MASTEROPPGAVE

Masterstudium i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikk og matematikkdidaktikk

Mai 2021

En kvalitativ analyse av hvordan matematikklærere kan gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse i matematikk

Anders Henriksen

OsloMet – storbyuniversitetet

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier

Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Sammendrag

Tittel: En kvalitativ analyse av hvordan matematikklærere kan gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse i matematikk	
Forfatter: Anders Henriksen	
Emneord: Matematisk forståelse, Konseptuell forståelse, Konsepter, Strev, Muligheten til å lære	

Sammendrag:

Formålet med denne studien er å undersøke hvordan matematikklæreres undervisning i matematikk kan gi elever mulighet til å utvikle en helhetlig og konseptuell forståelse i faget. Gjennom dette tar oppgaven for seg ulike faktorer ved matematikklæreres undervisning. Dette for å se nærmere på hvordan de ulike undervisningsrelaterte faktorene kan påvirke elevers muligheter til å utvikle en konseptuell forståelse.

For å undersøke dette har det blitt utført en kvalitativ studie. Fire matematikklærere har blitt intervjuet individuelt. Det ble benyttet et kvalitativt semistrukturert intervju. Funnene i datamaterialet blir analysert ved hjelp av Braun og Clarke (2012) sin «tematiske analyse». Interessante funn ble deretter kategorisert inn i hovedkategorier og underkategorier. Disse baserer seg på faktorer for utvikling av konseptuell forståelse (Hiebert & Grouws, 2007). Videre blir funnene drøftet med relevant teori innenfor de samme kategoriene.

Funnene i oppgaven viser at det er store forskjeller i hvilke muligheter elever får til å utvikle den helhetlige og konseptuelle forståelsen i matematikk. I stor grad handler det om hvilket syn matematikklæreren har på hva elever skal kunne i matematikk. Tilpasningene de gjør i undervisningen, i kombinasjon med aktive og passive valg, er med på å avgjøre hvilke muligheter elevene får. De lærerne som gir elever mulighet til å utvikle en konseptuell forståelse, flytter i stor grad fokuset fra løsningsforslaget til løsningsmetoden. Dette i kombinasjon med å gå fra et konkret problem i matematikken til en generell løsning på lignende problemer.

Avslutningsvis pekes det på oppgavens verdi, i tillegg til forslag og ideer til videre forskning.

Abstract

Title: A qualitative analysis of how mathematics teachers can give students the opportunity to develope conceptual understanding in mathematics.	

Author: Anders Henriksen

Keywords: Understanding in mathematics, Conceptual understanding, Concepts, Struggle, Opportunity to learn

Summary: The purpose of this study is to investigate how mathematics teachers' teaching of mathematics can give students the opportunity to develop a holistic and conceptual understanding of the subject. Through this, the assignment addresses various factors in the teaching of mathematics teachers. This is to take a closer look at how the various teaching-related factors can affect students' opportunities to develop a conceptual understanding.

To investigate this, a qualitative study has been performed in this study. Four mathematics teachers have been interviewed individually. A qualitative semi-structured interview was used. The findings in the data material are analyzed by Braun and Clarke’s (2012) «thematic analysis». Interesting findings were then categorized into main categories and subcategories, which are based on factors for the development of conceptual understanding (Hiebert & Grouws, 2007). Furthermore, the findings are discussed with relevant theory within the same categories.

The findings in the thesis show that there are great differences in the opportunities students have to develop the holistic and conceptual understanding of mathematics. To a large extent, it is about what view the mathematics teacher has regarding what students should be able to do in mathematics. The adjustments they make in the teaching, in combination with active and passive choices, help to determine what opportunities the students get. The teachers who give students the opportunity to develop a conceptual understanding largely shift the focus from the solution proposal to the solution method. This in combination with going from a specific problem in mathematics to a general solution to similar problems.

Finally, the value of the thesis is pointed out, in addition to suggestions and ideas for further research.

Forord

Det har vært både lærerikt og befriende å avslutte dette seks år lange studieløpet med denne masteroppgaven. Denne oppgaven har gitt meg anledning til å fordype meg i noe av det jeg synes er mest spennende og utfordrende, nemlig det å gi elever mulighet til å utvikle en helhetlig forståelse i matematikk. Den omfattende prosessen det er å jobbe med et prosjekt over så lang tid, har gitt meg kunnskap og erfaringer jeg helt klart vil dra nytte av i mitt fremtidige arbeidsliv.

