til å gi elevene et godt svar på stående fot.

Oppgave 6 (4 poeng)**Løs med REGNEARK.**

a) Gjør ferdig regnearket slik at det viser eskenes volum, fortjeneste i kroner og fortjeneste i prosent.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Vare	Mål på eske (cm)			Eskens volum (cm ³)	Innkjøpspris (kr)	Utsalgspris (kr)	Fortjeneste (kr)	Fortjeneste (prosent)
2		lengde	bredde	høyde					
3	Mini-trampoline	131	60	30		3980	7990		
4	Midi-trampoline	154	63	33		4490	8890		
5	Maxi-trampoline	180	68	35		4590	9490		
6	Angulus-trampoline	200	50	30		3980	6990		
7	Sikkerhetsnett	50	50	50		275	790		
8	Trapp	90	50	10		149	290		

b) Hvilken vare gir den største fortjenesten? Begrunn svaret.

Figur 6: Oppgave i Excel

Sekvensen har videre blitt delt inn i fire deler. Hver del vil først bli presentert og analysert ut fra rammeverket til Drageset. Til slutt vil delene bli analysert ut fra Kunnskapskvartetten som en helhet, med illustrerende eksempler.

Del 1

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
26	E2		E2 rekker opp hånda og spør om hjelp til å finne fortjenesten i prosent i oppgave 6 (figur 6).	
27	L	Ja.. men da.. altså prosent.. det er jo da hvor stor andel.. ehm.. sitter igjen med. Og nå skal du svare i prosent. Det du sitter igjen med da.. er 4010 kr av 3980 kr, så han har brukt så mye og fått inn så mye... hmm.. da blir det.. Da blir det vel den delt på den da? Da får du vel andelen..	L viser usikkerhet ved om fortjenesten (i kr) skal deles på innkjøpsprisen eller på utsalgsprisen. L får her eleven til å dele fortjenesten på innkjøpsprisen	Demonstrasjon(?)
28	E2	Okei.. Så da gjør jeg bare sånn.. også sånn	E2 godtar det L sier, og gjør operasjonen i Excel	
29	L	Nå måtte jeg bare tenke meg om.. sa jeg riktig nå?	Viser usikkerhet	Be elev vurdere(?)
30		(stillhet)	L tenker	
31	E2	Det ser liksom.. det blir sånn her..		
32	L	Det du får da er jo liksom desimaltallet.. hvis nå atte.. det	Viser prosent funksjonen i Excel	Demonstrere

		her er jo nå da i desimaltall.. Hvis du vil ha det som prosent.. sånn		
--	--	---	--	--

Tabell 9: «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» (del 1)

Det er først når E2 stiller spørsmål om oppgave 6 at vi får en uventet hendelse (se tabell 9). Måten Bendik responderer på viser at han ikke har regnet igjennom oppgaven på forhånd, og at han på stående fot får vansker med å gi en god faglig forklaring på oppgaven. Han er mindre beredt. Med ord og uttrykk som «vel», «nå måtte jeg bare tenke meg om» og «sa jeg riktig nå?» viser han usikkerhet. Ved slike tvilstilfeller finner jeg det vanskelig å plassere responsene etter rammeverket til Drageset. Talehandling 27 virker ikke retningsendrende ettersom Bendik ikke er sikker på hvilken retning han vil ta videre. Responsen er heller ikke av fokuserende art. Bendik er uklar i talen og inviterer heller ikke eleven med på et dypere dykk i oppgaven. Responsen må trolig kunne plasseres til responsgruppen fremdrift. Responsen Bendik gir eleven kan trolig anses som en demonstrasjon. Bendik fullfører oppgaven for eleven, men dette med feilsvar.

Videre i talehandling 29 fortsetter Bendik å vise sin usikkerhet. Heller ikke dette utsagnet kan enkelt plasseres i responskategoriene til Drageset. Bendik gir tegn til at han må tenke seg om, og ikke er sikker i sin forrige respons (27). Responsen angir ingen tydelig retningsendring, fremdrift eller fokusering. Utsagnet er trolig et resultat av hva Bendik tenker. Men ved å stille spørsmålet «.. sa jeg riktig nå?» inviterer han på et vis eleven med i vurderingen. Derfor vil jeg plassere responsen i responskategorien be elever om å vurdere.

I talehandling 32 demonstrerer Bendik hvordan cellen i Excel kan formateres til å vise svaret i prosent, fremfor desimaltall. Han får videre noen tekniske spørsmål i Excel som har blitt klippet bort.

Del 2

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
37	L	E2.. vent litt.. eller bare fortsett å regn, men jeg skal bare.. dobbeltsjekke det jeg sa.. hmm..	Henvender seg til E2	?

Tabell 10: «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» (del 2)

I talehandling 37 vender Bendik tilbake til E2 på eget initiativ (tabell 10). Han viser igjen sin usikkerhet og gir eleven beskjed om å regne videre mens han skal dobbeltsjekke oppgaven han hjalp E2 med i del 1. Utsagnet faller ikke naturlig inn under noen av responskategoriene

til Drageset. Kanskje kan en heller ikke anse utsagnet som en respons. På den andre siden er også denne kommentaren fremprovosert av elevens uventede spørsmål, og den er dermed en del av hvordan Bendik velger å respondere på dette. Og kanskje kan vi analysere hans respons som en slags fremdrift. Hensikten bak responsen er jo å komme frem til rett svar på oppgaven.

Del 3

Casen fortsetter i og nye elever begynner å stille spørsmål til Bendik om samme oppgave.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
43	E7	Skal man dele på utsalgspris eller innkjøpspris?		
44	L	Her må vi dele på innkjøpsprisen..	L gir igjen elev feilsvar	Demonstrere
45	E6	Så vi skal dele den der (peker på fortjeneste i kr) på innkjøpsprisen?		
46	L	Ehmm.. nja.. sånn er det jeg ville ha gjort det i hvert fall.. Tatt den også delt på den	Peke på Excel-arket til eleven. Viser til fortjeneste i kroner, delt på innkjøpspris.	Demonstrere
47	L	Hvorfor får du ulikt tall når du gjør samme regneoperasjon som E2? Vent litt.. jeg skal bare se..	E6 får ikke samme svar som E2. L går bort til E2 for å sjekke hennes svar.	Be elever om å vurdere (?)
48	E6	Ja.. det går fint..		
49	L	Du har gjort samme regneoperasjon som E2, men du har fått et annet tall.. hehe..		Poengtere (?)
50	L		L går bort til E2	
51	SP	Men det kan jo hende at de som driver med dette tenker at fortjeneste er .. regna fra den.. Men jeg synes det er mest naturlig å dele fortjeneste på utsalgsprisen da. Hva synes du L?	Spesialpedagog (SP) hjelper E2. L kommer bort.	
52	L	Jaaa.. jeg tenker.. at det var den av den jeg?	Viser til fortjeneste (i kr) delt på innkjøpspris	Demonstrere
53	SL	Ja.. da har du jo i så fall gjort riktig her..	Viser til det eleven har gjort. L hjalp E2 med dette i del 1.	
54	L	Men nå er jo ikke jeg noen økonom da.. men..		Poengtere
55			Mye småsnakk blant elevene. L grubler fortsatt på prosentoppgaven.	

Tabell 11: «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» (del 3)

Denne gangen velger Bendik å respondere ved å demonstrere løsningsforslaget for eleven. Han fullfører oppgaven for eleven ved å si at eleven må dele fortjenesten i kroner på innkjøpsprisen (44) (tabell 11). Her demonstrerer han hva eleven skal gjøre, og dette igjen med feilsvar. Dette fortsetter han også med i talehandling 46. Videre, i talehandling 47 og 49 ser vi derimot at Bendik begynner å tvile igjen. Her oppdager han at de to elevene har ulike svar, men samme metode. Han stiller spørsmål omkring de to ulike svarene i talehandling 47, og poengterer dette på ny i talehandling 49. Dette var også uventet for læreren, men blir ikke ytterligere kommentert.

Videre i sekvensen ser vi at spesialpedagogen også har fått spørsmål om samme oppgave fra E2. Han viser også noe usikkerhet, men har respondert med en annen fremgangsmåte enn Bendik. Spesialpedagogen gir uttrykk for at han synes det er mest naturlig å dele fortjenesten i kroner på utsalgsprisen (51). Ved innspillet fra spesialpedagogen begynner vi å se en endret tankegang hos Bendik. Han poengterer videre i talehandling 54 at han ikke er noen økonom og fortsetter å gruble over hva som er riktig løsning på oppgaven.

Del 4

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
57	L	Vet du hva.. jeg endrer mening.. da tar du.. da tar du.. ta fortjenesten delt på utsalgsprisen du.	L går bort til E6 Lærer endrer her mening, og finner ut av at man må dele fortjeneste på utsalgspris	Tilråde ny strategi
58	E6	Ahh..		
59	L	Ja, for vil ikke det da.. blir da sånn?		Be elever om å vurdere
60	E7	Hæ? Når man skal finne prosent.. Men det var jo det jeg gjorde først.. Jeg tok fortjeneste delt på utsalgspris, men så endra jeg til innkjøpspris fordi L sa jeg skulle gjøre det.	E7 og E8 sitter på raden bak E6. E7 snakker til sidemannen E8. Viser frustrasjon. E7 viser at hun selv hadde tenkt riktig først. Men endret etter at hun overhørte hva L hadde hjulpet E6 med.	
61	L	Og da er det vel mest naturlig å sammenligne det med utsalgsprisen. Hvor mye sitter du igjen med liksom.. Så jeg.. jeg endrer svaret mitt..	Snakker til E6	Demonstrere Tilråde ny strategi

Tabell 12: «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» (del 4)

I talehandling 57 ser vi at Bendik vil endre mening (se tabell 12). Han har nå brukt tid på å tenke, og mener at elevene skal dele fortjenesten i kroner på utsalgsprisen, og ikke innkjøpsprisen som han har bedt flere av elevene om å gjøre. Her ser vi en respons hvor læreren tilråder ny strategi. Men vi ser i talehandling 59 at han fortsatt er nølende. Igjen ber han implisitt elevene vurdere, og viser usikkerhet. I talehandling 61 ser vi igjen at Bendik demonstrerer og tilråder den nye strategien han nettopp har bedt elevene om å benytte.

Videre ser vi på hvordan aspekter av Bendiks undervisningskunnskap i matematikk viste seg synlig i hans responser i casen som helhet.

Analyse av Bendiks undervisningskunnskap i matematikk

Først vil jeg trekke frem hvordan Bendiks grunnleggende kunnskaper i matematikk kommer til uttrykk i sekvensen. Gjennomgående i del 1 til del 4 vises det en brist i Bendiks grunnleggende matematikkunnskaper. Hans responser viser usikkerhet og tvil når det gjelder foundation-aspektet, og vi ser en svakhet i hans faglige kunnskaper. Først gir han elevene feil løsning på oppgaven, for deretter å rette opp i dette. Og det etter at spesialpedagogen også har sett på oppgaven. Til slutt identifisere han altså egen feil, og retter opp dette ved å gå tilbake til elevene han har hjulpet tidligere. Det er tydelig at Bendik ikke hadde regnet igjennom oppgaven på forhånd, noe han også bekreftet i samtalen etter undervisningen. Til tross for at Bendik til slutt endret mening og kom frem til det riktige svaret, virket det ikke som om han var i stand til å formidle hvorfor det var riktig å dele på utsalgsprisen, og hvorfor det ble feil å dele på innkjøpsprisen. Dette viser også at Bendik har en konsentrering rundt prosedyren fremfor forståelsen av den. Ingen av elevene fikk noen forklaring på hvorfor de skal dele fortjenesten på utsalgsprisen, dette trolig fordi Bendik ikke var tilstrekkelig beredt til å kunne forklare nettopp dette.

Før undervisningsøkten ga Bendik uttrykk for at målet med denne undervisningsøkten var at elevene skulle øve ferdigheter i Excel. Og dette fordi de snart skulle gjennomføre heldagsprøven i matematikk. Men hvordan gjorde Bendik øvelse i Excel mulig for elevene? Vi er inne på Kunnskapskvartettens omdannings-aspekt. Bendik velger her å gi elevene en oppgave hentet fra et tidligere tentamenssett. Bakgrunnen for dette valget forklarte Bendik at hadde klar sammenheng med at elevene snart skulle ha tentamen, og at han ønsket at de skulle bli «drillet» i hvordan de skulle benytte Excel som verktøy. Hadde Bendik derimot forberedt seg bedre på hvordan han kunne forklare forskjellen på å dele fortjenesten på innkjøpsprisen

og utsalgsprisen hadde han neppe sekvensen over oppstått. Det vises her at oppgaven som skal øve ferdigheter i Excel raskt fikk et annet fokus enn ønsket. Dette skjer som en følge av at Bendik ikke er i beredskap til å hjelpe elevene tilstrekkelig med det faglige. På stående fot får Bendik vansker med å bistå elevene faglig, og elevenes fokus faller over på det matematiske. Her ser vi hvordan omdannings-aspektet også avhenger av lærerens grunnleggende ferdigheter.

Bendiks håndtering av elevenes innspill viser også at han ikke er klar over hvilke kognitive krav oppgaven stiller. Før undervisningen fortalte Bendik at han forventet at begrepet «fortjeneste» kom til å være ukjent for elevene. Han sa derimot ingenting om at han forventet uventede spørsmål og vansker tilknyttet matematikken i oppgaven.

I denne casen vises knapt Bendiks kunnskaper fra sammenhengs-aspektet. I talehandling nummer 32 snakker han om sammenhengen mellom desimaltall og brøk, men dette kun ved tekniske ferdigheter i Excel. Ellers snakker Bendik kun om hva han føler er mest naturlig at er riktig svar.

Videre vil tre uventede hendelser fra Celine sitt klasserom bli presentert og analysert.

