MASTEROPPGAVE

M5GLU

Mai 2022

Utforsking og problemløsning i matematikklærebøker for ungdomstrinnet

Exploration and problem solving in lower secondary level mathematics textbooks

Vitenskapelig masteroppgave

30 studiepoengs oppgave

Olav Ekrheim

OsloMet – storbyuniversitetet

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier
Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Sammendrag

Temaet for denne masteroppgaven er utforsking og problemløsning, som er ett av seks kjerneelement i læreplanen. Hensikten med studien er å undersøke hvordan nye lærebøker inkluderer kjerneelementet utforsking og problemløsning i oppgavene elevene møter i bøkene. Studiens problemstilling er:

På hvilken måte legger lærebøker i matematikk på ungdomstrinnet, skrevet til Kunnskapsløftet (LK20), til rette for utforsking og problemløsning?

For å besvare denne problemstillingen fant jeg det hensiktsmessig å gjennomføre undersøkelsen av lærebøkene med utgangspunkt i følgende to forskningsspørsmål:

1. *I hvilken grad legger oppgaveteksten føringer for elevene med tanke på samarbeid og kommunikasjon?*
2. *Hvilke strukturelle kjennetegn har problemløsningsoppgavene i nye matematikklærebøker for ungdomstrinnet?*

I studien har jeg gjennomført en innholdsanalyse av læreverkene *Matematikk 8-10*, *Maximum 8-10* og *Matemagisk 8-10* for ungdomstrinnet. Med støtte i relevant teori knyttet til læreplanen, sosiokonstruktivistisk læringssyn, utforsking og problemløsning, og tidligere forskning, har jeg valgt å undersøke oppgavene læreverkene og deres forfattere selv anser som problemløsende. Datagrunnlaget for analysen består av totalt 299 oppgaver fra de til sammen ni bøkene. Analyseverktøyet som er brukt i analysen er inspirert av Borasis (1986) fremstilling av strukturelle kjennetegn ved problemløsningsoppgaver og Xenofontos' (2019) analyse av kypriotiske lærebøker. Kategoriene som undersøkes er *samarbeid*, *kommunikasjon*, *kontekst*, *formulering*, *antall løsninger*, *metode* og *oppgavens form*. Resultatene viser at lærebøkene i varierende grad legger til rette for utforsking og problemløsning. *Matematikk* bidrar til en viss grad med å gjøre oppgavene relevant for elevene, men mange oppgaver med direkte formulering, kun én løsning og forhåndsbestemt metodebruk reduserer elevenes muligheter til å drive med utforsking og problemløsning, og minner til dels om tradisjonell undervisning med fokus på algoritmer. *Maximum* og *Matemagisk* gjenspeiler i stor grad læreplanens kjerneelement utforsking og problemløsning. Læreverkene legger til rette for samarbeid og kommunikasjon, samtidig som oppgavene gir elevene frihet til å utforske og mulighet til å selv utvikle hensiktsmessige metoder, som teorien beskriver som sentralt i undervisning preget av utforsking og problemløsning.

Abstract

The theme of this master's thesis is exploration and problem solving, which is one of six core elements in the curriculum. The purpose of the study is to investigate how new textbooks include the core element of exploration and problem solving in the tasks students encounter in the books. The study's problem is:

> *In what way do textbooks in mathematics at the lower secondary level, written for the National Curriculum (LK20), facilitate exploration and problem solving?*

To answer this question, I found it expedient to undertake the study of the textbooks based on the following two research questions:

1. *To what extent does the tasks lay guidelines for the students with regard to collaboration and communication?*
2. *What are the structural characteristics of the problem solving tasks in new mathematics textbooks for the lower secondary level?*

In this study, I have carried out a content analysis of the textbooks *Matematikk 8-10*, *Maximum 8-10* and *Matemagisk 8-10* for the lower secondary level. Building on relevant theory related to the curriculum, social constructivist view of learning, exploration and problem solving, and previous research, I have chosen to examine the labelled as problem solving tasks. The data basis for the analysis consists of a total of 299 tasks from the in total nine books. The analysis tool applied in the analysis is inspired by Borasis' (1986) presentation of structural characteristics of problem solving tasks and Xenofontos' (2019) analysis of Cypriot textbooks. The categories examined are *collaboration*, *communication*, *context*, *formulation*, *number of solutions*, *method* and *the kind of task*. The results show that the textbooks to varying degrees facilitate exploration and problem solving. *Matematikk* contributes to a certain extent to making the tasks relevant to the students, but many tasks with direct formulation, only one solution and predetermined use of method reduces the students' opportunities to engage in exploration and problem solving, and is partly reminiscent of traditional teaching with focus on algorithms. *Maximum* and *Matemagisk* largely reflect the curriculum's core element of exploration and problem solving. The teaching materials facilitate collaboration and communication, at the same time as the tasks give the students the freedom to explore and the opportunity to develop appropriate methods, which the theory describes as central to teaching characterized by exploration and problem solving.

Forord

Etter fem år på lærerstudiet er det fint å levere denne masteroppgaven som en avslutning på utdanningen. Dette har vært fem år fylt med masse bra mennesker, både medstudenter og lærere. Jeg vil derfor takke alle disse menneskene for de fine årene og vennskapene jeg sitter igjen med. Lærebøkenes forlag har vært behjelpelige med tilgang til bøker og utvelgelse av oppgaver, og de fortjener en stor takk. Jeg vil rette en takk til min veileder Anders Månsson, som har kommet med innspill til mitt arbeid. Til slutt vil jeg sende en klem til familie og venner.

Nå gleder jeg meg til å ta med meg ut i læreryrket all kunnskapen utdanningen og arbeidet med denne masteroppgaven har gitt meg.

OsloMet, mai 2022.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

1.1 Begrunnelse for valg av tema

Matematikk eller matematisk tenkning finnes overalt, og vi mennesker tar daglig i bruk matematiske tenkemåter både bevisst og ubevisst. Til tross for at vi bruker matematikk hver eneste dag tenker mange kanskje først og fremst på skole, «mattebøker», regneoppgaver og haugevis av tall og formler når de hører ordet matematikk. For snart fem år siden assosierte jeg selv matematikk med mattebøker og regneoppgaver. Det skyldtes trolig at mye av matematikkundervisningen i min egen skolegang var preget av tavleundervisning og selvstendig arbeid med repetisjonsoppgaver etterfulgt av en gjennomgang av svarene. Jeg er ikke alene om å ha slike erfaringer med matematikkfaget, og Goodchild et al. (2013) skriver i en artikkel at vanlig matematikkundervisning baserer seg på lærebøkene og deres oppgaver med fokus på algoritmer og prosedyrekunnskap. Gjennom studiet, har jeg de siste fem årene vært i praksis på en rekke skoler, både barne- og ungdomsskoler, hvor jeg har fått erfare at lærebøker fortsatt brukes aktivt i matematikkundervisningen. Undersøkelser fra norske klasserom bekrefter dette, og viser at det ikke bare er skolene jeg har besøkt som har lærebøker som det mest brukte læremiddelet i undervisningen i matematikk (Gilje et al., 2016). Lærebøkenes forståelse og fremstillinger av matematiske temaer, samt utforming av oppgaver har med andre ord stor påvirkning på undervisning. I tillegg kan det nevnes at siden ordningen med offentlig godkjenningen av lærebøker ble avskaffet i 2000, hviler det et særlig ansvar på lærerne når de skal vurdere hvilke bøker de skal bruke i undervisningen (NOU 2014: 7).

At lærebøker fortsatt brukes overrasker meg altså ikke, men måten lærebøkene brukes på synes jeg er interessant. Erfaringene jeg sitter igjen med etter en rekke praksisperioder er at lærebøkene fortsatt brukes for å repetere og øve inn ulike metoder og det vies lite tid til at elevene får drive med utforsking og problemløsning. Lærer instruerer, og elevene bruker oppgavene i boken for å innarbeide metoden som nettopp er gjennomgått. Undervisningstimene jeg har vært vitne til, har inneholdt mye arbeid med oppgaver og lite samarbeid og diskusjon. Jeg har stusset over dette, og tenkt på om en slik bruk av lærebøkene gir elevene riktig tilgang til matematikk og om lærebøkenes utforming er med på å sette rammene for undervisningen. Lærebøker brukes mye, noe som gir lærebøkene en unik mulighet til å presentere matematikk på en hensiktsmessig måte for elevene.

Jeg ønsker å se på om lærebøkene benytter seg av denne muligheten til å presentere matematiske emner på måter som aktiverer elevene. I tillegg er jeg interessert i å undersøke hvilken matematisk forståelse bøkene legger opp til at elevene skal utvikle. I den nye læreplanen er utforsking og problemløsning ett av seks kjerneelementer, og jeg ønsker å se på hvordan dette inkluderes og forstås i de nye lærebøkene tilknyttet den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2019). Kort sagt handler utforsking og problemløsning om det å finne gode løsningsmetoder og strategier, analysere, samarbeide, diskutere, finne mønstre og se sammenhenger i matematikken. Formålet med utforsking og problemløsning i matematikkundervisningen er å utvikle elevenes matematiske forståelse og evner til å møte nye utfordringer i både matematikken og i livet generelt. Begrepene utforsking og problemløsning utdypes senere i denne oppgaven.

Mine erfaringer og det at lærebøker brukes aktivt i matematikkundervisningen er noe av grunnen til at jeg har valgt dette som tema for denne masteroppgaven. En annen grunn til valg av tema er den nye læreplanen som trådte i kraft høsten 2020. Utforsking og problemløsning er fremtredende i både den generelle delen av læreplanen og i læreplanen i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2017; 2019). Utforskende virksomhet er sentralt for dybdelæring, og i matematikkfaget gir utforsking og problemløsning elevene muligheter til å skape forståelse, se sammenhenger og utvikle egen læring gjennom både samarbeid og individuelt arbeid (Kunnskapsdepartementet, 2017; 2019). Læreplanen i matematikk består av seks kjerneelementer; utforsking og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, abstraksjon og generalisering og matematiske kjerneområder. Arbeid med kjerneelementet utforsking og problemløsning er sentralt fordi dette kan inkludere de fem andre kjerneelementene og kan legge til rette for at elevene utvikler allsidig matematisk kompetanse. Sammenhengen mellom lærebøker og læreplaner vil bli enda viktigere i forbindelse med den nye læreplanen. Den nye læreplanen består av færre kompetansemål og er mer åpen for tolkninger enn tidligere. Dette kan være utfordrende og mange lærere vil mest sannsynlig støtte seg på de nye lærebøkenes tolkninger av læreplanen.

Den siste grunnen til valg av temaet i denne oppgaven er mulighetene utforsking og problemløsning gir elever i møtet med matematikk og i livet. Undervisning preget av utforsking og problemløsning skiller seg veldig fra den tradisjonelle undervisningen mange norske elever tidligere har vært i gjennom. Tradisjonell undervisning består av det å følge regler og instrukser, repetisjon og jakten på et riktig svar. Til forskjell fra dette legger utforskende og problemløsende matematikk vekt på å skape matematisk forståelse gjennom virkelighetsnær matematikk, matematiske prosesser og samarbeid og refleksjon. Matematikkundervisning som inkluderer utforsking og problemløsning fanger, ifølge Wæge (2007), elevers oppmerksomhet og motiverer til videre matematisk arbeid. Hvis utforskende og problemløsende matematikk gir motiverte, reflekterte og samarbeidsvillige elever med matematisk forståelse, bør lærebøkene også inkludere dette. Derfor ønsker jeg å undersøke lærebøker som er laget i forbindelse med den nye læreplanen, for å se hvordan disse legger til rette for utforskende og problemløsende matematikkundervisning.

1.2 Oppgavens oppbygning

Jeg har innledningsvis presentert bakgrunnen for mitt valg av tema til denne oppgaven. Neste kapittel inneholder en presentasjon av oppgavens problemstilling. I kapittel tre, som er et teorikapittel, skal jeg gjøre rede for ulike perspektiver på utforsking og problemløsning, tradisjonell undervisning og matematisk forståelse. Det er viktig for videre lesning å vite hvordan disse begrepene er brukt i teksten og analysen, og jeg vil derfor også operasjonalisere de aktuelle begrepene. Videre vil jeg se på ulike oppgavetyper som er knyttet til arbeid med utforsking og problemløsning i undervisning. Kapittel fire er metodekapitlet. Her presenterer jeg metoden og analyseverktøyet jeg benytter meg av i analysen av lærebøkene. I tillegg redegjør jeg for valg som er tatt underveis i analysen, og forklarer hvilke forskningsetiske hensyn og kildekritiske vurderinger som er tatt i prosessen. I det påfølgende kapitlet, kapittel fem, presenteres funnene fra analysen. I kapittel seks diskuterer jeg resultatene opp mot relevant teori (presentert i kapittel to) for å forsøke å svare på problemstillingen. Avslutningsvis, i kapittel syv, oppsummeres hovedpunktene i oppgaven og problemstillingen besvares på bakgrunn av studiens funn.

2 Problemstilling og forskningsspørsmål

I dette kapitlet vil oppgavens problemstilling presenteres, utdypes og begrunnes. I tillegg presenteres de aktuelle forskningsspørsmålene. Problemstillingen er:

På hvilken måte legger lærebøker i matematikk på ungdomstrinnet, skrevet til Kunnskapsløftet (LK20), til rette for utforsking og problemløsning?

Gjennom analysen ønsker jeg å finne ut om de nye lærebøkene legger til rette for utforsking og problemløsning i matematikkundervisningen, slik at alle elever i norske klasserom kan utvikle problemløsningskompetanse gjennom utforskende matematikk. Effekten av lærebøkenes fokus kan ikke måles gjennom en lærebokanalyse, men jeg kan finne ut av om lærebøkene inkluderer utforsking og problemløsning og hvordan læreverkene forstår disse begrepene. Gjennom å forstå lærebøkenes tolkninger av utforsking og problemløsning kan man forstå hvilket matematisk fokus som videreformidles til elevene gjennom læreverkene.

I tidligere matematikkundervisning var det enkeltindividene og deres kognitive egenskaper som stod i sentrum. Dette kan sees i sammenheng med tradisjonell undervisning og fokus på individenes instrumentelle kunnskap. Senere, med den sosiale vendingen, ble fokuset rettet mot matematikken som en sosial aktivitet, der individet sees på som en del av et matematisk fellesskap (Lerman, 2000; Skovsmose, 2003). I tillegg kom den sosiopolitiske vendingen som poengterte at matematikk ikke er et politisk nøytralt fag i skolen, men et fag som inkluderer kunnskap, makt og identitet (Gutiérrez, 2013). Slike aspekter har tatt tid å fase inn i skolen, men den nye læreplanen virker å ha tatt tak i dette, blant annet ved å inkludere utforskning og problemløsning.

En av hensiktene med utforsking og problemløsning er å forberede elevene på å bli deltakere i dagens og fremtidens samfunn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Ser man på utforsking og problemløsning i et større, internasjonalt perspektiv, har slike tanker om matematikkfaget eksistert lenge, mens i norsk skole er et slikt syn på matematikken noe nytt med den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det er spennende at det er rom for nye tanker i norsk skole og lærebøkene skal være et hjelpemiddel for både lærere og elever til å tilegne seg relevant faglig kunnskap i tråd med læreplanens syn. Samtidig som jeg synes at det er interessant at læreplanen i matematikk har utforsking og problemløsning som ett av sine seks kjerneelementer, er jeg også nysgjerrig på hvordan lærebøkene skal bidra til å fremme utforsking og problemløsning. Ny læreplan, med ny utforming og nye elementer, som blant annet kjerneelementene, er bakgrunnen for at analysen tar for seg nye lærebøker. Det er interessant å se hvordan nye læreverk har tolket og tilpasset seg læreplanen. For å kunne svare på problemstillingen har jeg formulert to forskningsspørsmål som er med på å fremheve hvordan læreverkene forstår og legger til rette for utforsking og problemløsning. Forskningsspørsmålene er:

1. I hvilken grad legger oppgaveteksten føringer for elevene med tanke på samarbeid og kommunikasjon?
2. Hvilke strukturelle kjennetegn har problemløsningsoppgavene i nye matematikklærebøker for ungdomstrinnet?

For å svare forskningsspørsmålene tar jeg utgangspunkt i alle oppgavene som læreverkene eller forfatterne eksplisitt beskriver som problemløsende for å best mulig kunne undersøke lærebøkenes forståelse av disse begrepene.

Jeg ønsker å se på hvilke muligheter oppgavetekstene gir elevene. Elevene kan for eksempel bli bedt om å samarbeide, forklare eller diskutere. Dette kan gi indikasjoner på hvilken matematisk forståelse og læringssyn bøkene videreformidler til elevene, som igjen forteller noe om bøkenes forståelse av kjerneelementet utforsking og problemløsning. Læringssyn i forbindelse med utforsking og problemløsning utdypes i teorikapitlet.

I undersøkelsen av oppgavene brukes et analyseverktøy inspirert av Xenofontos (2019), som tydelig viser ulike strukturelle kjennetegn ved problemløsningsoppgaver. Strukturelle kjennetegn ved en problemløsningsoppgave omhandler oppgavens formulering, kontekst, antall løsninger og grad av metodefrihet. Dette bidrar til å få frem hvilket syn lærebøkene har på utforsking og problemløsning, og hvilken forståelse som formidles. Et fokus på riktig svar og rett metode samsvarer med instrumentell forståelse, mens fokus på metodefrihet og argumentasjon peker mot relasjonell forståelse. Begrepene relasjonell og instrumentell forståelse utdypes i teorikapitlet. I metodekapitlet presenteres og begrunnes analyseverktøyet som benyttes i denne undersøkelsen.

3 Teoretisk rammeverk

Teorikapittelet presenterer det teoretiske rammeverket oppgaven og analysen bygger på. Undervisning som baserer seg på utforsking og problemløsning skiller seg fra den tradisjonelle undervisningen. Lærebøker og oppgaver står sterkt i den tradisjonelle undervisningen, noe som kan være med på å påvirke hvordan lærebøker lages og brukes i dagens matematikkundervisning. Derfor vil jeg først gjennomgå tidligere forskning før jeg videre vil presentere teori om tradisjonell undervisning. Deretter vil gjøre rede for hvordan begrepet matematisk forståelse brukes i denne oppgaven. Både tradisjonell undervisning og undervisning preget av utforsking og problemløsning ønsker å bidra til at elevene utvikler matematisk forståelse, men begrepet brukes ulikt og det er derfor behov for at denne oppgavens bruk av begrepet blir presentert. Videre presenterer jeg teori knyttet til utforsking og problemløsning. I både læreplanens kjerneelement og deler av faglitteraturen er utforsking og problemløsning knyttet sammen, men i dette teorikapittelet vil jeg først beskrive utforskende matematikk før jeg tar for meg problemløsning. Begrepene presenteres hver for seg for å tydeligere få frem hva begrepene innebærer og for å presentere hvilken forståelse av begrepene denne oppgaven baserer seg på. I tillegg tar kapittelet for seg ulike oppgavetyper som er relevant for arbeid med utforsking og problemløsning. Til slutt viser jeg hvordan det å arbeide med utforsking og problemløsning i matematikk kan plasseres innenfor et sosiokonstruktivistisk læringssyn.

3.1 Tidligere forskning

Lærebøkene som analyseres i denne studien er utgitt i tiknytning til den nye læreplanen som trådte i kraft høsten 2020. Både bøkene og læreplanen er relativt nye, noe som påvirker omfanget av forskning knyttet til utforsking og problemløsning i de nye læreverkene i matematikk. Til tross for dette, er hverken lærebokanalyse eller utforsking og problemløsning ukjente temaer i den matematikkdidaktiske litteraturen.

I denne oppgaven har jeg brukt en del eldre, men fortsatt relevant litteratur knyttet til utforsking og problemløsning. Skovsmoses (2003) tanker om undersøkelseslandskapet er viktig i utviklingen av den utforskende matematikken, mens Borasi (1986), Polya (1981) og Schoenfeld (1992) skriver om problemløsning i matematikk. Det finnes også en del forskning som tar for seg disse temaene i lærebøker. Masteroppgavene til Aaseth (2016), Tredal (2020), Tresvik (2021) og Akselsen & Lund (2021) fokuserer på problemløsning i lærebøker i matematikk. Både Aaseth (2016) og Tredal (2020) undersøker hvilke problemløsningsteknikker og -strategier oppgavene kan løses med. Teknikker og strategier for å løse problemløsningsoppgaver kalles i faglitteraturen for heuristikker (Kongelf, 2017). Tresvik (2021) har på sin side valgt å fokusere på hvilken type oppgaver som brukes i de ulike læreverkene. Akselsen & Lund (2021) ser på hvordan oppgavetekstene i alle oppgavene i bøkenes funksjonskapitler oppfordrer til samarbeid, kommunikasjon, utforsking og problemløsning.

I min studie av utforsking og problemløsning i lærebøker i matematikk for ungdomstrinnet vil jeg undersøke oppgavene i lys av strukturelle kjennetegn på problemløsningsoppgaver. Dette har ikke vært gjort på norske lærebøker, men Xenofontos (2019) har tidligere undersøkt dette i to kypriotiske lærebøker. I sine undersøkelser har Xenofontos (2019) tatt utgangspunkt i et tilpasset analyseverktøy som bygger på Borasi (1986) sine tanker knyttet til problemers strukturelle egenskaper. I denne analysen brukes en tilpasset versjon av Xenofontos' (2019) analyseverktøy. Dette analyseverktøyet blir tydeligere presentert i oppgavens metodekapittel.

3.2 Tradisjonell matematikkundervisning og bruken av lærebøker

Oppgaver har en sentral rolle i matematikkundervisningen, og sammen med lærebøker styrer de mye av undervisningen (Goodchild et al., 2013, Mellin-Olssen, 1991; Wæge, 2007). Mellin-Olssen (1991) kaller undervisning som preges av lærebøker og oppgaver for en oppgavediskurs og han poengterer at oppgavene i matematikk følger et fast mønster, der oppgavene avsluttes med et fasitsvar. Elevenes hastighet i arbeidet med oppgaver er målestokken for elevenes ferdigheter i oppgavediskursen (Mellin-Olssen, 1991). Lærere som underviser innenfor oppgavediskursen er påvirket av ytre faktorer, som læreplaner og eksamen. Særlig er eksamen styrende for undervisningen i oppgaveparadigmet (Mellin-Olssen, 1991).

Skovsmose (2003) kaller undervisning som baserer seg på oppgaveløsning, ofte fra lærebøker, for tradisjonell undervisning. I tillegg til fokus på oppgaver fra lærebøkene, preges undervisningen også av tavleundervisning, der nye temaer presenteres, forklares og gjennomgås nøye før elevene selv skal jobbe med repeterende oppgaver. I tradisjonell matematikkundervisning skal oppgavene som oftest løses med en bestemt metode, og det legges vekt på å komme frem til riktig svar (Skovsmose, 2003). Elever som er deltakere i tradisjonell matematikkundervisning har en forståelse av at matematikkfaget går ut på å huske algoritmer og ulike regneregler (Boaler, 1997). Læreren er dominerende i tradisjonell undervisning og kommunikasjonen preges av at læreren kommer med instrukser og en oppskrift på hvordan oppgavene skal løses. Dette bidrar til at kommunikasjonen består av korte innspill som enten er svaret på en oppgave eller et svar på et ledd i en utregning. Kommunikasjonen inneholder i liten grad elevers innspill og matematiske tanker og det vies lite tid til samtaler, forståelse og undring når hovedmålet er å rekke gjennom alt lærebøkene inneholder (Alrø & Skovsmose, 2004; Mellin-Olssen, 1991).

Jaget med å rekke gjennom lærebøkenes pensum er noe Mellin-Olssen (1991) skriver at lærere i en oppgavediskurs fremhever gjennom å bruke ord som ”gjennomkjøring”, ”kjøre”, ”dose”, ”kapasitet” og ”rase gjennom”, når de beskriver undervisningen og fokuset på oppgaver. Utsagnene ”kjøre” og” gjennomkjøring” vitner om at det er et fokus på innarbeiding og repetering av bestemte metoder frem mot en prøve, test eller eksamen. ”Dose” og ”kapasitet” gir et bilde av at det er snakk om mange oppgaver, og at noen elever takler det bedre enn andre. Utsagnet om å ”rase gjennom” er knyttet til fremgang og ferdigheter, som måles ut i fra hastighet (Mellin-Olssen, 1991).

Skovsmose (2003) ser på tradisjonell undervisning i matematikk som et oppgaveparadigme, og kan sees i sammenheng med Mellin-Olssens (1991) oppgavediskurs. Goodchild et al. (2013) hevder at undervisning der oppgaver brukes for å repetere prosedyrer og som legger vekt på at elevene skal komme frem til riktig svar hindrer elevene i å forstå matematikk og er kritiske til at elever ikke skal utvikle relasjonell forståelse. Dette fokuset ser vi igjen i Mellin-Olsens (1991) artikkel om oppgavediskursen i matematikk. Mellin-Olsen (1991) skriver at oppgavene i elevenes lærebøker er styrende for undervisningen, og samtidig kritiserer han lærebøkene i matematikk for å ikke invitere elevene til selv å tenke og forstå.

