

Vurdering som en del av undervisning og læring i matematikk

Geir Martinussen og Helga Kufaas Tellefsen

Høgskolen i Oslo

”Et felles løft for bedre vurderingspraksis” ble igangsatt av Utdanningsdirektoratet i 2007 for å lage og utprøve felles kjennetegn på måloppnåelse i blant annet matematikk. Erfaringene derfra inspirerte oss til å undersøke hvordan formativ vurdering kommer til uttrykk i matematikkundervisning i ungdomsskolen. Vi har spesielt vært opptatt av sammenhengen mellom vurdering og lærernes matematikkfaglige og didaktiske kompetanse. Artikkelen baserer seg på observasjon og lydopptak fra undervisning og samtaler med lærere i for- og etterkant av undervisningen. Vi analyserer episoder hentet fra studier av undervisning i matematikk på 9. og 10. trinn for å vise hvordan vurdering og lærerkompetanse kommer til uttrykk.

Innledning

Vurdering er et redskap for læreren for å sikre at elevene har lært det de skal lære. I prosjektet ”Et felles løft for bedre vurderingspraksis” veiledet vi lærere på 2., 4., og 7. trinn ved en grunnskole i forbindelse med deres utarbeidelse av kjennetegn for måloppnåelse i matematikk (UD, 2007). Vi deltok også i undervisningen for å se hvordan vurderingen kom til uttrykk i praksis. Det kom klart fram at lærernes ulike kompetanse både rent matematikkfaglig og didaktisk var av stor betydning i så vel utarbeidelse av kjennetegn som hvordan de klarte å integrere vurderingen i undervisningen (Martinussen og Tellefsen, 2010). Bakgrunnen for prosjektet var behovet for systematisk vurdering som utgangspunkt for bedring. Tilbakemeldinger elevene får, gir for dårlige retningslinjer for hva en god presentasjon er (Klette, 2003). Norsk skole er preget av en kultur der det ikke gis høye nok faglige utfordringer til elevene og der lærernes forventninger til elevene er for lave (OECD/CERI, 2005). Vi ønsket å undersøke dette videre ved å følge opp egne studenter som relativt nylig har tatt fordypningsemne i matematikk ved Høgskolen i Oslo i tillegg til at de er lærere med lang erfaring.

I januar 2010 var vi til stede i flere undervisningsøkter hos tre lærere ved tre ungdomsskoler for å se hvordan vurdering ble knyttet sammen med undervisning og læring. Vi hadde også samtaler med lærerne om deres syn på vurdering og hvordan de mente at vurdering kom til uttrykk gjennom undervisningen. Til sammen har vi ca. 15 timer med lydopptak som er transkribert. I tillegg har vi tatt omfattende notater. Vi analyserer to undervisningssekvenser, en sekvens der elevene jobber og læreren kommuniserer med en elev, den andre der læreren underviser hele klassen.

Blant de viktige spørsmålene for oss var: ”Hvordan trekker lærerne inn underveisvurdering som en naturlig del av undervisningen med tanke på læring?” og ”Hvordan kommer lærerens matematiske og didaktiske kompetanse til uttrykk?”

Teoretisk grunnlag

Teorigrunnlaget vårt er knyttet til vurdering og lærerkompetanse. Vi forklarer også hva vi legger i matematikkompetanse fordi det er viktig for å kunne belyse den totale lærerkompetansen i matematikk.

Vurderingskompetanse

Vurdering i skolen, altså vurdering av elevprestasjoner, er av to typer: vurdering *for* læring (formativ vurdering) og vurdering *av* læring (summativ vurdering). I vårt prosjekt studerer vi *vurdering for læring*, her tolket som hvordan lærerne ser etter kjennetegn hos elevene i lys av kompetansemålene (Engh, Dobson & Høihilder, 2007). I følge Hattie (2009) vil læring foregå i mye større grad dersom læringsmålene er synlige for elevene og dersom elevenes læring og utvikling er synlig for læreren.