Masteroppgaven ville ikke sett ut som den gjør i dag dersom jeg hadde stått alene i denne prosessen. Takk til alle som tok med kake på lesesalen, deltok i ballspill og alltid stilte med godt humør og frekke kommentarer.

Jeg vil rette en takk til min veileder Ellen som har ledet meg gjennom hele denne prosessen. Jeg vil også takke alle informantene som stilte opp til et intervju i en hektisk og annerledes hverdag.

God lesning!

Anders Henriksen

Mai, 2021

Innholdsfortegnelse

Figurliste

1. Innledning

1.1 Personlig bakgrunn for valg av tema

I løpet av de to siste årene har jeg vært student på masterprogrammet i Skolerettet utdanningsvitenskap med fokus på matematikk og matematikkdidaktikk. Det var ikke før i starten av masterstudiene at jeg virkelig ble oppmerksom på i hvor stor påvirkningskraft matematikklærere har på undervisningen. Gjennom egen skolegang har jeg ikke vært bevisst hvilke muligheter mine matematikklærere har gitt meg. Så lenge matematikklæreren ga meg mulighet til å produsere en mengde riktige svar på en effektiv måte, var jeg fornøyd. I løpet av masterutdanningen ved OsloMet har jeg blitt oppmerksom på hvor stor forskjell det er på ulike typer kunnskap man gir elever mulighet til å lære i matematikk.

Min interesse for ulike typer matematikkunnskap har vært bakgrunnen for mitt valg av tema i denne avhandlingen. Tidlig i grunnskolelærerutdanningen ble jeg utfordret på hvordan de ulike emnene i matematikken var koblet sammen. I kombinasjon med argumentasjon og forklaringer på hvordan matematiske prinsipper er begrunnet, ble interessen min vekket for en matematisk forståelse som i stor grad var ukjent for meg. Med begrunnelse i min interesse, ønsker jeg å gå dypere til verks for å undersøke hvordan matematikklærere kan gi elever matematisk kunnskap som er mer helhetlig enn den tradisjonelle undervisningen kanskje gir.

1.2 Aktualisering

«Mulighet til å lære» er av mange sett på som den viktigste faktoren for at elever skal lære og utvikle seg på skolen (National Research Council & Mathematics Learning Study Committee, 2001, s. 334). Denne muligheten påvirkes av elevene på individnivå, av læreren og de ulike rammeverkene som skolen jobber innenfor. Det vil si at elever med ulikheter i disse faktorene vil ha ulike muligheter til å lære matematikk.

I 2020 ble det introdusert en ny læreplan i matematikk i Norge (Kunnskapsdepartementet, 2020b). Den nye læreplanen skal blant annet legge til rette og gi rom for dybdelæring i den norske skolen. Dybdelæring er introdusert i skolen for at elever skal ha mulighet til å utvikle en dypere forståelse for de sentrale elementene og sammenhengene i hvert fag (Kunnskapsdepartementet, 2020b). Definisjonen av dybdelæring blir nærmere beskrevet som den gradvise utviklingen av kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i de ulike fagene og mellom de ulike fagområdene (Kunnskapsdepartementet, 2020a). I det matematikkdidaktiske miljøet har begrepet *konseptuell forståelse* lenge vært forbundet med flere av de samme faktorene som dybdelæring nå skal legge opp til i den nye læreplanen (W. Brownell, 1935; Davis, 1984; Hiebert & Carpenter, 1992). Konseptuell forståelse er i denne avhandlingen definert som de mentale sammenhengene mellom matematiske begrep, prosedyrer og ideer (W. Brownell, 1935; Davis, 1984; Hiebert & Carpenter, 1992). Dybdelæring og konseptuell forståelse er begreper som overlapper ved at de begge baserer seg på utvikling av former for dypere mentale sammenhenger. Disse mentale sammenhengene vil ifølge Hiebert & Grouws (2007) bli rikere og bredere ettersom de utvikles.