4.3. Celine

4.3.1. «Koordinatsystemet»

Utdraget nedenfor er hentet fra observasjon i klasserommet til Celine. 7.trinnsklassen har her undervisning om koordinatsystemet og det dukker opp to feilsvar (tabell 13). Dette i forbindelse med plassering av koordinater i koordinatsystemet som læreren har tegnet på tavla. Celine ga etter undervisningsøkten uttrykk for at det var ventet at elevene kom til å synes dette var utfordrende, og at de kom til å forveksle x- og y-akse. Det hun derimot ikke forventet var at elevene skulle gjøre dette to ganger på kort tid. Utdraget kan derfor betegnes som en uventet hendelse, og vi skal nå se på hvordan Celine responderte på feilsvarene og hvordan hennes undervisningskunnskap i matematikk vises i disse responsene.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
59	L	Okei.. hvis jeg nå har en koordinat som er (5,6).. hvor hen i koordinatsystemet kommer jeg da? Hvis jeg skal bruke E4 sitt	Koordinatsystem er tegnet på tavla	Anvende Forenkla

		tips.. navnet førsteakse.. Hvor kommer jeg hen? Hvis jeg skal finne koordinat (5,6). Hvor kommer jeg E8?		
60	E8	Hvor skal jeg.. skal jeg komme frem?		
61	L	Ja.. har du lyst?		Åpen fremdrift
62	E8	Først så ser jeg.. hvor de møtes de to.. for det er ikke minus.. så da ser vi liksom.. der.. og der..	E8 kommer frem, leser først av på y-aksen og deretter på x-aksen. Tegner opp punktet (6,5)	
63	L	Akkurat.. så den møtes.. du går 6 bortover på x-aksen, og så 5 oppover på y-aksen.		Oppsummerer
64	L	Okei.. flott.. hva tenker dere andre? For her har vi en 5er og 6er som møtes. Hva tenker du E9?	E9 rekker opp hånda	Be elever om å vurdere
65	E9	Siden koordinatene er (5,6) og du alltid skal starte på førsteaksen.. så må du ta 5 på førsteaksen og 6 på andreaksen..		
66	L	Så du mener at du først må ta 5 på førsteaksen og så 6 på andreaksen.. spennende! Dere, jeg elsker at det blir sånn her.. for det er det her vi lærer av.. her må vi holde tunga rett i munn.. Hvilken akse er det vi starter med? Den første koordinaten her.. den finner vi på førsteaksen.. så vi må gå 5 bortover her, og 6 oppover.. så akkurat den koordinaten den kommer her..		Oppsummere Lukket fremdrift Demonstrere
67	L	Men hva er navnet for den vi har funnet her? Her blir navnet (5,6), men hva blir navnet her? E8?	Viser til koordinaten (6,5) som E8 tegnet opp tidligere	Anvende
68	E8	(6,5)	Retter opp egen feil	
69	L	Ja! (6,5) Akkurat! Så her må vi holde tunga rett i munnen så vi vet hva som er først og sist..		Oppsummere Poengtere
70	L	Okei.. vi prøver en til.. kanskje.. hva hvis vi har.. (-4,3). Hvor kommer vi hen da? Vil du komme opp E10?		Anvende

71	E10	Ja.. ehm.. først .. så vi ta den ned.. ned.. hit.. fordi her møter den -4 tallet.. også må du strekke en strek ut hit.. er ikke det riktig.. -4 og 3.. nei.. nå ble jeg usikker her.. eller.. jeg burde.. eller..	Kommer opp til tavla, tegner inn (3,-4) Blir etterhvert usikker.	
72	L	Flott.. da har vi kommet hit.. også er det noen tanker? Hva er dine tanker E11?		Be elever om å vurdere
73	E11	Eh.. kanskje den skal være på motsatt side..		
74	L	Du tenker at den ville være på motsatt side... hvor ville du hatt den? Kom!		Oppsummere Åpen fremdrift
75	E11	Der..	E11 kommer opp til tavla, tegner inn (-4,3). I bakgrunnen hører vi E10 si: ajaaa.. det er sant.. ahh..	
76	L	Hvorfor vil du ha den der?		Grunngi
77	E11	Fordi det er -4.. og 3..	Beskjedent	
78	L	Akkurat.. men hva heter koordinaten som vi har funnet her da?		Anvende
79	E10	(3,-4)	Elev retter opp egen feil	
80	L	Akkurat! Kjempebra! Flott! Okei.. vi tar en til.. (-6,-2).. hvor kommer vi da? Vil du komme opp E6? Hvor kommer vi.. (-6,-2)		Anvende
81	E6	Her..	Tegner inn koordinaten (-6,-2)	
82	L	Akkurat.. vi begynner på x-aksen ja.. mhm.. så der møtes dem.. okei.. Hva tenker du om det E12?		Oppsummere Be elev om å vurdere
83	E12	Eh.. jeg tror det er riktig		
84	L	Du er enig. Hva tenker du E6?		Be elev om å vurdere
85	E6	Det er riktig		

Tabell 13: «Koordinatsystemet»

Talehandling 59 er en respons på det elevene har bidratt med til nå. De har tidligere i undervisningen snakket om hva de ulike aksene heter, og Celine ønsker at elevene skal anvende kunnskapen de nå har om første- og andreakse. Hun spør derfor om de kan plassere koordinaten (5,6) i koordinatsystemet. Videre forenkler hun oppgaven ved å hinte til E4 sitt bidrag som inkluderte begrepet førsteakse. E8 kommer deretter opp på tavla for å tegne inn

koordinaten (5,6) som Celine har etterspurt plasseringen til. Celine sin respons på elevens ønske om å komme opp til tavla faller inn under responsgruppen åpen fremdrift, ettersom hun ikke vet hva eleven kommer til å bidra med. Og i det E8 kommer opp på tavlen for å markere koordinaten (5,6) får vi sekvensens første feilsvar. E8 tegner her inn koordinaten (6,5) i stedet for (5,6). Av samtalen etter undervisningen fremgår det at Celine ventet at elevene kom til å forveksle de to aksene, og hvem de skulle lese av først. Hun velger her å respondere på elevens forslag med å oppsummere elevinnspillet. Hun gir verken uttrykk for at eleven har svart rett eller galt, men velger i oppsummeringen å legge frem elevens forslag på en litt annen måte. Eleven leste først av på y-aksen, og deretter på x-aksen. Celine velger derimot i sin respons å trekke inn x-aksen før y-aksen. I tillegg velger hun å følge opp med å spørre hva de andre elevene tenker. Lærerens responser til elevsvaret befinner seg her i fokuseringsgruppen, først ved å oppsummere, for deretter å be elever om å vurdere elevsvaret.

Ved å be elevene vurdere svaret får hun så opp riktig beskrivelse for hvor og hvordan man finner koordinaten (5,6). Celine responderer her med å oppsummere elevens innspill. Hun tydeliggjør hva som var viktig, og poengterer hvilken akse man skal lese av når. Celine gir også uttrykk for at hun «elsker at det blir sånn her», og at det er nettopp dette elevene lærer av. Videre velger hun å gå tilbake til elevens feilsvar (62) og ber elevene om å anvende kunnskapen de nå har lært til å navngi punktet E8 forslø. Celine lar her E8 rette opp egen feil, og responderer med å oppsummere samt og poengtere at det er viktig at man holder styr på «hva som er først og sist».

Videre i talehandling 70 gir Celine elevene en ny koordinat de skal plassere i koordinatsystemet på tavla. Denne gangen inneholder koordinaten et negativt tall. Celine responderer her med å be elevene anvende nylig lært kunnskap til et lignende matematisk problem. Eleven (E10) som kommer opp til tavla bidrar også med et feilsvar, noe som kommer overraskende på Celine. Igjen blir x- og y-aksen forvekslet med hverandre. E10 viser usikkerhet etter avgitt svar, og Celine responderer med å be resten av klassen om å vurdere elevens forslag. Ved å bruke elevene til å vurdere forslaget til E10 kommer det innspill fra en annen elev om at punktet burde vært plassert «på motsatt side». Celine responderer med å gjenta elevens forslag, samt stille det åpne fremdriftsspørsmålet «hvor ville du hatt den?». Når eleven viser hvor koordinaten (-4,3) skal plasseres i koordinatsystemet responderer læreren med å spørre «hvorfor». Hun ber eleven forsvare sitt valg, og benytter en respons av kategorien grunnig.

Celine lar undervisningsaktiviteten om plassering av koordinater i koordinatsystemet fortsette. I etterkant av undervisningen forklarte hun at når hun fikk opp feilsvar nummer to innså hun at dette fortsatt var noe flere elever synes var vanskelig. Hun valgte derfor å bruke mer tid på dette enn planlagt. I talehandling 78 velger Celine for andre gang å gå tilbake til feilsvaret fra talehandling 71. Igjen er det eleven som bragte feilsvaret til helklassesamtalen som retter opp i egen feil.

Mot slutten av den utplukkede sekvensen velger Celine å ta for seg enda en koordinat elevene skal plassere. Hun ønsket at elevene nok en gang skulle anvende nylig lært kunnskap ved et lignende matematisk problem. Denne gangen måtte elevene bevege seg på den negative siden av både x-aksen og y-aksen, og riktig plassering av koordinaten kom raskt fra E6. Celine responderte på forslaget til E6 ved å be to andre elever om å vurdere svaret. Igjen overlot hun evalueringen til elevene.

Analyse av Celines undervisningskunnskap i matematikk

Celines undervisningskunnskap i matematikk vises tydelig i hennes respons på elevenes uventede feilsvar i sekvensen over. Videre skal vi se på hvor beredt Celine var til å håndtere disse på stående fot. Dette ved hjelp av Kunnskapskvartetten som analyseverktøy.

Ved Celines responser på elevenes innspill kommer hennes matematiske og matematikdidaktiske kunnskapsgrunnlag til uttrykk. Her er vi inne på grunnlags-aspektet fra Kunnskapskvartetten. I responsene fremgår det tydelig at hun er kjent med terminologien ved undervisning av koordinatsystem, og at hun identifiserer elevenes feilsvar underveis. Grunnlags-aspektet er fremtredende gjennom hele sekvensen, og det fremgår verken av observasjonen eller av samtalen i etterkant at Celine ikke har faglig kontroll over situasjonen. Dette både matematisk, og matematikdidaktisk. Hun tør å la elevene komme med innspill ved å stille spørsmål, og responderer ofte på elevenes innspill ved å fokusere nærmere. Hun gir uttrykk for at hun liker når de svarer feil, og begrunner dette med at elevene lærer mye av egne feil. Her viser også Cecilie til at hun har kjennskap til forskningslitteratur.

Måten Celine velger å gjøre kunnskapen tilgjengelig for elevene er også interessant i denne sekvensen. Måten hun responderer på elevenes innspill sier noe om hvordan hun omdanner den matematiske ideen om plassering av koordinater i koordinatsystemet slik at dette blir

tilgjengelig for elevene. Hun velger for eksempel bevisst å tegne opp et koordinatsystem på tavla, og velger eksempler som alle gir rom for feilsvar. Ved begge feilsvartilfellene velger også Cecilie å gå tilbake til koordinatene for å klargjøre og oppsummere hvordan notasjon for disse ville vært. Elevene får her muligheten til å se flere ulike eksempler og høre flere forskjellige forklaringer. I tillegg velger hun i talehandling 63 å trekke frem x-aksen før y-aksen i sin respons. Dette til tross for at eleven gjorde det i motsatt rekkefølge i sin forklaring. Hun har altså en bevissthet om utformingen av undervisningsforklaringer. Valgene hun her gjør hører hjemme under aspektet omdanning fra Kunnskapskvartetten.

I tillegg ønsker jeg å trekke frem hvordan Celine ved flere anledninger ber elevene forsvare sine innspill og forslag. Hun ber de forklare hvorfor, grunngi, hun ber elever vurdere elevsvar og lar elevene anvende kunnskap de nettopp har lært. Gjennomgående i sekvensen bygger læreren videre på elevenes innspill og benytter disse som eksempler. Celine gjør altså matematikken tilgjengelig for elevene ved å bruke deres egne innspill, og lar disse i høy grad stå for fremdriften i undervisningen. Ved å la elevene begrunne sine innspill fremmer også Celine sine responser en verbal representasjonsform. Både valg av eksempler og representasjonsformer hører inn under omdannings-dimensjonen fra Kunnskapskvartetten.

Kunnskapskvartettens tredje dimensjon, sammenheng, vises også i responsene til Celine. Sammenhengen mellom de ulike eksemplene hun plukker fra elevenes innspill, samt rekkefølgen for disse er antakelig bevisst. Først gir hun elevene en koordinat som hører hjemme i første kvadrant (59), for deretter å bevege seg over til andre (70) og tredje kvadrant (80). Eksemplene gir en naturlig fremdrift i undervisningen. Celine ber elevene om å anvende kunnskapen de nylig har lært i en hensiktsmessig rekkefølge. De fokuserer på det samme hele tiden, og det er nettopp elevenes innspill og Celines måte å velge ut eksempler og rekkefølgen på disse som styrer timen.

I tillegg viser Celine sammenheng mellom begreper ved å ta i bruk både første- og andreakse, samt x-og y-akse. Dette var også noe elevene kom opp med før den utvalgte sekvensen. Hun viser her sammenheng mellom begreper og lar elevene bli kjent med disse.

Vi ser her en sekvens hvor lærerens undervisningskunnskap i matematikk trer tydelig frem gjennom respons på elevsvar. Gjennomgående i denne sekvensen benytter læreren store deler av tiden responser som hører hjemme i responskategorien fokusering. Lærer tar grep og

velger å bruke tid, dette nettopp på grunn av elevenes feilsvar som dukker opp. Hun tar tak i feilsvarene, bruker de og spiller videre på disse. Hun lar elevene være med i helklassesamtalen, og lar de være med på å skape fremdriften i undervisningen.

4.3.2. «Hva er det man bruker origo til?»

Samtalen under oppstod i helklassesamtalen i klasserommet til Celine. Lærer har i samarbeid med elevene kommet frem til hvor førsteakse, andreakse og origo er i et koordinatsystem. Ved denne samtalen lurer plutselig en elev på om han kan stille et spørsmål, og dette høyt i klassen. Celine nøler ikke og lar eleven snakke. Da kommer det uventede spørsmålet «Hva er det man bruker origo til?». I samtalen etter selve observasjonen fortalte Celine at dette spørsmålet kom brått på, og at hun egentlig ikke visste om hun hadde noe godt svar på det. Situasjonen som oppstod var initiert av en elev, og var en elevs spontane respons på aktiviteten de holdt på med.

Vi ser her en sekvens som klart faller inn under beredskaps-kategorien fra Kunnskapskvartetten. Elevens innspill kommer uventet på Celine, og hun må respondere på elevinnspillet. Læreren hadde i utgangspunktet ikke planlagt å si noe om dette i undervisningen, men velger likevel å ta elevens innspill videre.

Det hender at lærere ikke viser tilstrekkelig undervisningskunnskap for å gi elevene et matematisk og didaktisk godt svar på alle innspill. Eller at elever kommer med innspill som ikke har noen god faglig forklaring. Trolig velger ofte lærere å avvise spørsmål og innspill hvor de blir usikre, men her ser vi derimot et eksempel hvor dette ikke er tilfellet. I likhet med sekvensen som oppstod i Bendik sitt klasserom presentert tidligere får vi igjen en uforutsett situasjon hvor lærer utfordres på det faglige. Det refereres her til sekvensen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?». Igjen ser vi en lærer som viser usikkerhet, men likevel forsøker å svare på elevinnspillet. Det som skiller disse to sekvensene er derimot at situasjonen Celine kommer opp i ikke er selvforskyldt. Sekvensen gir oss et godt eksempel på at læreren ikke kan være forberedt på alle elevens innspill i matematikkundervisningen.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
89	E9	Hva er det man bruker origo til?	Spørsmålet kommer uventet på læreren.	
90	L	Ja.. altså.. origo er egentlig når vi har funksjoner.. når dere kommer opp på		Demonstrerer (?)

		ungdomstrinnet så er det sånn at dere begynner å lage funksjoner.. sånne.. dere har kanskje sett det allerede.. funksjoner som viser endring over tid for eksempel.. da bruker man origo.. og det er jo også for å vise at her er det liksom null.. og her går det liksom videre.. så hvordan forandres noe fra null.. egentlig litt sånn.. man bruker det egentlig ikke.. det har bare fått et navn.. for det er nullpunktet.. også bruker man det litt mer på høyere nivå.. når man bruker dette koordinatsystemet skikkelig..		
91	L	Men det er veldig fint at du nevner det.. for jeg må ha en til.. og det er koordinat (0,6)... hvor finner jeg den? Når jeg har en koordinat som er 0? Hvor finner jeg den? Nå kan jeg bruke origo som et utgangspunkt! Vil du fortsette, E9?	Velger å benytte innspillet til neste eksempel	Anvende
92	E9	Litt usikker men.. her..	Viser hvor punktet (0,6) er	
93	L	Akkurat.. hvorfor tror du den er her?		Grunngi
94	E9	Fordi det er (0,6) og null er her..	Peker på x-aksen..	
95	L	Akkurat.. det er helt riktig.. så her tar vi utgangspunkt i origo, også går vi opp på y-aksen.		Oppsummere

Tabell 14: «Hva er det man bruker origo til?»

Celines respons (90) på elevens spørsmål finner jeg vanskelig å plassere etter responskategoriene til Drageset (se tabell 14). I første del av talehandlingen er læreren inne på at origo er et startpunkt, og at noe forandres fra null. Hun responderer her med en demonstrasjon. Videre viser derimot læreren mer usikkerhet. Responsen er vag med uttalelser som «man bruker det egentlig ikke» og «det har bare fått et navn». Den viser ingen tydelig retningsendring, fremdrift eller fokusering. Celine verken avviser eller stiller korrigerende spørsmål til eleven. Hun ber heller ikke de andre elevene om å vurdere. Trolig vil demonstrere være den responskategorien som passer best til denne responsen, ettersom det er læreren selv som fullfører resonnetet omkring hva en bruker origo til uten at elevene blir bedt om å bidra.