3.3 Hva innebærer begrepet matematisk forståelse?

Den tradisjonelle undervisningen har vært brukt for å utvikle elevenes forståelse i matematikk, men høster samtidig kritikk for at elevene ikke utvikler matematisk forståelse av slik undervisning. Forståelse er essensielt i matematikk, men begrepet brukes ulikt i matematikkdidaktikken, og det er derfor viktig at de ulike synene legges frem, og at det blir synlig hvilken tolkning og bruk av begrepet forståelse denne oppgaven tar utgangspunkt i.

Forståelse er et ord som nevnes hyppig i forbindelse med matematikkundervisning, utforsking og problemløsning, men det finnes ulike syn på hva matematisk forståelse innebærer.

Skemp (1976) skriver at det eksisterer to ulike syn på begrepet forståelse i matematikk, og viser til instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse er å forstå hvordan man bruker ulike algoritmer og matematiske regler. Relasjonell forståelse handler om å forstå hvorfor man kan bruke ulike metoder og se sammenhenger mellom ulike matematiske temaer. Selv skriver Skemp (1976) at han ikke anser det å anvende matematiske regler uten å vite hvorfor de fungerer, som matematisk forståelse, men at mange lærere og elever ser på det å beherske matematiske regler og oppnå riktige svar som forståelse.

Ulik oppfatning av matematisk forståelse kan skape utfordringer i et matematikklasserom, for eksempel ved at en elev har et instrumentelt fokus, mens lærer har et relasjonelt fokus. Motsatt, at lærer har instrumentelt fokus, men eleven har relasjonelt fokus, vil også skape misforståelser og utfordringer (Skemp, 1976), noe som ikke er heldig for elevenes utvikling og motivasjon.

I forbindelse med denne oppgavens fokus på lærebøker i matematikk er det også viktig å merke seg at Skemp (1976) skriver at det kan oppstå utfordringer når lærer og tekst, i for eksempel lærebøker, formidler ulik matematisk forståelse. Mange lærere underviser i instrumentell matematikk, og hvis en lærers instrumentelle syn brukes på en utforskende og problemløsende oppgave, vil dette kunne påvirke elevenes læringsutbytte. Skemp (1976) prøver å argumentere for både instrumentell og relasjonell matematikk i sin tekst, for å finne grunnen til at mange lærere underviser med et instrumentelt fokus. Fordelen med instrumentell matematikk er at det er mindre omfattende enn relasjonell matematikk. Å regne ut arealet av et kvadrat ved å bruke regelen om lengde multiplisert med bredde ansees som enkel matematikk. Bruken av slike regler og algoritmer gjør at elever raskt kan komme frem til riktig svar. Det å komme frem til riktig svar på kort tid trekkes frem som positivt, spesielt for elever som trenger følelsen av å mestre matematikk. Instrumentell matematikk gir raskere svar fordi det er mindre kunnskap involvert enn i relasjonell matematikk (Skemp, 1976). Som kontrast til instrumentell matematikk er relasjonell matematikk mer kompleks og går mer i dybden. Fordelene med dette er at en slik forståelse bidrar til at elevene er bedre rustet i møte med nye oppgaver og utfordringer. Arbeid på et dypere plan gjør at man ser sammenhenger og forstår grunnen til at ulike regler og algoritmer fungerer.

Utforskende og problemløsende matematikk gir elever muligheten til å se matematiske sammenhenger på et dypere plan, noe som, ifølge Wæge (2007), også kan gi elevene følelsen av mestring, som igjen gir økt motivasjon og læringslyst. Ved å opparbeide seg en slik sammenhengsforståelse blir relasjonell matematikk på sikt lettere å huske enn den instrumentelle, fordi den instrumentelle krever at man husker en ny metode for hvert steg (Skemp, 1976). Det tar tid å utvikle den dype forståelsen som relasjonell matematikk innebærer, og mange lærere velger derfor vekk relasjonell matematikk for heller å lære elevene de viktigste metodene til eksamen. Til tross for at relasjonell matematikk er både vanskelig og tidkrevende kan den være givende og meningsfylt, og vil kunne være motiverende for elevene og fører til videre interesse og utforskertrang (Skemp, 1976). Relasjonell forståelse sitt fokus på å forstå prosessen og se sammenhenger kan ses i sammenheng med utforsking og problemløsning og ved bruk av begrepet forståelse i denne oppgaven, refereres det derfor til relasjonell forståelse.

3.4 Utforskende matematikk

Motstykket til tradisjonell undervisning og instrumentell forståelse i matematikkfaget er den utforskende undervisningen med vekt på relasjonell forståelse. Det som skiller utforskende undervisning fra tradisjonell undervisning er blant annet at oppgavene inneholder flere muligheter og at det ikke er en jakt på et fasitsvar, men et søk etter forståelse i møtet med matematiske utfordringer og problemer (Skovsmose, 2003; Wæge, 2007). Matematikkundervisningen kan åpnes opp ved at man gir elever oppgaver som har flere ulike svar, som ikke skal løses på en bestemt måte og legge til rette for samarbeid, diskusjon og refleksjon (Mellin-Olssen, 1991). Skovsmoses (2003) undersøkelseslandskap og undersøkende klasserom består inneholder elementer av utforsking og problemløsning, som er med på å utvikle elevenes forståelse (Wæge, 2007). Innholdet i undersøkende undervisning samsvarer med læreplanens kjerneelement utforsking og problemløsning, hvor fokuset på løsningsmetoder og forståelse står sentralt (Kunnskapsdepartementet, 2019). I den nye læreplanen legges det i tillegg vekt på dybdelæring for å utvikle kunnskap og forståelse knyttet til metoder og sammenhenger i fagene og fagområdene, som er et annet fellestrekk mellom den nye læreplanen og undersøkende matematikkundervisning

(Kunnskapsdepartementet, 2017). Undersøkende undervisning er mer omfattende enn den tradisjonelle undervisningen og går i dybden for å utforske ulike muligheter og sammenhenger, som igjen øker elevenes forståelse (Skovsmose, 2003).

3.4.1 Utforskende matematikk i klasserommet

Typisk for utforskende undervisning er at det innledes med en presentasjon av aktiviteten som skal være utgangspunktet for den matematiske virksomheten (Goos, 2004; Sherin, 2002; Stein et al., 2008). Elevene skal være aktive deltakere og elevene må inviteres med inn i det utforskende slik at de ønsker å delta. Det stilles derfor krav til at enten lærer eller lærebok klarer å presentere et tema, en oppgave eller et spørsmål som fanger elevenes interesse slik at de godtar invitasjonen inn i det utforskende (Skovsmose, 2003). Wæge (2007) er også opptatt av at det er elevene som skal utforske matematikken, og at lærer ikke skal legge føringer som ødelegger for elevenes oppdagelser. Utforskende undervisning bør ta utgangspunkt i kontekster som er relevante for elevene, slik at de kan bruke sin egen kunnskap i arbeidet. I tillegg bør det være givende for elevene å arbeide med, samtidig som de har muligheten til å utvikle matematiske begreper, ferdigheter og sammenhengsforståelse (Skovsmose, 1994; Stein et al., 2008; Yackel, 1995). Både lærere og lærebøker har muligheten til å invitere elevene inn i undersøkende undervisning ved å legge vekt på åpne og engasjerende oppgaver som utvikler elevenes kompetanse i utforsking og problemløsning.

Etter en innledning er det vanlig at elevene går i gang med utforsking av den gitte oppgaven eller aktiviteten. Utforskende matematikk kan foregå individuelt eller i små og store grupper. Når elever driver med utforsking i matematikk er både lærerens rolle og aktivitetens innhold viktige aspekter. Lærerens rolle er annerledes i undersøkende undervisning enn i tradisjonell undervisning, blant annet ved å være en støtte for elevene gjennom å stille gode åpne spørsmål og utfordre elevenes tankegang i stedet for å stille lukkede spørsmål og evaluere elevenes svar (Alrø & Skovsmose, 2004; Olafsen & Maugesten, 2015; Yackel, 1995). Det kan være ubehagelig for lærere å ikke ha samme kontroll som man har som lærer i tradisjonell undervisning og lærere må unngå å gi uttrykk for hvilke løsninger og metoder som finnes, fordi for mye hjelp eller avsløringer av metoder og løsninger fratar elevene mulighetene og mestringen det er å utforske og oppdage på egenhånd (Goos, 2004; Niss & Blum, 2020; Yackel, 1995).

Det stilles også krav til læreres matematiske kompetanse i arbeid med utforsking og problemløsning fordi man blant annet må se mulighetene i alle de ulike strategiene, se matematiske sammenhenger og stille gode spørsmål som utfordrer elevene i riktig retning (Niss & Jensen, 2002). Lærers rolle som en veileder fremfor å være en som bare skal instruere, avkrefte eller bekrefte fører til at kommunikasjonsmønsteret innen utforskende undervisning skiller seg fra kommunikasjonen i tradisjonell undervisning (Skovsmose, 2003; Yackel, 1995).

Lærer må også vurdere hvor mye tid det er hensiktsmessig å bruke basert på oppgavens omfang. For lite tid vil hindre elevene i å gå i dybden og de vil ikke ha tid til å utvikle forståelse, men for mye tid kan gjøre at elevenes interesse faller, som igjen vil påvirke læringsutbyttet (Klette, 2013). Dette henger også sammen med aktivitetens innhold. Innen utforskende matematikk er oppgavene eller aktivitetene åpne, slik at elevene må foreta egne undersøkelser for å kunne komme frem til en løsning. De skal selv ha muligheten til å velge metode (Lee, 2006; Schukajlow & Krug, 2014; Skovsmose, 2003; Wæge, 2007; Wæge & Nosrati, 2018). I tillegg til at oppgavene kan løses på flere måter, kan utforskende og problemløsende oppgaver også ha flere mulige svar (Lee, 2006; Wæge & Nosrati, 2018).

Gjennomgangen av ulike metoder og diskusjonen rundt elevenes valg og tanker er vel så viktig som selve aktiviteten i utforskende matematikk (Klette, 2013). Både lærer og elever bidrar aktivt i læringsprosessen gjennom gruppe- og klassesamtaler. I utforskende matematikk er det vekt på de åpne spørsmålene, noe som er med på å få frem forståelse og nysgjerrighet. Goodchild et al. (2013) ønsker at elever i utforskende matematikkundervisning skal utvikle spørrende identiteter som stadig søker etter matematiske sammenhenger i arbeid med utforsking og problemløsning. Ønske om at alle elever skal bidra med sine tanker, strategier og mulige løsninger er med på utformingen av kommunikasjonsformene og de sosiomatematiske normene i et utforskende klasserom (Alrø & Skovsmose, 2004; Yackel & Cobb, 1996).

Spørsmålene som preger den utforskende undervisningen brukes ikke for å jakte på et fasitsvar, men for å identifisere elevenes tanker knyttet til den matematiske aktiviteten eller oppgaven. Ved hjelp av åpne spørsmål om hvordan elevene tenker utfordres elevenes forståelse ved at de ser sammenhenger mellom ulike metoder knyttet til samme problem.

Elevene skal argumentere for sine løsninger, metoder og valg, noe som kan øke elevenes matematiske bevissthet og evne til å formidle sin egen forståelse (Alrø & Skovsmose, 2004). Tradisjonelt sett har lærebøkene ikke lagt vekt på løsningsmetoder og argumentasjon, og det er interessant å se på om de nye læreverkene legger vekt på metodefrihet og det å kommunisere matematikk for å komme frem til en felles forståelse i sine utforskende og problemløsende oppgaver.

3.5 Problemløsning

Problemløsning bygger på utforskende matematikk sine tanker om metodemangfold, flere mulige svar, matematiske diskusjoner og et ønske om relasjonell forståelse. En relevant og interessant diskusjon er diskusjonen om hva et matematisk problem er. I den matematiske faglitteraturen finner vi flere ulike forståelser av et matematisk problem. Xenofontos (2019) skriver at enkelte forskere bruker begrepene problem og oppgave om hverandre, og anser dette som vanlig fordi det ikke eksisterer en klar definisjon av et problem. I denne oppgaven er problemløsning sentralt og jeg vil derfor presentere ulike forståelser av hva et problem kan være, og trekke frem hvilken tolkning av problem lærebokanalysen i dette prosjektet tar utgangspunkt i. I deler av faglitteraturen skilles det også mellom problem og problemløsning, men i denne oppgaven ser jeg på problemløsning som oppgaver eller aktiviteter der et matematisk problem skal løses (Xenofontos, 2019).

3.5.1 Hva er et problem i matematikk?

Enhver oppgave elever møter i skolen, kan ses på som et problem, også rutineoppgavene som preger den tradisjonelle undervisningen (Schoenfeld, 1992). En mer utbredt forståelse av et matematisk problem er at en oppgave er et problem hvis eleven som løser den ikke øyeblikkelig vet hvordan oppgaven skal løses (Kjærnsli et al., 2014; Liljedahl et al., 2016). Hvis eleven forstår hvordan den skal løses, eller får tydelige instrukser om hvordan oppgaven skal løses, er det ikke en problemløsningsoppgave, men en rutineoppgave (Boesen, 2006). En annen forståelse av en problemløsningsoppgave og et matematisk problem vil legge vekt på at løsningsmetoden skal være ukjent for eleven som løser oppgaven. Utfordringen med en slik forståelse i sammenheng med lærebokanalyse, er at det er individuelt hvorvidt elevene forstår eller ikke forstår hvordan de skal komme seg videre i en oppgave, og dermed blir ikke nødvendigvis et problem for enkelte elever et problem for andre elever (Birkeland et al., 2012; Lesh & Zawojewski, 2007; Schoenfeld, 1985).

Schoenfeld (1991) og Borasi (1986) er klar på at et matematisk problem er vanskelig å definere på grunn av individuelle forskjeller blant de som skal løse problemene. På bakgrunn av dette velger begge heller å stille konkrete krav til en problemoppgave enn å gi problemløserne definisjonsmakten. Ved å presentere kjennetegn på problemløsningsoppgaver, kan man definere en oppgave uten å være avhengig av den som løser oppgaven (Xenofontos, 2019). Schoenfeld (1991) skriver at et problem må være lett å forstå, kunne løses på ulike måter, lede til nye problemer og bidra til at matematiske ideer presenteres. Van De Walle et al. (2015) er særlig opptatt av at en problemløsningsoppgave bør kreve begrunnelser og argumentasjon for svar og valg av løsningsstrategi. Ved å kreve begrunnelse og forklaring av løsningsstrategi, gir det elevene muligheter til å forstå meningen med matematikken i tillegg til at det inviterer til diskusjon og samarbeid. Samarbeid om problemløsningsoppgaver er også positivt ved at det gir et større mangfold av strategier og elevene må tenke kritisk og se sammenhenger for å komme frem til hvilken strategi som er mest gunstig i møte med det aktuelle problemet (Valenta, 2016). Til tross for ulike tolkninger av et matematisk problem, er det mer enighet knyttet til formålet med problemløsning i matematikkundervisningen. Problemløsning handler i bunn og grunn om å finne løsninger, men prosessen mot løsningene er essensen av problemløsning i undervisningssammenheng (Polya, 1981; Schoenfeld, 1992). For å komme frem til en løsning må elevene utforske mulige mønstre gjennom kritisk tenkning for å få muligheten til å forstå matematikken på en meningsfull måte (Schoenfeld, 1992).

Å bruke en definisjon av problemløsning som baserer seg på problemløserens oppfatning av oppgaven er utfordrende i forbindelse med lærebokanalyse. Jeg ønsker derfor å vurdere oppgavene basert på strukturelle egenskaper og ser på problemløsende oppgaver som oppgaver som er åpne slik at den som skal løse de selv må komme frem til en hensiktsmessig metode for å løse oppgaven. Denne tolkningen brukes i oppgaven og er inspirert av Polya (1981) sine tanker om at et virkelig problem har flere løsningsmuligheter og at disse løsningsmulighetene ikke er en eksisterende algoritme. For å kunne undersøke problemløsningsoppgavers strukturelle egenskaper tar jeg i denne oppgaven utgangspunkt i det lærebøkene og deres forfattere anser som problemløsningsoppgaver. Grunnen til dette er at jeg ønsker å undersøke læreverkenes forståelse av utforsking og problemløsning, og utvelgelsen av oppgaver kan da ikke være preget av mine egne tolkninger.

3.5.2 Problemløsning i undervisning

Skolen skal legge til rette for at elever lærer å tenke kritisk, ta selvstendige valg og utøve god dømmekraft i møte med nye situasjoner gjennom livet (Kunnskapsdepartementet, 2017). Pehkonen (2013) skriver at matematikkfaget bør inneholde problemløsning og tenking for at elever skal få muligheten til å utvikle disse ferdighetene som gjør dem bedre rustet i møte med utfordringer de vil møte i både livet og samfunnet. Lærebøker er ikke det eneste som kan hjelpe elever med å utvikle problemløsningskompetanse. I tillegg til lærerens rolle er klassemiljø svært viktig for å kunne utvikle denne kompetansen. Læreren må bygge opp et klassemiljø som verdsetter problemløsning gjennom å snakke, lytte, samarbeide, prøve, feile og fokusere på strategier fremfor svar (Mason & Davis, 1991). Det er viktig at elevene får lov til å utforske på egenhånd og selv finne ut av hvordan problemet kan løses. Elevene lærer ikke problemløsning hvis de må løse et problem ved hjelp av forhåndsbestemte metoder. Undervisning preget av problemløsning bør inneholde problemløsningsheuristikker og gi elevene frihet til å selv komme frem til egnet løsningsmetode (Mason & Davis, 1991; Polya, 2013). Det blir interessant å se hvordan lærebøkene tar stilling til viktigheten av metodefrihet i forbindelse med problemløsning, spesielt siden lærebøker har sterk tilknytning til tradisjonell undervisning der metoden er forhåndsbestemt og skal øves inn.

Både strategier og metoder er sentralt i problemløsning i matematikkundervisningen. Ved å øve, diskutere og utforske kan elever tilegne seg problemløsningsferdigheter de kan bruke videre i livet. Polya (1990) er også opptatt av strategier og av hvordan man bør gå frem i forbindelse med problemløsning, og presenterer fire steg i prosessen. Første steg er å forstå problemet. Steg to er å lage en plan. Det tredje steget er å utføre planen og det fjerde steget er å se tilbake på det som er gjort. De fire stegene anser Polya (1990) som en generell fremgangsmåte i møte med et problem. I tillegg til disse stegene kan man benytte seg av ulike teknikker eller heuristikker, som for eksempel å lage en tabell, se problemet fra en annen side eller se etter et mønster (Polya, 1990). Det er viktig for elevers utvikling av problemløsningskompetanse at det undervises i og øves på å bruke slike heuristikker (Kongelf, 2019). Begrepene strategi og metode brukes av noen om hverandre mens andre bruker begrepet strategi for heuristikk, og metode for å beskrive selve løsningen. I denne oppgaven brukes ordet heuristikk i forbindelse med problemløsningsteknikker som å tegne eller å bruke digitale hjelpemidler, mens både strategi og metode brukes i forbindelse med mulige løsninger på problemløsningsoppgaver.

3.6 Oppgavetyper som støtter utforsking og problemløsning

Innen undervisning i utforsking og problemløsning kan det brukes mange ulike oppgaver, men felles for dem er at de bør være av problemløsende art for at elevene skal ha best mulig utbytte av å jobbe med dem. I dette delkapittelet vil jeg kort presentere oppgavetyper som kan karakteriseres som utforskings- og problemløsningsoppgaver.

3.6.1 Åpne oppgaver

Skolematematikken er preget av oppgaver. Det er derfor relevant å undersøke hvilke typer oppgaver lærebøkene består av. Det finnes mange ulike måter å kategorisere oppgaver på, åpne og lukkede oppgaver er en av disse. En lukket oppgave er en oppgave som er enkelt presentert med tydelige forventninger til fremgangsmåter og som kun har ett riktig svar. Slike oppgaver har historisk sett preget lærebøkene, og er brukt for å utvikle prosedyreferdigheter og instrumentell forståelse i matematikk. Åpne oppgaver er motsatsen til lukkede oppgaver. Oppgaven presenteres slik at mottaker oppfatter det som en oppgave med flere muligheter. Åpne oppgaver inviterer til flere ulike løsningsmetoder, og gjerne flere mulige svar også (Hana, 2013; Yeo, 2017).

3.6.2 Kognitivt krevende oppgaver

Om en oppgave er åpen eller lukket sier ikke nødvendigvis noe om hvor god eller utfordrende en oppgave er. Lukkede oppgaver kan både være matematisk krevende eller lite utfordrende for elever på ungdomstrinnet. Tilsvarende kan også åpne oppgaver være både lette og vanskelige for ungdomsskoleelever. Det er relevant å finne ut om en oppgave er kognitivt krevende for å vite hvor stort læringsutbytte elevene vil få av å jobbe med den aktuelle oppgaven. Elevenes matematiske forståelse og motivasjon vil øke ved å arbeide med kognitivt krevende oppgaver (Tresvik, 2021; Wæge & Nosrati, 2018). Kognitivt krevende oppgaver ønsker å styrke elevenes relasjonelle forståelse i matematikkfaget, og etterspør derfor mer enn kun algoritmekompetanse. I tillegg er de kognitivt krevende oppgavene ikke for veiledende, slik at elevene selv må ta valg i prosessen. Dette stiller også krav til lærerens rolle som veileder underveis i arbeidet med oppgaven. Gir læreren for mye støtte vil den relasjonelle kompetansen kunne svekkes og diskusjonen i etterkant blir mindre interessant fordi elevene har fått for mye hjelp og løsningene vil bli likere. Læreren har en viktig rolle som strategisk inngriper, ved å blant annet presisere at elevene står fritt til å velge metoder og at det er ulike veier til en løsning eller et svar (Wæge & Nosrati, 2018).

3.6.3 Undersøkelseslandskap

Det tradisjonelle oppgaveparadigmet er preget av tydelige rammer og forventninger til elevene. Å bevege seg ut av det paradigmet og over i et undersøkelseslandskap kan være vanskelig, men tanken bak undersøkelseslandskapet er at det skal være spennende og relevant for elevene å drive undersøkende virksomhet. Ifølge Skovsmose (2003) handler undersøkelseslandskapet om å stille undrende spørsmål. Elevene inviteres til å finne de bakenforliggende faktorene og til å tenke kritisk. Ifølge Skovsmose (2003) styres ikke oppgavene av jakten på riktig svar og det finnes mange mulige løsninger som elevene selv avgjør hvordan de kommer frem til.

3.6.4 LIST oppgaver

LIST oppgaver kjennetegnes av at de har lav inngangsterskel og stor takhøyde. Det vil si at det er åpne oppgaver som alle elever har mulighet til å jobbe med. Den lave inngangsterskelen krever ikke at elevene innehar et bestemt matematisk nivå for å kunne gå i gang med oppgaven. LIST oppgavene har ikke en bestemt måte oppgaven må løses på, noe som også gjør den tilgjengelig for alle elever. Dette henger også sammen med den store takhøyden som kjennetegner LIST oppgaver. Mange mulige løsningsmetoder og løsninger gjør at oppgavene rommer mye og dermed også kan være kognitivt krevende for alle elever (Wæge & Nosrati, 2018). Det er tre hovedkriterier for at oppgaver skal kategoriseres som LIST oppgaver. Det første er at alle elever kan arbeide med oppgaven på sitt nivå, samtidig som oppgaven inviterer alle elevene inn i klasseromsdiskusjonen og klassefellesskapet. Denne kombinasjonen av individuelt tilpasset oppgave og oppgave som legger til rette for samarbeid er sentralt for en LIST oppgave. Det andre kjennetegnet er at oppgaven er laget slik at elevene har mulighet til å vise hva de kan i stedet for at oppgaven er laget for å få frem hva elevene ikke kan. Det siste kjennetegnet er at oppgavene ikke er krevende fordi de inneholder mye informasjon, men fordi de er åpne og motiverer elevene til å tenke sofistikert (Wæge & Nosrati, 2018).

3.6.5 Convergent–Divergent oppgaver

Convergent–Divergent er oppgaver med flere muligheter. De kan være innsnevret i starten for så å ha en åpen løsning, de kan ha en åpen start med en mer lukket løsning eller de kan ha både åpen start og løsning. Slike oppgaver har mye av de samme egenskapene som LIST oppgaver ved at de har flere ulike løsningsmetoder og kan ha ulike svar. Dette gjør oppgavene egnet til utforsking og problemløsning, i tillegg til at de fungerer som en invitasjon til samtale om oppgaven fordi den rommer flere muligheter og elevene kan begrunne sine valg og diskutere de ulike løsningene og metodene (Foster, 2015; Pehkonen 1997).