Elevenes involvering i vurderingsprosesser fremmer læring. Hvordan kan man gjøre elevenes læring mer synlig? Ut fra ARG (2002) har vi forsøkt å sammenfatte tre prinsipper:

1. Være tydelig på hva som skal læres – hvordan er undervisningen planlagt?
2. Legge til rette for situasjoner som kan bidra til at elevene blir kjent med egen læring – gi elevene mulighet til refleksjon og justere for egen læring.
3. Finne ut om elevenes læring og utvikling underveis bidrar til læring og om de er på rett vei – hvordan du som lærer vurderer elevene og bruker denne informasjonen med det formål å hjelpe eleven samt justere undervisningen.

Matematikkompetanse

Før vi går nærmere inn på lærerkompetanse, vil vi si noe om hva det betyr å kunne matematikk. Niss og Højgaard har utarbeidet åtte komponenter som sammen utgjør det vi kaller matematikkompetanse (Niss & Højgaard, 2002). Vi velger å bruke momenter som mange lærere bruker og er fortrolige med når de skal bryte ned målene i Kunnskapsløftet, nemlig *anvendelse, ferdigheter og forståelse*.

Matematisk kompetanse

Anvendelse	Forståelse	Ferdighet
Problemløsningskompetanse	Resonnementskompetanse Tankegangskompetanse	Representasjonskompetanse
Modelleringskompetanse	Kommunikasjonskompetanse	Symbol- og formalisme-kompetanse
	Hjelpemiddelkompetanse	

Alle målene i Kunnskapsløftet er kompetansemål. Hvert mål omfatter tre komponenter som til sammen utgjør kompetansen. Ferdigheter vil si å kunne bruke regneoperasjoner og symboler. Forståelse handler om begreper og å kunne tenke, resonnerer og kommunisere. Anvendelse er å kunne løse problemer og å kunne modellere. Alle komponentene spiller sammen og utgjør en helhetlig matematisk kompetanse (Kleve & Tellefsen, 2009).

Lærerkompetanse

Det finnes mange studier av lærerkompetanse knyttet til elevers læring. Shulman kritiserer mange av disse (Shulman, 1986). Han mener at de fleste ignorerer et viktig moment, nemlig det han kaller ” subject matter”. Ingen stiller spørsmål ved hvordan en lærer omdannet sin kunnskap til det som skulle undervises, noe Shulman kaller ” the missing paradigm”. Innholdet i det som skal undervises, var ikke tatt med. Shulman etterlyser et teoretisk rammeverk og utvikler selv tre hovedkategorier i det han kaller ” content matter” med tanke på lærerkompetanse:

- Subject matter content knowledge (SMK), som sier noe om kunnskapen som læreren har og samtidig noe om hvordan læreren bruker denne kunnskapen. Læreren må ikke bare fortelle *hva* som er riktig, men også *hvorfor* det er riktig,
- Pedagogical content knowledge (PCK) som refererer til det som er relevant kunnskap for læreren i undervisningssammenheng. Dette handler om elevkunnskap og misoppfatninger og hvordan dette kan bidra som grunnlag for videre læring.
- Curricular knowledge (CK). Herunder ligger alt av undervisningsmaterieell som er relevant – også læreplan. Det handler om å vite hva som har blitt undervist tidligere og hva faget skal inneholde videre opp i klassetrinnene.

Rowland mfl. velger å beskrive lærerkompetanse ved hjelp av et rammeverk de kaller ” The Knowledge Quartet” (Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005, 2006). Utgangspunktet er studier av matematikkundervisning lærerstudenter utførte. De baserer seg på Shulmans (1986) SMK og PCK og ser på hvordan ” content knowledge” dannet grunnlaget for undervisningen. Begrepet ”Knowledge quartet” var til hjelp når en skulle reflektere over det som skjedde i matematikkundervisningen (Rowlandmfl.).

”The Knowledge Quartet” består av fire faktorer:

- Foundation – fagkunnskap som er lært og kunnskap som en har med seg.
- Transformation – valg av prosesser og metoder og overføring av kunnskapen slik at læring skjer.
- Connection – å kunne se sammenhenger mellom det som er lært tidligere og det som kommer til å bli lært senere.
- Contingency – å kunne ta ting på sparket og se uforutsette ting.

De tre siste faktorene refererer til Shulmans PCK.