Videre i talehandling 91 ser vi at Celine velger å invitere elevene med i samtalen. Hun berømmer eleven for innspillet, og gir elevene enda en koordinat de skal plassere i koordinatsystemet. Hun velger å bruke innspillet og ta det med seg videre i samtalen. I

talehandling 91 ber Celine elevene om å anvende det hun nettopp har forsøkt å forklare om origo til å plassere koordinaten (0,6) i koordinatsystemet. Her sier hun at «nå kan jeg bruke origo som et utgangspunkt». Eleven som forsøker å plassere koordinaten (0,6) viser usikkerhet, og Celine responderer på elevens forslag med å be eleven om å grunngi, altså forsvaret innspillet ved å spørre «hvorfors tror du den er her?». Til slutt velger lærer å oppsummere elevens svar for å sammenfatte og tydeliggjøre det som var viktig, og uttrykker denne gangen at svaret var riktig.

Vi ser altså en situasjon hvor Celine får et uventet innspill fra en elev i helklassesamtalen. Innspillet får innvirkning på hvordan samtalen utartes videre ettersom lærer tar i bruk innspillet til å gi elevene en ny oppgave. Responsene Celine benytter i samtalen hører til kategorien fokusering. Hun stopper opp og går dypere inn i fagstoffet. Det vises gjennomgående at læreren ber elevene bruke nylig lært kunnskap, hun ber de forsvare innspill, samt oppsummerer det sentrale.

Analyse av Celines undervisningskunnskap i matematikk

Hvordan Celine velger å håndtere, og har muligheten til å håndtere dette uventede innspillet avhenger av hennes beredskap. Som tidligere nevnt ga Celine uttrykk for at hun ikke hadde tenkt igjennom hva man faktisk bruker origo til. Dette gjenspeiles også i hennes responser. Celines usikkerhet vises spesielt i hennes demonstrasjon i talehandling 90.

Undervisningskunnskapen hun benytter i denne responsen faller inn under aspektet grunnlag fra Kunnskapskvartetten som blant annet tar for seg bruk av matematisk terminologi. Hun er inne på at origo handler om at noe forandres fra null, og at det er et utgangspunkt. Dette stemmer overens med det latinske uttrykket origo, som betegnes som utgangspunkt, begynnelsespunkt eller opphav (Karlsen, 2019). Celine viser at hun har kunnskaper om hva origo faktisk betyr, og bruker dette til å resonnerer seg frem til en respons på elevens spørsmål. I responsen viser hun elevene indirekte at hun ikke har et klart svar på hva origo brukes til men bruker den kunnskapen hun har til å forsøke å demonstrere et svar. Hun involverer ikke elevene videre i forklaringen, og forsøker selv å gi et svar på elevens spørsmål. Celine nevner også at man bruker origo for å vise «at her er det liksom null», og «hvordan noe forandres fra null». Hun snakker her om origo som et startpunkt for alle funksjoner. Dette viser derimot brister i Celines grunnleggende matematiske kunnskaper. Grafiske fremstillinger av funksjonsuttrykk starter ikke alltid i origo, og har ofte på et høyere nivå også en gitt

definisjonsmengde. Det fremgår her at Celine i dette tilfellet kan vise til noe grunnleggende matematiske kunnskaper utover det som er vanlig, men dette med mindre mangler.

Hvilke eksempler en lærer velger å benytte i undervisninger faller inn under Kunnskapskvartettens omdannings-aspekt. At Celine velger å gi elevene i oppgave å plassere en koordinat hvor en av aksenes verdi er null er her bevisst. Hun velger et eksempel som hviler på hennes grunnleggende matematikkunnskaper, samt hennes undervisningskunnskap som går ut på hvordan hun ønsker å fremstille matematikken for elevene. Hvordan hun ønsker å gjøre matematikken synlig for elevene gjenspeiles også i hennes responser videre i samtalen. Når Celine ber elevene om å forsvare forslag gir dette elevene muligheten til å forklare innspillene med ord og uttrykk. Elevene blir her oppfordret til å benytte flere representasjonsformer, og Celine viser at selve produktet ikke er et godt nok svar. Responsene hun ytrer hviler på hennes undervisningskunnskap som faller inn under omdannings-aspektet.

I utsagn 90 nevner også Celine at origo er noe elevene skal bruke på et høyere nivå, altså senere i skoleløpet. Celine vet hva elevene skal kunne nå, og hun viser også kunnskaper om hva de skal lære i de kommende årene som matematikkelever. En slik form for undervisningskunnskap hører hjemme i Kunnskapskvartettens dimensjon, sammenheng. I utsagn 91 viser Celine også en form for denne type undervisningskunnskap ved å gi elevene en oppgave til som bygger på elevens spørsmål. Om Celine uavhengig av elevens innspill hadde gitt elevene i oppgave å plassere en koordinat hvorav en av koordinatene var 0, er, og forblir uvisst. Men av situasjonen ser vi i det minste at hun anser det hensiktsmessig å be elevene plassere en koordinat hvor dette er tilfellet. Avgjørelsen hun her tar hviler trolig på hennes undervisningskunnskap som faller under dimensjonen sammenheng fra Kunnskapskvartetten.

4.3.3. Regning med tid

Sekvensen presentert i tabell 15 er plukket ut fra helklassesamtalen i Celine sitt klasserom. Casen viser i likhet med sekvensen «Koordinatsystemet» hvordan Celine er beredt til å respondere på elevens ulike forslag til oppgaven som blir gitt. Det som skiller denne sekvensen fra «Koordinatsystemet» er derimot at Celine har et sterkt ønske om at elevene skal bidra med feilsvar. Ettersom sekvensen tar for seg lærerens respons på nettopp en elev sitt feilsvar faller casen inn under beredskaps-dimensjonen fra Kunnskapskvartetten.

Elevene regner i den utplukkede casen med tid, og har fått en grubleoppgave, «grublis» presentert av Celine på tavla. Elevene blir bedt om å finne ut av hvor lang tid Greta Thunberg har igjen av reisen dersom klokken nå er 12:09, og båten hun seiler med skal være fremme klokken 14:45. Celine presiserer at hun ønsker både svar på oppgaven, og at elevene må notere ned hvordan de har kommet frem til svaret. Hun ytrer også at hun ønsker flere metoder, og at svaret ikke er det viktigste.

Før sekvensen nedenfor i det hele tatt oppstår presenterer en elev i Celine sitt klasserom korrekt svar på oppgaven. Eleven forklarte at hun hadde lagt til 2 timer fra klokka 12:00, og dermed kommet frem til klokka 14:00. Deretter hadde hun subtrahert 9 minutter fra 45 minutter, og kommet frem til 36 minutter. På denne måten viste hun Celine og resten av klassen hvordan hun kom frem til at Greta Thunberg hadde 2 timer og 36 minutter igjen av reisen. Elevens strategi ble fortløpende notert på tavla av Celine, og blir stående på den ene siden av tavla utover i sekvensen nedenfor.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
26	L	Er det noen som har brukt en annen metode? (pause) Hvilken måte er det du har brukt, E2?	Flere elever rekker opp hånda	Åpen fremdrift
27	E2	Ehmm.. 14,45 minus 12,09..		
28	L	14,45 minus 12,09.. Sånn? Også regner du ut som et vanlig subtraksjonstall?	L stiller opp subtraksjonsstykket på tavla	Oppsummere
29	E2	Ja		
30	L	Okei	Regner ut på tavla	
31	E2	Og da har man svaret..		
32	L	Ja, hva er svaret da?		Lukket fremdrift
33	E2	2,36 timer		
34	L	2,36 timer.. hmm..		Oppsummere
35	L	Er disse to svarene like? Er 2 timer og 36 minutter det samme som 2,36 timer? Hva tenker du, E3?	Peker på 2,36 timer, og 2 timer og 36 minutter.	Be elever om å vurdere
36	E3	Når du skriver 2,36 timer så deler du timene opp i hundredeler isteden for sekstideler.. Og da blir det litt rart.. da sier du at det er 36 hundredeler av en time på en måte..		
37	L	Det er det her som blir.. det E3 sier nå, det er kjempeviktig. For når vi		Oppsummere

	<p>regner sånn vanlig, med vanlige tall som i måling for eksempel så regner vi med tiere.. vi låner for eksempel en tier.. Men når vi regner i tid så er det i sekstitalssystemet, fordi det er 60 minutter i én time som da er en hel. Derfor.. Det blir egentlig ikke 2,36 timer for 2 timer og 30 minutter hadde jo vært 2,5 timer.</p>		
--	--	--	--

Tabell 15: «Regning med tid»

Til tross for at Celine allerede har fått frem korrekt svar på oppgaven før denne casen velger hun likevel i talehandling 26 å oppfordre resten av klassen til å bidra med ytterligere strategier. Og det er nettopp her hun må ta hånd om en elevs feilsvar. Hvordan Celine håndterer elevens feilsvar i talehandling 27, og hvordan hun er i beredskap til å takle dette på stående fot, vises i hennes responser videre i sekvensen.

Celine velger å respondere på elevens feilsvar ved å skrive opp også denne strategien på tavla. Dette for å forsikre seg om at hun forstår elevens innspill rett, samt for å gjøre tankegangen mer tilgjengelig for resten av klassen. Læreren stopper opp og sammenfatter og tydeliggjør elevens innspill. Responsen hun i første omgang gir kan dermed plasseres i responskategorien oppsummere. Videre blir subtraksjonsstykket som nå står stilt opp på tavla regnet ut, og E2 poengterer at «.. da har man svaret». Læreren er ikke fornøyd med elevens svar, og spør igjen hva svaret er. Spørsmålet Celine her stiller eleven faller under kategorien lukket fremdrift.

Celines respons på elevens feilsvar i talehandling 34 kan kategoriseres til å be elever om å vurdere. Hun ber her elevene vurdere om de to ulike svarene 2 timer og 36 minutter og 2,36 timer er det samme. Hun har ikke gitt elevene noen indikasjon på hva som er rett eller galt, men velger derimot å la elevene vurdere svarene. E3 rekker raskt opp hånda her, og gir resten av klassen en god faglig forklaring på hvorfor de to svarene ikke er like. Celines respons på E3 sitt innspill er av oppsummerende art. Hun berømmer innspillet og presiserer viktigheten av innholdet. Deretter oppsummerer hun E3 sitt innspill men med litt andre ord. Hun tydeliggjør innholdet i elevens innspill. I tillegg velger hun å vise dette med et eksempel som illustrerer hvorfor 2 timer og 36 minutter ikke er det samme som 2,36 timer. Dette ved å demonstrere for elevene at 2 timer og 30 minutter ville blitt skrevet som 2,5 timer.

Analyse av Celines undervisningskunnskap i matematikk

Celine viser tydelig gjennom sine responser på elevenes innspill at hun i denne sekvensen har faglige kunnskaper og forståelse for matematikken som presenteres. Hun identifiserer blant annet elevens feilsvar og viser forståelse for ulike tallsystemer. Celines faglige tyngde hører til i Kunnskapskvartettens dimensjon, grunnlag.

I samtalen både før og etter undervisningssekvensen gjorde Celine det klart at hun både ønsket og ventet at feilsvaret 2,36 timer skulle komme fra en av elevene. At Celine ventet feilsvaret sier noe om hennes bevissthet om hvilke kognitive krav som stilles av elever på denne alderen. Hun har på forhånd tenkt ut hvilke fremgangsmåter elevene mest sannsynlig kom til å benytte. Dette går inn under Kunnskapskvartettens sammenhengs-dimensjon.

Celine viser også kunnskaper om sammenhenger mellom prosedyrer og hva som er hensiktsmessig og riktig å bruke. Ved å benytte elevenes ulike forslag, samt at hun ikke sier seg fornøyd etter første riktige fremgangsmåte, får hun frem forskjellen mellom sekstitalssystemet og titallssystemet. Dette bidrar også E3 med. I tillegg velger hun å bygge på med et annet eksempel i talehandling 37 for å tydeliggjøre E3 sitt viktige poeng. Celines kunnskaper som her vises tilhører Kunnskapskvartettens omdannings- og sammenhengs-dimensjon.

Hvordan Celine responderer på elevenes innspill for å gjøre matematikken synlig går under Kunnskapskvartettens omdanning. I denne sekvensen har Celine valgt en grubleoppgave med en dagsaktuell reise elevene kjenner til. Oppgaven i seg selv ser ut til å være godt egnet for å regne med tid, som Celine ønsker. Av representasjoner benyttes det i sekvensen både verbale og skriftlige fremstillinger. Dette både av læreren og av elevene.

5. Drøfting av funn

Før interessante funn fra casene drøftes ønsker jeg å se nærmere på hvordan rammeverkene har fungert i oppgavens analysedel.

5.1. Bruk av rammeverk til analyse

Som det ble påpekt i oppgavens kapittel 3, *Metode*, kan det være hensiktsmessig å benytte rammeverk ved analyse av caser. Dette for å tydeligere se mønstre og hindre store overlappende begreper (Grossman & McDonald, 2008). På den andre siden kan også bruk av rammeverk ha en bindende virkning og hindre forskningsfeltets fremgang (Kleve, 2010; Solem & Hovik, 2012). Dette hadde jeg i tankene underveis i analysearbeidet.

I analysearbeidet opplevde jeg at Kunnskapskvartetten fungerte godt, og jeg oppdaget ikke merkbare utfordringer ved bruk av rammeverket underveis. Kanskje kan dette ha sammenheng med rammeverkets brede dimensjoner. Ved bruk av rammeverket til Drageset opplevde jeg derimot noen utfordringer ved plassering av lærerens responser i de ulike kategoriene. Dette resulterte i at jeg vil foreslå tre nye responskategorier og en ny responsgruppe. Jeg vil påpeke at kategoriene som blir foreslått er sprunget ut av dataene som er analysert i forbindelse med dette prosjektet. Dersom andre caser hadde blitt analysert, ville trolig andre kategorier blitt etterspurt.

5.1.1. Utfordringer ved bruk av rammeverket til Drageset

Å invitere

Ved flere anledninger opplevde jeg det utfordrende å plassere responser fra casene, som er presentert og analysert tidligere, innenfor rammeverket til Drageset (2014). Responsgruppene og kategoriene strakk i svært stor grad til, men rammeverket opplevdes likevel ikke tilstrekkelig ved alle responsene lærerne uttrykte. Jeg vil først ta for meg responsen i talehandling 110 hentet fra casen «125 kr delt på 5 uker» fra Anne sitt klasserom (tabell 16).

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
109	E12	Ehmm.. jeg tenkte ikke på samme måte som han (E13) da.. han tenkte blokker..	Snakker om sidemannen	
110	L	Blokker.. så kult!		Åpen fremdrift →Invitere

Tabell 16: Utdrag fra casen "125 kr delt på 5 uker"

I analysen plasserte jeg til slutt responsen under responskategorien åpen fremdrift. Dette ettersom responsen antakelig kan være med på å skape en viss fremdrift i undervisningen. Men Anne kan ikke garantere fremdrift ved en slik type respons. Av sekvensen ser vi også at responsen faktisk ikke gir noen markant fremgang ettersom eleven ikke har benyttet blokker i den matematiske utregningen, men kun i den visuelle fremstillingen av løsningen. Jeg vil med dette foreslå en ny responskategori under responsgruppen fokusering. Den nye responskategorien ønsker jeg å betegne som å *invitere*. Trolig kan slike responser anses som det motsatte av den retningsendrende responsen avvise. Den nye responskategorien foreslås for å kunne kategorisere responser læreren benytter som fremmer en invitasjon eller oppmuntring til elevengasjement. Responsen læreren gir vil verken ha retningsendring eller fremdrift til hensikt. Lærerens begeistrende utsagn som «dette vil jeg høre mer om» eller «dette er interessant» vil falle inn under den nye kategorien. Utsagnene kan mulig anses fokuserende ettersom læreren velger å la elevene komme med forslag. Men invitasjonen er i utgangspunktet åpen, og hva eleven ønsker å bidra med er ofte uvisst for læreren. Dette ser vi et godt eksempel på i tabell 16.