Gitt at utviklingen av en dypere forståelse er ansett som et verdifullt læringsmål, trenger elever muligheten til å utvikle dette. Hiebert & Grouws (2007) gjennomførte en analyse av forskningen på dette området for å lete etter mønstre. De fant to hovedfaktorer som er gjennomgående for denne typen undervisning. Disse hovedfaktorene er et eksplisitt fokus på sammenhenger, og strev med matematiske problemer. Dette vil bli gjort grundigere rede for i oppgavens teorikapittel.

1.3 Problemstilling og avgrensing

Dette masterprosjektet har som formål å rette fokus mot faktorer som gir elever mulighet til å utvikle en konseptuell forståelse i matematikk. På bakgrunn av dette stilles følgende problemstilling:

> **Hvordan kan matematikklærere gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse i matematikk?**

1.4 Avhandlingens struktur

Denne masteroppgaven består i alt av seks kapitler. I kapittel 2, *Teorikapittel*, beskrives oppgavens teoretiske grunnlag. Først presenteres det sosialkonstruktivistiske synet på undervisning. Deretter følger det teori om ulike faktorer i matematikkundervisningen, og hvordan disse påvirker elevenes mulighet til å utvikle konseptuell forståelse. I denne delen av teorikapittelet vil det teoretiske hovedperspektivet for denne avhandlingen bli presentert. Deretter vil det presenteres teoretiske perspektiver som går i dybden på hvordan ulike faktorer kan gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse. Til slutt blir læreplanen 2020 og kjerneelementene i matematikkfaget presentert. Deretter legges det frem hvordan kjerneelementene kan bidra til å skape dybdelæring og en helhetlig forståelse for matematikkfaget.

I kapittel 3, *Metodekapittel*, gis det en grundig beskrivelse av hvordan dataene i denne forskningen ble innhentet. Dette inkluderer en redegjørelse for valg som har blitt tatt i prosessen med å samle inn, behandle og analysere data. Blant annet vil det foreligge en refleksjon over hvordan de etiske sidene av dette forskningsprosjektet er ivaretatt. Til slutt blir det presentert en vurdering av oppgavens reliabilitet, validitet og overførbarhet.

Kapittel 4, *Resultater*, *funn og analyse av data*, består av de mest interessante sitatene, og analyser av dem satt i sammenheng. Sitatene som blir presentert er funn som er gjort i prosessen med å innhente data. Disse vil bli presentert i kategorier som går igjen gjennom hele avhandlingen, som også vil være en base for hele oppgaven. Kategoriene er i stor grad basert på faktorer fra Hiebert & Grouws (2007). Det blir presentert funn og temaer fra informantene innenfor disse kategoriene.

I kapittel 5, *Diskusjon*, blir det drøftet og diskutert interessante funn og kategorier som ble lagt frem i kapittel 4. Dette skal være med på å besvare oppgavens problemstilling. Funn knyttet til de ulike hovedkategoriene blir drøftet hver for seg. Det samme gjelder for underkategoriene innenfor hver hovedkategori.

I kapittel 6, *Avslutning og oppsummering*, gis det en sammenfatning av de viktigste funnene i oppgaven. Deretter blir avhandlingens verdi vurdert, og forslag til videre forskning blir lagt frem.

2. Teorikapittel

I dette kapittelet vil jeg presentere det teoretiske rammeverket for studien. Det teoretiske rammeverket vil senere i oppgaven være relevant å benytte i analysen og diskusjonen. Først vil det redegjøres for læringssynet som er lagt til grunn for denne studien. Deretter presenteres det teori omkring mulighet til å lære, i kombinasjon med en redegjørelse av hvordan undervisning i matematikk påvirker elever. Dette er etterfulgt av teori omkring ulike typer forståelse i matematikk. Videre følger teori om oppgavetyper og hvordan de preger elevens muligheter til læring. Til slutt ligger det ved en redegjørelse av kjerneelementene i matematikk, og hvordan de kan være med på å skape dybdelæring i faget.

2.1 Sosialkonstruktivistisk syn på undervisning

Kognitive læringsteorier springer ut fra troen på at læring har best mulighet for å skje når studenten er aktiv i egen læringsprosess. Det vil da si at studenten eller eleven konstruerer sin egen kunnskap. Denne læringsteorien er motparten til behavioristisk læringsteori, der kunnskapen må gis til den passive eleven fra en aktiv lærer (Imsen, 2003). Dewey (1910a) var en av de første til å fremheve betydningen av erfaringsbasert og aktiv læring. Et kjent sitat fra Dewey (1910a) er «*learning by doing and reflection*».