Lærerens kunnskap i matematikk er sentral med hensyn til å gi effektiv matematisk introduksjon og evne til å vurdere elevers læring (Ball, Hill, & Bass, 2005). Også Ball mfl. tar utgangspunkt i studier fra matematikk-undervisning og i Shulmans PCK. De utvikler en praksisbasert teori hvor de gjennom observasjoner skiller mellom ” subject matter knowledge” og ” pedagogical content knowledge”. De sier videre at det er viktig å skille mellom ” specialized content of knowledge”, ” knowledge of content and students” og ” knowledge of content and teaching”. Som lærer må en ha en mer spesialisert matematikkunnskap enn andre yrkesutøvere, som for eksempel en ingeniør (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Niss og Højgaard velger å dele komponentene for lærerkompetanse inn i seks punkter: leseplankompetanse, undervisningskompetanse, læringsavdekningskompetanse, evalueringskompetanse, samarbeidskompetanse og profesjonell utviklingskompetanse (Niss & Højgaard, 2002).

Nordenbo har sammen med andre forskere studert sammenhengen mellom lærerkompetanser og elevers læring (Nordenbo, Larsen, Tiftikçi, Wendt & Østergaard, 2008). Gjennom narrative synteser kom forskergruppa fram til tre kompetanser:

- Relasjonskompetanse (sosialkompetanse), som er lærerens positive interaksjon med elevene. Læreren utøver elevstøttende ledelse som fremmer elev- aktivisering og elevmotivering og tar hensyn til forskjellige elevforutsetninger.
- Regelledelseskompetanse (klasseromsledelseskompetanse), som gjør læreren i stand til å utforme en detaljert plan med tanke på å bruke mest mulig tid til effektiv undervisning og minst mulig tid til administrative rutiner.
- Didaktikkompetanse (didaktisk kompetanse) som forutsetter et høyt faglig nivå og som gjennom den faglig kompetente lærers undervisningshandlinger fører til økt læring.

Studeien til Nordenbo mfl. viser at i tillegg til kompetanser som er av betydning for overordnede mål som motivasjon og autonomi, må læreren ha didaktisk kompetanse knyttet til undervisningsinnholdet generelt sett og i det enkelte fag: ” lærerens undervisningshandlinger er den faktor, der i størst udstrækning forklarer elevenes tilvækst i læring, og er viktigere enn både klassestørrelse og niveauspredning” (Nordenbomfl. 2008, s. 56). Dette viste seg spesielt å gjelde for faget matematikk.

Generelt er lærerkompetanse i matematikk å kunne matematikk, å kunne undervise i faget, og å vite hvordan man underviser for å oppnå best mulig læring i faget. *Herunder er også vurdering for læring – i klasserommet, og ved å*

justere undervisningen ut fra erfaringene fra "timen før". Vi vil bruke varierende definisjoner av kompetanser utviklet hos ulike forskere for å beskrive hvordan vurdering kommer til uttrykk som en del av undervisning og læring gjennom observasjon i klasserommet. Vi velger i hovedsak å bruke analyseverktøyet til Rowland mfl., men vil også kommentere andre.

Metode

Arbeidet vårt er basert på en kombinasjon av forskning og utviklingsarbeid. Vi deltar som observatører i undervisningen, men snakker også med elever underveis. Alt som blir sagt, blir tatt opp på lydfiler. I tillegg tar vi notater. Vi er alltid to matematikkdiraktikere til stede i undervisningen. Før og etter undervisningen har vi samtaler med lærerne. Også disse har vi tatt opp på lydfiler i tillegg til notater. I løpet av januar 2010 var vi til stede i 12 undervisningstimer fordelt på 3 lærere på 9. og 10. trinn. Vi har transkribert opptakene både fra undervisningen og fra samtaler med lærerne. Vi har også benyttet notater fra undervisning og fra samtaler med lærerne. Alt materialet er bearbeidet og analysert. I denne artikkelen har vi valgt ut to sekvenser: en der læreren og en elev er aktører og en der læreren underviser hele klassen. Disse sekvensene ble valgt fordi de tydeliggjør situasjoner som ofte oppstår i klasserommet. Det er verdt å påpeke at man ikke kan generalisere ut fra en slik casestudie og at vår tilstedeværelse påvirker situasjonen. Det er også viktig at vi er klar over vår rolle slik at vi som forskere ikke framstår som deltakere i gruppa som skal observeres. Å være to observatører forsterker forskerrollen (Bryman, 2001).