Responser tilhørende kategorien *invitere* gjenspeiler lærerens holdning til faget og elevenes innspill generelt. Dette hører hjemme i Kunnskapskvalitetens grunnlags-aspekt. Hvordan læreren ønsker å invitere elevene med i samtalen vil kanskje også avhenge av lærerens undervisningskunnskap som faller under dimensjonene omdanning og sammenheng. I utsagnet «Blokker.. så kult!» viser Anne blant annet positivitet til bruk av flere representasjonsformer, og at elevene dermed kan få muligheten til å bli presentert for ulike prosedyrer og deres sammenheng. Hvordan responser som faller under kategorien *invitere* kan ha innvirkning på undervisningen skal vi se nærmere på i delkapittel 5.3.

Usikkerhet

Hver gang læreren opplever uventede hendelser i klasserommet blir han eller hun nødt til å ta stilling til hvordan de skal respondere på situasjonen som oppstår (Rowland et al., 2005). Dersom læreren opplever usikkerhet i situasjonen vil trolig enkle utveier være lette å ty til. Responser som læreren enkelt kan benytte vil antakelig være å avvise, tilråde en ny strategi eller å demonstrere. Disse fører alle til en retningsendring hvor læreren kommer seg ut av en eventuell ubehagelig eller uhensiktsmessig situasjon. Å avvise elevens innspill gjør jobben enkel for læreren, og han eller hun kan gå videre i undervisningen. Og ved uventede eller

utydelige feilsvar kan det kanskje være lettvin for læreren å tilråde eleven en ny strategi eller selv demonstrere den riktige løsningen fremfor å gå dypere i elevens tankegang.

I casene presentert i denne oppgaven finner jeg derimot eksempler hvor to av lærerne faktisk viser sin usikkerhet. De benytter seg ikke av de enkle utveiene. Dette har ført til utfordringer knyttet til plasseringen av responser etter rammeverket til Drageset (2014). Ved casen «Hva er det man bruker origo til?» fra Celine sitt klasserom og casen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris» fra Bendik sitt klasserom ser vi eksempler hvor læreren viser usikkerhet. Responsens hensikt er verken å skape endring, fremdrift eller nærmere fokus. De faller ikke under noen av kategoriene til Drageset, og det kan tilsynelatende se ut til at rammeverket ikke tar for seg lærerens responser som innebærer denne usikkerheten som vi her ser. Med bakgrunn i dette vil jeg nok en gang foreslå et supplement til rammeverket. Etersom de usikre responsene ikke anses tilhørende i noen av responsgruppene ser jeg det hensiktsmessig å legge til responsgruppen, *usikkerhet*. Den nye responsgruppen vil jeg igjen dele inn i to responskategorier, *tvil* og *feilsvar*. Altså skilles det mellom når læreren eksplisitt responderer med et feilsvar, og når læreren implisitt eller eksplisitt uttrykker tvil.

Vi ser først på et eksempel fra casen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris» hvor Bendik uttrykker matematisk feilsvar til eleven i sin respons (tabell 17).

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
26	E2		E2 rekker opp hånda og spør om hjelp til å finne fortjenesten i prosent i oppgave 6.	
27	L	Ja.. men da.. altså prosent.. det er jo da hvor stor andel.. ehm.. sitter igjen med. Og nå skal du svare i prosent. Det du sitter igjen med da.. er 4010 kr av 3980 kr, så han har brukt så mye og fått inn så mye... hmm.. da blir det.. Da blir det vel den delt på den da? Da får du vel andelen..	L viser usikkerhet ved om fortjenesten (i kr) skal deles på innkjøpsprisen eller på utsalgsprisen. L får her eleven til å dele fortjenesten på innkjøpsprisen	Demonstrasjon →Feilsvar

Tabell 17: Utdrag fra casen "Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris"

Tidligere i analysen har jeg kategorisert responsen i talehandling 27 som en demonstrasjon. Men forklaringen som her blir gitt inneholder usikkerhet og feilsvar. Responsen fører i grunn til fremdrift, men dette i feil retning. Bendik sitt feilsvar som respons gjentar seg også senere i sekvensen. I tillegg viser han gjennomgående usikkerhet. Responsene han gir elevene videre i

sekvensen er også av tvilende art. Uttrykk som «Nå måtte jeg bare tenke meg om.. sa jeg riktig nå?», og «..jeg skal bare dobbeltsjekke det jeg sa..» viser at han ikke har et klart svar å gi elevene. På den andre siden kan man trolig argumentere for at også hans usikkerhet i casen likevel kan knyttes til en viss fremdrift. Dette fordi Bendik til slutt kommer frem med riktig metode. Feilsvarene han gir viser til lite fremgang i seg selv. Men det at Bendik fortsetter å tvile og ikke slår seg til ro med feilsvaret, resulterer i at han senere i sekvensen kommer frem til rett metode.

I casen «Hva er det man bruker origo til?» fra Celine sitt klasserom ser vi i likhet med sekvensen fra Bendik sitt klasserom et eksempel på hvordan lærerens respons kan kategoriseres som usikker. Med der Bendik mer uttrykkelig ytrer sin usikkerhet for elevene, gjør Celine dette mer indirekte. I analysen ble responsen kategoriserte til demonstrasjon ettersom Celine ikke ber om elevinnspill og fullfører resonnetet og forklaringen selv. Jeg finner det problematisk å plassere talehandlingen under responsgruppen fremdrift, og velger også her å forslå bruk av den nye responskategorien tvil. Dette forsterkes også av Celines ytringer etter undervisningen hvor hun fortalte at hun ikke hadde et klart svar på elevens spørsmål.

Videre vil jeg gå over til å løfte frem det analysen og analyserammeverkene har bidratt med til funnene. Momentene som trekkes frem i drøftingen forsøker å bidra med svar på oppgavens problemstilling og dens to underspørsmål. Med bakgrunn i dette er drøftingen videre inndelt etter problemstillingens to underspørsmål. På hvilke måter kan ulike undervisningsrelaterte faktorer ha innvirkning på uforutsette hendelser i matematikkundervisningen? Og på hvilke måter kan lærerens håndtering av uforutsette hendelser påvirke undervisningen? Rammeverkene som har blitt benyttet i analysen, samt annen relevant teori fra kapittel 2 vil fortløpende bli trukket inn i drøftingen.

5.2. Undervisningsrelaterte faktorer som kan påvirke uforutsette hendelser i matematikklasserommet

Underveis i analysearbeidet oppdaget jeg ulike faktorer tilknyttet undervisning som antakelig kan ha innvirkning på uventede hendelser som oppstår i matematikklasserommet. Jeg vil derfor se nærmere på hvordan undervisningsrelaterte faktorer tilknyttet lærerens undervisningskunnskap og responser kan ha påvirket de uforutsette hendelsene.

5.2.1. Ulike klassetrinn

En faktor som høyst sannsynlig har hatt innvirkning på de uforutsette hendelsene som er presentert i kapittel 4 er det faktum at informantene underviser på ulike klassetrinn. Celine og Anne har klasser tilhørende mellomtrinnet, mens Bendik er lærer for en klasse på 10. trinn. En klar forskjell på mellomtrinnet og 10. trinn vil være et ulikt fokus på vurdering. På mellomtrinnet kan det være mindre fokus på dette og dermed også mindre press på læreren når det gjelder elevresultater. På 10. trinn vil det derimot være et høyere fokus på vurdering, og læreren kan oppleve press på elevresultater fra ledelsen. Læreren vil høyst sannsynlig ha standpunkt karakter og eksamen i bakhodet igjennom hele skoleåret.

Ulike klassetrinn kan med dette mulig være en ytre faktor som påvirker undervisningen. Denne faktoren kan legge føringer for lærerens undervisningskunnskap som faktisk vises synlige i klasserommet. For eksempel kan en lærer inneha kunnskaper om mange ulike løsningsstrategier og representasjonsformer. Men ettersom tentamen, eksamen eller nasjonale prøver for eksempel nærmer seg vil læreren velge å kun fokusere på én strategi elevene skal lære. Læreren kan vise fagkunnskaper i matematikk og ha kunnskaper om sammenhenger mellom ulike løsningsmetoder til tross for at dette ikke vil være synlig i undervisningen. Fra casen «Feilsvar ved volum av kjegle og pyramide» ser vi et mulig eksempel på et slikt tilfelle. Måten Bendik velger å introdusere elevene i 10.klasse for formelen for volum av kjegle og pyramide kan være påvirket av at elevene straks skal ha tentamen i matematikk. Kanskje har Bendik kunnskaper om hvordan han kan gjøre matematikken tilgjengelig for elevene på flere måter, men på grunn av at det nærmer seg elevenes heldagsprøve velger han å benytte responser som fører til fremdrift. Han demonstrerer derfor formlene for elevene.

Lærerens responser i casene presentert i kapittel 4 kan trolig være noe farget av at lærerne underviser på ulike klassetrinn, og jeg ønsker at leseren skal ha dette i bakhodet videre i drøftingen.

5.2.2. Klasseromskultur

Av casene som er blitt presentert i denne oppgaven ser vi ulike klasseromskulturer. Hvordan læreren kommuniserer med elevene er trolig med på å skape disse ulike kulturene (Schoenfeld gjengitt i Drageset, 2016; Yackel & Cobb, 1996), som igjen antakelig kan påvirke uforutsette hendelser i matematikklasserommet. Det handler blant annet om hvordan læreren vanligvis responderer på feilsvar og elevinnspill, og i hvor stor grad læreren inviterer elevene med i

helklassesamtalen. Dersom læreren stadig benytter responser av kategorien åpen fremdrift kan dette antakelig føre til høy grad av muntlig aktivitet i klasserommet. Elevene er vant med at læreren er åpen for alle innspill og terskelen for å bidra er lav. På samme måte kan elever i en klasse hvor læreren alltid demonstrerer løsningen bidra i mindre grad. Elevene vet at om de venter lenge nok vil læreren til slutt presentere svaret, og elevene vet at de ikke trenger å finne dette på egen hånd. Funnene vedrørende ulike klasseromskulturer kan trolig knyttes til det Yackel og Cobb (1996) omtaler som sosiale og sosiomatematiske normer. Den etablerte diskursen i matematikklasserommet kan antakelig påvirke blant annet hyppigheten av uforutsette hendelser. Lærerens etablering av både sosiale normer og sosiomatematiske normer vil her spille inn (Yackel & Cobb, 1996).

De etablerte kulturene i klasserommene til Anne og Celine minner mye om hverandre. De to lærerne har begge skapt kulturer for åpenhet og høy grad av elevaktivitet. Drøftingen vil bære noe preg av deres likhet. I casene til Anne og Celine ser vi at de to lærerne særlig benytter responser som faller under kategorien åpen fremdrift, samt responser tilhørende responsgruppen fokusering. Lærerne inviterer elevene til å snakke fritt, noe som resulterer i lengre sekvenser med helklassesamtale. De velger ved flere anledninger å bruke tid, gå i dybden og utnytte elevenes innspill. De ber elevene stoppe opp og ber de om å forklare egen og andres tankegang, samt ta i bruk nylig lært kunnskap. Elevene virker komfortable med å bidra og dele tanker og ideer med resten av klassen. De sosiale og sosiomatematiske normene slik Yackel og Cobb (1996) omtaler disse, kan trolig ha ført til høy grad av muntlig aktivitet i de to klasserommene. Antakelig kan dette også ha innvirkning på hyppigheten av uforutsette hendelser. Lærerne inviterer elevene med i undervisningen og risikerer også derfor at flere uventede hendelser kan oppstå. Her tenker jeg spesielt på uforutsette hendelser initiert av elever.

I klasserommene til Anne og Celine ser vi to lærere som tør å invitere elevene med i samtalen og som i stor grad åpner opp for uforutsette hendelser. Det er tydelig at de er i besittelse av undervisningskunnskap i matematikk. De viser blant annet fagkunnskaper i undervisningsfaget, ser sammenhenger mellom elevenes innspill og legger begge vekt på å ta i bruk flere ulike løsningsstrategier og representasjonsformer. Hvordan de to lærerne står i beredskap til å håndtere hendelser på stående fot er en mulig årsak til at Anne og Celine i høy grad inviterer elevene med i samtalen. De tør å ta risikoen for at uventede hendelser oppstår.

Kanskje kan deres undervisningskunnskaper i matematikk være en faktor som fremmer uventede hendelser, spesielt initiert av elever.

I casene hentet fra Bendik sitt klasserom ser vi derimot hyppigere bruk av responser tilhørende responsgruppene fremdrift. Han har en sterkere konsentrering om å komme frem til prosedyren uten ytterligere fokus på hvordan og hvorfor den fungerer. Han velger å omdanne matematikken elevene skal lære med et annet fokus enn Anne og Celine. Dette vises i begge sekvensene fra Bendik sitt klasserom. Gjennomgående inviterer sjeldent Bendik elevene med i samtalen, og når han først gjør dette er det korte og lite utdypende innspill elevene bidrar med. Vi ser her hvordan Bendik har et annet syn på hva som anses matematisk verdifullt, og at han anser svaret i seg selv som en god matematisk løsning. Dette til forskjell fra Anne og Celine som stadig krever begrunnelser for elevenes løsninger. Den lave hyppighet av elevinnspill kan antakelig ha sammenheng med at Bendik i mindre grad benytter responser som fremmer videre fokusering. Ved helklassesamtale i Bendik sitt klasserom ender det med at han i større grad selv fullfører løsningen eller leder elevene frem til svaret.

Klasseromskulturen i Bendik sin klasse bærer preg av dette, og elevene bidrar i mindre grad med innspill og ideer. Vi ser her hvordan sosiale og sosiomatematiske normer avhenger av interaksjonen mellom lærer og elev, og hvordan dette kan variere fra klasserom til klasserom (Yackel & Cobb, 1996). Antakelig påvirker normene hyppigheten av uventede hendelser i klasserommet.

Casen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris» viser derimot at elevene i Bendik sin klasse ikke nøler med å spørre om hjelp ved individuelt arbeid, og at også uventede hendelser kan oppstå her. Underveis i sekvensen er det flere elever som rekker opp hånden, og de benytter anledningen til å både spørre medelever, lærer og spesialpedagog om hjelp. Det foregår også muntlig aktivitet i klasserommet til Bendik men klasseromskulturen kan trolig ha påvirket når og hvordan denne muntlige aktiviteten foregår. Og vi ser i denne casen at uventede hendelser også oppstår utenom helklassesamtaler.

Til tross for at lærerens respons og undervisningskunnskap kanskje kan ha en viss innvirkning på klasseromskulturen vil likevel ikke læreren kunne ha full kontroll på når og hvor ofte de uventede situasjonene finner sted (Rowland et al., 2009). Uforutsette hendelser kan oppstå til tross for at læreren ikke har invitert med elevene i samtalen, eller at klasseromskulturen nødvendigvis består av mye muntlig aktivitet. For eksempel kunne ikke Celine vite hva

eleven skulle spørre om før hun fikk det uventede spørsmålet «Hva bruker man origo til?». Dette er et uventet innspill som kunne dukket opp uavhengig av klasseromskulturen. Det samme kan vi si om casen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris». Casen oppstod neppe på grunn av klasseromskulturen eller undervisningsaktivitet, men heller på grunn av lærerens valg av oppgave, eller av lærerens noe manglende forberedelse. Vi kan derfor ikke si at ulike klasseromskulturer i seg selv kan anses avgjørende for når uventede situasjoner oppstår, men at de kanskje kan ha en viss innvirkning.