Paul Cobb skrev i 1994 (Cobb, 1994, s. 13) at det har vært to primære læringssyn som har dominert undervisning i matematikk det siste århundret. Det første synet er som tidligere nevnt, konstruktivismen. En konstruktivistisk tilnærming til matematikk handler om at elever aktivt må konstruere sine egen matematiske kunnskap. Det skjer gjennom aktivitet og subjektive prosesser. Flere studier har derimot sett at det er en signifikant forskjell på utviklingen av forståelse hos elever, og at forståelsen de har skapt er forskjellig fra lærerens ønske. Det har ført til en aksept om at et annet syn som fremhever det sosiale og det kulturelle aspektet kan godtas (Cobb, 1994, s. 13). Både sosiokulturell og konstruktivistisk læringsteori fremhever at aktivitet spiller en viktig rolle i læring av matematikk (Cobb, 1994, s. 14). Likevel er det slik at sosiokulturelle teoretikere har en tendens til å la kognitive prosesser underkastes de sosiale og kulturelle prosessene. Ved å gjøre det hevder Cobb ((1994, s. 14) at de følger og forholder seg til Vygotsky (1979, s. 30) sin teori om at «*the social dimension of consciousness is primary in fact and time*» (L. Vygotsky, 1979, s. 30). Det betyr at den sosiale og kulturelle dimensjonen kommer i første rekke og er nødvendig. Deretter peker han på at den individuelle dimensjonen basert på den sosiale, kommer i andre rekke.

Den sosiokulturelle eller den sosiale-konstruktive læringsteorien er sterkt preget av den russiske psykologen Lev Vygotsky (*1896-1934*) (Imsen, 2011). Et nøkkelbegrep fra Vygotsky sitt forfatterskap om den sosiokulturelle læringsteorien er «*den proksimale utviklingssonen*» (L. S. Vygotsky, 1980). Denne teorien beskriver hvordan et individ kan være i stand til å gjøre en handling som overstiger vedkommende sitt kompetansenivå. Vygotsky mente at hvis en handling skjer sammen med en mer kompetent person, vil handlingen være gjennomførbar. På sikt vil også handlingen være oppnåelig for individet eller eleven som ikke mestret den. Differansen mellom hva en person kan klare uten hjelp og med hjelp kalles *den proksimale utviklingssonen*.

Jerome Bruner (Bruner, Wood & Ross, 1976, s. 90) bygget videre på Vygotskys proksimale utviklingssone. Han diskuterte hvilken type hjelp en mer kompetent person kunne gi i en situasjon hvor det var nødvendig. Hjelpen gikk vanligvis ut på en form for modellering eller imitasjon, men Bruner mente det var en annen måte å legge til rette for mestring, nemlig *Scaffolding* (videre beskrevet som stillasbygging). Han mente at en form for «*stillasbygging*» er den vanligste prosessen som blir brukt når elever skal mestre oppgaver som ligger utenfor deres evner (Bruner et al., 1976, s. 90). Stillasbygging handler i skolen om at en lærer kontrollerer de elementene ved oppgaven som i utgangspunktet er utenfor elevens evner. Det vil føre til at eleven setter søkelys på de elementene han eller hun mestrer, og oppgaven kan enklere gjennomføres på en vellykket måte. Støtten skal være en faktor som *kan* være med på å fremme elevens selvstendighet, og senere gjøre støtten overflødig. En lærer kan tilby stillaset som mulig støtte, men det er eleven selv som må ta det i bruk (Askeland & Sataøen, 2013, s. 208-209).