Klasseromsobservasjon

Her vil vi beskrive og analysere hva som skjedde i to av undervisningssekvensene vi var til stede i på henholdsvis 9. og 10. trinn. Begge elevgruppene var betegnet som faglig sett gjennomsnittlige. Det var 22 elever på 10. trinn og 25 på 9. trinn. Vi vil si noe om lærerkompetansen som kommer til uttrykk i disse sekvensene – spesielt basert på kunnskapskvartetten til Rowland mfl. sett i relasjon til vurderingskompetansen med prinsipper for vurdering (ARG).

Analyse fra 9. trinn

Læreren startet timen med å presentere målet for timen for elevene. Det var:

1 Bli trygge på å finne vinkelsum i mangekanter.

2 Relatere til trekkanter.

3 Finne ut om det er en formel, eller et system, som kan brukes – generalisere.

Før denne sekvensen som vi her gir et utdrag fra, hadde læreren gjennomgått utvidelse av vinkelsum i trekant til vinkelsum i firkant som sum av vinkelsummen i to trekkanter. Elevene jobbet med oppgaver mens læreren gikk rundt og veiledet.

Læreren stanset ved en elev. Dialogen gikk slik:

- L: Ser du sammenhengen – mellom antall hjørner og antall trekanter?
- E: Mmmm.
- L: Fortell meg.
- E: Jeg er ikke sikker.
- L: Hvis jeg nå spurte deg; dersom du har en femkant – hvor mange trekanter kan du dele den inn i?
- E: Nei, jeg har ikke peiling. Eh, tre? Nei, ikke tre.
- L: Se her.
- Læreren tegner en trekant i boka til eleven.
- L: En trekant, tre kanter. Det er *en* trekant.
- Læreren tegner en trekant til med en felles side med den første.
- L: Firkant, fire hjørner, to trekanter.
- Læreren føyer til en trekant til.
- L: Femkant, fem hjørner, tre trekanter. Hvis du har en syvkant, hvor mange trekanter kan du dele den opp i?
- E: Fem.
- L: Hvordan kom du fram til det?
- E: Det blir fire i en sekskant og en mer i en syvkant.
- L: Åja, sånn ja. Men hvis jeg sier en femtisyvkant?
- Læreren går til andre elever, men vender tilbake etter noen minutter.
- L: Fant du ut av det med femtisyvkant?
- E: Det må jo være 55 trekanter.
- L: Må det det?
- E: Ja – for det er hele tiden to mindre trekanter enn det er sider.
- L: Så hvor mange grader er vinklene til sammen?
- E: I en 57-kant?
- L: Ja.
- E: Det må bli 180 grader ganger 55.
- L: Fint. Prøv om du greier å tenke ut en formel som gjelder uansett hvor mange sider det er i manglekanten.

Hva kan vi si om vurderingen her? Er målene synlige for elevene (Hattie, 2009)? Læreren viste klart for elevene hva som var målet med oppgavene de skulle løse. Målet var å finne vinkelsummen i manglekanten på bakgrunn av at vinkelsummen i en trekant var kjent. Videre var målet å prøve å generalisere og komme fram til eller vise en generell formel for å finne vinkelsummen i en hvilken som helst manglekant.

I følge de tre prinsippene for vurdering var læreren tydelig på hva som skulle læres, og det så ut som om undervisningen var nøye planlagt. Oppgavene

læreren hadde plukket ut som elevene jobbet med, var i tråd med målet for timen. Læreren overlot til eleven å tenke gjennom hva det måtte bli hvis det hadde vært en 57-kant etter at de ble enige om hva det var dersom det var en 7-kant. Vi vil si at læreren la til rette for at læring skulle skje. Eleven fikk mulighet til refleksjon og justering for at læring kunne skje (Hattie og Timperley 2007). Det var tydelig at læreren kjente denne eleven og derfor kunne vurdere henne og gi informasjon som hjalp eleven til videre læring. Hvorvidt læreren brukte denne sekvensen for å justere egen undervisning, er ut fra denne lille sekvensen umulig å si noe om.