Til tross for at det her ble hevdet at en lærer aldri kan vite når og hvor ofte uforutsette hendelser oppstår, kan mest sannsynlig lærerens grad av forberedelse ha innvirkning på dette. Videre skal vi derfor se nærmere på hvordan lærerens grad av forberedelse kan ha innvirkning på uforutsette hendelser.

5.2.3. Lærerens grad av forberedelse

Lærerens grad av forberedelse vil ha innvirkning på hvor beredt han eller hun er til å håndtere uforutsette hendelser i matematikkundervisningen (Rowland et al., 2015). En lærer som er godt forberedt vil ikke oppleve, eller i det minste i mindre grad oppleve uforutsette hendelser. Å være godt forberedt ved uforutsett hendelser kan blant annet innebære å ha de grunnleggende matematiske kunnskapene på plass, samt kunnskaper om hvilke løsninger og forslag elever mulig vil foreslå. Gjennomtenkte valg av spørsmål, oppgaver og eksempler kan trolig også hindre uforutsette hendelser. Dette er kunnskaper fra Kunnskapskvartettens grunnlags- og omdannings-dimensjon. En lærer som er bevisst på elevenes kognitive nivå, og hvilke kognitive krav som stilles i undervisningen er også bedre beredt, og vil antakelig oppleve mindre uplanlagte hendelser. Dette kan være en nyutdannet lærer, så vel som en lærer som har lang fartstid i læreryrket. Ved lengre erfaring som matematikklærer vil høyst sannsynlig læreren også tidligere ha erfart hvilke spørsmål og innspill elever ofte bidrar med (Rowland et al., 2015).

Lærerens forberedelse trukket frem i avsnittet over, kan antakelig sammenlignes med det Stein et al. (2008) omtaler som å forutse og å bestemme rekkefølge i deres «fem praksiser». Ved bruk av denne undervisningsmetoden har læreren satt opp en liste over mulige løsningsstrategier elever kan bidra med, samt tenkt igjennom hvordan disse kan presenteres på en hensiktsmessig måte. Antakelig vil en undervisningsmetode som «fem praksiser» redusere hyppigheten av uforutsette hendelser på grunn av lærerens grundige forberedelse.

Det vises tydelig i casen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgpris?» hentet fra Bendik sitt klasserom at lærerens grad av forberedelse henger sammen med både hyppigheten av uforutsette hendelser, samt lærerens beredskap for å håndtere disse hendelsene. Bendik hadde i denne sekvensen forutsett at elevene ikke hadde kjennskap til begrepet fortjeneste, men han hadde derimot ikke tenkt igjennom hvilke kognitive krav oppgaven stilte. Bendik er i noe mindre grad forberedt til undervisningen, og han havner derfor i en uventet situasjon. Ball et al. (2008) refererer i kategorien kunnskap om faglig innhold og elever blant annet til lærerens kjennskap til hva elever vil oppleve matematisk vanskelig. Det er denne delen av undervisningskunnskap som vises noe manglende i sekvensen. Antakelig hadde Bendik unngått den uventede hendelsen dersom han på forhånd hadde forberedt seg bedre, og tenkt igjennom hvilke utfordringer elevene ville møte på i akkurat denne oppgaven. Han hadde da forutsett elevenes bidrag og spørsmål. Altså kan vi antakelig si at lærerens mindre grad av forberedelse påvirker hyppigheten av uforutsette hendelser, og også hvordan læreren står i beredskap til å håndtere situasjonen som oppstår.

Casen «125 kr delt på 5 uker» fra Anne sitt klasserom viser også hvordan lærerens grad av forberedelse kan påvirke uforutsette hendelser. I denne sekvensen hadde ikke læreren forutsett elevenes gjennomgående tankegang. Anne viser i likhet med Bendik mangler på det Ball et al. (2008) omtaler som kunnskap om faglig innhold og elever, og opplever derfor at elevene håndterer tallene i oppgaven på en måte hun ikke hadde forutsett. Men til forskjell fra Bendik kan Anne i denne sekvensen støtte seg på fagkunnskaper som gjør at hun likevel kan håndtere elevinnspillene på en god måte. Ball et al. (2008) fremhever fra sitt forskningsprosjekt de spesialiserte fagkunnskapene læreren trenger til matematikkundervisningen. Denne type kunnskap er ikke tilknyttet det fagdidaktiske, men omfatter heller en bestemt type matematiske kunnskap. I casen ser vi at Anne kan støtte seg på de spesialiserte fagkunnskapene ettersom hun forstår hvordan elevenes ulike metoder fungerer matematisk. Anne viser også at hun har horisontkunnskap ettersom hun evner også å se matematiske sammenhenger mellom de ulike metodene (Ball et al., 2008). Tross mangel på forberedelse står Anne beredt til å håndtere den uforutsette hendelsen som oppstår.

I casen «Regning med tid» ser vi nok et eksempel på hvordan lærerens grad av forberedelse spiller inn på håndtering av feilsvar. Ikke bare er Celine beredt til å håndtere feilsvarene, men hun har også et sterkt ønske om at feilsvaret skal komme frem. Hun har i motsetning til

Bendik og Anne tenkt igjennom hva elevene vil bidra med. Hun har forutsett elevenes mulige løsningsstrategier som i «fem praksiser», og viser undervisningskunnskap Ball et al. (2008) referer til som kunnskap om faglig innhold og elever. Celines grundige forberedelse gjør at feilsvaret ikke er like uventet, og hun er forberedt på å avgi en god faglig forklaring på hvorfor det ene svaralternativet faktisk er feil. Læreren viser at hun er i besittelse av matematiske kunnskaper om forskjellen mellom å gjøre beregninger med to ulike tallsystemer, samt hva slike beregninger krever. Antakelig kan en slik type matematisk fagkunnskap knyttes til lærerens spesialiserte fagkunnskaper (Ball et al., 2008).

Det vises altså liten tvil om at lærerens grad av forberedelse vil ha innvirkning på hvordan læreren står i beredskap til å takle uforutsette hendelser på stående fot. Men man kan også stille spørsmålsteget ved om matematikklæreren kan være forberedt på alle situasjoner og innspill som kan oppstå i et matematikklasserom. Som tidligere nevnt i teoridelen vil læreren aldri kunne vite helt sikkert hva elevene vil bidra med i undervisningen (Rowland et al., 2009). Lærerens grad av forberedelse vil antagelig aldri være helt fullkommen. Dette ser vi flere eksempler på i casene presentert og analysert tidligere i oppgaven. Også dette vil jeg illustrere med en case fra kapittel 4. Denne gangen hentet fra klasserommet til Celine. Spørsmålet «Hva er det man bruker origo til?» kommer uventet på Celine. Dette til tross for at hun tidligere i undervisningsøkten har vist at hun var godt forberedt til undervisningen. Hun hadde tidligere i undervisningsøkten blant annet fått opp flere feilsvar i forbindelse med plassering av koordinater i «Koordinatsystemet». Disse stod hun i beredskap til å håndtere på en god måte. Men i det hun får det uventede spørsmålet fra en elev om origo viser hun i sin respons stor usikkerhet. Her ser vi et eksempel på at en lærer tross grundige forberedelser, opplever at en elevs innspill kan komme uventet.

Antakelig vil derimot en godt forberedt lærer oppleve færre uventede hendelser enn en som er mindre forberedt. Læreren vil stå sterkere og være bedre beredt dersom han eller hun på forhånd har tenkt igjennom blant annet valg og rekkefølge av undervisningsaktiviteter, elevenes kognitive nåværende nivå, samt hva aktivitetene krever av elevene. Dersom læreren har forutsett hvilke feil og misoppfatninger elever vil komme opp med har han eller hun også gjort seg tanker om hvordan man vil håndtere disse innspillene. Men vi ser også av dataene hentet inn til denne oppgaven at det oppstår situasjoner som selv en nokså godt forberedt lærer ikke venter. Jeg vil med dette støtte meg på teori (Rowland et al., 2009), samt resultater

fra denne oppgaven og hevde at en lærer neppe vil oppnå fullstendig beredskap til å håndtere uforutsette situasjoner i matematikklasserommet.

Videre skal vi se på hvordan lærerens syn og verdier for matematikkundervisning mulig også kan påvirke lærerens håndtering av uforutsette hendelser.

5.2.4. Lærerens syn og verdier

I teorien ble det påpekt at lærerens beredskap til å håndtere uforutsette hendelser avhenger av lærerens undervisningskunnskap (Rowland et al., 2009), og at lærerens syn og verdier tilknyttet matematikkundervisning faller under grunnlags-dimensjonen fra Kunnskapskvartetten (Kleve, 2014). Altså vil lærerens forestillinger om matematikkundervisning også høre til lærerens undervisningskunnskap i faget. Og hva læreren anser viktig i matematikkundervisningen vil videre kunne ha innvirkning på hvordan læreren velger å organisere den (Bishop, 2001). Hvilke forestillinger læreren har om matematikkundervisning og hva læreren anser viktig, vil dermed også kunne påvirke uforutsette hendelser i matematikklasserommet.

Av de korte intervju samtale i forbindelse med undervisningssekvensene fikk jeg et inntrykk av hvordan lærerens syn på matematikk kan påvirke undervisningen. Celine ga for eksempel uttrykk for at hun ønsket at elevene skulle komme opp med feilsvar i sekvensen «Regning med tid». Ønsket om feilsvar gjorde at hun, til tross for at det rette svaret allerede hadde kommet opp, valgte å respondere med fokuserende responser og dermed legge ytterligere fokus på oppgaven. Ved at hun gjorde dette fikk hun opp det ønskede feilsvaret. Det er tydelig at Celine har tanker om matematikkundervisning som handler om at elever lærer av egne feil, og at det er hensiktsmessig at elevene selv bidrar med feilsvarene. Dersom Celine ikke hadde hatt denne forestillingen ville hun i denne sekvensen kanskje ikke fått frem feilsvaret i sekvensen. Altså kan lærerens forestillinger om matematikkundervisning være med på å fremme også feilsvar.

Bendik ga også uttrykk for sine forestillinger om undervisningen når han fortalte at elevene skulle «drilles» til tentamen, og at de derfor skulle jobbe mye med oppgaver på egenhånd. Et resultat av denne tanken kan trolig være med på å fremme hans fokusering på fremdrift i undervisningen, samt en konsentrering om prosedyrer. Hans forestillinger om matematikkundervisningen fører her til lite helklassesamtale, og heller elever som leter etter

det rette svaret. Kanskje kan undervisningen resultere i feilsvar, men mulig færre andre uventede innspill eller reaksjoner. Det vises spesielt ved responsene i sekvensen «Feilsvar ved volum av kjegle og pyramide» at Bendik selv har kontrollen og fremdriften i sekvensen. Men her må vi også huske på at Bendik sitt ønske om at elevene skal «drilles» til tentamen trolig kan være påvirket av klassetrinnet han er kontaktlærer for. Dersom Bendik hadde undervist elever på for eksempel mellomtrinnet ville han kanskje hatt andre forestillinger om matematikkundervisningen, og dermed respondert annerledes.

Også Annes forestillinger om undervisning i matematikk er synlige i casen hentet fra hennes klasserom. I casen «125 kr del på 5 uker» er Anne fast bestemt på at det er elevene som skal komme med fremgangsmåten hun ønsker å introdusere de for. I samtalen etter observasjonen ble det trukket frem at det tok mye lenger tid enn planlagt før den ønskede metoden kom frem. Anne hadde et sterkt ønske om at hun ikke måtte demonstrere den for elevene selv. Dette i motsetning til hva vi ser i casen tilhørende Bendik. Anne ga også uttrykk for at hun synes det er fint når elevene bidrar med ulike strategier. Lærerens forestillinger om matematikkundervisning gjenspeiler de fokuserende responsene læreren i stor grad benyttet underveis i sekvensen. Dersom Anne ikke hadde verdsatt elevenes innspill på samme måte ville hun kanskje ha demonstrert den ønskede fremgangsmåten for elevene relativt raskt, og undervisningssekvensen ville antakelig ha utspilt seg annerledes.

Vi har nå sett på ulike undervisningsrelaterte faktorer som kanskje kan ha innvirkning på uforutsette hendelser i matematikklasserommet og også hyppigheten av disse. Videre vil det drøftes omkring interessante funn tilknyttet informantenes håndtering av de uforutsette hendelsene.

5.3 Hvordan lærerens respons på uforutsette hendelser kan påvirke undervisningen

Underveis i analysearbeidet oppdaget jeg også interessante funn tilknyttet lærerens håndtering av uforutsette hendelser i matematikklasserommet. Spesielt interessant opplevde jeg hvordan lærernes ulike bruk av responsene påvirket undervisningen.

5.3.1. Ulike former for kommunikasjon

Et interessant funn fra casene som har blitt presentert er hvordan responsene informantene benytter kan fremme ulike former for kommunikasjon i matematikklasserommet. Anne og

Celine inviterer i stor grad elevene med til å engasjere seg i undervisningen. De benytter ofte responser som er av karakteren åpen fremdrift, og som nevnt tidligere i drøftingen består deres undervisning i stor grad av muntlig aktivitet. Ved å inkludere elevene i samtalen kan vi trolig si at disse to informantene driver medvirkende kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000). Elevene får anledning til å fremme tanker, ideer og innspill i de to klasserommene.

Bendik inviterer også elevene med i samtalen, men dette i mindre grad enn Anne og Celine. Han benytter oftere responser hvor han selv har kontroll over undervisningen og hva elevene vil bidra med. Han benytter seg altså av både ensrettet og medvirkende kommunikasjon. Men elevene får sjeldent muligheten til å uttrykke egne tanker ettersom Bendik raskt demonstrerer svaret selv. Med responsene han oftest benytter, legger han i mindre grad opp til medvirkende kommunikasjon enn hva Anne og Celine gjør.

Anne og Celine inviterer ikke bare elevene med i samtalen, de beveger seg også opp mot det Brendefur og Frykholm (2000) betegner som refleksiv kommunikasjon. Dette ved å benytte responser som fremmer refleksjon og diskusjon i undervisningen. Elevene blir blant annet bedt om å evaluere andres innspill, samt om å forklare og forsvare egne ideer og tanker. Dette gjør at elevene får mulighet til å dykke dypere inn i matematikken. Vi ser et eksempel på dette i Celine sin respons i talehandling 36 fra casen «Regning med tid» i tabell 18.

		Talehandling	Fysisk handling	Drageset
35	L	Er disse to svarene like? Er 2 timer og 36 minutter det samme som 2,36 timer? Hva tenker du, E3?	Peker på 2,36 timer, og 2 timer og 36 minutter.	Be elever om å vurdere Belyse detalj?
36	E3	Når du skriver 2,36 timer så deler du timene opp i hundredeler isteden for sekstideler.. Og da blir det litt rart.. da sier du at det er 36 hundredeler av en time på en måte..		

Tabell 18: Utdrag fra "Regning med tid".

I casen ser vi hvordan Celine får elevene til å vurdere forslagene elevene har bidratt med. Hun bruker elevenes ideer til refleksjon og diskusjon, uten at hun på forhånd har gitt uttrykk for hvilket svar som er rett eller galt. Dette gjør at elevene må reflektere over ulike strategier og forsvare sine ideer. Av Celine sine responser blir elevene her ledet til å drive matematisk argumentasjon. I casen «125 kr delt på 5 uker» presentert fra Anne sitt klasserom ser vi også

eksempler hvor elevene må reflektere og diskutere ved at hun benytter responser hvor elevene må forsvare og vurdere. Begge de to lærerne benytter responser som resulterer i refleksiv kommunikasjon.