3.7 Læringssyn i utforskende og problemløsende matematikkundervisning

Læreplanen i matematikk legger vekt på at utforsking og problemløsning skal bidra til at elevene blir mer bevisst på egen læring gjennom både selvstendig arbeid og samarbeid. Læreplanen fremhever også at elevene skal diskutere seg frem til en felles forståelse i utforskende og problemløsende arbeid (Kunnskapsdepartementet, 2019). Læringssynet i forbindelse med utforsking og problemløsning kan knyttes til Vygotsky, Glasersfeld, Cobb og Piaget, som alle er kjente navn innen pedagogikk og matematikkdidaktikk (Skott et al., 2019).

3.7.1 Konstruktivisme som utgangspunkt

Glasersfeld og Piaget knyttes til konstruktivismen og til en forståelse av individets kognitive utvikling gjennom assimilasjon og akkomodasjon (Imsen, 2020; Skott et al., 2019; Wittek & Brandmo, 2021). I undervisningssammenheng oppstår assimilasjon og akkomodasjon når elever møter det ukjente. Assimilasjon skjer ved at man møter det ukjente med det som allerede er kjent og dermed tolker man situasjonen basert på allerede eksisterende skjemaer (Imsen, 2020; Skott et al., 2019; Wittek & Brandmo, 2021). Hvis elever ikke klarer å benytte sine etablerte skjemaer, utfordres elevene til å utvikle og endre sine oppfatninger, og dermed oppstår læring. En slik endring av etablerte mentale skjemaer kalles for akkomodasjon. Assimilasjon og akkomodasjon er komplementære prosesser som bidrar til kognitiv utvikling (Imsen, 2020; Skott et al., 2019; Wittek & Brandmo, 2021). I undervisning preget av utforsking og problemløsning stilles elevene overfor utfordringer de ikke umiddelbart kan bruke etablerte mentale skjemaer for å løse og det er viktig å eksponere elevene for slike situasjoner for at læring skal skje, og både lærer og lærebøker kan bidra til dette. Elevene må selv utforske ulike strategier og gjerne kommunisere med medelever for å akkomodere.

Kommunikasjon og samhandling er viktig for å etablere ny kunnskap, også i konstruktivismen (Skott et al., 2019).

3.7.2 Sosiokulturelt perspektiv som utgangspunkt

Vygotsky (1978) er på sin side opptatt av at læring skjer gjennom deltakelse i sosiale fellesskap, og språk og interaksjon har en sentral rolle her. Den proksimale utviklingssonen og stillasbygging er begreper som forbindes med Vygotskys pedagogiske tenkning. Ifølge Vygotsky (1978) oppstår læring i et sosialt samspill, der man er avhengig av hverandre. For å beskrive verdien av sosialt samspill brukes den proksimale utviklingssonen. Det er en beskrivelse av hvor mye mer en elev kan klare med veiledning. Alle elever har en grense for hvor mye de klarer på egenhånd, men ved å kommunisere med andre som for eksempel medelever eller lærer vil elever utvide grensen for hva de klarer. Den proksimale utviklingssonen er dermed spennet mellom elevenes aktuelle og potensielle utviklingsnivå (Imsen, 2020; Skott et al., 2019; Wittek, 2021). Begrepet stillasbygging refererer til lærerens støtte i den proksimale utviklingssonen (Goos, 2004). Som lærer er det derfor viktig å veilede elevene best mulig slik at den proksimale utviklingssonen kan utvides mest mulig. Ved å motta støtte fra lærer og samarbeide med medelever vil elever kunne få til oppgaver og se sammenhenger som de ikke ville klart på egenhånd (Säljö, 2001). På en annen side er det viktig å ikke hjelpe for mye, slik at man ødelegger for elevenes refleksjon, noe som vil hindre elevene i å anvende matematikken selv (Yackel, 1995). Både lærere og lærebøker kan bidra til at elever lærer gjennom samhandling med hverandre ved å blant annet stille gode spørsmål som bidrar til refleksjon og diskusjon, i tillegg til å oppfordre til samarbeid og samtale. Gjennom å invitere elevene med i undersøkende undervisning, stille gode spørsmål og oppfordre til dialog kan lærer, lærebok og medelever fungere som et stillas som støtter opp under elevenes utvikling av matematisk forståelse (Imsen, 2020; Säljö, 2001).

3.7.3 Utforsking og problemløsning i et sosiokonstruktivistisk perspektiv

I skolen legges det stor vekt på å forstå hvordan hver enkelt elev tenker og hvordan de utvikler metoder og forstår faglige begreper. I tillegg verdsettes også de sosiale aspektene i matematikklasserommet høyt gjennom fokus på samarbeid og kommunikasjon (Skott et al., 2019). I undersøkende og problemløsende virksomhet skaper elevene kunnskapen gjennom aktivitet, samarbeid og selvstendig arbeid. Piagets og Glasersfelds konstruktivistiske perspektiv og Vygotskys sosiokulturelle perspektiv er komplementære og i forbindelse med utforsking og problemløsning i matematikkundervisningen inkluderes begge perspektivene (Skott et al., 2019; Wæge, 2007). Sosialkonstruktivismen, som er utviklet av Paul Cobb, omfavner begge perspektivene og ser de som nødvendige for å kunne analysere hva som skjer i matematikkundervisningen. Cobb oppdaget at det konstruktivistiske læringssynet ikke var tilstrekkelig i en vanlig klasseromssituasjon der det sosiale aspektet i stor grad kan påvirke elevenes konstruksjon og utvikling av faglige begreper og sammenhenger i matematikk. For å få et riktig bilde av hva som skjer i et matematikklasserom er det viktig å ta stilling til både det sosiale og det psykologiske perspektivet (Skott et al., 2019). I et klasserom preget av utforsking og problemløsning er elevene aktive deltakere i læringsprosessen og konstruerer sin egen kunnskap, og alle elevene er avhengige av medelever de kan samarbeide med og at læreren stiller spørsmål og kommer med innspill som utfordrer elevene for at læring skal skje (Skott et al., 2019; Wæge, 2007). Videre i denne oppgaven brukes det sosiokonstruktivistiske læringssynet som utgangspunkt for hvordan matematikkundervisning preget av utforsking og problemløsning legger vekt på både individuelle prosesser, læring og samhandling.

Lærebøker kan presentere problemløsningsoppgaver og situasjoner som er ukjent for elevene og dermed bidra til at de må utvikle sin eksiterende forståelse. I tillegg kan lærebøkene stille gode spørsmål og oppfordre til samarbeid og klassediskusjon rundt oppgavene slik at elevene har mulighet til å utvikle seg gjennom å være en del av et sosialt fellesskap som det klassen er (Skott et al., 2019). En lærebok kan ikke erstatte en lærer, men kan motivere og inspirere både elever og lærere til å ta del i utforskende og problemløsende matematikk. De sosiale og sosiomatematiske normene, altså normer og forventninger til hvordan man skal fremstå og hvordan man skal drive matematisk arbeid i en klasse, har også betydning for elevenes læring (Skott et al., 2019). Det å legge vekt på strategier, fremgangsmåter, samarbeid og dialogisk kommunikasjon er eksempler på sosiomatematiske normer som er sentrale i et klasserom preget av utforsking og problemløsning. Læreplanen i matematikk ønsker en slik tilnærming til matematikk og det vil være naturlig å forvente at nye lærebøker, laget i forbindelse med ny læreplan, støtter dette synet på matematikk og matematikkundervisning (Kunnskapsdepartementet, 2019).

4 Metode

I denne oppgaven analyserer jeg et utvalg lærebøker for ungdomstrinnet og ser disse i lys av nåværende læreplans kjerneelement utforsking og problemløsning. I dette kapittelet skal jeg legge frem og forklare metoden jeg har benyttet meg av for å komme nærmere et svar på prosjektets problemstilling. Metoden beskriver hvilke valg jeg har gjort underveis med mål om å få et mest mulig presist svar på problemstillingen (Dalland & Keeping, 2020).

4.1 Innholdsanalyse av lærebøker

I oppgaven analyserer jeg tre læreverk for ungdomstrinnet inspirert av et analyseverktøy utviklet av Xenofontos (2019) med utgangspunkt i Borasis (1986) fremstilling av oppgavespesifikke kjennetegn. Læreverkene som ligger til grunn for analysen er utgitt på tre ulike forlag, og hvert forlag er representert med tre bøker hver, én bok for hvert av de tre trinnene på ungdomsskolen. Lærebøkene som blir analysert ses på som dokumenter, og for å kunne svare på problemstillingen har jeg derfor gjennomført en innholdsanalyse av disse dokumentene (Christoffersen & Johannesen, 2012). Innholdet i læreverkene blir bearbeidet og systematisk kategorisert for å skape et datagrunnlag for analysen. Fokuset på dokumentenes innhold og kategoriseringen av innholdet, gjør at metoden karakteriseres som innholdsanalyse (Grønmo, 2016).

Det finnes ulike former for lærebokanalyse, avhengig av formålet med studiene. Enkelte studier ønsker å se på hvordan lærebøker benyttes i skolen, mens andre studier fokuserer på selve læreboken (Rezat & Strässer, 2017). I denne oppgaven ser jeg kun på bøkene og deres innhold, og analysen ses på som summativ innholdsanalyse ved at den ser på hvor ofte og i hvilken betydning ord eller innhold forekommer (Fauskanger & Mosvold, 2015). Analysen tar utgangspunkt i analyseverktøyet som Xenofontos (2019) har utviklet. Hensikten med en slik kategorisering er å få en oversikt over hvor mange oppgaver i bøkene som legger til rette for at skolen og læreren kan drive matematikkundervisning i tråd med læreplanens kjerneelement utforsking og problemløsning (Kunnskapsdepartementet, 2019). I tillegg brukes de oppgavespesifikke kjennetegnene til å vurdere hvilken forståelse av utforsking og problemløsning nye læreverk formidler. En slik kategorisering og opptelling kan vitne om en kvantitativ tilnærming fordi analysen er en systematisk gjennomgang av innholdet og registrering av resultatet ut ifra bestemte kategorier som er aktuelle for den gitte problemstillingen (Grønmo, 2016). Selv om min kategorisering og registrering er preget av kvantitativ metode er det ikke nødvendigvis svarthvitt innen forskning når det kommer til kvantitativ og kvalitativ metode, for forskning kan inneholde elementer fra begge metodene i samme undersøkelse (Christoffersen & Johannesen, 2012; Grønmo, 2016). Videre i min analyse blir det kvalitative fokuset tydeligere ved at jeg tolker oppgavene og annen tekst i læreverkene for best mulig å kunne svare på problemstillingen. Min rolle som forsker bidrar også til at innholdsanalysen har en kvalitativ karakter. Det er mine valg og min tolkning av oppgavene som er hovedinstrumentet i denne datainnsamlingen og videre analyse (Krumsvik et al., 2019). Jeg ønsker å gjøre en kvalitativ og ikke en kvantitativ innholdsanalyse fordi det kan gi meg større mulighet til å bruke mer tid på hvert læreverk, noe som igjen vil gi meg et mer helhetlig inntrykk av bøkene og hvordan de fokuserer på utforsking og problemløsning (Krumsvik et al., 2019).

4.2 Utvalg av lærebøker

Jeg ønsker å utføre en lærebokanalyse fordi lærebøker har vært mye brukt i norsk skole opp gjennom historien, og den dag i dag er det fortsatt mange lærere som aktivt bruker lærebøker i undervisningen (Gilje et al., 2016). Lærebøker kan brukes som en ekstra ressurs for å styrke undervisningen, for å lette på arbeidsmengden, eller også fordi læreren mangler faglig kunnskap til å gjennomføre god undervisning. I 2000 ble ordningen med offentlig godkjenning av lærebøker avskaffet, noe som betyr at hvem som helst kan skrive og publisere lærebøker (NOU 2014: 7). Dette har også ført til at det hviler mer ansvar på skoleledelse og lærere når de skal vurdere hvilke lærebøker som skal brukes i undervisningen. Denne situasjonen gjør kanskje lærebokanalyser enda mer aktuell enn tidligere. Lærebøkene vil ikke gi oss et svar på hvordan matematikkundervisning med fokus på utforsking og problemløsning skjer, men de kan gi oss en pekepinn på hva som er fokusområdene i norsk skole. Man kan se på lærebøker som en tolkning av læreplanene og det som presenteres som formålet med matematikkopplæringen der. Det vil derfor være interessant å se hvordan lærebøker på ungdomstrinnet legger til rette for utforsking og problemløsning og hvilken rolle de ønsker at elevene skal ha i undervisningen. Ønsket med undersøkelsen er å få et inntrykk av hvordan lærebøker legger til rette for utforsking og problemløsning på ungdomstrinnet.

Fra tidligere av, har grunnskoleeksamen i matematikk vært styrende for mye av undervisningen, og muligens også preget lærebøkenes utforming og innhold. Fra egen skolegang og praksis har jeg erfart at lærebøker med tilhørende oppgaver har blitt benyttet som repetisjon og utvikling av instrumentelle ferdigheter. Den nye læreplanens kjerneelement kommer i konflikt med den tradisjonelle undervisningens bruk av lærebøker, noe jeg synes er en interessant tematikk. Ungdomstrinnet har en tenkt progresjon gjennom de tre årene, og jeg tenker det er interessant å se de tre årene ungdomstrinnet dekker som en helhet for å kunne se likheter og forskjeller i måten utforsking og problemløsning inkluderes. Min analyse inkluderer derfor tre forlag sine bøker for alle tre ungdomsskoletrinnene. Læreverkene som analyseres er strategisk utvalgt med tanke på den nye læreplanen (Thagaard, 2018). Kjerneelementet utforsking og problemløsning er nytt i forbindelse med den nye læreplanen og lærebøkene som er valgt ut til analysen er derfor utgitt til den nye læreplanen som ble tatt i bruk høsten 2020. Forlagene skriver selv at bøkene er tilpasset den nye læreplanen og inneholder utforsking og problemløsning (Aschehoug, 2021; Cappelen Damm, u. å.; Gyldendal, u. å.). Lærebøkene analysen tar utgangspunkt i er:

Forlag	**Lærebøker 8.-10. trinn**
Cappelen Damm	*Matematikk 8* *Matematikk 8* *Matematikk 10*
Gyldendal	*Maximum 8* *Maximum 9* *Maximum 10*
Aschehoug undervisning	*Matemagisk 8* *Matemagisk 9* *Matemagisk 10*

Tabell 1: Oversikt over utvalgte lærebøker

4.2.1 *Matematikk 8-10*

Lærebøkene *Matematikk 8-10* er alle laget til fagfornyelsen. *Matematikk 8* og *9* er utgitt i 2020, mens *Matematikk 10* kom ut i 2021. Alle de tre bøkene er skrevet av Espen Hjardar og Jan-Erik Pedersen. Hjardar jobber som matematikklærer på ungdomstrinnet, mens Pedersen tidligere har jobbet som både lærer og skoleleder på ungdomstrinnet (Cappelen Damm, u. å.). Lærebøkene bygger videre på *Faktor 8-10*, som var Cappelen Damms matematikkbøker for ungdomstrinnet i tilknytning til den forrige læreplanen, LK06. Ifølge forlaget (Cappelen Damm, u. å.) er alle kjerneelementene inkludert gjennom alle kapitlene, og bøkene er strukturert etter kjerneelementet matematiske kunnskapsområder. I tillegg tar bøkene kjerneelementene på alvor og legger til rette for at elevene kan utvikle sin matematiske forståelse gjennom blant annet utforskning og problemløsning. Læreverket støtter opp under kritisk tenkning og vil gi elever mulighet til å resonnere og argumentere for sine valg (Cappelen Damm, u. å.).

4.2.2 *Maximum 8-10*

I denne analysen brukes 2. utgave av bøkene *Maximum 8-10*. *Maximum 8* ble utgitt i 2020, og *Maximum 9* og *10* ble gitt ut i 2021, alle i tilknytning til den nye læreplanen. Den første utgaven av *Maximum 8-10* ble utgitt i 2013 og er laget til LK06. Bøkene *Maximum 8* og *9* er skrevet av Bjørnar Alseth, Linda Wibecke Tangen Bråthe, Ingvill Merete Stedøy, Janneke Tangen og Grete Normann Tofteberg. *Maximum 10* er skrevet av Bråthe, Stedøy, Tofteberg og Tangen. Alseth har bakgrunn fra lærerutdanningen og har skrevet doktorgrad om barns læring av matematikk. Bråthe og Tofteberg har tidligere jobbet som lærere på ungdomstrinnet. Stedøy jobber nå ved Matematikksenteret og har undervist på både ungdomstrinnet og videregående. Tangen har undervist på både ungdomstrinnet og på høyere utdanning (Gyldendal, u. å.). Forlaget (Gyldendal, u. å.) fronter selv Maximum som et læreverk bestående av praktisk, utforskende og problemløsende matematikk. Videre legges det vekt på at oppgavene i lærebøkene er åpne, rike og har lav inngangsterskel. I tillegg legges det opp til at elevene skal oppdage, utforske og forstå matematikken sammen gjennom dybdelæring. Forlaget presiserer også at de har fokus på å formidle relasjonell forståelse i matematikk (Gyldendal, u. å.).

4.2.3 *Matemagisk 8-10*

Den siste serien av lærebøker jeg har inkludert i denne analysen er *Matemagisk 8-10*. *Matemagisk 8* og *9* er utgitt i 2020, mens *Matemagisk 10* er gitt ut i 2021. Alle bøkene er laget til den nye læreplanen og er skrevet av Asbjørn Lerø Kongsnes og Anne Karin Wallace. Både Kongsnes og Wallace jobber i skolen. Kongsnes er lærer på ungdomstrinnet, mens Wallace er lektor på videregående skole (Aschehoug, 2021). I *Matemagisk* er utforsking og diskusjon sentralt. Bøkene inneholder snakke matte-oppgaver som gir elevene mulighet til å formulere matematikk muntlig med medelever og i plenum. Dette bidrar til at elevene får øvd på å resonnere og argumentere, noe som er sentralt i forbindelse med utforsking og problemløsning (Aschehoug, 2021). Forlaget (Aschehoug, 2021) skriver også at *Matemagisk* inneholder utforskende aktiviteter og problemløsning, som er i tråd med læreplanen.

4.3 Avgrensninger av utvalget

Med hensyn til både oppgavens omfang og kvaliteten på analysen har jeg valgt å basere analysen på et utvalg av oppgaver. Oppgavene som blir analysert er oppgaver som eksplisitt fremmes som problemløsningsoppgaver i lærebøkene eller av lærebøkenes forfattere. Dette har sammenheng med diskusjonen om definisjonen av problemløsningsoppgaver. I en ren lærebokanalyse som denne er det vanskelig å ta utgangspunkt i om elever ser på de aktuelle oppgavene som problemløsende eller ikke. Mine tolkninger av om oppgavene er av problemløsende art ville vært styrende for analysen og hadde svekket analysens kvalitet. På bakgrunn av dette ser jeg det som hensiktsmessig å avgrense utvalget til å bestå av oppgaver lærebøkene og deres forfattere selv anser som problemløsende.

Alle de tre *Matematikk*- bøkene inneholder oppgaver som eksplisitt presenteres som utforsking og problemløsning i bøkene. Disse er inkludert i analysen. I tillegg er oppgavene fra underkapittelet "utforsking og problemløsning" fra *Maximum 10* inkludert. I *Maximum 8*, *Maximum 9* og de tre bøkene fra *Matemagisk* er det ingen oppgaver som eksplisitt presenteres som problemløsningsoppgaver. Hensikten med undersøkelsen er at oppgavene skal vise læreverkenes forståelse av utforsking og problemløsning og hvordan de legger til rette for dette. For å ikke ødelegge dette ved å velge ut oppgaver basert på mine tolkninger som forsker tok jeg kontakt med lærebøkenes forfattere og forhørte meg om de hadde mulighet til å velge ut eksempler på problemløsningsoppgaver i de aktuelle lærebøkene (*Matemagisk* 8-10 og *Maximum* 8-9). Lærebokforfatterne var behjelpelige og sendte meg et utvalg oppgaver de anså som problemløsningsoppgaver (A. L. Kongsnes, 8. april, 2022, personlig kommunikasjon; J. Tangen, 12. april, 2022, personlig kommunikasjon). Dette har gitt meg en unik mulighet til å undersøke hvilken forståelse av utforsking og problemløsning lærebøkene tar utgangspunkt i. De vedlagte analyseskjemaene viser de aktuelle oppgavene, og bidrar til åpen og tilgjengelig forskning (Grønmo, 2016).

4.4 Kildekritiske vurderinger av lærebøkene som analyseenheter

Lærebøkenes tilgjengelighet, relevans, autentisitet og troverdighet er fire aspekter som bør vurderes i forbindelse med dokumentanalyser for å sikre at det utøves god forskningsetikk (Grønmo, 2016).

Dokumentenes tilgjengelighet handler om hvem som har tilgang på dokumentene og hvordan. Lærebøkene i denne analysen er alle publisert i forbindelse med den nye læreplanen og er mulig å kjøpe hos bokhandlere, direkte fra forlag eller lånt på en rekke forskningsbiblioteker, noe som styrker bøkenes tilgjengelighet.

Videre er dokumentenes relevans viktig. Problemstillingen i denne studien rettes spesifikt mot lærebøker i matematikk på ungdomstrinnet. Alle de ni bøkene som er inkludert i analysen er utgitt som matematikkbøker for 8.-10.trinn, og dokumentene er derfor relevante for studien.

De to siste momentene er dokumentenes autentisitet og troverdighet. Autentisitet vurderes for å avgjøre om de aktuelle dokumentene er originale utgaver eller forfalskninger. Bøkenes troverdighet avhenger av om de er endret eller ikke. Bøkene som brukes i analysen har jeg fått tilgang til på to ulike måter. Tre av bøkene er lånt på OsloMet sitt eget bibliotek, mens de seks resterende bøkene har jeg fått digital tilgang til via forlagenes nettsider. De tre bøkene jeg har lånt er intakte og fremstår som originale, og er av nyeste utgave. I tillegg er de kjøpt inn av universitetets bibliotek og jeg anser det som lite sannsynlig at bøkene er falske. De seks bøkene jeg har hatt digital tilgang til har jeg heller ingen mistanke om at er falske utgaver siden tilgangen er via forlagenes hjemmesider. På bakgrunn av dette konkluderer jeg med at bøkene er autentiske og troverdige.

4.5 Undersøkelsens reliabilitet og validitet

Når man vurderer hvor troverdig selve undersøkelsen er for studiens gitte problemstilling, er reliabilitet et sentralt ord. Reliabilitet viser om det er mulig å etterprøve metoden og få tilsvarende svar på analysen (Bratberg, 2021). Denne oppgaven baserer seg på en kvalitativ analyse. Fordelen med en kvalitativ analyse av lærebøker er at metoden er enkel å etterprøve fordi andre kan oppsøke de samme kildene som jeg har benyttet, og dette vil styrke analysens reliabilitet. Lærebøkene er trykket og publisert, noe som gjør at mine kilder ikke påvirkes av datainnsamlingen (Grønmo, 2016). Styrken ved kvalitative analyser er som sagt at de er mulig å etterprøve, mens svakhetene er at resultatene av analysen er preget av forskerens tolkninger. Min tolkning av oppgavene i lærebøkene kan være forskjellig fra andres tolkning. Ved at jeg kun tar utgangspunkt i oppgaver lærebøkene eller forfatterne anser som problemløsningsoppgaver reduseres risikoen for at mine tolkninger som forsker påvirker resultatet. For å redusere denne svakheten ytterligere er det viktig med gode kategorier og beskrivelser av hva jeg vurderer og hvilken forståelse av begrepene utforsking og problemløsning jeg tar utgangspunkt i, slik at lesere av analysen har mulighet til å kunne forstå mine tolkninger. Under datainnsamling har jeg brukt et analyseverktøy inspirert av Xenofontos (2019) for å tydeliggjøre hvilke strukturelle trekk som preger utforsking- og problemløsningsoppgaver i norske lærebøker for ungdomstrinnet. Bruk av bilder for å vise eksempler av ulike oppgaver kan også være relevant for å gjøre mine tolkinger forståelige og observasjonene etterprøvbare (Krogtoft & Sjøvoll, 2018). Det at lærebøkene er publisert og tilgjengelig for alle, i tillegg til at jeg begrunner mine valg og tolkninger er med på å styrke denne analysens reliabilitet.