Hva kan vi si om lærerkompetansen i matematikk hos denne læreren? Først velger vi å bruke analyseverktøyet til Rowland mfl. Læreren brukte sin "lærte kunnskap", både sin matematikkunnskap og sin kunnskap om hvordan elevene lærer. Det virket som om læreren kunne matematikken bak det som elevene skulle jobbe med, og også visste på hvilket nivå i alle fall denne eleven var (foundation). Han kjente eleven og visste hvilken metode som kunne brukes for at læring kunne skje. Læreren gikk veien om det enkle og startet med å tegne trekant, firkant, femkant. Deretter generaliserte han til 7-kant, så til 57-kant (transformation). Videre skjønnte han at eleven selv ikke var i stand til å bruke det som er lært tidligere. Læreren fikk eleven "på sporet" ved å repetere hvordan det var med trekant – firkant etc. og fulgte opp med element som skulle komme senere – formelutvikling (connection).

Eleven fant ut hva vinkelsummen i en syvkant var med tilsynelatende forståelse. Læreren ville likevel være sikker på at eleven virkelig hadde forstått. Etter at eleven svarte – korrekt – at en syvkant kan betraktes som fem trekkanter, spurte læreren hvordan eleven hadde kommet fram til det. Det kom fram at eleven hadde telt seg fram. Læreren spurte derfor om hvordan det forholdt seg med en 57-kant – lot eleven tenke gjennom det, vendte tilbake etter noen minutter, og ga eleven en ny utfordring – utvikle formel (contingency and connection).

Her var det viktig at læreren kjente eleven og visste at hun befant seg på et nivå slik at læreren kunne stille spørsmålet om 57-kant. Hadde det vært en annen elev på et lavere nivå, hadde det kanskje ikke vært aktuelt for læreren å stille samme spørsmål. Læreren kunne vært fornøyd med forklaring på 7-kant. Det hadde også læreren vært dersom han ikke hadde oppdaget at eleven ikke hadde forståelsen inne, men telt seg fram. Dette viser viktigheten av å ha lærerkompetanse i tillegg til å kunne vurdere. Å legge til rette for situasjoner som kan bidra til at elevene blir kjent med egen læring, gi elevene mulighet til refleksjon og justere for egen læring krever høy grad av lærerkompetanse. Det er derfor viktig å trekke inn mer enn vurderingskompetanse.

I følge Nordenbo mfl. viser denne læreren relasjonskompetanse ved å ta hensyn til denne elevens forutsetning og samtidig motivere og aktivisere eleven til refleksjon og læring. Læreren starter med en detaljert plan med mål for timen

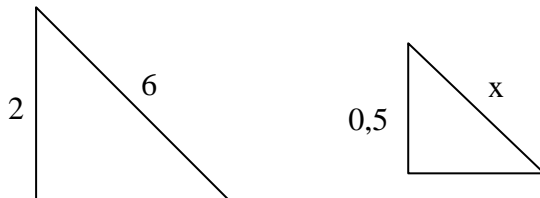
hvor fokus er oppgaveløsning, effektiv undervisning (regelledelseskompetanse). Gjennom veiledningen som ble gitt til denne eleven, viste læreren didaktikkkompetanse.

I følge Ballmfl. (2008) viser denne læreren forståelse for mer enn bare ”den rene” matematikken og dermed ”specialized content knowledge for teaching”. Ut fra Niss og Højgaard (2002) vil vi si at læreren viser undervisningskompetanse, læringsavdekningskompetanse og evalueringskompetanse.

Analyse fra 10. trinn

Læreren presenterte målet for timen. Det var å lære å løse ligninger med brøk og samtidig kople til en virkelighetsnær situasjon. Klassen hadde felles gjennomgang ved bruk av tavla.

Sekvensen er hentet fra ca 10 min etter timen startet. Læreren tegnet to formlike trekanter på tavla, skrev på hypotenusen 6 og x, tilsvarende kateter 2 og 0,5.



Lærer sier: 2 på 0,5 skal stemme med 6 på x, skriver: $\frac{2}{0,5} = \frac{6}{x}$

E1: Får du ikke den siden i trekanten ved 6 delt på 4?

L: Hva sa du?

E1: 6 delt på 4.