Å drive undervisning som fremmer refleksiv kommunikasjon på en hensiktsmessig måte er krevende for læreren. Dette fordi han eller hun må være i stand til å lede elevene til en rik diskusjon som blant annet fremmer korrekt matematisk terminologi, formålstjenlige eksempler, representasjoner, begreper og prosedyrer. Å evne å legge opp til refleksiv kommunikasjon vil altså hvile på flere av aspektene fra Kunnskapskvartetten, og vil dermed være avhengig av lærerens undervisningskunnskap i matematikk.

Men vi ser også mulig antydning til refleksiv kommunikasjon i Bendik sitt klasserom. Dette i forbindelse med lærerens usikkerhet rundt oppgavens fremgangsmåte i casen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?». Uten å spekulere for mye kan man kanskje hevde at Bendik ufrivillig benytter refleksiv kommunikasjon. Eller i alle fall at hans usikkerhet fører til en viss form for refleksiv kommunikasjon. Dersom Bendik hadde hatt kunnskaper om oppgavens fremgangsmåte ville han trolig gitt elevene denne eksplisitt. Dette uten ytterligere fokuserende responser. Bakgrunn for å trekke denne slutningen avhenger av hva vi tidligere i kapittel 4 ser av Bendiks responser i undervisningen. Ettersom han viser et stadig fokus på svar fremfor prosess kan man mulig tenke at han også her ville hatt samme fokus, og dermed demonstrert riktig fremgangsmåte for elevene. Men dette får vi aldri vite helt sikkert, og kan kun regnes som spekulative antakelser.

Ved å si at Bendik ufrivillig benytter refleksiv kommunikasjon kan vi også stille spørsmål ved om lærerens undervisningskunnskap i matematikk faktisk er avgjørende for å drive denne form for kommunikasjon. Dersom vi legger til grunn at det oppstår refleksiv kommunikasjon i casen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris?» kan man tenke seg at læreren også ved å vise usikkerhet fremmer denne type form for kommunikasjon. Når Bendik uttrykker at han er usikker på fremgangsmåten begynner trolig også elevene å reflektere over de to ulike løsningsstrategiene. På bakgrunn av dette resonnementet vil jeg driste meg til å hevde at refleksiv kommunikasjon som oftest er avhengig av lærerens undervisningskunnskap, men at kommunikasjonstypen også kan oppstå som en virkning av lærerens manglende undervisningskunnskap.

Som nevnt i teoridelen anses ofte refleksiv kommunikasjon og rik kommunikasjon bedre enn ensrettet og deltakende kommunikasjon. Dette fordi elevene er mer aktive og at de i større grad deltar ved refleksiv og rik kommunikasjon. Denne begrunnelsen gjenspeiles også i drøftingen som har blitt gjort til nå. Men som Wells (1993) gir uttrykk for er det neppe så enkelt som å si at ett kommunikasjonsmønster er bedre enn et annet. Stein et al. (2008) viser for eksempel i sin studie hvordan lærere som trekker seg for mye tilbake, resulterer i matematikkundervisning med lite fremdrift og samtaler med mindre matematisk innhold. Altså kan vi ikke si at engasjerte elever som bidrar med innspill i undervisningen i seg selv indikerer diskusjoner med matematisk innhold. Slik Brendefur og Frykholm (2000) beskriver rik kommunikasjon anser jeg ikke dette synlig i casene presentert i analysen. Men jeg ønsker her å trekke linjer til refleksiv kommunikasjon.

Trolig kan også lærerens organisering av refleksiv kommunikasjon føre til lite fremdrift og manglende matematisk innhold. Hvis læreren uhensiktsmessig benytter responser som i utgangspunktet har til hensikt å fremme refleksjon kan dette fort føre til forvirring fremfor refleksjon. Dersom en lærer for eksempel viser manglende kunnskaper fra Kunnskapskvartettens omdannings-dimensjon kan dette føre til valg av uhensiktsmessige eksempler og representasjoner. Læreren evner kanskje ikke å benytte matematikkfagets sammenhenger, og elevene får ikke muligheten til å se sammenhenger mellom blant annet ulike prosedyrer ettersom læreren benytter responsene uhensiktsmessig. Altså kan en lærer forsøke å benytte responser som i mange tilfeller vil fremkalle refleksiv kommunikasjon også kunne mislykkes med dette. Kanskje skjer dette fordi læreren ikke har undervisningskunnskap til å vite når og hvordan de ulike responsene bør benyttes. Ved casene som klart benytter refleksiv kommunikasjon i denne oppgaven viser derimot lærerne undervisningskunnskap i matematikk. Både Anne og Celine klarer gjennom sine responser å la elevene skape fremdrift med sine bidrag, og undervisningssekvensene består absolutt av matematisk innhold.

5.3.2. Å skape fremdrift i undervisningen

Ut fra casene analysert i kapittel 4 kan vi se hvordan de ulike lærernes responser påvirker undervisningens fremdrift. I casen «Feilsvar ved volum av kjegle og pyramide» ser vi hvordan Bendik benytter seg av responser som fører til fremdrift i undervisningen. Ved å tilråde elevene en ny strategi, forenkle og stille ledende spørsmål er det liten tvil om at Bendik driver undervisningen kontrollert videre, og dette mot riktig formel. Måten Bendik gir hint og leder elevene i retningen av riktig formel kan knyttes til Topazeeffekten (Brousseau, 2002).

Kommunikasjonsmønsteret hvor læreren hjelper til underveis og til slutt ender opp med å gi svaret til elevene. Læreren står her ansvarlig for fremgangen i undervisningen. En slik form for kommunikasjon kan også knyttes til IRE-mønsteret (Cazden, 2001). Læreren tar initiativ, elevene responderer på dette og læreren evaluerer svaret.

I casen «Koordinatsystemet» fra Celine sitt klasserom ser vi også at hennes responser fører til fremgang i undervisningen, men dette uten at hun i like stor grad som Bendik bruker fremdriftsresponser. Når hun først benytter en fremdriftsrespons tilhører den kategorien åpen fremdrift, og ellers ser vi mye bruk av responser tilknyttet fokuseringsgruppen. Et interessant funn er her hvordan Celine, i motsetning til Bendik, overlater evalueringsbiten fra IRE-mønsteret til elevene. Dette fører til at elevene i stor grad er med på å styre undervisningens fremdrift. Celine leder derimot ikke elevene på samme måte som Bendik og gir lite hint underveis, noe som gjør at hun unngår Topazeeffekten. Jeg vil her argumentere for at det ikke bare er Drageset (2014) sine responskategorier under gruppen fremdrift som faktisk fører til fremdrift. Bruk av andre responsgrupper kan mulig også føre til fremdrift og mer engasjerte elever.

I casen til Anne ser vi mulig en tredje måte å skape fremdrift på. Dette også uten å direkte benytte responser fra fremdriftskategorien. I likhet med Celine benytter også Anne i stor grad responser tilhørende fokuseringsgruppen, og også hun ber elevene vurdere egne og andres innspill. Men i casen «125 kr delt på 5 uker» ser vi også at Anne i noe større grad enn Celine benytter seg av responsene oppsummere og poengtere. Hun gjentar ofte det elevene sier og poengterer viktige momenter underveis i sekvensen. Der Celine i høy grad utnytter elevene til å fokusere, gjør Anne denne jobben ved flere anledninger selv og dette uten at hun eksplisitt evaluerer elevsvaret. Kanskje kan vi si at i noen tilfeller evaluerer verken elevene eller læreren innspillene. I disse responsene gjentar hun ofte elevinnspillene med å oppsummere. Kanskje kan dette ha påvirket hvordan fremdriften i undervisningen viser seg. Casen fra Anne sitt klasserom har klart en langsommere fremdrift enn casen fra Celine sitt klasserom. Antakelig kan responsene Anne benytter i undervisningssekvensen ha påvirket dette.

Et annet interessant funn fra Anne sitt klasserom er at hun sjeldent gir elevene svar på om deres innspill er riktige eller ei. Videre ser vi nærmere på hvordan dette påvirker undervisningen.

5.3.3. Når lærer ikke indikerer om elevens svar er rett eller galt

Av casen «125 kr delt på 5 uker» hentet fra klasserommet til Anne ser vi at hun sjeldent gir elevene noen indikasjon på om deres forslag er riktige eller ei. Dette var også noe Anne ga uttrykk for i samtalen etter undervisningen at hun gjorde bevisst. Hun fortalte her at hun ønsket å takke for bidragene fremfor å bruke uttrykk som «Bra!» eller «Det er feil...». Til tross for at Anne får opp flere uønskede og uventede metoder i sekvensen gir hun ikke uttrykk for dette til elevene. Det skal også nevnes at Anne ikke får opp noen direkte feilsvar hun må ta stilling til. I casen ser vi at måten hun responderer på elevenes innspill resulterer i at flere elever engasjerer seg og gjerne vil bidra til helklassesamtalen. Vi ser altså hvordan lærerens aksept av alle elevinnspill kan være med å påvirke videre elevaktivitet.

Måten Anne velger å benytte elevenes bidrag på i casen «125 kr delt på 5 uker» kan minne noe om Stein et al. (2008) sine «frem praksiser». Ved denne casen har Anne til en viss grad forutsett oppgavens mulige løsningsmetoder elevene vil bidra med. I tillegg overvåker Anne elevenes arbeid. Men Anne rekker ikke å se over alle elevparenes løsningsforslag, og mister dermed muligheten for å få frem elevenes bidrag i en ønsket rekkefølge. Dette fører til at elevenes bidrag blir presentert i en mer eller mindre tilfeldig rekkefølge. Det er ved presentasjon av elevenes bidrag Anne unngår å gi noen indikasjon på at noen innspill er bedre enn andre, eller riktige eller gale. Anne forsøker heller å trekke sammenhenger mellom de ulike metodene som trer frem. Dette sammenfaller med «fem praksiser» sitt siste steg. Hun spør elevene om noen har brukt en lignende metode, eller om noen har en helt annen metode å bidra med. Elevene må reflektere over egne og andres strategier, og blir dermed dratt med i en matematisk diskusjon. Ved at hun inkluderer elevenes bidrag og trekker koblinger underveis, kan vi se at Anne unngår den uønskede metoden «show and tell», slik Stein et al. (2008) ønsker med sine «fem praksiser».

At Anne ikke gir elevene noen direkte indikasjon på om forslaget deres er rett eller galt der og da, kan kanskje føre til usikkerhet hos elevene. Til tross for at Anne forsøkte å trekke koblinger mellom de ulike metodene kan også responsene hun benyttet antakelig ha ført til noe forvirring blant elevene. Dette var også noe Anne trakk frem i samtalen etter første observasjon. Usikkerheten elevene opplever her vil trolig være knyttet til det matematiske, og ikke til selve undervisningen. Ved å benytte slike responser vil antakelig elevene fortsette med muntlig aktivitet ettersom det å svare feil ufarliggjøres. Mens andre elever mulig vil oppleve responsen forvirrende.

Det er ikke bare elevene som kan oppleve usikkerhet i matematikkundervisningen. Vi så i kapittel 4 at det oppstod uventede situasjoner som vippet både Bendik og Celine av pinnen. Videre vil drøftingen ta for seg hvordan de to lærerne håndterte situasjonene hvor de opplevde usikkerhet.

5.3.4. Når læreren viser sin usikkerhet

Bendik og Celine opplever i hver sin case å kjenne på usikkerhet tilknyttet en uforutsett hendelse. Vi ser videre på hvordan usikkerheten uttrykkes i casene, og hvordan dette påvirker undervisningen.

Bendik viser klart sin usikkerhet, dette både for meg, elevene og spesialpedagogen i sekvensen «Fortjeneste delt på innkjøpspris eller utsalgspris». Han gir direkte uttrykk for usikkerheten i responsene han gir elevene og forsøker på ingen måte å skjule at han må løse oppgaven på stående fot, og at han faktisk ikke vet svaret. Responsene han benytter i casen kan mulig føre til at elevene mister tillit til læreren. Det at han underveis i løpet av sekvensen som oppstod også velger å endre mening kan kanskje føre til at elevene tenker at han også tidligere og i senere tid oppgir feilsvar. En av elevene gir blant annet uttrykk for at hun blir oppgitt over at lærerens respons gjør at hun endrer til feilsvar, når hun i utgangspunktet hadde benyttet riktig metode. Vi ser at lærerens tvil og noe bristende grunnleggende kunnskaper kanskje kan føre til forvirring hos elevene.

På den andre siden vil jeg berømme Bendik for at han våger å vise sin usikkerhet.

Usikkerheten Bendik opplever er noe alle lærere før eller siden vil kjenne på, og det vil kanskje være bedre å være ærlig fremfor å skjule dette. Til tross for at det ble pekt på mulig bristende grunnleggende kunnskaper i analysen vil jeg også si at hans grunnleggende kunnskaper samt kunnskaper om utforming av undervisningsforklaringer fra omdanningsdimensjonen trer frem ved at han tar valget om å være ærlig. Ærligheten Bendik viser kan også knyttes til hans syn på matematikkundervisning. Ut fra syn og verdier tilknyttet matematikkundervisningen velger nettopp Bendik her å vise usikkerhet, fremfor å avvise eller kun oppgi feilsvar. Uten å spekulere ytterligere i casen er det verdt å bemerke at Bendik kunne benyttet enklere løsninger og kommet seg raskt ut av den uventede situasjonen dersom han hadde hatt et behov for det. Men Bendik gir ikke uttrykk for at han opplever casen ubehagelig, og velger å stå i det. Elevene får heller en indikasjon på at også Bendik er et

menneske som kan gjøre feil, og at også han synes matematikken kan være utfordrende i enkelte tilfeller.

Slik elevene opplever Bendik sin usikkerhet nevnt over kan mulig sammenlignes med hvordan elevene opplever at Anne ikke indikerer om elevens svar er rett eller galt. Det at læreren ikke gir noe klart svar kan trolig både skape engasjement og forvirring. Og dette uansett bakgrunn for lærerens vage respons.

Celine opplever i likhet med Bendik å bli satt ut av spill av et elevspørsmål. I casen «Hva bruker man origo til?» svarer hun eleven med en respons som kan kategoriseres som usikker. Celine viser derimot ikke like tydelig som Bendik at hun er usikker på hva man faktisk bruker origo til. Hun velger i stedet å forsøke og svare så godt hun kan. Celine viser i sin respons antydning til bruk av horisontkunnskap ettersom hun trekker frem at dette er noe elevene skal lære mer om senere i skoleløpet (Ball et al., 2008). Til tross for at Celine ikke direkte uttrykker at hun er usikker for elevene, kan de trolig forstå dette av ordene hun benytter. Men jeg vil også berømme Celine for å forsøke å svare fremfor å avvise elevens spørsmål. Dette gir elevene indikasjon på at hun er åpen for spørsmål og at ingen spørsmål er dumme. Antakelig er dette med på å skape engasjerte elever i matematikkundervisningen.

Av sekvensen hentet fra Anne sitt klasserom ser vi derimot aldri en lærer som opplever å bli satt ut av spill. Vi får dermed ikke grunnlag for å si noe om hvordan hun, som gjennomgående i casen viser solid undervisningskunnskap, ville ha taklet dette. Men antakelig må også Anne håndtere denne usikkerheten en gang iblant.