2.2 The effects of classroom mathematics teaching on students' learning av James Hiebert og Douglas Grouws

I 2007 skrev James Hiebert og Douglas Grouws (2007) artikkelen «The effects of classroom mathematics teaching on students' learning». Artikkelen er en analyse av forskning på hvordan undervisning påvirker elevers læring. De starter artikkelen med å peke på at undervisning betyr noe for elevene, men at det er utfordrende å skille ut hva som faktisk gjør en forskjell (Hiebert & Grouws, 2007). Alle klasserom er satt sammen av mange faktorer og komplekse dynamikker blant elever og lærere. I tillegg til det komplekse klasserommet er også undervisning komplekst. Undervisning ble tidligere sett på som en en-veis relasjon, men har nå utviklet seg til et mer dynamisk begrep (Hiebert & Grouws, 2007, s. 373). Cohen, Raudenbush og Ball (2003) beskriver undervisning som en interaksjon mellom lærere og elever rundt undervisningsinnholdet. Det er altså flere utfordringer knyttet til å finne ut hva som gjør en undervisning god. Forskning på dette temaet er også preget av kvalitative forskningsmetoder som prøver å generalisere enkelte case-studier til generelle teorier som skal være valide i større kontekster (Hiebert & Grouws, 2007, s. 373).

Videre i artikkelen skrives det at undervisning ofte blir tolket som læreren selv. Med det menes det at personlighetstrekkene til en lærer blir sett på som de eneste faktorene til hvordan de underviser. Dette mener Hiebert & Grouws (2007, s. 372) ikke stemmer, og at lærere med ulike personlighetstrekk kan undervise på den tilnærmet samme måten. En lærers personlighetstrekk er tilnærmet urokkelige, men metodene for undervisning kan endres. Det betyr likevel ikke at det er enkelt. En av grunnene til at en lærers personlighetstrekk og undervisningsmetoder blir koblet sammen, er fraværet av et felles akseptert kunnskapsgrunnlag som kobler undervisning og læring (Hiebert & Grouws, 2007, s. 372). Det har i nyere tid blitt forsøkt å skape et slikt kunnskapsgrunnlag, men det har vært mange utfordringer. Det er utfordrende å skape teorier som gjelder for alle når situasjonen det skal gjelde i er så forskjellige og komplekse.

På tross av at undervisning er så komplekst, blir «*mulighet til å lære*» av mange sett på som den viktigste faktoren for at elever skal lære og utvikle seg. (National Research Council & Mathematics Learning Study Committee, 2001, s. 334). Mulighet til å lære kan bli påvirket av hver enkelt elev, deres lærere, skolen deres og til og med landets undervisningsplan (National Research Council & Mathematics Learning Study Committee, 2001, s. 334). Det vil si at elever med ulikheter i disse faktorene vil ha ulik mulighet til å lære matematikk. Floden (2002) ser spesielt på hvordan læreren påvirker en elev sin mulighet for læring. Han skriver at graden av læring er et funksjonsuttrykk av «*tiden brukt på læring*» dividert på «*tiden som trengs for læring*», hvorav tiden brukt på læring er opp til læreren. Lærerens ansvar deles så opp i «*tiden som blir gitt til læring*» og «*kvaliteten på instruksjoner*». Det er læreren som velger å sette søkelys på ulike deler av pensum og konkretiserer læringsmål. Læreren setter forventninger til elevene og bestemmer tidsbruken på ulike aktiviteter, velger type aktivitet, leder diskusjonen i gitte retninger, og velger spørsmål og svar som blir akseptert (Hiebert &

Grouws, 2007). Dette er en del av faktorene som læreren styrer over, som igjen påvirker elevenes mulighet til å lære. Mye av teori kan kobles opp mot å gi elevene mulighet for å lære. Vygotsky sitt (1980) velkjente begrep *den proksimale utviklingssone* handler for eksempel om å gi elevene mulighet til å befinne seg i sonen der de utvikler ny kunnskap og forståelse.

I sin analyse av forskningen som er gjort på sammenhengene mellom undervisning og læring har Hiebert & Grouws (2007) funnet to hovedmønstre. De to hovedmønstrene er «*teaching for skill*» og «*teaching for conceptual understanding*». *Teaching for skill* handler om at elevene skal bli presise og raske i sin utregning av matematiske algoritmer. Det handler altså kun om hvordan utføre en regneoperasjon. *Conceptual understanding* beskrives av Brownell (1935) sitert i Hiebert & Grouws (2007, s. 380) de mentale sammenhengene mellom matematiske begreper, prosedyrer og ideer. En type undervisning støtter «skill efficency» og en annen type undervisning støtter «conceptual understanding», fordi ulik type undervisning gir ulike muligheter for å lære. Dette ble pekt på av Edward Thorndike (1920, s. 197) allerede i 1912.