L: Ja, nå valgte jeg hyggelige tall. Men hadde jeg valgt skikkelig ekle tall, så måtte du nesten gå for den utregninga. Du sa at den her var 4? (Peker på x.)

E1: Mmmm.

L: Ja, vi skal ikke sette 4 enda. Det er sikkert riktig. Så har vi kommet hit. For å få x på den sida, så må jeg tenke litt smart. Jeg kan gange begge sider med x. Eller jeg kan gange begge sider med 0,5. Da blir jeg kvitt brøkene.

Sier og skriver: Gange begge sider med 0,5. Nå står det $\frac{2 \cdot 0,5}{0,5} = \frac{6 \cdot 0,5}{x}$

L: Hva er det vi står igjen med på den sida der?

Peker på venstre side. Det blir en kort pause.

L: 2 delt på 0,5 gange 0,5. Hva får vi igjen da? E2?

E2: 2

L: Ja, da bare stryker vi de to – siden de er like.

Stryker 0,5 i teller og nevner.

L: 2 er lik 6 ganget med en halv. Jeg skal ha halvparten av 6. Hvor mye er det?

E3: 3

L: 3 ja, 3 delt på x. Jeg vil gjerne ha x som en teller – ikke som en nevner. Så da ganger jeg begge sidene med x.

Pause – skriver i tråd med det han/hun sa, nå står det $2 \cdot x = \frac{3 \cdot x}{x}$

L: Skal jeg gange den sida med x, må jeg gange den sida med x (peker på begge sidene etter tur). Hva er det jeg står igjen med på den sida der nå? (Peker på høyre side) E4?

E4: 3 x

L: 3 x delt på x. Da står du igjen med?

E4: Hæ

E5: 3

E4: 3 ja

L: 3 x delt på x. Den kan du forkorte – 3. Så da står vi egentlig igjen med 2x er lik 3.

Skriver det: $2x = 3$

L: Nå har vi 2 gange x og 3. For å få den her til å bli 1 da (peker på 2x), så må vi ... Hørte jeg i stad? Dele på begge sider. Stemmer? E6?

E6: (nølende): Ja.

L: Hvilket tall kan jeg dele på begge sider for å få den her til å bli en x?

Flere litt nølende elever: 2, noen svarer 3.

L: Del på 2 ja.

Skriver: Dele på 2.

L: x er lik 3 halve

Skriver samtidig $x = \frac{3}{2}$

L: Som blir 1,5.

Lærer skriver $x = 1,5$. Henvender seg til E1, som tidligere sa 6 delt på 4:

L: Stemte det da, E1? Var den 4?

E1: Nei, jeg tenkte feil.

Elevene begynner å regne oppgaver.

E1 er opptatt av at han likevel hadde tenkt riktig, forklarer til E7.

Vi: Skjønte du det? Få høre hvordan du forklarte det.

E1: Jeg sa at 2 delt på 4 er 0,5 og hvis den siden er 4 ganger mindre enn den siden, så må den siden være 4 ganger mindre enn den siden. Da må du dele 6 på 4.

Også her viser læreren for elevene hva som var målet for timen. Læreren var opptatt av kompetansene anvendelse og forståelse ved valg av oppgave – ikke bare ferdigheten i å løse ligning. Læreren hadde valgt en oppgave fra geometri som kunne knyttes til ligningsløsning. For oss var det tydelig at undervisningen var nøye planlagt med bakgrunn i kompetansemål (LK06) og med et av prinsippene for vurdering (ARG).

La læreren til rette for at læring skulle skje? Læreren fulgte ikke opp eleven som tidlig kom med forslaget: ”Får du ikke den siden i trekanten ved 6 delt på 4?” valgte ”å se bort fra” forslaget og fortsatte. Hvorvidt læreren kjente denne elevens kompetanse og forsto elevens løsning, er vanskelig å si. Læreren så bort fra elevens innspill og kunne derfor ikke vurdere eleven og gi informasjon som hjalp eleven til videre læring. Ut fra denne sekvensen er det vanskelig å si hvorvidt læring fant sted. Kun det første av de tre prinsippene for vurdering (ARG) syntes å være til stede.