I tillegg til reliabilitet, brukes validitet som et kvalitetskrav for å sjekke hvor gyldig analysen er. Dette vil blant annet påvirkes av hvor mange lærebøker jeg analyserer. Analyserer jeg kun ett læreverk, vil analysen i denne oppgaven svekkes. Ideelt sett bør jeg analysere alle lærebøker som brukes på ungdomstrinnet i Norge, men tidsrammen for oppgavearbeidet og oppgavens omfang kan gjøre det vanskelig, men ikke umulig, å skulle få til en heldekkende analyse av samtlige norske lærebøker, både digitale og fysiske, for elever på ungdomstrinnet. Siden de nye læreplanene ikke har vært i bruk så veldig lenge, er det ikke nødvendigvis så mange lærebøker å analysere. Jeg kunne ha analysert få bøker for å få en enda mer utdypende analyse, men jeg synes det har vært hensiktsmessig å analysere flere bøker for å få frem en mest mulig generell representasjon av norske lærebøker i matematikk for ungdomstrinnet. Utvalget i analysen inkluderer tre ulike læreverks dekning av alle tre ungdomstrinnene. Disse bøkene utgjør en stor del av publiserte læreverk i matematikk for ungdomstrinnet, noe som er med på å styrke analysens validitet. Analysen tar kun utgangspunkt i oppgaver læreverkene og lærebokforfatterne selv fronter som utforskende og problemløsende, for å skape et best mulig inntrykk av lærebøkenes forståelse av disse begrepene. Ulempen med dette er at det sannsynligvis er flere oppgaver i lærebøkene som er av utforskende og problemløsende art, som ikke frontes som dette, og dermed ikke vil bli en del av analysen. Hvis alle oppgaver skulle blitt gjennomgått og tolket, ville omfanget av analysen blitt vesentlig større og antall lærebøker i analysen hadde nok blitt redusert. Ved å analysere lærebøker for alle ungdomstrinnene kan man få et totalinntrykk av ungdomstrinnets lærebøker og se om det er forskjeller fra år til år.

På bakgrunn av dette har jeg i denne analysen valgt å fokusere på færre oppgaver i flere bøker for å få en best mulig oversikt over tilgjengelige læreverk for ungdomstrinnet. Oppgavene som er valgt ut, er oppgaver lærebøkene selv eller forfatterne legger frem som problemløsende. Ved å analysere disse oppgavene får man et inntrykk av læreverkenes forståelse av utforsking og problemløsning, noe som er med på å styrke studiens validitet. I tillegg vil analyseverktøyet som benyttes kategorisere de aktuelle oppgavene på bakgrunn av Borasis (1986) fremstilling av oppgavers strukturelle kjennetegn. Det kan godt benyttes andre analyseverktøy og tolkninger av utforsking og problemløsning for å undersøke hvordan det aktuelle kjerneelementet er inkludert i lærebøkene, men det at jeg presenterer analyseverktøyet og forståelsen jeg tar utgangspunkt i, gjennom bruk av relevant litteratur, er med på å styrke studiens validitet.

4.6 Presentasjon av analyseverktøyet og oppgavenes kjennetegn

Strukturelle kjennetegn	Underkategorier
Kontekst	Matematisk
	Virkelighetsnær
Formulering	Eksplisitt
	Åpen
Antall løsninger	Ingen
	Én
	Mer enn én
Metode	Nylig presentert metode
	Valg mellom tidligere presenterte metoder
	Kombinasjon av presenterte metoder
	Nærmer seg forskernivå
Oppgavens form	Øvingsoppgave
	Tekstoppgave
	Utfordring
	Bevis
Samarbeid og kommunikasjon	Samarbeid
	Kommunikasjon

Tabell 2: Analyseverktøyet brukt for å undersøke hvordan lærebøkene legger til rette for utforsking og problemløsning.

I denne undersøkelsen har jeg laget et analyseverktøy med inspirasjon fra analyseverktøyet Xenofontos (2019) utviklet med utgangspunkt i Borasi (1986) sitt rammeverk for strukturelle kjennetegn ved problemløsningsoppgaver. Xenofontos (2019) analyserte problemløsningsoppgaver i kypriotiske lærebøker ved hjelp av analyseverktøyet. Jeg har gjort tilpasninger for at resultatene fra analysen skal bidra til å best mulig kunne svare på problemstillingen. Verktøyet kategoriserer oppgaver etter ulike strukturelle kjennetegn som er typiske for problemløsningsoppgaver, (se Tabell 2, s. 28). Oppgavetekstenes oppfordring til samarbeid og kommunikasjon inkluderes som strukturelle kjennetegn.

4.6.1 Oppgavenes kontekst

Borasi (1986) trekker frem konteksten som en av de strukturelle egenskapene til et matematisk problem. Konteksten sier noe om situasjonen oppgaven presenteres i. Formålet med konteksten er at den gir problemløseren aktuell informasjon for å kunne løse oppgaven. Hovedsakelig kan man skille mellom en ren matematisk kontekst og en virkelighetsnær kontekst (Borasi, 1986). En virkelighetsnær kontekst viser hvordan matematikk kan brukes i det daglige liv og kan bidra til at elevene engasjerer seg i oppgaven (Blum & Niss, 1991; Xenofontos, 2019).

4.6.2 Oppgavenes formulering

Hvordan oppgavene er formulert og hvilken informasjon de inneholder er tett knyttet til konteksten. Oppgavens formulering kan gi problemløseren informasjon om hvordan oppgaven skal løses. Formuleringen kan variere fra oppgave til oppgave, enkelte problemer presenteres med et eksplisitt spørsmål eller utsagn, mens andre formuleres åpent, slik at problemløser selv har med frihet til å tolke (Borasi, 1986).

OPPGAVE 23.37

Terje fisker krabber. Han legger krabbene i én eller flere kasser. Når han har lagt 9 krabber i en kasse, veier kassa 9,55 kg. Når han har lagt 24 krabber i en kasse, veier kassa 17,8 kg.

Utforsk situasjonen ved å lage spørsmål som du besvarer. Gjør beregninger, og tegn en eller flere grafer.

Figur 1: Eksempel på åpent formulert oppgave, Matemagisk 10, *s. 192 (Kongsnes & Wallace, 2021).*

Figur 1 viser en åpent formulert oppgave hvor oppgaveteksten ikke spør etter noe spesifikt. Dette gir problemløseren frihet til å selv gjøre vurderinger. Disse vurderingene vil påvirkes av problemløserens egne erfaringer og skaper derfor flere muligheter og et godt utgangspunkt for diskusjoner (Borasi, 1986). Oppgaver med eksplisitt formulering, inneholder all informasjon som kreves for å løse oppgaven og uttrykker tydelig hva elevene skal gjøre (Borasi, 1986.).

4.6.3 Oppgavenes løsninger

I kategoriseringen av oppgavenes mulige løsninger vil jeg som Xenofontos (2019), vurdere hvor mange løsninger oppgaven kan ha. I forbindelse med utforsking og problemløsning kan det brukes oppgaver som har flere mulige løsninger, som også kan være et godt grunnlag for matematiske diskusjoner og sammenhengsforståelse (Borasi, 1986). Oppgavene kategoriseres ut ifra om de har ingen mulige løsninger, én løsning eller mer enn én.

4.6.4 Oppgavenes metodebruk

Hvordan oppgavene påvirker metodebruken er interessant i forbindelse med kjerneelementet utforsking og problemløsning og det Polya (1981) anser som et problem. Hvilke metoder det legges opp til sier noe om oppgavens muligheter og potensiale for utforsking (Borasi, 1986; Polya, 1981). En måte å kategorisere metodebruken som kreves for å løse oppgaven på, er de fire kategoriene Polya (1981) foreslår. Jeg presenterer disse først med engelsk navn før jeg utdyper på norsk, og videre i oppgaven bruke den norske oversettelsen. Den første bruken av metode kaller Polya (1981) for one rule under your nose. I et slikt tilfelle bygger oppgaven videre på en algoritme som nettopp er presentert og poenget er at denne skal benyttes i løsningen av oppgaven. Dette kaller jeg nylig presentert metode. Den andre metodebruken er application with some choice, og beskriver en fremgangsmåte der elevene må velge mellom flere algoritmer som er presentert tidligere, og velge den metoden som passer til oppgaven. Det kaller jeg for valg mellom tidligere presenterte metoder. Den tredje formen for bruk av metode er choice of combination, som jeg kaller kombinasjon av tidligere presenterte metoder. Den siste kategorien, approaching research level, refererer til at elevene ved en slik fremgangsmåte nærmer seg forskernivå. Dette betyr at hvis elevene må utarbeide en ny algoritme for å finne en løsning eller problemet ikke kan løses ved hjelp av en bestemt formel, driver de virkelig med utforskende virksomhet og nærmer seg et forskernivå der de selv skaper matematikk, og ikke bare repeterer (Polya, 1981). Xenofontos (2019) skriver at slike problemer, som krever utforsking og bruk av nye ukjente metoder, kan trekkes mot det Schoenfeld (1985) beskriver som et problem.

4.6.5 Oppgavenes form

I kategoriseringen skiller jeg mellom øvingsoppgaver, tekstoppgaver, utfordringer og bevis. Øvingsoppgaver vil av mange ikke kategoriseres som problemløsningsoppgaver, men kan i enkelte lærebøker bli presentert som det (Borasi, 1986).

1.62 Finn fellesnevneren og regn ut.

a $\frac{5}{9}-\frac{1}{3}$ **c** $\frac{5}{12}-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}$ **e** $2\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+1\frac{5}{6}$

b $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ **d** $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}-\frac{5}{8}$ **f** $1\frac{7}{12}-\frac{5}{9}-\frac{3}{4}$

Figur 2: Eksempel på øvingsoppgave, Maximum 8, *s. 43 (Tofteberg et al., 2020). Oppgaven er ikke analysert.*

Figur 2 viser en oppgave med matematisk kontekst der elevene skal gjøre samme regneoperasjon i seks deloppgaver. Oppgaven er plassert rett etter et eksempel. Formålet med denne type oppgaver er å øve på metoden og vil i liten grad utvikle elevenes tankeferdigheter og problemløsningsferdigheter fordi all nødvendig informasjon er gitt og en eksempeloppgave har vist elevene hvilken metode som skal benyttes (Borasi, 1986).

Tekstoppgaver presenteres med tekst og inneholder ulik grad av informasjon som må vurderes for å løse oppgaven. Tekstoppgaver er svært vanlig i skolesammenheng og lærere ser på tekstoppgaver som vanligst innen problemløsning (Pehkonen, 2017). Å kun bruke slike oppgaver vil hindre elevers utvikling av problemløsningsferdigheter fordi de da kun vil ha erfaring med oppgaver der kontekst og formulering er eksplisitt presentert (Borasi, 1986). Figur 3 viser en tekstoppgave der all nødvendig informasjon er tilgjengelig. Tekstoppgaver som er formulert åpent vil utfordre den etablerte forståelsen av tekstoppgaver, og vil være positivt for elevers problemløsningskompetanse (Borasi, 1986).

3.59 Et gammeldags termometer inneholder 6,75 g kvikksølv.
Regn ut volumet av kvikksølvet når massetettheten for kvikksølv er 13,5 g/cm^3.

Figur 3: Eksempel på tekstoppgave, Matematikk 9, *s. 231 (Hjardar & Pedersen, 2020b).*

Utfordringer kan også betegnes som mattenøtter eller grubleoppgaver. Oppgave 4.12 i Figur 4 (s.33) kategoriseres som en utfordring fordi elevene må trekke informasjon ut av konteksten og selv omformulere problemet for å komme frem til en hensiktsmessig løsningsmetode, noe som gjør utfordringer godt egnet til problemløsning (Borasi, 1986).

OPPGAVE 4.12

Skriv alle hele tall fra og med 1 til og med 15 bortover på en rekke. Tallene skal plasseres slik at summen av to tall som står ved siden av hverandre er et kvadrattall. Hvert tall skal bare stå ett sted i rekken.

Figur 4: Eksempel på utfordring, Matemagisk 8*, s. 133 (Kongsnes & Wallace, 2020a).*

Bevisoppgaver stiller høye krav til forståelse og det er utfordrende å formulere matematiske bevis. Ved bruk av bevisoppgaver i matematikkundervisning på ungdomstrinnet kan man kanskje forvente at elevene vil bruke ulike tilnærminger i sine bevis. Mange ulike bevis er et godt utgangspunkt for en matematisk samtale om hvorfor de ulike bevisene fungerer (Borasi, 1986). "Snakke matte"-oppgaven fra *Matemagisk 8* (Figur 5) legger opp til at elevene skal hjelpe Nina med å bevise hvorfor hun har rett, og kategoriseres som bevis.

SNAKKE MATTE

Arne mener at han nå har funnet ut at alle rette linjer er grafen til en funksjon. Nina er uenig og vil vise at hun har rett ved å tegne en rett linje som ikke er grafen til en funksjon. Gi Nina råd om hvordan hun skal tegne en linje som viser at hun har rett.

Figur 5: Eksempel på bevis, Matemagisk 8*, s. 232 (Kongsnes & Wallace, 2020a).*

4.7 Presentasjon av analyseskjema

I arbeidet med analysen av de ulike lærebøkene har jeg benyttet meg av et analyseskjema. Dette skjemaet viser hvilke bøker som er analysert, og er en oversikt over de ulike oppgavene som er undersøkt i denne studien. For at jeg selv og andre lett skal kunne finne frem til de undersøkte oppgavene legges det til kapittel, sidetall og oppgavenummer på de aktuelle oppgavene. I tillegg viser analyseskjemaet kodingen som er brukt i analysen. Oppgavene registreres med utgangspunkt i de ulike kategoriene og underkategoriene. Figur 6 (s. 33) viser deler av datainnsamlingen fra *Matematikk 8* (Hjardar & Pedersen, 2020a). Ferdige analyseskjemaer etter fullført datainnsamling ligger vedlagt oppgaven. Transparent forskning styrker prosjektets reliabilitet ved at mine tolkninger er tilgjengelige og forskningen kan etterprøves lettere når oppgavenummeret og sidetall presenteres (Grønmo, 2016).

Matematikk 8		Strukturelle kjennetegn																
		Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon		Oppgavens form			
Kapittel	Oppgave	Mate-matisk	Virkelighetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Kommunikasjon	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
3	3.94a	1		1			1		1						1			
3	3.94b	1		1			1		1						1			

Figur 6: Eksempel på analyseskjema, utdrag av analyseskjema for Matematikk 8*.*

5 Resultater

I dette kapittelet presenterer jeg resultatene fra lærebokanalysen. Resultatene vil kunne bidra til å besvare forskningsspørsmålene og problemstillingen som ble presentert i kapittel to. Dette kapittelet er strukturert etter de to forskningsspørsmålene. Resultatene presenteres i tabeller og vil utdypes ved hjelp av eksempler på ulike oppgaver. I tabellene vises både antall tilfeller for hver lærebok, og hvor stor del av alle de analyserte oppgavene i hver lærebok disse tilfellene utgjør. Presentasjonen av prosentandel viser resultatene på en tydelig måte og er viktig i denne oppgaven fordi det er analysert et ulikt antall oppgaver i de ulike lærebøkene.

5.1 Forskningsspørsmål 1: I hvilken grad legger oppgaveteksten føringer for elevene med tanke på samarbeid og kommunikasjon?

Resultatene viser antall tilfeller av oppfordring til samarbeid og kommunikasjon i oppgaveteksten i de analyserte oppgavene. Til å begynne med presenteres resultatene for samarbeid og kommunikasjon hver for seg, før resultatene for begge kategoriene sammenstilles og kommenteres.

5.1.1 Samarbeid i lærebøker

I kategorien samarbeid er det store forskjeller mellom de ulike bøkene. Det er ikke bare forskjeller mellom de ulike læreverkene, men også forskjeller mellom bøker i samme læreverk.

		Samarbeid	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	0	0 %
	9	0	0 %
	10	0	0 %
Maximum	*8*	11	42,3 %
	9	11	55 %
	10	7	23,3 %
Matemagisk	*8*	1	2,6 %
	9	2	3,3 %
	10	0	0 %
Totalt		32	10,7 %

Tabell 3: Oversikt over antall tilfeller av oppfordring til samarbeid, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

Maximum 9 utmerker seg ved at over 50 prosent av kodingstilfellene er oppgaver som oppfordrer til samarbeid. De to andre bøkene, *Maximum 8* og *10* består også av en stor andel oppgaver som oppfordrer til samarbeid. ”Jobb sammen to og to” og ”samarbeid to eller tre” er ordlyder som går igjen i flere av *Maximums* oppgaver. Oppgaveteksten i *Maximum*-bøkene oppfordrer i de fleste tilfellene direkte til samarbeid og er i tillegg tydelig på hvor mange som skal samarbeide, slik Figur 7 tydelig viser.

1.78 **Hva er lærernes gjennomsnittsalder?**
1. juni 2019 var gjennomsnittsalderen blant 33 lærere på Heien skole 47 år. 31. mai 2020 sluttet tre lærere på 65 år, 58 år og 62 år. De ble straks erstattet av fire nye lærere på 24 år, 31 år, 26 år og 28 år.

Samarbeid to og to for å finne ut hva gjennomsnittsalderen blant lærerne på Heien skole var 1. juni 2020. Oppgi alderen i nærmeste hele år.

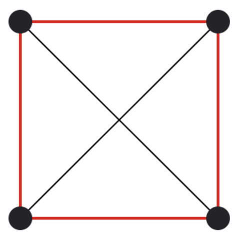
Figur 7: Oppfordring til samarbeid, Maximum 9*, s. 66 (Tofteberg et al., 2021a).*

Sammen med *Matemagisk 10* skiller læreverket *Matematikk* seg ut ved at ingen av oppgavene i de fire bøkene oppfordrer til samarbeid. Resultatene viser også at det I *Matemagisk 8* og *9* oppfordres til samarbeid i mindre enn fem prosent av oppgavene (Tabell 3 s. 34). Oppgaveteksten i samarbeidsoppgavene i *Matemagisk 8* og *9* oppfordrer implisitt til samarbeid, og som man kan lese i Figur 8, gir bruken av ”dere”, i de to siste setningene, inntrykk av at oppgaven er ment for samarbeid. I tillegg legges det opp til at enkelte av aktivitetene i *Matemagisk* skal gjøres av klassen i fellesskap.

AKTIVITET

Utstyr: 4 brikker.
Legg brikkene slik at det er nøyaktig 2 forskjellige avstander mellom to og to brikker. Målet er å legge brikkene på flest mulig måter, men de må oppfylle kravet om to avstander.

Eksempel
Her er de røde linjene den ene avstanden og de svarte linjene den andre avstanden.



Tegn skisser som viser de løsningene dere kommer fram til. Hvor mange ulike plasseringer som oppfyller kravene, finner dere?

Figur 8: Samarbeidsoppgave, Matemagisk 9*, s. 130 (Kongsnes & Wallace, 2020b).*

Totalt kan vi se at kun 10,7 prosent av kodingstilfellene (Tabell 3, s. 34) i lærebøkene oppfordrer til samarbeid, og flesteparten av disse oppgavene er fra læreverket *Maximum*. Både *Matematikk* og *Matemagisk* inneholder flere oppgaver som egner seg til samarbeid, men oppgaveteksten oppfordrer ikke til samarbeid, og oppgavene er ikke kodet som samarbeidsoppgaver. I Figur 9 presenteres en aktivitetsoppgave som egner seg for samarbeid i både den praktiske og den matematiske delen av oppgaven, men oppgaveteksten oppfordrer ikke til dette.

> **AKTIVITET**
>
> Rull en vannflaske ned en bakke uten for mye humper. Ta tiden flaska bruker på en bestemt strekning. Utforsk hvor lang tid det tar, avhengig av hvor mye vann det er i flaska.
>
> Lag en eller flere matematiske modeller som beskriver utviklingen på best mulig måte.

Figur 9: Oppgave egnet til samarbeid, men ikke oppfordring til samarbeid, Matemagisk 10*, s. 239 (Kongsnes & Wallace, 2021).*

5.1.2 Kommunikasjon i lærebøker

I kategorien kommunikasjon ser vi av resultatene at forskjellen mellom læreverkene *Maximum* og *Matematikk* er små. Læreverket *Matematikk* oppfordrer lite til kommunikasjon i sine oppgavetekster og skiller seg tydelig fra de andre bøkene.

		Kommunikasjon	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	0	0 %
	9	2	4,4 %
	10	1	3,8 %
Maximum	*8*	9	34,6 %
	9	5	25 %
	10	5	16,7 %
Matemagisk	*8*	10	26,3 %
	9	15	25 %
	10	13	35,1 %
Total		60	20,1 %

Tabell 4: Oversikt over antall tilfeller av oppfordring til kommunikasjon, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

I alle bøkene til *Matemagisk* er det egne ”Snakke matte”-oppgaver, som oppfordrer til muntlig kommunikasjon. Oppgavene er tydelig merket og alle kapitler i alle bøkene inneholder slike oppgaver. Læreverket *Matemagisk* oppfordrer mye til kommunikasjon gjennom ordene ”forklar” og ”begrunn”. Oppgaven i Figur 10 er et eksempel på en oppgave som oppfordrer elevene til å forklare. ”Snakke matte”-oppgavene uttrykker også eksplisitt at oppgaven skal gjøres ved muntlig kommunikasjon.

SNAKKE MATTE

Forklar hvordan du kan gå fram for å systematisk sjekke om tallet 539 er et primtall.

Figur 10: Oppfordring til kommunikasjon, Matemagisk 8, *s. 32 (Kongsnes & Wallace, 2020a).*

Oppgavetekstene i *Maximum* sine bøker preges de samme kommunikasjonsorienterte oppfordringene og inneholder i tillegg en del oppgaver med ordene ”argumenter” og ”diskuter”. *Maximum* skiller seg ut ved at de også direkte oppfordrer elevene til å ”lytte”, som også er en viktig del av kommunikasjon. Figur 11 viser en oppgave fra *Maximum 9*, der oppgaveteksten direkte oppfordrer til kommunikasjon gjennom ordene ”diskuter”, ”snakk”, ”argumenter” og ”lytt”. I samme oppgave oppfordres det også til samarbeid. Denne oppgaven er et eksempel på hvilket tydelig signal *Maximum* sender med tanke på samarbeid og kommunikasjon i matematikk.

2.59 Martin har en vanlig kortstokk. Han sier til lillebroren sin: «Trekk et kort. Hvis du trekker et bildekort, får du ti karameller av meg, men hvis du trekker noe annet, skal jeg ha *x* karameller.»

Diskuter to og to, og finn ut hvor mange karameller Martin skal ha av lillebroren for at spillet skal være rettferdig.

Snakk med et annet elevpar i klassen, og argumenter for at spillet nå er rettferdig. Lytt til hvordan de tenker, og diskuter forskjeller og likheter mellom resonnementene deres.

Figur 11: Oppfordring til kommunikasjon, Maximum 9, *s. 125 (Tofteberg et al., 2021a).*

5.1.3 Samarbeid og kommunikasjon i lærebøkene

Ved å undersøke om oppgavetekstene samlet legger til rette for samarbeid og kommunikasjon, får man informasjon om hvilken matematisk forståelse lærebøkene ønsker å formidle og man kan se bøkene opp mot det sosiokonstruktivistiske læringssynet som i stor grad vektlegger samarbeid og kommunikasjon.

		Samarbeid og kommunikasjon samlet	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	0	0 %
	9	2	4,4 %
	10	1	3,9 %
Maximum	*8*	14	53,9 %
	9	12	60 %
	10	8	26,7 %
Matemagisk	*8*	11	29 %
	9	17	28,8 %
	10	13	35,1 %
Total		78	26,1 %

Tabell 5: Oversikt over antall tilfeller av oppfordring til samarbeid og kommunikasjon, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert. Oppgaver som inneholder både samarbeid og kommunikasjon er kodet som ett tilfelle.

Ved å se på kategoriene samarbeid og kommunikasjon samlet (Tabell 5) får man en tydelig oversikt over hvordan de ulike bøkene oppfordrer til samarbeid og kommunikasjon i sine oppgavetekster. *Maximum 8* og *9* peker seg ut som de to bøkene som oppfordrer mest til samarbeid og/eller kommunikasjon. I begge bøkene skjer dette i over halvparten av de analyserte oppgavene. Det er verdt å merke seg at bøkene er veldig tydelige i sine oppfordringer, og det er også god variasjon i hvilken form for kommunikasjon bøkene etterspør. Alle bøkene til *Matemagisk*, samt *Maximum 10*, inneholder også en del oppgaver som inkluderer samarbeid eller kommunikasjon, og flesteparten av kodingstilfellene som er registrert fra *Matemagisk* sine bøker er knyttet til kommunikasjon. Læreverket *Matematikk* oppfordrer i liten grad til samarbeid eller kommunikasjon i sine oppgaver. I *Matematikk 8* oppfordrer ingen av de analyserte oppgavene til samarbeid eller kommunikasjon. For bøkene

Matematikk 9 og *10*, er under fem prosent av kodingstilfellene oppgaver som oppfordrer til samarbeid eller kommunikasjon. De store variasjonene mellom de ulike bøkene gjør at det er mer hensiktsmessig å se på resultatene for hver enkelt bok enn å se på den totale andelen.