5.3.5. Å finne balanse

Ut fra oppgavens funn, analyse og drøfting kan man som leser av denne avhandlingen mulig få inntrykk av at alle uventede innspill alltid bør benyttes av læreren. Dette er derimot ikke tilfellet. Det at læreren tar i bruk for eksempel elevenes uventede innspill har i flere av oppgavens caser vist seg hensiktsmessig. Disse har vist oss hvordan uventede situasjoner som oppstår i undervisningen kan være med på å berike undervisningen. På den andre siden er det ikke slik at alle de uventede situasjonene som oppstår vil være like relevante for undervisningen. I noen tilfeller vil det antakelig være mest hensiktsmessig å ignorere innspillet eller å ta det opp igjen ved en senere anledning. Læreren kan for eksempel sette seg selv i en uventet situasjon som ikke styrker undervisningen, eller elever kan komme med

innspill som kun fåtallet av elevene vil ha videre utbytte av dersom læreren velger å erkjenne det. Her mener jeg det bør strebes etter en balanse. En balanse hvor læreren vurderer hvilke uventede innspill som er nyttige å bruke eller ei. Det kan ved mange anledninger faktisk være hensiktsmessig å avvise elevenes innspill. Men på den andre siden er det viktig at læreren ikke ignorerer eller legger til side elevenes innspill for ofte. Dette kan føre til at elevenes bidrag uteblir ettersom de sjeldent blir anerkjent av læreren. Å havne i en situasjon der elevene ikke bidrar er uønsket. Dette fordi elevenes engasjement er en viktig del av læringsprosessen (Franke et al., 2007). Det handler altså om at læreren må finne en balanse mellom når uventede situasjoner skal få berike undervisningen videre eller ikke. Læreren må bruke sin undervisningskunnskap i matematikk i den aktuelle situasjonen for å avgjøre hva som er hensiktsmessig når.

Jeg vil også fremme et ønske om balanse i bruk av de ulike responsene ved uforutsette hendelser i matematikklasserommet. I drøftingen har spesielt de fokuserende responsene blitt trukket frem som nyttige. Responser som å be elevene anvende nylig lært kunnskap, samt responser hvor læreren ber elevene om å vurdere innspill har for eksempel blitt sett på som mer lønnsomme enn responser hvor læreren demonstrerer eller forenkler. Dette kan gi leseren en oppfatning av at fokuserende responser er mest hensiktsmessige ved uventede innspill. Her mener jeg derimot det er viktig å bemerke seg at dersom en lærer kun benytter responser tilhørende fokuseringsgruppen vil trolig mange elever ha lite utbytte av undervisningen. Elevene i en matematikklasserom er på ulike faglige nivåer og ikke alle elevene vil være i stand til å forklare, forsvare, anvende og vurdere. Dermed vil det heller ikke anses hensiktsmessig å utelukkende benytte fokuserende responser. Ved uventede hendelser i matematikklasserommet kan det også ved mange tilfeller være nyttig at lærer avviser, stiller korrigerende spørsmål, tilrår en ny løsningsstrategi, forenkler, demonstrerer eller benytter fremdriftsspørsmål. Variasjon i bruk av responser handler blant annet om å møte flere av elevene på deres faglige nivå. Dette taler for at man som lærer må veksle mellom de ulike måtene å respondere på.

I oppgavens teoridel ble Bruner sin teori om stillasbygging trukket frem. Bruner bruker stillaset som en analogi for hvordan læreren støtter elevene i læringsarbeidet, og også for hvordan denne støtten gradvis bør avta etterhvert som elevene klarer å stå på egne ben (Dysthe, 1995). Ved å ta i bruk responser fra ulike responskategorier vil læreren kanskje kunne utnytte utviklingssonen elevene er i, bygge på det de allerede kan, hjelpe de videre og

utvikle ferdigheter som er under modning. Jeg tenker det her er essensielt at læreren varierer bruk av responser slik at ikke stillaset blir stående for lenge. En lærer som stadig demonstrerer og forenkler vil antakelig gjøre stillaset for robust. Dersom stillaset er for robust, og lærerens rolle for dominerende vil kanskje eleven forbli avhengig av læreren. Antakelig bør læreren også ta i bruk responser hvor eleven selv blir bedt om å begrunne, anvende og evaluere. Dette for at eleven gradvis får muligheten til å stå stødig uten lærerens støtte. Slik kan elevene mulig utvikle sin proksimale utviklingszone.

Oppsummert ønsker jeg å fremme en hårfin balanse for bruk av både uforutsette hendelser og ulike responser tilknyttet disse.

6. Oppsummering og avsluttende kommentarer

I dette kapittelet vil jeg kort oppsummere de mest sentrale funnene som har blitt drøftet. Det vil også foreligge en vurdering av masteroppgavens betydning, og til slutt tanker om eventuelt videre forskning.

6.1. Oppsummering

Avhandlingen har rettet fokus mot lærerens undervisningskunnskap tilknyttet respons på uforutsette hendelser i matematikklasserommet, samt hvordan dette kan relateres til undervisningen. De mest interessante funnene fra studien vil videre blir oppsummert i korthet.

Det vises klare tegn til at flere undervisningsrelaterte faktorer kan relateres til og ha innvirkning på uforutsette hendelser i matematikklasserommet. Blant annet hvilket klasstrinn læreren underviser på kan mulig påvirke lærerens håndtering av uforutsette hendelser og påvirke hvordan aspektene av lærerens undervisningskunnskap vises i undervisningen. Antakelig kan ytre faktorer som press på elevresultater på 10. trinn påvirke lærerens bruk av responser, og dermed også ha innvirkning på hvilke kunnskaper som vises i undervisningen. Lærerens bruk av responser kan også påvirke klasseromskulturen, og dermed hyppigheten av uventede elevinnspill og feilsvar. Der læreren inviterer elevene med til for eksempel helklassesamtale tar også læreren en risiko for at uventede innspill hyppigere kan forekomme. Men vi har også sett eksempler på uventede innspill i klasserom som i mindre grad består av helklassesamtale. Antakelig henger lærerens etablering av klasseromskultur sammen med lærerens undervisningskunnskap. Dersom læreren gjennomgående kan støtte seg på undervisningskunnskap i matematikk vil han eller hun også ofte være beredt til å håndtere uventede hendelser, og vil kanskje derfor etablere en klasseromskultur åpen for elevbidrag.

Lærerens grad av forberedelse kan også påvirke hvor beredt læreren er til å håndtere uforutsette hendelser, samt ha innvirkning på om for eksempel feilsvaret faktisk er uventet eller ei. Trolig vil læreren oppleve færre uventede hendelser i matematikklasserommet dersom han eller hun stiller godt forberedt. En lærer som viser bruk av undervisningskunnskap står også beredt til å håndtere uforutsette hendelser på en god måte. På den andre siden har funn fra casene vist at også godt forberedte lærere med solid undervisningskunnskap kan oppleve at uventede innspill oppstår, og at disse kan være utfordrende å svare faglig godt på. Altså kan lærerens undervisningskunnskap i matematikk og forberedte undervisningstimer resultere i

færre uventede hendelser, samt hensiktsmessige håndteringer av uventede hendelser, men en lærer vil aldri være fullstendig forberedt.

Lærerens syn og forestillinger til matematikkundervisning tilknyttet uforutsette hendelser har også blitt trukket frem som en påvirkende faktor. Lærerens forestillinger om matematikkundervisning kan ha innvirkning på hvordan han eller hun valgte å håndtere hendelsen som oppstod i casen. I drøftingen ble det trukket frem flere eksempler hvor det var tydelig at lærerens tanker om undervisningen gjenspeilte seg i deres responser.

Men også hvordan læreren faktisk velger å respondere på den uforutsette hendelsen kan påvirke undervisningen. Lærerens undervisningskunnskap i matematikk og de tilhørende responsene kan resultere i ulike nivåer for kommunikasjon. Refleksiv kommunikasjon kan oppstå når læreren hensiktsmessig benyttet responser som inkluderte elevene og deres tankegang. Å organisere refleksiv kommunikasjon anses krevende for læreren, og avhenger av lærerens undervisningskunnskap i matematikk. På den andre siden viser funn at refleksiv kommunikasjon mulig også kan oppstå når læreren blir usikker og elevene må reflektere og vurdere ulike metoder. Det kan derfor stilles spørsmål ved om lærerens undervisningskunnskap er avgjørende for å organisere refleksiv kommunikasjon. Kanskje kan elevengasjement også oppstå i situasjoner hvor man ser mangler på lærerens undervisningskunnskap.

Lærerens bruk av responser ved uforutsette hendelser har innvirkning på hvordan undervisningen utvikles. De tre informantene benyttet i noe ulike grad forskjellige responser for å skape fremdrift i undervisningen. Eksempler fra casene viste blant annet at responser som ikke hørte inn under fremdriftskategorien likevel kunne skape fremdrift i undervisningen. Men dette kanskje en noe langsommere fremdrift. Funn fra drøftingen viste også at både lærerens fraværende indikasjon på om elevsvaret var riktig eller ei, samt lærerens usikkerhet antakelig kunne føre til både elevengasjement og forvirrede elever.

Avslutningsvis i drøfting av funn ble det etterspurt en balanse. En balanse læreren både bør etterstrebe for å ta avgjørelser for når uforutsette hendelser kan berike undervisningen eller ikke, samt en balanse for bruk av de ulike responsene. Ikke alle uventede hendelser bør benyttes videre i undervisningen, og en lærer bør ikke utelukkende benytte responser fra kun en responsgruppe. Det handler om variasjon og nøye gjennomtenkte vurderinger.

Videre går vi over til å se på hva denne avhandlingen kan bidra med.

6.2. Oppgavens verdi

I kapittel 5 ble det trukket frem at en lærer som er godt forberedt til undervisningen trolig vil stå i beredskap til å håndtere uforutsette hendelser i matematikklasserommet på en hensiktsmessig måte. Men selv en lærer med faglige kunnskaper i matematikk, gode strategier for å gjøre matematikken tilgjengelig for elevene og som på en hensiktsmessig måte bruker og formidler matematikkens sammenhenger vil oppleve å møte på utfordringer. Altså vil arbeidet med å respondere godt på uforutsette hendelser i matematikk være utfordrende selv for en lærer som viser solid bruk av undervisningskunnskap i matematikk. Undervisning er komplekst, og det finnes ikke en ideallærer man kan etterstrebe. Dette indikerer at man alltid må utvikle seg i lærerrollen.

Til tross for en fullført utdanning rettet mot undervisning i skolen, vil man aldri bli ferdig utlært. Og som nevnt tidligere i oppgaven vil en lærer aldri kunne forutse alle uventede situasjoner som vil oppstå i et klasserom. Man vil stadig møte nye utfordringer tilknyttet arbeidet som lærer, og det vil alltid være ny forskning man både skal oppdatere seg på og forholde seg til. Det er dermed viktig å reflektere over egen undervisningspraksis, og stadig utvikle denne. Min masteroppgave kan bidra med å fremme viktigheten av å være bevisst på arbeidet som faktisk gjøres i klasserommet. Med dette mener jeg ikke bare hva lærere og ledelse forteller at blir gjort, men det som faktisk vises i undervisningen.

Av tidligere erfaring i forbindelse med praksisstudier har jeg opplevd at flere skoler benytter fellestid til arbeid med utvikling av undervisning. Ved tre av de fire skolene jeg har vært praksisstudent ved, opplevdes derimot utviklingsarbeidet svært generelt, og dessverre ved flere anledninger mindre produktiv. Den fjerde praksisskolen gjennomførte derimot et mer praksisnært utviklingsarbeid. Ved denne skolen ble to og to lærere satt sammen i par. De skulle observere hverandres undervisning med en påfølgende samtale. Ledelsen hadde i samråd med lærere på forhånd utarbeidet et skjema som skulle benyttes som feltnotat ved observasjonen. Feltnotatet skulle også danne grunnlag for samtale mellom de to lærerne i etterkant av undervisningen. Som student opplevde jeg dette som svært lærerikt og nyttig, noe jeg også fikk en indikasjon på at lærerne på skolen gjorde. Kanskje kan det være en idé å bruke mer tid på å gjøre dette utviklingsarbeidet nettopp mer praksisnært som i dette

eksemplet. Analyse av observasjoner fra klasserom kan være et viktig bidrag til utvikling av undervisningspraksis. Trolig kan utvikling av egen undervisningspraksis også føre til økt motivasjon og interesse. Jeg mener altså at denne oppgaven kan bidra med økt fokus på utvikling av egen undervisningspraksis, og at analyse av observasjon av egen og andres undervisning kan benyttes i utviklingsarbeidet.

Som ferdigutdannet lektor anser jeg det å holde seg oppdatert på forskningsfeltet som en del av min profesjon. Etter å ha fullført denne mastergraden vil jeg ta med meg et forskningsbasert syn på undervisning ut i skolen. Av erfaringene og kunnskapen jeg sitter igjen med, vil jeg etter å ha arbeidet med denne avhandlingen fremme åpne klasserom og refleksjon rundt undervisningspraksis på egen arbeidsplass. Dette for å skape nettopp bevisstgjøring og utvikling av både egen og andres undervisningspraksis.

6.3. Videre forskning

Oppgavens funn viser mulige antydninger til forskjeller på mellomtrinn og ungdomstrinn når det kommer til hvilke responser læreren benytter ved uforutsette hendelser. Dette ble også diskutert i kapittel 5. Disse ulikhetene kunne det vært høyst interessant å se nærmere på. Det kunne vært spennende å utføre en komparativ studie hvor man undersøker læreres undervisningskunnskap tilknyttet responser på mellomtrinn og ungdomstrinn hver for seg. Dette for å danne et sammenligningsgrunnlag for å undersøke nærmere om disse forskjellene spiller inn eller ei. Interessant kunne det også vært å gjennomføre lignende undersøkelser tilknyttet ulike temaer i matematikk. Antakelig oppleves enkelte matematiske emner mer utfordrende enn andre å undervise i. Kanskje resulterer dette i at læreren benytter seg av ulike responser ved de forskjellige temaene. Begge disse forskningsprosjektene ville krevd et langt større datamateriale enn hva som er hentet inn i forbindelse med denne avhandlingen.

Avhandlingen har i hovedsak undersøkt lærerens undervisningskunnskap tilknyttet responsene de benytter. Her mener jeg det også kunne vært spennende å rette blikket mot elevene. Å undersøke hva slags type kunnskap de ulike responsene krever av elevene ville også vært høyst interessant. Trolig kunne dette også resultert i en bevisstgjøring, og ikke minst hjelp til å finne den etterspurte balansen i bruk av responser.

7. Referanseliste

- Alexander, R. (2008). *Towards dialogic teaching: rethinking classroom talk* (4. utg.). Cambridge: Dialogos.
- Askew, M. (2008). Mathematical discipline knowledge requirements for prospective primary teachers, and the structure and teaching approaches of programs designed to develop that knowledge. I P. Sullivan & T. Wood (Red.), *Tools and processes in mathematics teacher education, the international handbook of mathematics teacher education* (s. 13-36). Rotterdam: Sense Publisher.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching? What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Bishop, A. (2001). What values do you teach when you teach mathematics? I P. Gates (Red.), *Issues in Mathematics Teaching* (s. 93-104). London: Routledge.
- Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Preservice Teachers' Conceptions and Practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.
<https://doi.org/10.1023/A:1009947032694>
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970–1990*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5. utg.). Oxford: Oxford University Press.
- Cazden, C. B. (2001). *Classroom discourse: the language of teaching and learning* (2. utg.). Portsmouth: Heinemann.
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8. utg.). London, England; New York, New York: Routledge.
- Creswell, J. W. (2008). *Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (3. utg.). Upper Saddle River, N.J: Pearson.
- Dalland, O. (2012). *Metode og oppgaveskriving for studenter* (5. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions - a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics.

- Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 281-304. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1>
- Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I M. Johnsen-Høines & R. Herheim (Red.), *Matematikksamtaler: undervisning og læring - analytiske perspektiv* (s. 169-180). Bergen: Caspar forlag.
- Dysthe, O. (1995). *Det flerstemmige klasserommet: skriving og samtale for å lære*. Oslo: Ad Notam Gyldendal.
- Fangen, K. (2010). *Deltagende observasjon* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlag.
- Fog, J. (2004). *Med samtalen som utgangspunkt - Det kvalitative forskningsinterview*. København: Akademisk forlag.
- Fraivillig, J., Murphy, L. & Fuson, K. (1999). Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 148-170. <https://doi.org/10.2307/749608>
- Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 225-256). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Grossman, P. & McDonald, M. (2008). Back to the Future: Directions for Research in Teaching and Teacher Education. *American Educational Research Journal*, 45(1), 184-205.
- Jacobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2014). Undervisningskunnskap i matematikk for lærere på 5. - 10. trinn. I T. S. Gustavsen, K. R. C. Hinna, I. C. Borge & P. S. Andersen (Red.), *QED 5-10: matematikk for grunnskolelærerutdanningen* (bd. 2, s. 567-588). Kristiansand: Cappelen Damm Akademisk.
- Johannessen, A., Christoffersen, L. & Tufte, P. A. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (5. utg.). Oslo: Abstrakt forlag.
- Karlsen, E. (2019, 14. mars). Origo. Hentet fra <https://snl.no/origo>
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington: National Academy Press
- Kleve, B. (2010). Brøkundervisning på barnetrinnet; aspekter av en lærers matematikkunnskap. *Acta Didactica Norge* 4(1).
- Kleve, B. (2014). Kunnskapskvartetten i matematikk. I T. S. Gustavsen, K. R. C. Hinna, I. C. Borge & P. S. Andersen (Red.), *QED 5-10: matematikk for*

- grunnskolelærerutdanningen* (bd. 2, s. 589-620). Kristiansand: Cappelen Damm Akademisk.
- Kleve, B. & Ånestad, G. (2016). Læringspartner og sosiomatematiske normer som potensial for elevers læring. I B. Kleve & E. K. Hovik (Red.), *Undervisningskunnskap i matematikk* (s. 31-45). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M. & Rygge, J. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Lyle, S. (2008). Dialogic Teaching: Discussing Theoretical Contexts and Reviewing Evidence from Classroom Practice. *Language and Education*, 22(3), 222-240.
<https://doi.org/10.1080/09500780802152499>
- Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriet.
- Nystrand, M., Wu, L. L., Gamoran, A., Zeiser, S. & Long, D. A. (2003). Questions in Time: Investigating the Structure and Dynamics of Unfolding Classroom Discourse. *Discourse Processes*, 35(2), 135-198. https://doi.org/10.1207/S15326950DP3502_3
- Rowland, Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: The Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Rowland, Thwaites, A. & Jared, L. (2015). Triggers of contingency in mathematics teaching. *Research in Mathematics Education*, 17(2), 74-91.
<https://doi.org/10.1080/14794802.2015.1018931>
- Rowland, Turner, F., Thwaites, A. & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching: Reflecting on practice with the knowledge quartet*. London: SAGE Publications Ltd.
- Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4(1), 1-94. [https://doi.org/10.1016/S1080-9724\(99\)80076-7](https://doi.org/10.1016/S1080-9724(99)80076-7)
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Silverman, D. (2006). *Interpreting qualitative data* (3. utg.) SAGE Publications.
- Skott, J., Hansen, H. C. & Jess, K. (2008). *Matematik for lærerstuderende: Delta Fagdidaktik*. Danmark: Forlaget Samfundslitteratur.
- Solem, I. H. & Hovik, E. K. (2012). "36 er et oddetail" - Aspekter ved undervisningskunnskap i matematikk på barnetrinnet. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 6(1), 47-60.

- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
<https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Thwaites, A., Jared, L. & Rowland, T. (2011). Analysing secondary mathematics teaching with the Knowledge Quartet. *Research in Mathematics Education*, 13(2).
<https://doi.org/10.1080/14794802.2011.585834>
- Turner, F. & Rowland, T. (2008). The Knowledge Quartet: A Means of Developing and Deepening Mathematical Knowledge in Teaching. Hentet fra
<https://pdfs.semanticscholar.org/2fbc/da35eaebfadc2de90401c0e1d6df15e2992a.pdf?ga=2.85159641.1509760719.1587062188-107678959.1587062188>
- Turner, F. & Rowland, T. (2011). The Knowledge Quartet as an Organising Framework for Developing and Deepening Teachers' Mathematics Knowledge. I T. Rowland & K. Ruthven (Red.), *Mathematical knowledge in teaching* (bd. 50, s. 195-212). Dordrecht: Springer.
- Walshaw, M. & Anthony, G. (2008). The Teacher's Role in Classroom Discourse: A Review of Recent Research Into Mathematics Classrooms. *Review of Educational Research*, 78(3), 516-551. <https://doi.org/10.3102/0034654308320292>
- Wells, G. (1993). Reevaluating the IRF Sequence: A Proposal for the Articulation of Theories of Activity and Discourse for the Analysis of Teaching and Learning in the Classroom. *Linguistics and Education*, 5, 1-37.
- Weston, T. L. (2013). Using the Knowledge Quartet to quantify mathematical knowledge in teaching: the development of a protocol for Initial Teacher Education. *Research in Mathematics Education*, 15(3), 286-302.
<https://doi.org/10.1080/14794802.2013.849865>
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
<https://doi.org/10.2307/749877>
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: design and methods* (4. utg., bd. 5). Thousand Oaks, CA: Sage.

8. Vedlegg

Vedlegg 1: Meldeskjema for behandling av personopplysninger

Meldeskjema for behandling av personopplysninger

14.04.2020, 12:14



Meldeskjema 708663

Sist oppdatert

11.09.2019

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Lydopptak av personer

Type opplysninger

Skal du behandle særlige kategorier personopplysninger eller personopplysninger om straffedommer eller lovovertrедelser?

Nei

Prosjektinformasjon

Prosjektittel

En analyse av lærerens undervisningskunnskap i matematikk ved uforutsette elevinnspill i klasserommet

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

For å gjennomføre masterprosjektet er det ønskelig å innhente data fra observasjon i klasserom samt intervju av lærer. Det vil her være nødvendig å gjøre lydopptak av både observasjonen og intervjuene. Bare lærerne intervjues, og fokuset under observasjonen vil i hovedsak rettes mot læreren.

Ekstern finansiering

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Ingrid Kristine Sanderød, ingridsanderod@gmail.com, tlf: 90224633

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon

OsloMet - storbyuniversitetet / Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier / Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Ellen Konstanse Hovik , Ellen-Konstanse.Hovik@oslomet.no, tlf: 91640537

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Lærere

Rekruttering eller trekking av utvalget

Etter eget nettverk

Alder

23 - 67

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 1

- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?

Personlig intervju

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Utvalg 2

Beskriv utvalget

Elever

Rekruttering eller trekking av utvalget

Elever fra lærerens matematikkklasse

Alder

10 - 16

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 2

- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2?

Ikke-deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?

Foreldre/foresatte

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?

Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Fra lærere kan samtykket treffes skriftlig eller muntlig. For at elevene skal tas ut av masterprosjektet må dette skje skriftlig fra foresatte.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?

Foresatte må da ta kontakt med meg per telefon eller e-post.

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?

- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Private enheter

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?

- Student (studentprosjekt)

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (kodenøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene anonymiseres

Varighet

Prosjektperiode

21.10.2019 - 31.05.2020

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?

Nei, alle data slettes innen prosjektslutt

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?

Nei

Tilleggsopplysninger

Vedlegg 2: Godkjenning fra NSD

NSD Personvern

03.10.2019 08:57

Det innsendte meldeskjemaet med referansekode 708663 er nå vurdert av NSD.

Følgende vurdering er gitt:

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 03.10.2019, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

Vil du delta i masterprosjektet «En analyse av lærerens undervisningskunnskap ved uforutsette elevinnspill i klasserommet»?

Jeg heter Ingrid Kristine Sanderød, og er lektorstudent ved OsloMet – Storbyuniversitetet. Skoleåret 2019/2020 skal jeg skrive en masteroppgave ved studieprogrammet *Skolerettet utdanningsvitenskap med matematikk og matematikdidaktikk*. I den forbindelse ønsker jeg å innhente data fra matematikklærere som underviser på 5.-10.trinn. Dette er en forespørsel til deg om å delta i masterprosjektet. I dette skrevet får du informasjon om prosjektet, og om hva en eventuell deltakelse innebærer.

Formål

Hovedtema for masteroppgaven er lærerens undervisningskompetanse. Jeg ønsker å se nærmere på hvordan lærerens undervisningskompetanse i matematikk kommer til uttrykk i uforutsette situasjoner i helklasseromsamtaler i matematikk. Opplysningene som innhentes vil kun bli brukt til dette formålet, og vil bli hentet inn i november/desember 2019.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Til masterprosjektet ønsker jeg å innhente data fra 3-5 lærere som underviser i matematikk fra 5.-10.trinn. En forutsetning for at jeg kan bruke deg som informant er at deler av undervisningen baserer seg på en helklasseromsamtale.

Kontaktinformasjonen din er hentet gjennom eget nettverk.

Hva innebærer det for deg å delta i studien?

- Jeg observerer 4-8 av dine undervisningstimer i matematikk. Jeg vil opptre som en ikke-deltakende observatør, og undervisningen vil gå som normalt. Fokuset ved observasjonen vil være på lærerens undervisningskunnskaper, og ikke deg som person. Det vil bli tatt taleopptak ved observasjonen, og jeg vil ta feltnotater underveis.
- I forkant og etterkant av undervisning vil det foregå intervjusamtaler. I forkant av undervisningen ønsker jeg informasjon om det planlagte undervisningen, mens det etter endt undervisning vil bli stilt oppfølgingsspørsmål. Intervjusamtalene vil ha en varighet på omtrent 15 minutter. Det vil bli tatt notater og taleopptak ved intervjuet.

Personvern - hva skjer med informasjonen som innhentes?

Informasjonen som innhentes vil kun bli brukt til denne masteroppgaven. Data og personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt, og i samsvar med personvernregelverket. Det er kun jeg som vil ha tilgang til innsamlet data. Lydopptakene blir overført til en passord-beskyttet harddisk etter opptak, samt slettet fra lydopptakeren. Det er kun jeg som er i besittelse av harddisken som benyttes. I den ferdige oppgaven vil alle deltakerne være anonymisert, og det vil ikke være mulig å gjenkjenne skole, lærer eller elever.

Masterprosjektet er meldt inn til personvernombudet for forskning, NSD – Norsk senter for forskningsdata AS. Prosjektet skal etter planen avsluttes mai 2020, og alt datamateriale vil da bli slettet.

Hva gir meg rett til å behandle personopplysninger om deg?

Personopplysningene jeg behandler er basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra OsloMet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysningene i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet har du rett til:

- Innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg
- Å få rettet personopplysninger om deg
- Få slettet personopplysninger om deg
- Få utlevert en kopi av dine personopplysninger
- Å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvor kan jeg finne ut av mer?

Hvis du har spørsmål til studien eller dine rettigheter, ta kontakt med:

- OsloMet – Storbyuniversitetet ved Ellen Konstanse Hovik, e-post: Ellen-Konstanse.Hovik@oslomet.no

- OsloMet sitt personvernombud ved Ingrid S. Jacobsen, e-post: ingrid.jacobsen@oslomet.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, e-post: personvernombudet@nsd.no

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi grunn. Skulle du ha spørsmål om studien kan du ta kontakt med meg på tlf.: 90224633, eller e-post: ingridsanderod@gmail.com. Spørsmål kan også stilles til min veileder Ellen Konstane Hovik per e-post: Ellen.Konstane.Hovik@oslomet.no

Med vennlig hilsen

Ingrid Kristine Sanderød

Samtykkeerklæring

- Jeg har mottatt og forstått informasjonen om masterprosjektet
- Jeg ønsker å delta i forskningsprosjektet
- Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vil ditt barn delta i masterprosjektet «En analyse av lærerens undervisningskunnskap ved uforutsette elevinnspill i klasserommet»?

Til elever og foresatte

Jeg heter Ingrid Kristine Sanderød, og er lektorstudent ved OsloMet. Her studerer jeg *Skolerettet utdanningsvitenskap med matematikk og matematikdidaktikk*. Skoleåret 2019/2020 skal jeg skrive masteroppgave. Dette er en forespørsel til foresatte angående elevenes deltakelse i masterprosjektet.

Formål

Hovedtema for masteroppgaven er lærerens undervisningskompetanse. Jeg ønsker å se nærmere på hvordan lærerens undervisningskompetanse i matematikk kommer til uttrykk i uforutsette situasjoner i helklasseromsamtaler i matematikk. Opplysningene som innhentes vil kun bli brukt til dette formålet, og vil bli hentet inn i november/desember 2019.

Hvorfor får ditt barn spørsmål om å delta?

Læreren til ditt barn har takket ja til å delta i masterprosjektet.

Hva innebærer det for ditt barn å delta i masterprosjektet?

For å hente inn relevant data til masterprosjektet ønsker jeg å observere matematikklæreren i undervisningen. Observasjon vil forekomme i 4-8 undervisningsøkter, og jeg vil opptre som en ikke-deltakende observatør. Undervisningen vil gå som normalt, og mitt fokus vil være på læreren. Det vil bli tatt lydopptak og feltnotater underveis, og det kan hende at ditt barns stemme vil bli med på lydopptaket.

Personvern – hva skjer med informasjonen som innhentes?

Informasjonen som innhentes vil kun bli brukt til denne masteroppgaven. Data og personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt, og i samsvar med personvernregelverket. Det er kun jeg som vil ha tilgang til innsamlet data. Lydopptakene blir overført til en passord-beskyttet harddisk etter opptak, samt slettet fra lydopptakeren. Det er kun jeg som er i besittelse av harddisken som benyttes. I den ferdige oppgaven vil alle deltakerne være anonymisert, og det vil ikke være mulig å gjenkjenne skole, lærer eller elever.

Masterprosjektet er meldt inn til personvernombudet for forskning, NSD – Norsk senter for forskningsdata AS. Prosjektet skal etter planen avsluttes mai 2020, og alt datamateriale vil da bli slettet.

Hva gir meg rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Personopplysningene jeg behandler er basert på foresattes samtykke.

På oppdrag fra OsloMet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysningene i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge ditt barn kan identifiseres i datamaterialet har du rett til:

- Innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert
- Å få rettet personopplysninger
- Få slettet personopplysninger
- Få utlevert en kopi av personopplysninger
- Å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av personopplysningene

Hvor kan jeg finne ut av mer?

Hvis du har spørsmål til studien eller dine rettigheter, ta kontakt med:

- OsloMet – Storbyuniversitetet ved Ellen Konstane Hovik, e-post: Ellen-Konstane.Hovik@oslomet.no
- OsloMet sitt personvernombud ved Ingrid S. Jacobsen, e-post: ingrid.jacobsen@oslomet.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, e-post: personvernombudet@nsd.no

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi grunn. Dersom du ikke ønsker at ditt barn skal delta i studien vil undervisningen gå som normalt, men lydopptakeren vil bli skrudd av dersom ditt barn prater i helklassesamtalen.

Skulle du ha spørsmål om studien kan du ta kontakt med meg på tlf.: 90224633, eller e-post: ingridsanderod@gmail.com. Spørsmål kan også stilles til min veileder Ellen Konstanse Hovik per e-post: Ellen.Konstanse.Hovik@oslomet.no

Med vennlig hilsen

Ingrid Kristine Sanderød

Samtykkeerklæring

- Jeg har mottatt og forstått informasjonen om masterprosjektet
- Jeg ønsker at mitt barn skal delta i masterprosjektet
- Jeg samtykker til at personopplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av foresatt, dato)

Intervjuguide: «En analyse av lærerens undervisningskunnskap ved uforutsette elevinnspill i klasserommet»

Før undervisning

- 1) Hva er tema for undervisningsøkta?
- 2) Har elevene hatt om dette temaet tidligere?
- 3) Hva har du planlagt av undervisningsaktiviteter for denne timen? Hvilke eksempler? Representasjoner/undervisningsmateriell? Prosedyrer? Terminologi/begreper? Rekkefølge?

Etter undervisning

- 1) Hvordan synes du undervisningsøkta gikk?
- 2) Var det noen elevinnspill som kom uventet på deg? Fortell
- 3) Brukte du eksempler, representasjoner, prosedyrer, begreper og rekkefølge som planlagt?