Det er også her nødvendig å se på lærerkompetansen i matematikk i tillegg til vurderingskompetansen. Eleven som tidlig kom med forslag om å dividere 6 med 4 ($x = \frac{6}{4}$), ble oversett av læreren, som ignorerte forslaget ved å si at det her ble brukt enkle tall. Forsto læreren hvordan eleven tenkte? Eleven ble usikker og greide ikke å fastholde resonnetet sitt. Dette kan tyde på at fagkunnskapen som læreren har med seg, ikke er solid nok både hva angår algebra/ligningsløsning og elevkunnskap (foundation). Måten læreren håndterte innspillet på, kan også skyldes usikkerhet og mangel på erfaring – å kunne ta ting på sparket (contingency). Det var tydelig for oss at læreren bare hadde sin måte å løse denne oppgaven på og var styrt av sin planlegging om å anvende et praktisk eksempel på løsning av ligning med brøk. Valg av prosesser og metoder var altså helt og holdent lærerstyrt. Læreren hadde sin metode. Elevkunnskap og hvordan elevene tenkte, kom lite fram, og en kan spørre seg i hvilken grad læring skjedde (transformation). Læreren koplet ligningsløsning til geometri og til et område der elevene forutsettes å ha grunnlag. Det å kunne nyttiggjøre seg bruk av ligninger i geometri senere også i andre sammenhenger, vil imidlertid være nyttig (connection).

Ut fra det vi observerte, henvendte læreren seg stadig til elevene og ville ha dem med seg. Likevel tok læreren i liten grad med elevenes innspill. Det foregikk en *tom* kommunikasjon som vi her vil beskrive som en kommunikasjon hvor det blir stilt mange spørsmål uten at responsen blir videreført. Læreren spør og svarer selv. Det er et spørsmål om læreren hadde nok kunnskap (foundation) til å imøtekomme elevenes innspill.. Læreren greide ikke å følge opp uforutsette ting. Et eksempel her er elevens innspill i begynnelsen om å dele 6 på 4 (contingency).

Kan vi si at læreren hadde ”specialized content knowledge”? Det kan se ut som om læreren ikke så løsningen på oppgaven og derfor ikke kunne vite at svaret var korrekt før ligningen var løst på den måten læreren selv hadde som strategi. Læreren kunne heller ikke vurdere løsningsmetoden til eleven (knowledge of content and students).

Hvis vi ser på relasjonskompetansen som Nordenbo beskriver som elevstøttende ledelse som fremmer læring, er det vanskelig å se at den var til stede her.

Konklusjon og veien videre

Spørsmålene vi stilte i utgangspunktet var ”Hvordan trekker lærerne inn underveisvurdering som en naturlig del av undervisningen med tanke på læring?” og ”Hvordan kommer lærerens matematiske og didaktiske kompetanse til uttrykk?” Vi har vist to eksempler på undervisningssekvenser som vi har analysert med tanke på vurderingsprinsipper og lærerkompetanse. Det er også andre relevante parametere som vi ikke har drøftet. Som vi ser av analysen av de to sekvensene, er det vanskelig å gi god underveisvurdering uten høy grad av lærerkompetanse. Vurdering for læring kan ikke skje uten at læreren vet hvordan eleven skal veiledes. Det krever høy grad av både faglig og didaktisk kunnskap i faget det undervises eller veiledes i. Vurdering henger nøye sammen med lærerkompetanse (undervisnings- kunnskap) i matematikk. Det ene utelukker ikke det andre – tvert i mot!

Vi intervjuet lærerne både før og etter undervisningen. En av lærerne vi observerte, hadde kun et halvt års erfaring som lærer. Læreren underviste i en ordinær gruppe med 22 elever på 10. trinn. Etter å ha observert en undervisningstime der ligninger var tema, diskuterte vi det framtidige opplegget. Mange av elevene slet faglig og hadde liten forståelse av det som hadde blitt gjennomgått. Læreren fulgte i liten grad opp elevenes innspill og spørsmål. I utgangspunktet var læreren innstilt på å gjennomgå tre metoder for løsning av ligningssett i neste matematikkøkt. Grunnen var at han mente det var et krav i LK06. Etter at vi hadde avklart at det ikke var et krav, men at metodene var tatt opp i læreboka, bestemte læreren seg for å endre opplegget. Dette viser hvor usikker læreren var. Etter samtale med oss bestemte læreren seg for å justere undervisningen. Det var ikke på bakgrunn av vurdering av elevene med det formål å hjelpe eleven at justeringen skjedde. Utenforliggende faktorer som læreboka var viktigere enn elevs læring. Dette viser hvor viktig både vurderingskompetanse og fagkompetanse er.