		Samarbeid og kommunikasjon i samme oppgave	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	0	0 %
	9	0	0 %
	10	0	0 %
Maximum	*8*	6	23,1 %
	9	4	20 %
	10	4	13,3 %
Matemagisk	*8*	0	0 %
	9	0	0 %
	10	0	0 %
Total		14	4,7 %

Tabell 6: Oversikt over antall tilfeller av oppfordring til samarbeid og kommunikasjon i samme oppgave, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

Det er også interessant å se om lærebøkene oppfordrer til samarbeid og kommunikasjon i samme oppgave. Resultatene for dette er veldig tydelige, og det er kun i læreverket *Maximum* at enkelte oppgaver eksplisitt ber elevene om å samarbeide og kommunisere. Læreverkene *Matematikk* og *Matemagisk* har ingen kodingstilfeller av samarbeid og kommunikasjon i samme oppgave. Enkelte av oppgavene i *Matemagisk* egner seg for både samarbeid og kommunikasjon, men det oppfordres ikke til dette i oppgaveteksten. Figur 9 (s. 36) er et eksempel på en slik oppgave.

Kort oppsummert viser resultatene som er presentert i tilknytning til forskningsspørsmål 1 at lærebøkene totalt sett oppfordrer til mer kommunikasjon enn samarbeid. Fire av de ni lærebøkene har ingen kodingstilfeller av samarbeid, mens det kun er én av bøkene som ikke har noen kodingstilfeller av kommunikasjon. *Maximum* utmerker seg som det læreverket som oppfordrer mest til både kommunikasjon og samarbeid.

5.2 Forskningsspørsmål 2: Hvilke strukturelle kjennetegn har problemløsningsoppgavene i nye matematikklærebøker for ungdomstrinnet?

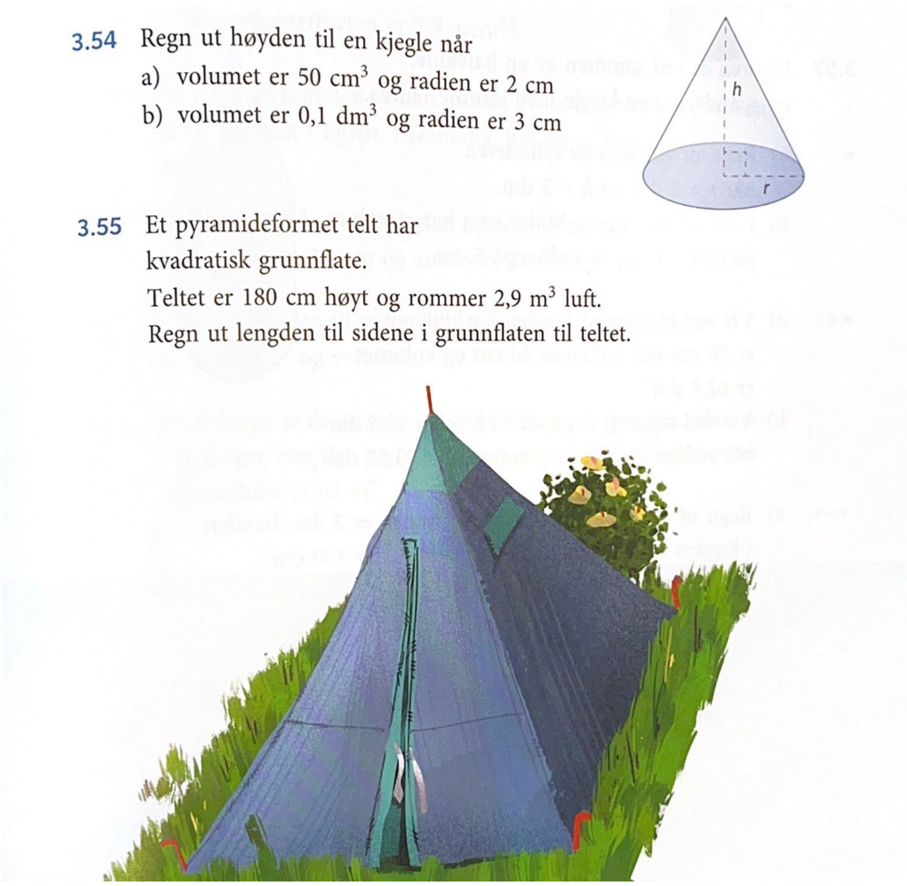
Resultatene for hvert kjennetegn presenteres først hver for seg for å tydeliggjøre lærebøkenes forståelse av utforsking og problemløsning. Videre følger en samlet presentasjon av alle de strukturelle kjennetegnene for å vise bøkenes forståelse i en helhet. Resultatene fremstilles kvantitativt i tabeller, men resultatene baserer seg på en kvalitativ tilnærming der jeg som forsker har tolket oppgavene for å kategorisere dem. Utdyping av resultatene ved hjelp av eksempler er med på å vise de kvalitative sidene av undersøkelsen. Hvilke strukturelle kjennetegn som preger problemløsningsoppgavene er med på å vise lærebøkenes syn på utforsking og problemløsning og hvilken matematisk forståelse de ønsker å formidle.

5.2.1 Kontekst som strukturelt kjennetegn

		Kontekst			
		Matematisk	Andel av oppgaver	Virkelighetsnær	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	7	41,2 %	10	58,8 %
	9	33	73,3 %	12	26,7 %
	10	15	57,7%	11	42,3 %
Maximum	*8*	7	26,9 %	19	73,1 %
	9	3	15 %	17	85 %
	10	14	46,7 %	16	53,3 %
Matemagisk	*8*	26	68,4 %	12	31,6 %
	9	30	50 %	30	50 %
	10	0	0 %	37	100 %
Total		135	45,2 %	164	54,8 %

Tabell 7: Oversikt over antall tilfeller av oppgaver med matematisk eller virkelighetsnær kontekst, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

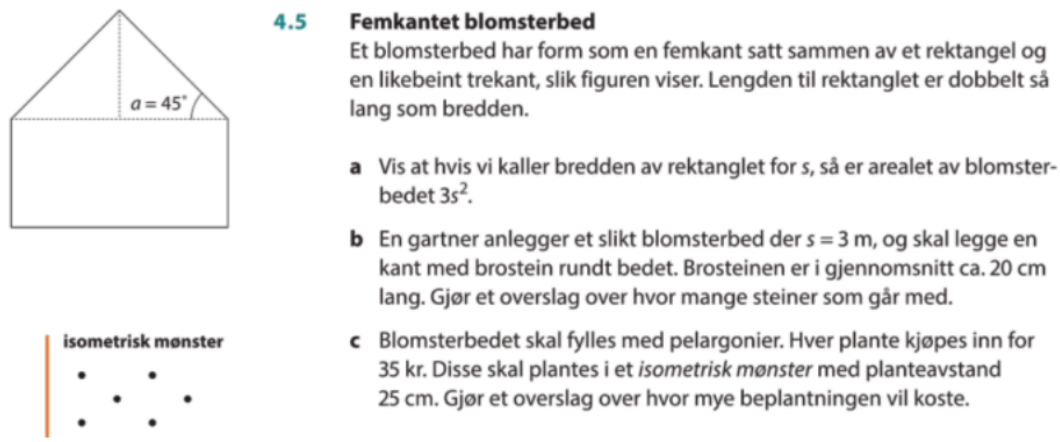
Av Tabell 7 (s. 40) kan man se at det er store variasjoner mellom de ulike lærebøkene. *Matemagisk 10* peker seg ut som den eneste boken der alle kodingstilfellene er oppgaver som er knyttet til en virkelighetsnær kontekst, men *Matemagisk 8* og *9* har mindre andel kodingstilfeller i denne kategorien. Jevnt over er *Maximum* det læreverket som legger størst vekt på å knytte oppgavene til en virkelighetsnær kontekst fordi over halvparten av kodingstilfellene faller inn under denne kategorien for alle tre bøkene.



Figur 12: Matematisk og virkelighetsnær kontekst, Matematikk 9, *s. 229 (Hjardar & Pedersen, 2020b).*

Matematikk 9 er den av de analyserte bøkene som har lavest andel av oppgaver med en virkelighetsnær kontekst. Oppgavene fra *Matematikk 9* som er inkludert i analysen er hentet fra kapitlene ”plangeometri” og ”romgeometri”. Figur 12 viser to oppgaver fra *Matematikk 9*, der 3.54 er presentert i en matematisk kontekst, mens oppgave 3.55 er presentert i en virkelighetsnær kontekst. I oppgave 3.55 kommer det frem av både tekst og illustrasjon at det er et telt med pyramideform. Teksten og illustrasjonen kan hjelpe elever med å forstå hvordan geometriske figurer er representert i den virkelige verden. Flesteparten av kodingstilfellene i

Matematikk 9 er oppgaver med matematisk kontekst, som oppgave 3.54 i Figur 12 (s. 41). Illustrasjonen viser en matematisk fremstilling av den geometriske figuren kjegle, og begrepet ”kjegle” brukes også i oppgaveteksten. Flere av oppgavene om tredimensjonale figurer er satt i en virkelighetsnær kontekst, mens ingen av oppgavene som omhandler todimensjonale figurer er presentert i en virkelighetsnær kontekst. I *Maximum 10*, er en todimensjonal femkant fremstilt som et blomsterbed, og dermed knyttet til en virkelighetsnær kontekst, som i Figur 13. Et slikt grep kan gjøre oppgaven mer interessant for elever fordi et blomsterbed er gjenkjennelig fra blant annet hager og i fellesrom som parker og torg.



4.5 Femkantet blomsterbed
Et blomsterbed har form som en femkant satt sammen av et rektangel og en likebeint trekant, slik figuren viser. Lengden til rektanglet er dobbelt så lang som bredden.

a Vis at hvis vi kaller bredden av rektanglet for s, så er arealet av blomsterbedet $3s^2$.

b En gartner anlegger et slikt blomsterbed der $s = 3$ m, og skal legge en kant med brostein rundt bedet. Brosteinen er i gjennomsnitt ca. 20 cm lang. Gjør et overslag over hvor mange steiner som går med.

c Blomsterbedet skal fylles med pelargonier. Hver plante kjøpes inn for 35 kr. Disse skal plantes i et *isometrisk mønster* med planteavstand 25 cm. Gjør et overslag over hvor mye beplantningen vil koste.

Figur 13: Virkelighetsnær kontekst, Maximum 10*, s. 228 (Tofteberg et al., 2021b).*

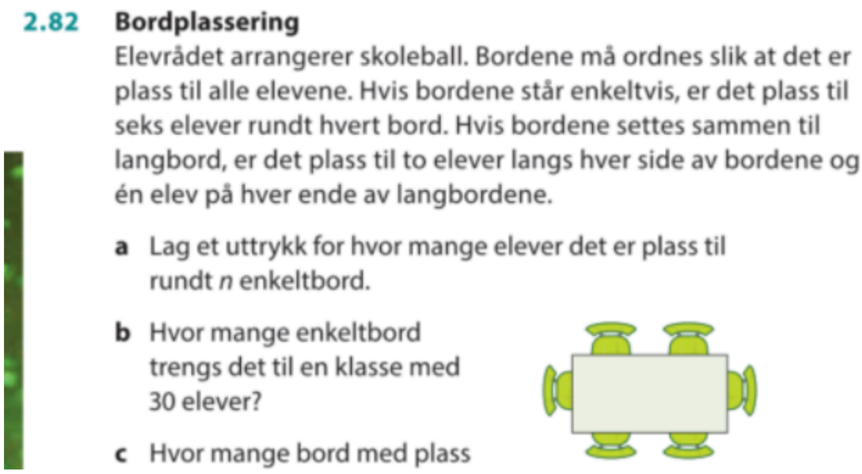
5.2.2 Formulering som strukturelt kjennetegn

Oppgavenes formulering er delt i kategoriene eksplisitt og åpen. En eksplisitt formulering inneholder en del informasjon i oppgaveteksten og forklarer hva elevene skal gjøre. En åpen formulering inneholder ikke like mye informasjon og gir elevene muligheter til å påvirke oppgaven med sin egen forståelse. Av resultatene i Tabell 8 (s. 43), ser man at de fleste kodingstilfellene er plassert i kategorien eksplisitt.

		Formulering			
		Eksplisitt	Andel av oppgaver	Åpen	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	16	94,1 %	1	5,9 %
	9	45	100 %	0	0 %
	10	26	100 %	0	0 %
Maximum	*8*	25	96,2 %	1	3,8 %
	9	20	100 %	0	0 %
	10	30	100 %	0	0 %
Matemagisk	*8*	34	89,5 %	4	10,5 %
	9	52	86,7 %	8	13,3 %
	10	32	86,5 %	5	13,5 %
Total		280	93,6 %	19	6,4 %

Tabell 8: Oversikt over antall tilfeller av oppgaver med eksplisitt eller åpen formulering, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

Læreverkene *Matematikk* og *Maximum* inneholder kun ett kodingstilfelle hver for kategorien åpen, som betyr at de fleste problemløsningsoppgavene deres er eksplisitt formulert. En oppgavetekst med eksplisitt formulering gir elevene den nødvendige informasjonen, og en tydelig forklaring av hva de skal gjøre. Oppgave 2.82 i *Maximum 8* (Figur 14) beskriver hvor mange elever det er plass til rundt bordet, avhengig av bordorganisering. I tillegg får elevene i oppgave 2.82a beskjed om å lage "et uttrykk for hvor mange elever det er plass til rundt *n* enkeltbord" (Tofteberg et al., 2020, s. 149). Det står tydelig at det skal lages et algebraisk uttrykk for hvor mange elever det er plass til rundt ett bord.


2.82 Bordplassering
Elevrådet arrangerer skoleball. Bordene må ordnes slik at det er plass til alle elevene. Hvis bordene står enkeltvis, er det plass til seks elever rundt hvert bord. Hvis bordene settes sammen til langbord, er det plass til to elever langs hver side av bordene og én elev på hver ende av langbordene.

a Lag et uttrykk for hvor mange elever det er plass til rundt *n* enkeltbord.

b Hvor mange enkeltbord trengs det til en klasse med 30 elever?

c Hvor mange bord med plass

Figur 14: Eksplisitt formulert oppgave, oppgave 2.82a-b, Maximum 8, *s. 149 (Tofteberg et al., 2020).*

Matemagisk skiller seg tydelig fra de andre læreverkene når det gjelder åpne og eksplisitte formuleringer, og i alle tre bøkene er over 10 prosent av kodingstilfellene (Tabell 8, s. 43) oppgaver med en åpen formulering. Oppgave 23.13 i *Matemagisk 10* (Figur 15) er et eksempel på en oppgave med åpen formulering. Oppgaven inneholder noe informasjon, men det eksakte antall høner familien har oppgis ikke. Dette grepet i oppgavetekst gir elevene frihet til å ta egne valg slik at elevenes oppgaver får et personlig preg som igjen fører til at oppgaven kan ha mange mulige løsninger.

OPPGAVE 23.13

Familien Pedersen har noen høner. De kjøper 60 kg kraftfôr. En høne spiser 120 g kraftfôr per dag. Gjør beregninger og tegn en eller flere grafer for å holde oversikt over hvor mye kraftfôr familien til enhver tid har igjen.

Figur 15: Åpent formulert oppgave, Matemagisk 10*, s. 182 (Kongsnes & Wallace, 2021).*

5.2.3 Antall løsninger som strukturelt kjennetegn

		Antall løsninger					
		Ingen	Andel av oppgaver	Én	Andel av oppgaver	Mer enn én	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	0	0 %	16	94,1 %	1	5,9 %
	9	1	2,2 %	39	86,7 %	5	11,1 %
	10	0	0 %	25	96,2 %	1	3,8 %
Maximum	*8*	0	0 %	16	61,5 %	10	38,5 %
	9	0	0 %	9	45 %	11	55 %
	10	0	0 %	21	70 %	9	30 %
Matemagisk	*8*	2	5,3 %	20	52,6 %	16	42,1 %
	9	0	0 %	31	51,7 %	29	48,3 %
	10	0	0 %	27	73 %	10	27 %
Total		3	1 %	204	68,2 %	92	30,8 %

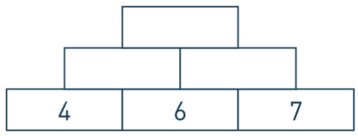
Tabell 9: Oversikt over antall tilfeller av oppgaver med ingen, én eller mer enn én løsning, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

Resultatene for antall løsninger i de analyserte oppgavene viser en klar tendens. Det er kun tre kodingstilfeller i kategorien for ingen løsninger, noe som utgjør ett prosent av alle oppgavene. De tre kodingstilfellene i kategorien ingen er registrert i *Matematikk 9* og *Matemagisk 8*.

Oppgavene er svært like og oppgave 5.6d (Figur 16) er et eksempel på en oppgave uten et definert svar. Oppgaveteksten ber kun elevene om å utforske, og krever ikke noe svar.

OPPGAVE 5.6

a. Fyll ut tallpyramiden.



d. Utforsk sammenhengen mellom plasseringen av tallene på nederste rad og om tallet på toppen blir et partall eller et oddetall.

e. Oppdager du noen andre sammenhenger mellom tallene i pyramiden? Forklar hvordan du tenker.

Figur 16: 5.6d, oppgave uten løsning. 5.6e, oppgave med flere løsninger. Matemagisk 8*, s. 155 (Kongsnes & Wallace, 2020a).*

Elevene kan besvare oppgaven ved å forklare hva de har utforsket, men oppgaven etterspør ikke dette. Den påfølgende oppgaven, 5.6e (Figur 16) spør om elevene oppdager noe og ber om en forklaring på hvordan de tenker. Elever kan tenke ulikt og oppgaven er et eksempel på en oppgave som kan ha mer enn én løsning. Oppgavene uten løsning, der elevene bes om å utforske, og oppgavene med flere løsninger kan være et godt utgangspunkt for diskusjon.

Det kommer også frem av resultatene i Tabell 9 (s. 44) at læreverkene *Maximum* og *Matemagisk* i større grad enn *Matematikk* vektlegger oppgaver med mer enn én løsning. Det er verdt å merke seg at 55 prosent av kodingstilfellene i *Maximum 9* er oppgaver med mer enn én løsning, noe som gir elevene flere muligheter. Totalt er 30,8 prosent av kodingstilfellene registrert i kategorien mer enn én løsning, og viser at bøkene til en viss grad legger til rette for at oppgavene kan ha mer enn ett svar. Til tross for at enkelte av bøkene har en stor andel oppgaver med mer enn én løsning viser resultatene at flesteparten av kodingstilfellene er registrert i kategorien *én* løsning. I denne kategorien er det *Matematikk 8* og *10* som peker seg ut, og i bøkene har henholdsvis 94,1 og 96,2 prosent (Tabell 9, s. 44) av de analyserte oppgavene kun én løsning.

5.2.4 Metode som strukturelt kjennetegn

Hvilke muligheter elevene har med tanke på metodebruk er sentralt i forbindelse med både hvilken matematisk forståelse bøkene formidler og utforsking og problemløsning. Ser man på den totale andelen av kodingstilfeller i hver kategori er det totalt sett en jevn fordeling av metoder, men resultatene for hver bok viser store variasjoner. For å gjøre resultatpresentasjonen oversiktlig presenteres ikke resultatene for underkategoriene samlet.

Kategorien nylig presentert metode, representerer oppgaver der elevenes valg av løsningsmetode kan påvirkes av eksempler som presenteres før de aktuelle oppgavene. Oppgaver som eksplisitt uttrykker hvordan elevene skal løse oppgaven, kodes også i denne kategorien. Resultatene viser at det er forskjeller mellom de ulike læreverkene. *Matematikk* er det læreverket som i størst grad påvirker elevene til å bruke en bestemt metode som er nylig presentert. *Maximum* er det læreverket som i minst grad påvirker elevene til å bruke en nylig presentert metode og i *Maximum 8* utgjør oppgavene i denne kategorien kun 3,8 prosent av alle kodingstilfellen.

		Metode	
		Nylig presentert metode	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	17	100 %
	9	28	62,2 %
	10	10	38,5 %
Maximum	*8*	1	3,8 %
	9	2	10 %
	10	3	10 %
Matemagisk	*8*	17	44,7 %
	9	17	28,3 %
	10	10	27 %
Total		105	35,1 %

Tabell 10: Oversikt over antall tilfeller av oppgaver som kan påvirke elever til å velge en nylig presentert metode, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

I *Matematikk 8* er 100 prosent av kodingstilfellene oppgaver der elevene oppfordres eller påvirkes til å velge en bestemt metode. I Figur 17 (s. 47) vises oppgave 3.97 i *Matematikk 8*. I denne oppgaven påvirkes elevers metodevalg på to måter. For det første er "Bruk det du har lært" er en henvisning til en gjennomgang av hvordan man ved hjelp av en likning kan vise og regne ut sidelengdene i en trekant. Dette kan påvirke elevene og deres løsningsmetode. I tillegg er oppgaveteksten tydelig på ønsket metode og oppfordrer elevene til å sette opp en likning.

3.97 Bruk det du har lært, når du løser oppgaven.

I en likesidet trekant er alle sider like lange.
Sett opp en likning som kan vise omkretsen av trekanten uttrykt med siden *s* når omkretsen er 60 cm.

Figur 17: Oppgave kategorisert under nylig lært metode, Matematikk 8, *s. 230 (Hjardar & Pedersen, 2020a).*

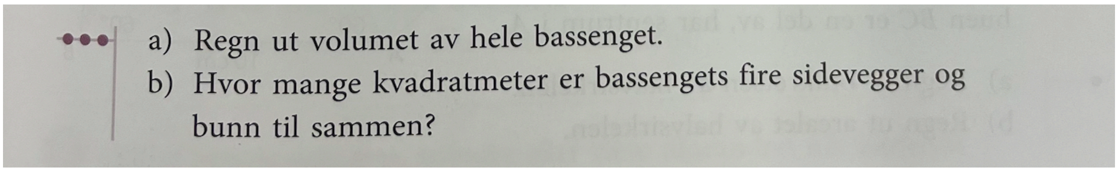
Videre presenteres resultatene for to av de andre underkategoriene (Tabell 11), valg mellom tidligere presenterte metoder og kombinasjon av tidligere presenterte metoder. Oppgavene som er kodet i disse kategoriene kan på bakgrunn av matematisk tema, oppgavetekst eller illustrasjoner påvirke elvene til å bruke metoder som tidligere er presentert. Elevene blir ikke påvirket til å bruke én bestemt metode, men kan velge mellom eller kombinere metoder som er presentert tidligere. Begge underkategoriene er knyttet til metoder som tidligere er presentert, og kan være kjente for elevene. Forskjellen mellom underkategoriene er at kombinasjon av tidligere metoder kan være mer krevende enn det å velge mellom tidligere metoder og kun bruke én av dem.

		Metode			
		Valg mellom tidligere presenterte metoder	Andel av oppgaver	Kombinasjon av tidligere presenterte metoder	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	0	0%	0	0 %
	9	1	2,2 %	12	26,7 %
	10	8	30,8 %	6	23,1 %
Maximum	*8*	9	34,6 %	0	0 %
	9	2	10 %	4	20 %
	10	8	26,7 %	8	26,7 %
Matemagisk	*8*	1	2,6 %	2	5,3 %
	9	5	8,3 %	13	21,7 %
	10	7	18,9 %	12	32,4 %
Total		42	14 %	56	18,7 %

Tabell 11: Oversikt over antall tilfeller av oppgaver der elever kan påvirkes til å velge mellom tidligere presenterte metoder eller kombinere tidligere presenterte metoder, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

Presentasjonen av resultatene i de to underkategoriene i Tabell 11 viser at det er tydelige forskjeller innad i de ulike læreverkene. *Maximum 8* og *10, Matematikk 10* og *Matemagisk 10* er de bøkene som i størst grad legger opp til at elevene skal velge mellom tidligere presenterte metoder for å løse oppgavene.

Videre er det en klar tendens som viser at bøkene for 8. trinn inneholder ingen eller svært få oppgaver der elevene må kombinere tidligere presenterte metoder. Derimot er 21,7-32,4 prosent av oppgavene i alle læreverkenes bøker for 9. og 10. trinn kodet i denne kategorien, og viser at det er små forskjeller mellom læreverkene her. Figur 18 viser den siste deloppgaven i oppgave 1.63. Her må elevene kombinere metoder som tidligere er presentert for å finne en løsning på oppgaven.


a) Regn ut volumet av hele bassenget.
b) Hvor mange kvadratmeter er bassengets fire sidevegger og bunn til sammen?

Figur 18: Kombinasjon av tidligere presenterte metoder, Matematikk 10*, s. 75 (Hjardar & Pedersen, 2021).*

Den siste underkategorien, nærmer seg forskernivå, er relevant for utforsking og problemløsning. Oppgaver som ikke kan løses ved hjelp av en presentert metode, inviterer elevene til å utforske for å løse problemet. En metode der elevene drive utforskende og undersøkende virksomhet for å komme frem til resultater kan minne om forskerarbeid.

		Metode	
		Nærmer seg forskernivå	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	0	0 %
	9	4	8,9 %
	10	2	7,7 %
Maximum	*8*	16	61,5 %
	9	12	60 %
	10	11	36,7 %
Matemagisk	*8*	18	47,4 %
	9	25	41,7 %
	10	8	21,6 %
Total		96	32,1 %

Tabell 12: Oversikt over antall tilfeller av oppgaver der metodene som kan benyttes nærmer seg forskernivå, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

I denne underkategorien er det små forskjeller mellom bøkene i hvert læreverk, men store forskjeller mellom de ulike læreverkene. *Maximum* er det læreverket som i størst grad legger til rette for at elever må nærme seg forskernivå i sin metodebruk. Resultatene i Tabell 12 (s.

48) viser også at *Matemagisk*-bøkene inneholder en god del oppgaver i denne kategorien. Læreverket *Matematikk* inneholder få oppgaver som krever andre metoder enn de som er presentert nylig eller tidligere.

AKTIVITET

Slipp en ball med god sprett fra ulike høyder.
Mål hvor høyt ballen spretter opp igjen.
Film gjerne for å få mest mulig nøyaktige målinger.

Lag en eller flere matematiske modeller som beskriver spretthøyden som funksjon av slipphøyden.

Figur 19: Nærmer seg forskernivå, Matemagisk 10*, s. 239 (Kongsnes & Wallace, 2021).*

Figur 19 viser et eksempel på en oppgave som legger til rette for en metode som nærmer seg forskernivå. Elevene får instrukser om hva som skal gjøres, men ingen informasjon om hvordan de skal lage de matematiske modellene. Elevene kan også selv velge hvilken ball de skal sprette, og fra hvilke høyder. For å komme frem til et resultat må elevene foreta undersøkelser. Deretter må elevene utforske resultatene og forsøke å se sammenhenger for å kunne lage en matematisk modell som beskriver spretthøyden som funksjon av slipphøyden.

	Metode							
	Nylig presentert metode	Andel av oppgaver	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Andel av oppgaver	Kombinasjon av tidligere presenterte metoder	Andel av oppgaver	Nærmer seg forskernivå	Andel av oppgaver
Matematikk	55	62,5 %	9	10,2 %	18	20,5 %	6	6,8 %
Maximum	6	7,9 %	19	25 %	12	15,8 %	39	51,3 %
Matemagisk	44	32,6 %	13	9,6 %	27	20 %	51	37,8 %
Totalt	105	35,1 %	41	13,7 %	57	19,1 %	96	32,1 %

Tabell 13: Oversikt over antall tilfeller av oppgaver kategorisert ut i fra metode i hvert læreverk, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

Samlet sett viser resultatene i Tabell 13 at nylig presentert metode og nærmer seg forskningsnivå er de kategoriene kodingstilfellene utgjør størst andel av totalen. *Matemagisk* har en jevn fordeling av oppgaver i de to kategoriene, mens *Matematikk* har klart størst andel i nylig presentert metode og *Maximum* klart størst andel i nærmer seg forskernivå. Disse to kategoriene er relevant i undersøkelsen av lærebøkenes formidling av matematisk forståelse og fokus på utforsking og problemløsning og dette vil diskuteres i lys av relevant teori i neste kapittel.

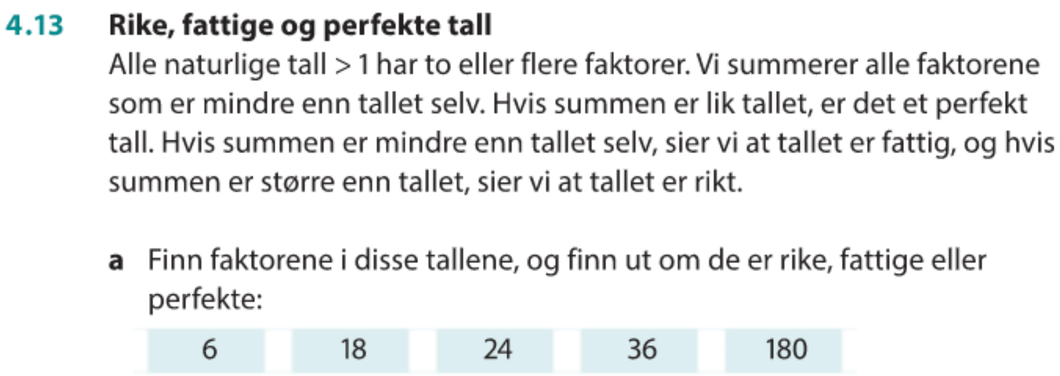
5.2.5 Oppgavens form som strukturelt kjennetegn

Hvilken oppgaveform de analyserte oppgavene har viser både bøkenes formidling av matematisk forståelse, og variasjonen av problemløsningsoppgaver. Over halvparten av de totale kodingstilfellene er plassert i kategorien tekstoppgave, og viser tydelig hvordan problemløsningsoppgaver oftest presenteres i de ni lærebøkene.

		Oppgavens form							
		Øvingsoppgave	Andel av oppgaver	Tekstoppgave	Andel av oppgaver	Utfordring	Andel av oppgaver	Bevis	Andel av oppgaver
Matematikk	*8*	7	41,2 %	10	58,8 %	0	0 %	0	0 %
	9	21	46,7 %	18	40 %	0	0 %	6	13,3 %
	10	2	7,7 %	20	76,9 %	0	0 %	4	15,4 %
Maximum	*8*	4	15,4 %	14	53,8 %	6	23,1 %	2	7,7 %
	9	2	10 %	11	55 %	3	15 %	4	20 %
	10	1	3,3 %	17	56,7 %	7	23,3 %	5	16,7 %
Matemagisk	*8*	13	34,2 %	10	26,3 %	6	15,8 %	9	23,7 %
	9	6	10 %	34	56,7 %	10	16,7 %	10	16,7 %
	10	1	2,7 %	30	81,1 %	0	0 %	6	16,2 %
Total		57	19,1 %	164	54,8 %	32	10,7 %	46	15,4 %

Tabell 14: Oversikt over fordelingen av antall tilfeller i kategorien oppgavens form og de fire underkategoriene, og utjevning ut fra totalt antall oppgaver som er analysert.

Resultatene i Tabell 14 viser at de tre lærebøkene for 10. trinn i liten grad inneholder øvingsoppgaver. Sammen med Matemagisk 8, er Matematikk 8 og 9 de bøkene som inneholder størst andel øvingsoppgaver. Oppgavene som er kodet som øvingsoppgaver er repetisjonsoppgaver som tydelig kommuniserer hva elevene skal gjøre. Figur 20 (s. 51) viser en oppgave fra *Maximum 10* der elevene blir bedt om å faktorisere de ulike tallene og legge sammen summen av de ulike faktorene. Dette skal gjøres med fem ulike tall. Oppgaven gir få valgmuligheter og legger opp til repetisjon siden flere tall skal faktoriseres.



4.13 Rike, fattige og perfekte tall

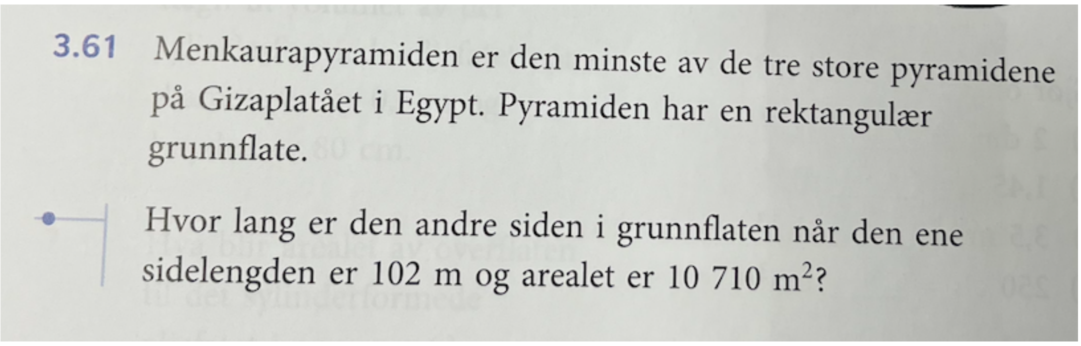
Alle naturlige tall > 1 har to eller flere faktorer. Vi summerer alle faktorene som er mindre enn tallet selv. Hvis summen er lik tallet, er det et perfekt tall. Hvis summen er mindre enn tallet selv, sier vi at tallet er fattig, og hvis summen er større enn tallet, sier vi at tallet er rikt.

a Finn faktorene i disse tallene, og finn ut om de er rike, fattige eller perfekte:

6	18	24	36	180

Figur 20: Øvingsoppgave, Maximum 10, *s. 230 (Tofteberg et al., 2021b).*

I tekstoppgavekategorien skiller *Matematikk 10* og *Matemagisk 10* seg ut ved at henholdsvis 76,9 prosent og 81,1 prosent av kodingstilfellene er plassert i denne kategorien. Totalt, i alle lærebøkene, utgjør tekstoppgavene 54,8 prosent av alle kodingstilfellene, noe som viser hvilken form problemløsningsoppgaver oftest har i lærebøkene. Oppgave 3.61 (Figur 21) er et eksempel på en tekstoppgave. Informasjonen som er nødvendig for å løse oppgaven er tilgjengelig i oppgaveteksten.



3.61 Menkaurapyramiden er den minste av de tre store pyramidene på Gizaplatået i Egypt. Pyramiden har en rektangulær grunnflate.

Hvor lang er den andre siden i grunnflaten når den ene sidelengden er 102 m og arealet er 10 710 m^2?

Figur 21: Tekstoppgave, Matematikk 9, *s. 231 (Hjardar & Pedersen, 2020b).*

Kategoriene utfordring og bevis skilles fra tekstoppgaver ut i fra hvordan oppgaven er fremstilt. Utfordringsoppgavene oppfordrer elevene eksplisitt eller implisitt til å løse en utfordring, som for eksempel oppgaven i Figur 22 (s. 52). Oppgaven forteller hva som skal gjøres, men ikke noe om hvilke pinner som skal flyttes og elevene kan måtte utvikle og ta i bruk helt ukjente metoder for å komme frem til en løsning, noe som er sentralt i forbindelse med utforsking og problemløsning. *Maximum*-bøkene og *Matemagisk 8* og *9* er de eneste som inneholder utfordringsoppgaver, og i bøkene utgjør disse oppgavene mellom 15 og 23,3 prosent av alle kodingstilfellene. Dette viser at omtrent like stor del av problemløsningsoppgavene i disse bøkene presenteres som utfordringer.

4.15 Pinnerebuser
Samarbeid to og to. Bruk hobbypinner eller tegn løsninger. Diskuter i klassen om dere finner flere løsninger til noen av utfordringene.

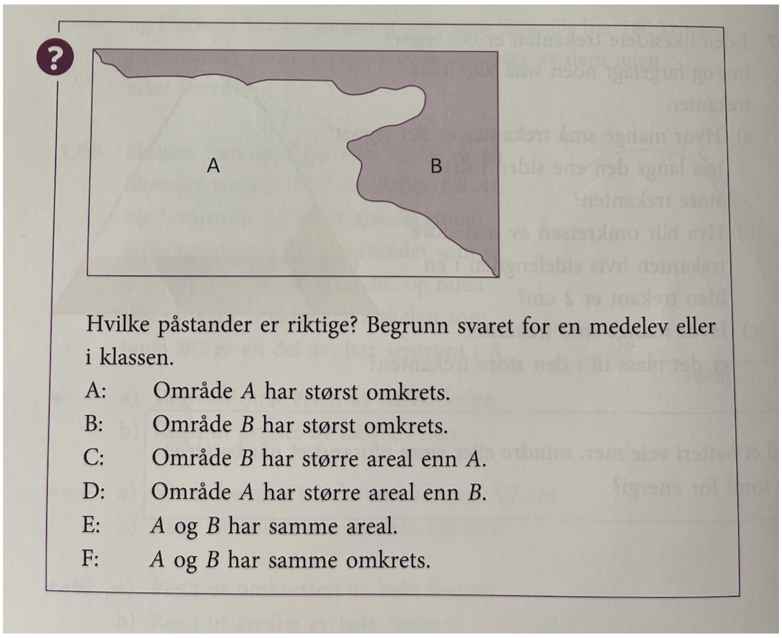
a Flytt to pinner i figur 1 og få fem likesidede trekanter.

Figur 1

Figur 22: Utfordring, Maximum 10*, s. 231 (Tofteberg et al., 2021b).*

Når det kommer til bevisoppgaver viser resultatene små forskjeller mellom syv av de ni lærebøkene. Unntakene er *Matematikk 8*, som ikke inneholder bevisoppgaver, og *Maximum 8*, som kun har to kodingstilfeller i beviskategorien. Totalt sett er 15,4 prosent av de analyserte oppgavene bevisoppgaver, og flere av lærebøkene ligger nært dette gjennomsnittet.

Oppgavetekstene til bevisoppgavene preges av oppfordringer om å begrunne, vise, bevise og forklare. Figur 23 (s. 53) viser en oppgave i *Matematikk 10*, der oppgaven ber elevene om å begrunne svaret. Flere av bevisoppgavene, som i Figur 23 (s. 53), legger til rette for samarbeid og kommunikasjon. Den matematiske argumentasjonen som kreves for å løse slike og lignende oppgaver, fører til en form for bevis. Bevisoppgaver utfordrer elevene til å se matematiske sammenhenger og utvikler matematiske argumentasjonsferdigheter, både skriftlig og muntlig.


A
B

Hvilke påstander er riktige? Begrunn svaret for en medelev eller i klassen.

A: Område *A* har størst omkrets.
B: Område *B* har størst omkrets.
C: Område *B* har større areal enn *A*.
D: Område *A* har større areal enn *B*.
E: *A* og *B* har samme areal.
F: *A* og *B* har samme omkrets.

Figur 23: Bevisoppgave, Matematikk 10*, s. 78 (Hjardar & Pedersen, 2021).*

5.2.6 Samlet presentasjon av problemløsningsoppgavenes strukturelle kjennetegn

Tabell 15 (s. 54) viser de samlete resultatene for de ulike læreverkene. Som presentert i de foregående delkapitlene, er det store variasjoner, i noen tilfeller mellom læreverkene og i andre tilfeller internt i de enkelte læreverkene. Til tross for forskjeller, viser resultatene hvilke former av de strukturelle kjennetegnene som preger problemløsningsoppgavene i norske lærebøker i matematikk. Omtrent halvparten av oppgavene er presentert i en matematisk kontekst, og omtrent halvparten i en virkelighetsnær kontekst. Resultatene (Tabell 15, s. 54) viser tydelig at størsteparten av oppgavene er eksplisitt formulert, men *Matemagisk* peker seg ut ved at over 10 prosent av oppgavene er åpent formulert. Flesteparten av oppgavene har også kun én løsning, men i både *Maximum* og *Matemagisk* har om lag 40 prosent av oppgavene flere løsninger. I metodekategoriene er det store variasjoner, men totalen viser at nylig presentert metode og nærmer seg forskernivå er mest fremtredende. Det er også forskjeller i hvilken form oppgavene har, men samlet sett er hele 54,8 prosent av oppgavene presentert som tekstoppgaver.

Strukturelle kjennetegn		*Matematikk*	*Maximum*	*Matemagisk*	Total
Kontekst	Matematisk	62,5 %	31,6 %	41,5 %	45,2 %
	Virkelighetsnær	37,5 %	68,4 %	58,5 %	54,8 %
Formulering	Eksplisitt	98,9 %	98,7 %	87,4 %	93,6 %
	Åpen	1,1 %	1,3 %	12,6 %	6,4 %
Antall løsninger	Ingen	1,1 %	0 %	1,5 %	1 %
	Én	90,9 %	60,5 %	57,8 %	68,2 %
	Mer enn én	8 %	39,5 %	40,7 %	30,8 %
Metode	Nylig presentert metode	62,5 %	7,9 %	32,6 %	35,1 %
	Valg mellom tidligere presenterte metoder	10,2 %	25 %	9,6 %	14 %
	Kombinasjon av presenterte metoder	20,5 %	15,8 %	20 %	18,7 %
	Nærmer seg forskernivå	6,8 %	51,3 %	37,8 %	32,1 %
Oppgavens form	Øvingsoppgave	34,1 %	9,2 %	14,8 %	19,1 %
	Tekstoppgave	54,5 %	55,3 %	54,8 %	54,8 %
	Utfordring	0 %	21,1 %	11,9 %	10,7 %
	Bevis	11,4 %	14,5 %	18,5 %	15,4 %
Totalt antall oppgaver		88	76	135	299

Tabell 15: Prosentvis fordeling av kodingstilfellene for oppgavenes strukturelle kjennetegn.

6 Diskusjon

Resultatene fra lærebokanalysen har vist både store og små forskjeller, svake tendenser og noen tydelige svar. Ved å diskutere disse resultatene opp mot faglig relevant teori, kan problemstillingen besvares med forankring i teori og resultater. Diskusjonens struktur følger de to forskningsspørsmålene og de ulike kategoriene.

6.1 Forskningsspørsmål 1: I hvilken grad legger oppgaveteksten føringer for elevene med tanke på samarbeid og kommunikasjon?

Samarbeid og kommunikasjon presenteres i læreplanen for matematikk som sentralt i arbeidet med utforsking og problemløsning, og jeg ønsket derfor å undersøke i hvilken grad lærebøkene vektlegger samarbeid og kommunikasjon. Det sosiokonstruktivistiske læringssynet fokuserer på at både samhandling, kommunikasjon og utfordring av individers tanker er med på å skape læring (Skott et al., 2019). I mine undersøkelser, kommer lærebøkenes sosiokonstruktivistiske syn frem gjennom hvilke oppfordringer til samarbeid og kommunikasjon oppgavetekstene inneholder.

Resultatene viste tydelige forskjeller mellom læreverkenes oppfordringer til samarbeid (Tabell 3, s. 34). *Maximum* er det eneste læreverket som i stor grad oppfordrer til samarbeid. Oppgavene var tydelige på hvor mange som skulle samarbeide, og hvordan (Figur 22, s. 52). Den eksplisitte oppfordringen til samarbeid kan styrke elevenes læringsmuligheter ved at elevene utvider hverandres proksimale utviklingssone og dermed kan også elevenes individuelle matematiske forståelse utvikles (Säljö, 2001; Skott, et al., 2019; Vygotsky, 1998). *Maximum* viser med det en tydelig forankring i det sosiokonstruktivistiske læringssynet, men kontrastene mellom læreverkene er store, og i *Matematikk* oppfordres det ikke eksplisitt til samarbeid i noen av oppgavene. I læreverket *Matemagisk* oppfordres det i liten grad eksplisitt til samarbeid, men i flere av oppgavene legges det til rette for samarbeid uten at dette uttrykkes direkte (Figur 19, s. 49). Flere av oppgavene i *Matemagisk* oppfordrer elevene til å forklare sine egne fremgangsmåter og løsninger, men de blir ikke bedt om å gjøre det til en medelev (Figur 16, s. 45). På denne måten er muligheten til samarbeid til stede, men det blir opp til læreren å iverksette. Det er viktig for utviklingen av elevenes matematiske forståelse at de får tilgang til medelevers tanker og løsninger, og i både *Maximum* og *Matemagisk* legges det til rette for dette (Yackel & Cobb, 1996). Forskjellen mellom de to læreverkene er at *Maximum* oppfordrer til samarbeid, mens *Matemagisk* indirekte oppfordrer til samarbeid når de i oppgavetekstene oppfordrer elevene til kommunikasjon.

Kommunikasjon er en viktig forutsetning for at samarbeid skal kunne skje, og læreverkenes fokus på kommunikasjon er også viktig med tanke på deres forståelse av utforsking og problemløsning i et sosiokonstruktivistisk perspektiv. Som en del av kjerneelementet utforsking og problemløsning, påpekes det at utforsking blant annet handler om å diskutere seg frem til en felles forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019). Kommunikasjon i matematikkundervisning er viktig for at elevers forståelse, fremgangsmåter og løsninger blir synlig for hverandre, og kan brukes som utgangspunkt for å komme nærmere en felles forståelse (Klette, 2013). Funnene fra analysen av problemløsningsoppgavene avdekket at *Matemagisk* og *Maximum* oppfordret til kommunikasjon i større grad enn *Matematikk*. ”Snakke matte”-oppgavene i *Matemagisk* viser tydelig at læreverket legger stor vekt på muntlig kommunikasjon. Om lag 30 prosent av problemløsningsoppgavene i både *Maximum 8* og *Matemagisk 10* oppfordret til kommunikasjon (Tabell 4, s. 36). Av de i alt 88 analyserte oppgavene i *Matematikk 8*, *9* og *10*, var det kun tre av dem som oppfordret til kommunikasjon. *Maximum* og *Matemagisk* påvirker dermed i større grad enn *Matematikk* elevene til å argumentere, diskutere og formulere matematikk både skriftlig og muntlig. Kommunikasjonsrelaterte oppgaver brukes ikke utelukkende for at elever skal øve på samarbeidsferdigheter og å kommunisere matematisk, men for å få tilgang til elevers ulike tanker, løsninger og metoder, som igjen utvikler elevenes forståelse og evner til å se sammenhenger i matematikken (Alrø & Skovsmose, 2004). Elevenes forståelse kan for eksempel utvikles i møte med medelevers argumentasjon og deres bruk av metoder. Gjennom blant annet diskusjoner og åpne spørsmål får elever tilgang til hverandres tanker og forståelse, og er et eksempel på hvordan kommunikasjon og samhandling kan utvikle elevenes individuelle forståelse (Skott et al., 2019; Wittek & Brandmo, 2021).

Tatt i betraktning at mange av oppgavene i *Matemagisk* som oppfordrer til kommunikasjon også egner seg for samarbeid er det hensiktsmessig å se på hvordan læreverkene fokuserer på samarbeid og kommunikasjon samlet sett. Omtrent halvparten av oppgavene i *Maximum* og 30 prosent av oppgavene i *Matemagisk* (Tabell 5, s. 38) oppfordrer til samarbeid eller kommunikasjon, som kan gi elevene mange erfaringer med å bli utsatt for andre elevers tanker og det å vurdere andres resonnementer, som igjen kan bidra til økt matematisk forståelse (Alrø & Skovsmose, 2004; Skott et al., 2019). *Matematikk*s bøker fokuserer lite på samarbeid og kommunikasjon, som vitner om et mer tradisjonelt og mindre utforskende syn på undervisning og matematikk, som oppgave 3.97 i Figur 17, s. 47 (Alrø & Skovsmose, 2004).

6.2 Forskningsspørsmål 2: Hvilke strukturelle kjennetegn har problemløsningsoppgavene i nye matematikklærebøker for ungdomstrinnet?

Gjennom arbeid med utforsking og problemløsning i matematikk, skal elevene forberedes til et samfunn og arbeidsliv i utvikling. Elevene skal analysere problemer og utvikle egnede fremgangsmetoder for å se matematiske sammenhenger og utvide sin matematiske forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019). Lærebøker har en sentral rolle i matematikkundervisningen og har et ansvar for å formidle utforskende og problemløsende matematikk i tråd med læreplanen (Gilje et al., 2016). På bakgrunn av dette skal funnene om problemløsningsoppgavenes strukturelle kjennetegn diskuteres opp mot relevant teori.

6.2.1 Kontekst

Funnene i kategorien kontekst viser at litt over halvparten av oppgavene (54,8 prosent) er knyttet til en virkelighetsnær kontekst, mens litt under halvparten (45,2 prosent) er presentert i en matematisk kontekst (Tabell 7, s. 40). I forbindelse med utforskende matematikk og problemløsning er det viktig at elevene inviteres med inn i matematikken. For at elevene skal godta invitasjonen, bør aktivitetene og oppgavene ta utgangspunkt i kontekster som er kjente for elevene. Oppgaver med kjent kontekst gir elevene mulighet til å ta med seg og bygge videre på egne erfaringer og forkunnskaper (Skovsmose, 1994; Stein et al., 2008; Yackel, 1995). Lærebøkenes oppgaver med utgangspunkt i en virkelighetsnær kontekst hjelper elevene med å forstå det abstrakte i matematikken, og se nytteverdien av matematikken de lærer (Borasi, 1986).

Ved å se på resultatene for hver enkelt bok, kommer det frem at *Maximum* og *Matemagisk* i større grad enn *Matematikk* presenterer oppgavene i en virkelighetsnær og kjent kontekst for elevene. Læreverkene *Maximum* og *Matemagisk* har dermed større mulighet til å engasjere elevene og invitere dem med i den utforskende undervisningen (Skovsmose, 2003). Å kunne ta utgangspunkt i personlige erfaringer kan bidra til at elevene tar mer eierskap i matematikken, som også fører til økt engasjement (Schoenfeld, 2018).