Vi har prøvd å belyse vurdering med tanke på at læring skal skje, vurdering som en integrert del av undervisning og læring. Vurderingsarbeid er en komplisert oppgave og krever solid lærerkompetanse i matematikk. Vurdering må kobles opp mot lærerkompetanse i det aktuelle faget. Hvordan kan vi inkludere dette i en framtidig lærerutdanning? Vi ser det som svært viktig at våre studenter tar del i dette arbeidet. Vi har benyttet en del av transkripsjonene i undervisningen for

våre lærerstudenter. Responsen var positiv.” Dette er det nærmeste vi kommer praksis”, var uttalelsen fra en student. Bruk av ”The Knowledge Quartet” kan være med på å bevisstgjøre studentene på hva som kreves av dem når det gjelder undervisningskunnskap i matematikk på ulike klassetrinn. I tillegg kan studentene når de er ute i praksis enten som observatører eller i undervisningssituasjon, bruke dette som analyseverktøy både på egen og hverandres undervisning. Det kan gi en fruktbar diskusjon og refleksjon om hva en ideell praksis er, også med tanke på at faglærer er sentral i den nye lærerutdanningen.

Referanser

- Assessment Reform Group (ARG)(2002). *Assessment for learning: Research-based principles to guide classroom practice Assessment* .
- Ball, D. L., Hill, H. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching; Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, Fall (s.14-22 og 43-36).
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education* 59, (5), 389–407.
- Bryman (2001). *Social research methods*. Oxford: Oxford University Press.
- Engh, R., Dobson, S. & Høihilder, E. K. (2007). *Vurdering for læring*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Hattie, J.(2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. New York: Routledge.
- Hattie, J. & Timberley, H. (2007). The Power of Feedback. I *Review of Educational research*
- Klette, K. (red.) (2003). *Klasserommets praksisformer etter Reform 97*. Oslo: Pedagogisk forskningsinstitutt, Universitetet i Oslo.
- Kleve, B. & Tellefsen, H. K. (2009). Stegmodellen i matematikk, vurdering for læring? I S. Dobson, K. Smith, & A. B. Eggen (red.), *Vurdering, prinsipper og praksis. Nye perspektiver på elev- og læringsvurdering* (s. 280-293). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Kunnskapsdepartementet (2006). *Lærerplanverket for Kunnskapsløftet. Midlertidig utgave juni 2006*. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Martinussen, G., & Tellefsen, H.K. (2010) *Vurdering for læring – kjennetegn på måloppnåelse*. T.M. Guldal, C.F. Dons, S. Sagberg, T. Solhaug & R. Tromsdal (red.) *FoU i praksis 2009, Rapport fra konferanse om praksisrettet FoU i lærerutdanning* (s.171 – 180). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Niss, M., & Højgaard, T. J. (2002). *Kompetencer og matematiklæring*. København: Undervisningsministeriet.
- Nordenbo, S. E., Larsen, M. S., Tiftikçi, Wendt, R. E. & Østergaard, S. (2008). *Lærerkompetanser og elevers læring i barnehage og skole; Et systematisk review utført for Kunnskapsdepartementet, Oslo*. København: Danmarks Pædagogiske Universitetsforlag.
- OECD/CERI (2005). *Formative assessment. Improving learning in secondary classrooms*. Paris: OECD.

- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi, *Journal of Mathematics Teacher Education* 8, hefte nr 3 (s. 255–281).
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2006). The Knowledge Quartet: Considering Chloe. I Bosch, M. (red.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Math. Ed.* (s.1568–1578). Barcelona: IQS, Universitat Ramon Llul.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching, *Educational Researcher* 15, hefte nr 2 (s. 4–14).
- Utdanningsdirektoratet (2007). *Vurdering – et felles løft for bedre vurderingspraksis – en veiledning*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.