Problemløsningsoppgaver med virkelighetsnær kontekst øker mulighetene for at elevene godtar invitasjonen inn i og engasjerer seg i utforskende matematikk, men oppgavene i lærebøkene må også utfordre elevene til å se sammenhenger, utvikle fremgangsmetoder og argumentere for støtte opp om utforsking og problemløsning (Skovsmose, 2003; Stein et al., 2008; Yackel, 1995; Wæge, 2007). De andre strukturelle kjennetegnene i analysen er med på å kartlegge læreverkenes forståelse av utforsking og problemløsning.

6.2.2 Formulering

Funnene knyttet til oppgavenes formulering viser tydelig at flesteparten av de analyserte oppgavene i alle læreverkene har en eksplisitt formulert oppgavetekst som inneholder detaljert informasjon, som oppgave 3.54 i Figur 12 (s. 41). Til tross for at de fleste oppgavene i *Matemagisk* er eksplisitt formulert, viser resultatene at læreverket inneholder flere oppgaver med en åpen formulering, og skiller seg dermed fra de to andre læreverkene. Om oppgaven er formulert eksplisitt eller åpent påvirker oppgavens løsningsmuligheter som igjen kan påvirke mulighetene for utforsking. Eksplisitt formulerte oppgaver inneholder all nødvendig informasjon for at oppgaven skal kunne løses, mens åpne oppgaver ikke presenterer all informasjonen, slik at de som skal løse oppgaven selv kan påvirke hvilken informasjon oppgaven skal baseres på (Skovsmose, 2003; Wæge, 2007; Xenofontos, 2019). De åpne oppgavene i læreverket *Matemagisk*, som oppgave 23.13 (Figur 15, s. 44), bidrar til å åpne matematikken for elevene slik at de får medbestemmelse gjennom muligheten til å selv påvirke oppgaven og dermed kan elevenes eierskap til matematikken forsterkes (Hana, 2013; Mellin-Olssen, 1991; Schoenfeld, 2018; Yeo, 2017).

Til tross for dette ser vi at over 90 prosent av de analyserte oppgavene er eksplisitt formulert (Tabell 8, s. 43). Dette kan skyldes lærebøkenes sentrale rolle i den tradisjonelle undervisningen der lærebøkene var svært styrende for undervisningen og presise og utfyllende instrukser preget oppgavetekster og beskjeder (Mellin-Olssen, 1991). Åpne og utforskende oppgaver krever en tilstedeværende og støttende lærer, og grunnen til den høye andelen av oppgaver med eksplisitt formulering kan være at læreverkene ønsker å formidle matematikken uten å basere seg på læreres kompetanse (Goos, 2004; Yackel, 1995).

Det å bruke åpne oppgaver åpner matematikken for elevene. Dette kan føre til elevmedvirkning er viktig i arbeid med utforsking fordi det gir elevene valgmuligheter og oppgavene får flere mulige løsninger (Hana, 2013; Mellin-Olssen, 1991; Yeo, 2017). Convergent-divergent oppgaver er et eksempel på oppgaver med en åpen formulering for å gi elevene flere valg og for å legge opp til diskusjon (Foster, 2015; Pehkonen, 1997). Gjennom åpent formulerte oppgaver gir *Matemagisk* elevene større muligheter til å påvirke oppgavene, drive utforskende virksomhet, samarbeide og diskutere i arbeid med problemløsningsoppgaver enn de to andre læreverkene.

6.2.3 Antall løsninger

Funnene i kategorien antall løsninger viser tydelig at det samlet sett for alle lærebøkene er flest oppgaver med én løsning (Tabell 9, s. 44). I *Matematikk* har over 90 prosent av problemløsningsoppgavene kun én løsning, men for *Maximum* og *Matemagisk* gjelder dette for omtrent 60 prosent av problemløsningsoppgavene. Resultatene kan være en konsekvens av tradisjonell undervisning, og de tidligere forventningene knyttet til lærebøkers rolle. Mellin-Olssen (1991) påpeker at fokuset på å komme frem til det riktige svaret har preget lærebokstyrt matematikkundervisning i norsk skole. En fasitfokusert undervisning nedprioriterer utvikling av forståelse til fordel for å komme frem til riktig svar, noe som igjen bidrar til en instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Fokuset på et riktig svar kan påvirke kommunikasjonen ved at fasiten og ikke elevenes tanker vil være utgangspunkt for samtalen (Alrø & Skovsmose, 2004).

At hoveddelen av de analyserte oppgavene kun har én løsning er ikke ensbetydende med at lærebøkene oppmuntrer til en undervisning der målet er å komme frem til riktig svar. I både *Maximum* og *Matemagisk* har om lag 40 prosent av de analyserte oppgavene mer enn én løsning, noe som viser at bøkene legger til rette for at oppgavene skal ha flere løsninger (Tabell 9, s. 44). Flere løsninger på en oppgave gir elevene flere muligheter, som igjen skaper et godt grunnlag for diskusjon og samarbeid og det sosiokonstruktivistiske perspektivet støttes (Skott et al., 2019). LIST-oppgaver er et eksempel på oppgaver som har flere løsninger og elevene har mulighet til å tilpasse oppgavene ut i fra sin forståelse og sine ferdigheter (Wæge & Nosrati, 2018).

Maximum og *Matemagisk* viser med sin andel oppgaver med mer enn én løsning at de ønsker å legge til rette for utforsking i sine problemløsningsoppgaver. De tilsammen tre oppgavene, i *Matematikk* og *Matemagisk*, i kategorien ingen løsning, bidrar også til utforsking gjennom oppgavetekstene. Læreverket *Matematikk*s bøker preges i liten grad av oppgaver med flere eller ingen løsninger (Tabell 9, s. 44). Lærebøker kan fokusere på utforsking og problemløsning uten å legge til rette for flere løsninger, men ved å inneholde en stor andel oppgaver med flere løsninger sendes det tydelige signaler om at dette verdsettes. Oppgaver med flere løsninger er positivt i forbindelse med utforsking i matematikk, ved at elevene har flere muligheter og oppgavene inviterer til diskusjon og refleksjon, som er viktig for å utvikle den matematiske forståelsen (Klette, 2013; Mellin-Olssen, 1991).

6.2.4 Metode

Der den tradisjonelle matematikkundervisningen vektlegger fasitsvaret, vektlegger den utforskende og problemløsende matematikken metodebruken, og anser prosessen med å komme frem til, diskutere og vurdere metoder som det viktig for å utvikle matematisk forståelse og se sammenhenger (Alrø & Skovsmose, 2006; Borasi, 1986; Kunnskapsdepartementet, 2019; Mason & Davis, 1991; Polya, 1981; Schoenfeld, 1992; Skovsmose, 2003).

Underkategorien nylig presentert metode viser at *Matematikk* i stor grad, *Maximum* i liten grad og *Matemagisk* til en viss grad påvirker elevene til å velge en spesifikk metode som nettopp er presentert (Tabell 10, s. 46). I et utforskings- og problemløsningsperspektiv vil oppgaver som løses ved hjelp av en forhåndsbestemt metode hindre utforsking og elevers utvikling av problemløsningskompetanse ved å frata elevene frihet til selv å vurdere eller utvikle metoder (Mason & Davies, 1991). Å legge opp til at elevene skal følge bestemte metoder, som oppgave 3.97 i figur 17 (s. 47), vil gjøre oppgavene til rutineoppgaver der de øver på den bestemte metoden, og kan sammenlignes med oppgaveparadigmet og den tradisjonelle undervisningens instrumentelle fokus (Alrø & Skovsmose, 2006; Boesen, 2006; Mellin-Olssen, 1991; Skemp, 1976). Målet med denne typen oppgaver blir å huske regler og algoritmer, som vil utvikle den instrumentelle forståelsen fremfor den relasjonelle, og andelen oppgaver i *Matematikk* og *Matemagisk*, som tar utgangspunkt i en nylig presentert metode skaper en kontrast til læreplanens fokus på utforsking og problemløsning (Boaler, 1997; Kunnskapsdepartementet, 2019; Skemp, 1976).

Omtrent en tredjedel av problemløsningsoppgavene i lærebøkene gir elevene muligheten til å velge mellom eller kombinere tidligere presenterte metoder (Tabell 11, s. 47). Disse oppgavene skal ikke løses med én bestemt metode, og tar utgangspunkt i tidligere, og ikke nylige, presenterte metoder. Denne typen oppgaver kan støtte opp under utforsking og problemløsning fordi vurderingene og utvelgelsen av metoden elevene må gjøre er med på å gjøre oppgavene kognitivt krevende. Vurderingen av hensiktsmessig metode og å eventuelt kombinere metoder kan inkludere utforsking og er med på å utvikle relasjonell forståelse (Wæge & Nosrati, 2018).

Den siste underkategorien, nærmer seg forskernivå, er sentral i utforsking og problemløsning. Litt over halvparten av oppgavene *Maximum*, en tredjedel av oppgavene i *Matemagisk* og om lag fem prosent av oppgavene i *Matematikk* inviterer elevene til å nærme seg forskernivå (Tabell 13, s. 49). Polya (1981) ser på en oppgave som et virkelig problem når det må utvikles en ny metode for å komme frem til en løsning. Elevene settes i situasjoner de ikke har lært hvordan de skal løse, og blir nødt til å starte en prosess for å finne en hensiktsmessig metode som vil føre til en løsning. Prosessen med å utvikle en egnet metode gir elevene muligheten til å utforske mønstre og sammenhenger, og kritisk vurdere sin egen metode (Schoenfeld, 1992). Lærebøkenes oppgaver i kategorien nærmer seg forskernivå bidrar til at elevene får erfaring med å løse skikkelige problemløsningsoppgaver og må vurdere hvilke teknikker de skal anvende, noe som også kan gi elevene god øving i problemløsningsheuristikker (Kongelf, 2019; Polya, 1990). Disse problemløsningsoppgavene legger opp til individuelle valg i utviklingen av metode, som kan gi ulike metoder og løsninger, som skaper et godt grunnlag for diskusjon og refleksjon rundt ulike valg (Klette, 2013; Mason & Davis, 1991).

Kontrastene mellom å legge til rette for at elevene kan utvikle en egen egnet metode og det å bestemme spesifikt hvilken metode som skal brukes viser spriket i norske lærebøkers forståelse av utforsking og problemløsning.

6.2.5 Oppgavens form

Kategorien oppgavens form viser lærebøkenes fremstilling av problemløsningsoppgaver. Oppgavene som ansees som øvingsoppgaver utgjør nesten 20 prosent av alle de analyserte oppgavene (Tabell 14, s. 50). Formålet med øvingsoppgavene er å repetere gjennomgåtte emner, og minner om oppgavene som tar i bruk en nylig gjennomgått metode (Borasi, 1986). Øvingsoppgavene i lærebøkene har liten verdi i et utforskings- og problemløsningsperspektiv fordi oppgavene ikke krever selvstendig tenking eller gir metodefrihet (Borasi, 1986).

Dermed støtter øvingsoppgaver et tradisjonelt og instrumentelt perspektiv med fokus på prosedyrekunnskap og repetisjon, og lite fokus på at elever skal tenke og forstå selv (Goodchild et al, 2013; Mellin-Olssen, 1991; Skemp, 1976; Skovsmose, 2003). Tekstoppgaver, utfordringer og bevis er alle oppgavetyper som kan støtte opp under utforsking og problemløsning. Funnene viser at over halvparten av oppgavene presenteres som tekstoppgaver, og viser at Pehkonens (2017) undersøkelser om at lærere ser på problemløsningsoppgaver som tekstoppgaver, kan skyldes lærebøkenes fremstilling. Om tekstoppgavene faktisk er utforskende og problemløsende avhenger av konteksten, hvordan de er formulert og metodebruken (Borasi, 1986).

Utfordringsoppgavene utgjør kun 10 prosent av oppgavene (Tabell 14, s. 50), men kan være verdifulle problemløsningsoppgaver fordi elevene må trekke ut riktig informasjon fra en komplisert kontekst og selv må finne en hensiktsmessig metode og oppgavene er derfor både utforskende og utvikler elevenes problemløsningskompetanse (Borasi, 1986; Polya, 1981; Schoenfeld, 1992). Slike oppgaver legger til rette for kommunikasjon og samarbeid fordi løsningsmetodene er ukjent og elever kan forklare sine valg for hverandre. I slike samtaler kan medelever utvide hverandres utviklingssoner og skape kognitive konflikter hos hverandre, og utvikle matematisk forståelse som et produkt av dette (Klette, 2013; Skott et al., 2019).

Funnene viser at 15 prosent av de analyserte oppgavene (Tabell 14, s. 50) har form som bevisoppgaver. Borasi (1986) er tydelig på at bevisoppgaver bør anerkjennes som problemløsningsaktivitet fordi bevis er knyttet til det å forstå sammenhenger i matematikk. Bevisoppgavene kan også knyttes til Skovsmoses undersøkelseslandskap (2003) hvor kritiske spørsmål og målet om å finne bakenforliggende faktorer er sentralt. Bevis er også gode utgangspunkt for diskusjon fordi flere bevis kan være gyldige og bevisets gyldighet kan diskuteres og krever gode matematisk forankrede argumenter for og imot (Borasi, 1986).

7 Avslutning

Innholdsanalysen av de nye læreverkene *Matematikk*, *Maximum* og *Matemagisk* for elever på ungdomstrinnet ble gjort for å undersøke hvordan nye læreverk i matematikk legger til rette for kjerneelementet utforsking og problemløsning. Forskningsspørsmålene har, sammen med relevant teori blitt brukt i analyse og diskusjon for å besvare problemstillingen. I dette kapittelet presenterer jeg en konklusjon for å svare på problemstillingen og jeg kommenterer oppgaven med et kritisk blikk.

7.1 Konklusjon

For å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene er bøkenes problemløsningsoppgaver analysert ut ifra deres strukturelle egenskaper og grad av oppfordring til samarbeid og kommunikasjon. Problemstillingen som skal besvares er:

På hvilken måte legger lærebøker i matematikk på ungdomstrinnet, skrevet til Kunnskapsløftet (LK20), til rette for utforsking og problemløsning?

De samlede resultatene viser tydelige forskjeller mellom de ulike læreverkene, noe som indikerer at måten de ulike lærebøkene legger til rette for utforsking og problemløsning er svært varierende.

Lærebøkenes rolle som formidlere av matematikk påvirker elevenes matematiske forståelse og syn på matematikk. Teori knyttet til utforsking i matematikk er tydelig på at en kjent og reell kontekst, en åpent formulert oppgave og flere løsninger er et godt utgangspunkt for utforsking (Skovsmose, 2003). På bakgrunn av dette var det interessant å se at over halvparten av problemløsningsoppgavene hadde en virkelighetsnær kontekst som viser at læreverkene anerkjenner viktigheten av en kjent kontekst. Dette kan engasjere elevene og være med på å gjøre matematikken relevant for dem. Dette gjelder særlig for *Matematikk 10*, hvor alle analyserte oppgaver har en virkelighetsnær kontekst. Det er også positivt at det i *Matemagisk* og *Maximum*s bøker legges vekt på at oppgavene kan ha flere mulige løsninger. Funnene viser imidlertid at store deler av oppgavene læreverket *Matematikk* kun har én løsning, noe som kan begrense mulighetene til utforsking (Skovsmose, 2003). Når det kommer til oppgavenes formulering, er det et stort savn av oppgaver med åpen formulering i både *Matematikk* og *Maximum*. Oppgavetekstene i de to læreverkene inneholder for mye spesifikk informasjon, og begrenser mulighetene for utforsking. Læreverket *Matemagisk* gir elevene muligheter til å utforske og tenke kritisk samtidig som elevene får eierskap til matematikken gjennom individuelle valg (Skovsmose, 2003, Wæge, 2007).

I et problemløsningsperspektiv er det løsningsmetodene som er avgjørende for hvordan lærebøkene fremmer problemløsning. For at elevene skal ha mulighet til å utvikle problemløsningskompetanse, forståelse og evner til å se sammenhenger, bør lærebøkene legge til rette for at elevene skal løse oppgaver uten å ta i bruk kjente og allerede presenterte metoder (Mason & Davis, 1991; Polya, 1981; Schoenfeld, 1992; Valenta, 2016). Funnene i metodekategorien er svært varierende og viser spennet i lærebøkenes forståelse av problemløsning. *Maximum* viser tydelig at de anerkjenner metodefrihet og problemløsningsoppgavene deres legger opp til at elevene skal utvikle egne hensiktsmessige metoder for å finne løsninger, og metodebruken nærmer seg dermed forskernivå. Dette kan bidra til at elevene får øvd på ulike problemløsningsheuristikker og kan ta med seg erfaringene videre i møtet med utfordringer i det virkelige liv (Kongelf, 2019; Pehkonen, 2013). Oppgavene har form som både tekstoppgaver, utfordringer og bevis, og variasjonen av slike oppgavetyper er positivt fordi elevene får variert fokus og muligheter til å finne egne løsninger men samtidig måtte begrunne og forklare svar som utvikler evnen til å se sammenhenger (Borasi, 1986). På andre siden av spennet finner vi *Matematikk*, hvor elevene i stor grad påvirkes til å bruke metoder som nylig er presentert. Flere av disse oppgavene har form som øvingsoppgaver. Dette styrker ikke elevenes problemløsningskompetanse og relasjonelle forståelse, men minner om tradisjonell undervisning og bidrar heller til et instrumentelt fokus der prosedyrekunnskap og innlæring av algoritmer er førende (Borasi, 1986; Mellin-Olssen, 1991; Skemp, 1976, Skovsmose, 2003). Læreverket *Matemagisk* faller midt imellom fordi bøkene består av mange oppgaver der elevene selv må utvikle en egnet metode, men inneholder også en stor del oppgaver som påvirker elevene til å bruke én bestemt metode som nylig er presentert.

I tillegg til å se på de strukturelle kjennetegnene er det vesentlig å se på om læreverkene oppfordrer til samarbeid og kommunikasjon fordi det gir elevene tilgang til hverandres tanker og metoder, som igjen gir rom for utforsking og utvikling av problemløsningsferdigheter (Klette, 2013; Mason & Davis, 1991). Resultatene viser tydelig at *Maximum* i stor grad oppfordrer til både samarbeid og kommunikasjon det sosiale aspektet ved matematikk verdsettes høyt i læreverket (Skott et al., 2019). I *Matemagisk* oppfordres det implisitt til samarbeid, og kommunikasjon er sentralt, blant annet gjennom ”snakke matte”-oppgaver, noe som viser bøkenes anerkjennelse av språk i matematikk (Skott et al., 2019). I *Matematikk* oppfordres det i svært liten grad til både samarbeid og kommunikasjon.

Sett i lys av relevant teori og den gjeldende læreplanen i matematikk skiller læreverket *Matematikk* seg fra *Maximum* og *Matemagisk* når det kommer til utforsking og problemløsning. Læreverket oppfordrer i svært liten grad til samarbeid og kommunikasjon og inneholder en større andel oppgaver med matematisk kontekst, kun én løsning og påvirker i stor grad elevene til å bruke en nylig presentert metode, som ikke bidrar til økt instrumentell forståelse fremfor en relasjonell forståelse. *Maximum* og *Matemagisk* legger opp til utforsking og problemløsning i større grad enn *Matematikk* og gjenspeiler tydelig læreplanens kjerneelement utforsking og problemløsning. Problemløsningsoppgavene i *Maximum* og *Matemagisk* oppfordrer i stor grad både eksplisitt og implisitt til samarbeid og kommunikasjon samtidig som oppgavene gir elevene mulighet til å utforske og utvikle problemløsningsferdighetene og den relasjonelle forståelsen sin gjennom virkelighetsnære kontekster, oppgaver med flere løsninger, metodefrihet og variasjon mellom tekstoppgaver, utfordringer og bevisoppgaver (Borasi, 1976; Kunnskapsdepartementet, 2019; Polya, 1981; Skovmose, 2003; Schoenfeld, 1985).

7.2 Kritisk blikk på arbeidet og tanker om videre forskning

Datagrunnlaget i denne studien består kun av problemløsningsoppgaver. Disse problemløsningsoppgavene er enten eksplisitt presentert som problemløsningsoppgaver i bøkene, eller valgt ut av lærebokforfatterne. Samtidig har lærebokforfatterne uttrykt at bøkene består av flere problemløsningsoppgaver, selv om de ikke eksplisitt presenteres som det. Studiens resultater kan derfor avvike fra hvordan bøkene totalt sett vektlegger utforsking og problemløsning. Til tross for dette, kan resultatene vise hva som kjennetegner problemløsningsoppgavene i lærebøkene og hvordan nye lærebøker i matematikk er tilpasset den gjeldende læreplanens kjerneelement utforsking og problemløsning. Ved å kun ta utgangspunkt i oppgaver læreverkene selv anser som problemløsende kommer lærebøkenes forståelse av problemløsning frem. I tillegg er utforsking av mønstre og sammenhenger relevant innen problemløsning, og oppgavene vil derfor også vise læreverkenes vektlegging av utforsking.

Studien ser kun på lærebøkenes fremstilling og hvordan oppgavenes fremstilling kan påvirke elevene, og vil derfor ikke kunne si noe om hvilket læringsutbytte bøkene faktisk gir. Lærere kan oppfordre til diskusjon selv om bøkene ikke oppfordrer til dette og lærere kan påvirke elevenes metodebruk der lærebøkene gir metodefrihet. Studien sier noe om lærebøkenes forståelse av utforsking og problemløsning, og tar ikke høyde for hvordan ytre faktorer påvirker forståelsen lærebøkene formidler.

Oppgavene er kategorisert ved hjelp av et analyseverktøy og mine tolkninger, som igjen er påvirket av relevant teori. Andre som gjennomfører lærebokanalyser innen samme tema vil kanskje bruke andre analyseverktøy og tolke oppgavene annerledes enn meg. På grunn av at resultatene påvirkers av mine tolkninger er det viktig for meg å gjøre forskningen transparent, slik at andre kan se valgene mine og på hvilket grunnlag de er tatt.

I videre forskning innen utforsking og problemløsning i lærebøker ville det vært interessant å analysere alle oppgavene, uavhengig av om de presenteres som utforskende og problemløsende eller ikke. I tillegg ville det vært interessant å intervjue og observere hvordan lærere og elever bruker lærebøkene i matematikkundervisning.

Litteraturliste

Aaseth, N. (2016). *Problemløsning i norske og russiske matematikklærebøker for videregående skole: En sammenlignende studie av eksempler i norske og russiske lærebøker* [Masteroppgave, Universitetet i Bergen]. Bergen Open Research Archive. https://bora.uib.no/bora-xmlui/bitstream/handle/1956/15811/143493278.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Akselsen, H. & Lund, M. W. (2021). *Utforsking og problemløsing i matematikklærebøker gjennom et sosiokulturelt perspektiv: En komparativ innholdsanalyse av utvalgte oppgavetekster i tre matematikklærebøker på 8. trinn.* [Masteroppgave, Universitetet i Sørøst-Norge]. USN Open Archive. https://openarchive.usn.no/usn-xmlui/handle/11250/2985334

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2004). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intetion, Reflection, Critique*. Kluwer Academic Publishers.

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisningen: Udvikling af IC-Modellen. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes?: Om matematiklæring* (s. 110-126). Malling Beck.

Aschehoug. (2021, 01. juni). *Matematikk: Trinn 8.–10.* https://aunivers.lokus.no/marked/ungdomsskole/laeremidler-8.-10/matematikk

Birkeland, P. A., Breiteig, T. & Venheim, R. 2012. *Matematikk for lærere 2*. Universitetsforlaget.

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects: state, trends and issues in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 37-68.

Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics: Teaching styles, sex and setting*. Open University Press.

Boesen, J. (2006). *ASSESSING MATHEMATICAL CREATIVITY: Comparing national and teacher-made tests, explaining differences and examining impact* [Doktorgradsavhandling, Umeå university]. ResearchGate. https://www.researchgate.net/publication/277805890_Assessing_mathematical_creativity_comparing_national_and_teacher-made_tests_explaining_differences_and_examining_impact

Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics, 17*(2), 125-141.

Bratberg, Ø. (2021). *Tekstanalyse for samfunnsvitere*. Cappelen Damm akademisk.

Cappelen Damm. (u.å.). *Matematikk 8-10 fra Cappelen Damm*. Hentet 1. april 2022 fra https://www.cappelendammundervisning.no/verk/matematikk-8-10-fra-cappelen-damm-153429

Christoffersen, L. & Johannesen. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.

Dalland, O. & Keeping, D. (2020). *Metode og oppgaveskriving* (7. utg.). Gyldendal.

Dalvang, T. (2006). *Undersøkelseslandskap som tilnærming til arbeidet med matematikkvansker: Et redskap for mestring?* [Masteroppgave, Universitetet i Oslo]. UiO DUO vitenarkiv. https://www.duo.uio.no/handle/10852/30802

Fauskanger, J., & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse–med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education, 20*(2), 79-96.

Foster, C. (2015). The Convergent-Divergent Model. *Educational Designer, 2*(8).

Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J. A., Furberg, A., Rasmussen, I., Kluge, A., Knain, E., Mørch, A., Naalsund, M. & Skarpaas, K. G. (2016). *Med ARK&APP: Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers av arbeidsformer* (ARK&APP). Universitetet i Oslo. https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/forskningsrapporter/arkapp_syntese_endelig_til_trykk.pdf

Goodchild, S., Fuglestad, A. B. & Jaworski, B. (2013). Critical alignment in inquiry-based practice in developing mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics 84*(3), 393-412.

Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(4), 258-291.

Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Fagbokforlaget.

Gutiérrez, R. (2013). The Sociopolitical Turn in Mathematics Education. *Journal for research in mathematics education, 44*(1), 37-68.

Gyldendal. (u.å.). *Maximum: Matematikk 8–10*. Hentet 1. april 2022 fra https://www.gyldendal.no/grs/maximum/c-183621/

Hana, G. M. (2013). Oppgaver. I G.-M. Hana (Red.), *Matematiske byggesteiner: Metamatematikk for lærerutdanningen* (s. 223-266). Caspar Forlag A/S.

Hjardar, H. & Pedersen, J.-E. (2020a). *Matematikk 8: Grunnbok*. Cappelen Damm.

Hjardar, H. & Pedersen, J.-E. (2020b). *Matematikk 9: Grunnbok*. Cappelen Damm.

Hjardar, H. & Pedersen, J.-E. (2021). *Matematikk 10: Grunnbok*. Cappelen Damm.

Imsen, G. (2020). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (6. utg.). Universitetsforlaget.

Kjærnsli, M., Nortvedt, G. A. & Jensen, F. (2014). *PISA 2012: Norske elevers kompetanse i problemløsing* (PISA 2012). Universitetet i Oslo. https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/rapporter/2014/pisa-2012_ps.pdf

Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. I R.-J. Krumsvik, & R. Säljö (Red.), *Praktisk-Pedagogisk Utdanning*. (s. 173-202). Fagbokforlaget.

Kongelf, T. R. (2017). What characterizes the heuristic approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway?. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influences: Research in Nordic and Baltic countries* (s. 155-194). Cappelen Damm AS.

Kongelf, T. R. (2019). *Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge: gullgruve eller fallgruve for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra?* [Doktorgradsavhandling, universitetet i Agder]. AURA. https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/bitstream/handle/11250/2616438/Avhandling_TomRuneKongelf_til%2btrykk_mottatt%2b08.08.19%2b%25282%2529.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020a). *Matemagisk 8*. Aschehoug undervisning.

Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020b). *Matemagisk 9*. Aschehoug undervisning.

Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2021). *Matemagisk 10*. Aschehoug undervisning.

Krogtoft, M., & Sjøvoll, J. (Red.). (2018). *Masteroppgaven i lærerutdanninga : Temavalg, forskningsplan, metoder* (2. utg.). Cappelen Damm akademisk.

Krumsvik, R. J., Jones, L. Ø. & Røkenes, F. M. (2019). *Kvalitativ metode i lærarutdanninga*. Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/

Kunnskapsdepartementet. (2019). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nno

Lee, C. (2006). *Language for learning mathematics: Assessment for learning in practice*. Open university Press.

Lerman, S. (2000). The Social Turn in Mathematics Education Research. I J. Boaler (Red.), Multiple perspectives on mathematics teaching and learning (s. 19-44). Ablex publishing.

Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 763-804). Information Age Publishing.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). *Problem Solving in Mathematics Education* (ICME13TS). Springer Open.

Mason, J. & Davis, J. (1991). *Fostering and sustaining mathematics thinking through problem solving*. Deakin University.

Mellin-Olssen, S. (1991). *Hvordan tenker lærere om matematikkundervisning?* Bergen Lærerhøgskole.

Niss, M. & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge.

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetancer og matematiklæring*. Undervisningsministeriet.

NOU 2014: 7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole: Et kunnskapsgrunnlag*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/

Olafsen, A., & Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidaktikk* (2. utg.). Universitetsforlaget.

Pehkonen, E. (1997). Introduction to the concept "open-ended problem". I E. Pekhonen (Red.), *Use of Open-Ended Problems in Mathematics Classroom. Research Report 176* (s. 7-11). ERIC.

Pehkonen, E. (2013). Open problems as means for promoting mathematical thinking and understanding. I A. Ambrus & E. Vásárhelyi (Red.), *Problem Solving in Mathematics Education* (s. 152-162). Eötvös Loránd University, Faculty of Science, Institute of Mathematics Mathematics Teaching and Education Center and Eszterházi Károly College, Institute of Mathematics and Informatics.

Pehkonen, E. (2017). Finnish elementary teachers' conceptions on problem solving in mathematics teaching. *Matematica e la sua Didattica, 25*(1), 13-27.

Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving*. John Wiley and Sons.

Polya, G. (1990) *How to solve it: The classic introduction to mathematical problemsolving* (2. utg.). Princeton University

Polya, G. (2013). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Stellar books

Rezat, S. & Strässer, R. (2017). Methodological issues and challenges in research on mathematics textbooks. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influences: Reaserch in Nordic and Baltic countries* (s. 495-514). Cappelen Damm Akademisk.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1991) What's all the fuss about problem solving? *Zentrallblatt fur didaktik der mathematik, 91*(1), 4-8.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. I D. Grouws (Red.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). MacMillan.

Schoenfeld, A. H. (2018) Video analyses for research and professional development: the teaching for robust understanding (TRU) framework. *ZDM Mathematics Education 50*(3), 491-506.

Schukajlow, S. & Krug, A. (2014). Do Multiple Solutions Matter? Prompting Multiple Solutions, Interest, Competence, and Autonomy. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(4), 497-533.

Sherin, M. G. (2002). When Teaching Becomes Learning. *Cognition and Instruction, 20*(2), 119-150.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching, 77*(1), 20-26.

Skott, S., Skott, C. K., Jess, K. & Hansen, H. C. (2019). *Matematik for lærerstuderende: Delta 2.0 fagdidaktikk 1.-10. klasse* (2. utg.). Samfundslitteratur.

Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring* (s.143-158). L&R Uddannelse.

Stein, M., Engle, R. A., Smith, M. & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340.

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv*. Cappelen akademisk forlag.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode* (5. utg.). Fagbokforlaget.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T., Stedøy, I. & Alseth, B. (2020). *Maximum 8* (2. utg.). Gyldendal.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T., Stedøy, I. & Alseth, B. (2021a). *Maximum 9* (2. utg.). Gyldendal.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Bråthe, L. T. & Stedøy. (2021b). *Maximum 10* (2. utg.). Gyldendal.

Tredal, H. M. S. (2020). *Problemløsning i matematikklærebøker for 8.trinn: En undersøkelse av forekomsten av problemløsningsheuristikker i eksemplene i fire lærebøker tilknyttet to ulike læreplaner* [Masteroppgave, universitetet i Agder]. AURA. https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/handle/11250/2680625

Tresvik, S. L. (2021). *"Matematikkoppgaver har en begynnelse og en slutt": En studie om potensial for utforsking og problemløsning i oppgaver i tre matematikklæreverk for 1.trinn etter fagfornyelsen av Kunnskapsløftet* [Masteroppgave, Høgskulen på Vestlandet]. HVL Open. https://hvlopen.brage.unit.no/hvlopen-xmlui/bitstream/handle/11250/2770450/Tresvik.pdf?sequence=1

Valenta, A. (2016). Kognitive krav i matematikkoppgaver. Matematikksenteret. Hentet fra: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Valenta%20Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver_0.pdf

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (9. utg.). Pearson Educational Limited.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Edited by M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner & E. Souberman. Harvard University Press.

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning* [Doktorgradsavhandling, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet]. NTNU Open. https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/258129

Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.

Wittek, L. (2021). Arven fra Vygotsky. I J. Heldal & L. Wittek (Red.), *Pedagogikk: En grunnbok* (2. utg., s. 156-172). Cappelen Damm akademisk.

Wittek, L. & Brandmo, C. (2021). Ulike tilnærminger til læring: Et historisk riss. I J. Heldal & L.Wittek (Red.), *Pedagogikk: En grunnbok* (2. utg., s. 27-46). Cappelen Damm akademisk.

Xenofontos, C. (2019). The use of problem in upper-primary and lower-secondary textbooks of the Republic of Cyprus. I U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen & M. Veldhuis (Red.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. European Society for Research in Mathematics Education.

Yackel, E. (1995). Children's talk in inquiry mathematics classrooms. I P. Cobb & H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (s. 131-162). Routledge.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education, 27*(4), 458-477.

Yeo, J. B. W. (2017). Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(1), 175-191.

Oversikt over tabeller og figurer

Vedlegg

Vedlegg 1 – analyseskjema *Matematikk 8*

Matematikk 8	Strukturelle kjennetegn																	
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon		Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelighetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Kommunikasjon	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
3.94a	1		1			1		1						1			
3.94b	1		1			1		1						1			
3.95a	1		1			1		1						1			
3.95b	1		1			1		1						1			
3.96		1	1			1		1							1		
3.97 (Lett)	1		1			1		1						1			
3.97 (Middels)	1		1			1		1						1			
3.97 (Vanskelig)	1		1			1		1						1			
3.98		1	1			1		1							1		
? (side 231)		1		1			1	1							1		
3.99		1	1			1		1							1		
3.100		1	1			1		1							1		
3.101		1	1			1		1							1		
3.102		1	1			1		1							1		
3.103a		1	1			1		1							1		
3.103b		1	1			1		1							1		

3.104		1	1			1		1							1		
Totalt	7	10	16	1	0	16	1	17	0	0	0	0	0	7	10	0	0

Vedlegg 2 – analyseskjema *Matematikk 9*

Matematikk 9	Strukturelle kjennetegn																
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon		Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelighetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Kommunikasjon	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
2.114	1		1			1		1						1			
2.115a	1		1			1		1						1			
2.115b	1		1			1		1						1			
? (side 167)	1		1				1				1						1
2.116a (Lett)	1		1			1		1						1			
2.116b (Lett)	1		1			1		1						1			
2.116a (Middels)	1		1			1				1				1			
2.116b (Middels)	1		1			1				1				1			
2.116a (Vanskelig)	1		1			1				1				1			
2.116b (Vanskelig)	1		1				1			1							1
2.117a	1		1			1				1				1			
2.117b	1		1			1				1							1
2.118	1		1				1	1									1
2.119 (lett)	1		1				1		1					1			

2.119 (Middels)	1		1			1		1						1			
2.119 (Vanskelig)	1		1			1				1				1			
2.120a (Lett)	1		1			1		1						1			
2.120b (Lett)	1		1			1		1						1			
2.120a (Middels)	1		1			1				1				1			
2.120b (Middels)	1		1			1				1				1			
2.120a (Vanskelig)	1		1				1				1		1				1
2.120b (Vanskelig)	1		1				1				1		1				1
3.53a	1		1			1		1						1			
3.53b	1		1			1		1						1			
3.53c	1		1			1		1						1			
3.54a	1		1			1		1						1			
3.54b	1		1			1		1						1			
3.55		1	1			1		1							1		
3.56 (Lett)		1	1			1		1							1		
3.56 (Middels)		1	1			1		1							1		
3.56 (Vanskelig)		1	1			1		1							1		
3.57a (Lett)	1		1			1		1							1		
3.57b (Lett)	1		1			1		1							1		
3.57a (Middels)	1		1			1		1							1		

3.57b (Middels)	1		1			1		1							1		
3.57a (Vanskelig)	1		1			1				1					1		
3.57b (Vanskelig)	1		1			1				1					1		
3.58a		1	1			1		1							1		
3.58b		1	1			1				1					1		
3.59		1	1			1		1							1		
3.60a		1	1			1		1							1		
3.60b		1	1			1		1							1		
3.61 (Lett)		1	1			1		1							1		
3.61 (Middels)		1	1			1		1							1		
3.61 (Vanskelig)		1	1			1					1				1		
Totalt	33	12	45	0	0	39	6	28	1	12	4	0	2	21	18	0	6

Vedlegg 3 – analyseskjema *Matematikk 10*

Matematikk 10	Strukturelle kjennetegn																
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon		Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelig-hetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Komm-unikasjon	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
1.62		1	1			1		1							1		
1.63a (Lett)		1	1			1			1						1		
1.63b (Lett)		1	1			1			1						1		
1.63a (Middels)		1	1			1			1						1		

1.63b (Middels)		1	1			1			1								1
1.63a (Vanskelig)		1	1			1				1					1		
1.63b (Vanskelig)		1	1			1				1					1		
1.64		1	1			1		1							1		
1.65a (Lett)	1		1			1			1						1		
1.65b (Lett)	1		1			1			1						1		
1.65a (Middels)	1		1			1			1								1
1.65b (Middels)	1		1			1				1					1		
1.65a (Vanskelig)	1		1			1				1					1		
1.65b (Vanskelig)	1		1			1				1					1		
1.66 (Lett)		1	1			1		1							1		
1.66 (Middels)		1	1			1		1							1		
1.66 (Vanskelig)		1	1			1		1							1		
1.67a	1		1			1		1							1		
1.67b	1		1			1			1						1		
1.67c	1		1			1					1				1		
1.68a	1		1			1		1						1			

1.68b	1		1			1		1						1			
1.69 (Lett)	1		1			1		1							1		
1.69 (Middels)	1		1			1				1					1		
1.69 (Vanskelig)	1		1			1		1									1
? (side 78)	1		1				1				1		1				1
Totalt	15	11	26	0	0	25	1	10	8	6	2	0	1	2	20	0	4

Vedlegg 4 – analyseskjema *Maximum 8*

Maximum 8	Strukturelle kjennetegn																	
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon			Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelig-hetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Kommunikasjon	Begge	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
1.48		1	1			1			1							1		
1.89		1	1				1				1	1				1		
1.135a-d	1		1			1			1						1			
1.135e	1		1				1				1		1				1	
1.137	1		1				1				1	1					1	
1.141		1	1			1					1						1	
1.149		1	1			1					1						1	
1.155		1	1			1			1							1		
Introoppgave (side 91)		1	1			1					1					1		
2.22	1		1			1		1								1		
2.58a	1		1				1				1	1			1			

2.58b	1		1			1					1	1			1			
2.58c	1		1				1				1	1			1			
2.82a		1	1				1		1							1		
2.82b		1	1			1			1							1		
2.82c		1	1			1			1							1		
2.82d		1	1				1		1							1		
Introoppgave (side 155)		1	1			1					1						1	
3.78		1		1			1				1			1		1		
4.1		1	1			1					1			1				1
4.38a		1	1			1					1			1		1		
4.38b		1	1			1					1			1		1		
4.38c		1	1			1					1			1		1		
4.55		1	1				1				1			1				1
4.70		1	1				1		1				1				1	
4.73		1	1			1			1				1			1		
Totalt	7	19	25	1	0	16	10	1	9	0	16	5	3	6	4	14	6	2

Vedlegg 5 – analyseskjema *Maximum 9*

Maximum 9	Strukturelle kjennetegn																	
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon			Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelig-hetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Komm-unikasjon	Begge	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
1.77		1	1			1					1			1		1		

1.78		1	1			1				1		1				1		
1.87	1		1			1					1					1		
1.89	1		1			1				1							1	
2.6		1	1				1				1		1					1
2.59		1	1				1				1			1		1		
2.67		1	1				1				1			1				1
Introoppgave (side 147)		1	1				1				1						1	
3.1a		1	1				1				1			1			1	
3.1b		1	1				1	1				1			1			
3.41		1	1				1				1				1			
3.82		1	1			1		1								1		
3.107		1	1				1				1					1		
3.111a		1	1			1			1			1				1		
3.111b		1	1			1			1			1				1		
3.111c		1	1				1				1	1						1
3.111d		1	1			1					1	1						1
Introoppgave (side 233)		1	1				1				1					1		
4.61		1	1				1			1		1				1		
4.68	1		1			1				1						1		
Totalt	3	17	20	0	0	9	11	2	2	4	12	7	1	4	2	11	3	4

Vedlegg 6 – analyseskjema *Maximum 10*

Maximum 10	Strukturelle kjennetegn																	
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon			Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelig-hetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Komm-unikasjon	Begge	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
4.1a	1		1			1		1								1		
4.1b	1		1				1	1								1		
4.1c	1		1			1				1								1
4.2		1	1			1			1							1		
4.3a		1	1			1			1							1		
4.3b		1	1			1			1							1		
4.4		1	1			1			1							1		
4.5a		1	1			1				1								1
4.5b		1	1			1				1						1		
4.5c		1	1				1				1					1		
4.6		1	1			1			1			1				1		
4.7		1	1			1				1						1		
4.8a		1	1			1			1							1		
4.8b		1	1			1			1				1			1		
4.8c		1	1				1			1						1		
4.9	1		1			1				1							1	

4.10a	1		1			1		1										1
4.10b	1		1			1				1						1		
4.11	1		1			1				1						1		
4.12a	1		1				1				1	1					1	
4.12b	1		1				1				1	1					1	
4.13a	1		1			1			1						1			
4.13b	1		1				1				1							1
4.14a	1		1				1				1					1		
4.14b	1		1			1					1					1		
4.14c	1		1				1				1							1
4.15a		1	1			1					1			1			1	
4.15b		1	1			1					1			1			1	
4.15c		1	1			1					1			1			1	
4.15d		1	1				1				1			1			1	
Totalt	14	16	30	0	0	21	9	3	8	8	11	3	1	4	1	17	7	5

Vedlegg 7 – analyseskjema *Matemagisk 8*

Matemagisk 8	Strukturelle kjennetegn																	
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon			Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelig-hetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Komm-unikasjon	Begge	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
På skitur i Alpene - 5a		1	1			1			1							1		
På skitur i Alpene - 5b		1	1			1				1						1		

På skitur i Alpene - 5c		1	1				1			1						1		
Snakke matte side 32 - øverst	1		1				1	1					1					1
Snakke matte side 32 - midterst	1		1				1				1		1					1
Snakke matte side 32 - nederst a	1		1			1		1					1		1			
Snakke matte side 32 - nederst b	1		1			1					1		1				1	
Snakke matte side 32 - nederst c	1		1				1				1		1				1	
2.32		1	1			1		1								1		
2.39a	1		1			1					1						1	
2.39b	1		1			1					1						1	
2.39c	1			1			1				1		1					1
3.44a	1		1			1		1							1			
3.44b	1		1			1		1							1			
3.44c	1		1			1		1							1			
3.44d	1		1			1		1							1			
3.44e	1		1			1		1							1			
3.44f	1		1			1		1							1			
3.44g	1		1			1		1							1			
3.44h	1		1			1		1							1			
4.12	1		1			1					1						1	

4.28		1	1			1					1					1		
5.6a	1		1			1		1							1			
5.6b	1		1			1		1							1			
5.6c	1		1		1						1					1		
5.6d	1		1		1						1					1		
5.6e	1			1			1				1		1					1
5.6f	1		1				1	1										1
5.6g	1		1			1		1								1		
5.6h	1		1				1				1		1					1
5.6i	1			1			1				1					1		
7.6a		1	1				1	1							1			
7.6b		1	1				1	1							1			
7.6c		1	1				1				1		1					1
Koder - 3a		1	1				1				1						1	
Koder - 3b		1	1				1				1					1		
Koder - 3c		1	1				1				1	1						1
Snakke matte side 232 - nederst		1		1			1				1		1					1
Totalt	26	12	34	4	2	20	16	17	1	2	18	1	10	0	13	10	6	9

Vedlegg 8 – analyseskjema *Matemagisk 9*

Matemagisk 9	Strukturelle kjennetegn																
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon		Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelig-hetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbied	Komm-unikasjon	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
11.21a	1		1			1		1						1			
11.21b	1		1				1	1						1			
11.21c	1		1				1	1						1			
11.21d	1		1			1		1						1			
11.21e	1			1			1				1		1				1
11.21f	1		1			1					1					1	
11.21g	1		1				1				1					1	
11.23a		1	1			1			1						1		
11.23b		1	1			1			1						1		
11.23c		1	1			1			1						1		
11.23d		1	1				1		1						1		
11.23e		1	1			1		1									1
11.33a		1	1			1		1							1		
11.33b		1		1			1				1		1				1
11.33c		1		1			1				1				1		

11.34a	1		1				1				1					1	
11.34b	1		1			1					1						1
11.34c	1		1			1					1						1
11.34d	1		1			1					1						1
11.39a	1		1			1		1						1			
11.39b	1		1				1	1						1			
11.39c	1		1				1				1		1			1	
11.39d	1		1				1				1		1			1	
11.39e	1		1			1					1		1			1	
11.39f	1		1				1				1					1	
Aktivitet (side 64)		1	1				1				1	1				1	
12.21		1	1			1			1						1		
Snakke matte a (øverst side 106)		1	1				1				1		1		1		
Snakke matte b (øverst side 106)		1		1			1				1		1		1		
Sannsynlighet i spill 1b (side 110)		1		1			1				1		1		1		
Sannsynlighet i spill 2b (side 110)		1		1			1				1		1		1		
Sannsynlighet i spill 3c (side 110)		1	1				1				1		1				1
Sannsynlighet i spill 3d (side 110)		1	1				1				1		1		1		
Sannsynlighet i spill 3e (side 110)		1	1				1	1					1		1		
Sannsynlighet i spill 3f (side 110)		1	1				1				1		1				1

Aktivitet (side 130)		1	1				1				1	1				1	
14.12	1		1			1				1			1				1
14.44	1		1			1					1					1	
15.16a		1	1			1		1							1		
15.16b		1	1			1		1							1		
15.16c		1	1			1		1							1		
Nytt parkområde 1 (side 176)		1	1			1		1							1		
Nytt parkområde 2a (side 176)		1	1			1				1					1		
Nytt parkområde 2b (side 176)		1	1			1				1					1		
Nytt parkområde 2c (side 176)		1	1			1				1					1		
Nytt parkområde 2d (side 176)		1	1			1				1					1		
Nytt parkområde 3 (side 176)		1		1			1			1					1		
15.64	1		1				1				1						1
16.5a	1		1			1		1							1		
16.5b	1		1			1		1							1		
16.5c	1		1				1	1					1		1		
16.5d	1		1				1			1					1		
16.25a	1			1			1			1					1		
16.25b	1		1			1		1							1		

16.25c	1		1				1				1				1		
16.43	1		1			1				1					1		
17.12a	1		1			1				1					1		
17.12b	1		1				1			1					1		
17.47a		1	1			1				1					1		
17.47b		1	1			1				1					1		
Totalt	30	30	52	8	0	31	29	17	5	13	25	2	15	6	34	10	10

Vedlegg 9 – analyseskjema *Matemagisk 10*

Matemagisk 10	Strukturelle kjennetegn																
	Kontekst		Formulering		Antall løsninger			Metoder				Oppfordring til samarbeid og kommunikasjon		Oppgavens form			
Oppgave	Mate-matisk	Virkelig-hetsnær	Eksplisitt	Åpen	Ingen	Én	Mer enn én	Nylig presentert metode	Valg mellom tidligere presenterte metoder	Kombinasjon av presenterte metoder	Nærmer seg forskernivå	Samarbeid	Komm-unikasjon	Øvings-oppgave	Tekst-oppgave	Utfordring	Bevis
Snakke matte a (side 68)		1	1				1			1			1		1		
Snakke matte b (side 68)		1	1			1				1			1		1		
21.25a		1	1			1				1					1		
21.25b		1	1			1				1					1		
21.25d		1	1			1				1					1		
21.35a		1	1			1				1					1		
21.35b		1	1			1				1					1		
21.35c		1	1			1				1					1		
Snakke matte (side 111)		1	1			1		1					1		1		

22.28a		1	1			1		1							1		
22.28b		1	1			1			1						1		
22.28c		1	1			1			1						1		
Snakke matte a (side 177)		1	1			1		1					1		1		
Snakke matte b (side 177)		1	1			1		1					1		1		
Snakke matte c (side 177)		1	1			1		1					1		1		
Snakke matte d (side 177)		1	1			1		1					1		1		
Snakke matte e (side 177)		1	1			1		1					1		1		
Snakke matte f (side 177)		1	1			1		1					1		1		
Snakke matte g (side 177)		1	1				1				1		1				1
Snakke matte h (side 177)		1	1			1					1		1				1
23.13		1		1			1				1				1		
23.36a		1	1			1			1						1		
23.36b		1	1				1	1							1		
23.37		1		1			1				1				1		
23.45		1		1			1				1				1		
23.70a		1	1			1			1						1		
23.70b		1	1				1		1								1
23.70c		1	1			1		1						1			

23.70d		1	1			1			1						1		
23.70e		1	1			1			1						1		
23.70f		1	1			1			1				1		1		
Snakke matte (nederst side 229)		1	1			1				1			1		1		
Aktivitet (øverst side 239)		1		1			1				1						1
Aktivitet (nederst side 239)		1		1			1				1						1
Aktivitet (side 240)		1	1				1				1						1
25.46a		1	1			1				1					1		
25.46b		1	1			1				1					1		
Totalt	0	37	32	5	0	27	10	10	8	11	8	0	13	1	30	0	6