Det er utfordrende å klare og finne spesifikke egenskaper og undervisningsmetoder som skal gi alle elever en spesifikk kunnskap eller forståelse. Likevel fins det muligheter til å finne fellestrekk. Hiebert & Grouws (2007, s. 381) mener at de gjennom en analyse av en stor mengde forskning kan finne fellestrekk. Deretter påpeker de at de ikke vil finne veldig spesifikke faktorer, men et knippe av flere faktorer som henger sammen.

2.2.1 Teaching for skill – ferdighetstrening

For å sette lys på hvilke faktorer som bygger opp under en slik ferdighetstrening viser Hiebert & Grouws til en studie gjort av Good og Grouws (1977). Hvor forfatterne analyserte undervisningsprestasjonen til flere enn hundre tredje- og fjerdeklasselærere, over en 2-års periode. Resultatene fra denne studien indikerte at effektiv undervisning trengte en samling av flere faktorer. Disse faktorene innebar helklasse-undervisning med tydelige instruksjoner, lite egenevaluering og et sterkt fokus på å løse mange oppgaver. Dette førte til mye lekser og et raskt tempo gjennom emnene. Et av funnene var også at disse klasserommene var relativt frie for uro.

Hiebert & Grouws (2007, s. 382) viser til flere forskningsartikler, og kommer frem til flere mønstre som gjenkjenner en slik type undervisning. Blant annet er det en tydelig kobling for elever mellom selve undervisningen og de standardiserte testene de skal gjennomføre. Undervisning som fremhever ferdighetstrening, har også et raskt tempo. Det innebærer at læreren viser frem og demonstrerer hvordan algoritmer skal regnes igjennom. Deretter skal elevene ta med seg lærerens metode, før de gjennomfører mange feil-frie oppgaver.

2.2.2 Teaching for conceptual understanding - undervisning som skaper konseptuell forståelse

Tidligere ble konseptuell forståelse definert som de mentale sammenhengene mellom matematiske begreper, prosedyrer og ideer. Konseptuell forståelse vokser altså gjennom at de mentale koblingene blir rikere og bredere. Denne definisjonen kan fra et sosiokulturelt syn bli kritisert for et manglende hensyn til sosiale og kulturelle faktorer. Et slik syn kan se på forståelse som en felles aktivitet hvor du må delta for å kunne skape forståelse (Sfard, 1998). Disse mønstrene og faktorene funnet i Hiebert & Grouws (2007, s. 382) må altså leses med hensyn på definisjonen av konseptuell forståelse, hentet fra Brownell (1935).

Gjennom sin analyse av forskning kom Hiebert & Grouws (2007) frem til to hovedfaktorer som kan være med på å utvikle en konseptuell forståelse. Den første faktoren handler om at lærere og elever har et eksplisitt søkelys på sammenhenger. Den andre faktoren retter seg mot å la elever streve med matematiske problemer.

Faktor 1: Elever og lærere har et eksplisitt fokus på sammenhenger.

For at elever skal ha mulighet til å utvikle en konseptuell forståelse må lærere ha et eksplisitt fokus på sammenhenger i matematikken (Gamoran, 2001); (Hiebert, 2003); (National Research Council & Mathematics Learning Study Committee, 2001). Dette var et tydelig funn blant et bredt spekter av forskningsartiklene. Ved å fokusere eksplisitt på sammenhengene som binder matematikken sammen er det lettere for elevene å trekke de samme linjene og mønstrene på egenhånd. Et slikt fokus kan inneholde diskusjoner om underliggende konsepter, samtale om hvordan ulike løsningsmetoder henger sammen, og drøftingen av hvordan et løsningsforslag kan brukes som en spesiell eller en generell løsning. Gjennom disse punktene, samt at læreren minner elevene på hvordan læringsmålet eller hovedtemaet i timen kan finnes igjen i oppgavene og aktivitetene, vil det gi elever større mulighet til å utvikle en konseptuell forståelse (Hiebert & Grouws, 2007, s. 383).

På mange måter er påstanden om at elever utvikler konseptuell forståelse hvor det blir fokusert på en selvfølgelighet, når vi legger til grunn den tidligere nevnte påstanden om at elever har større mulighet til å lære det som blir undervist (Hiebert & Grouws, 2007, s. 383). Likevel er det ikke slik at det kun finnes en måte å gjennomføre en slik undervisning. Både lærersentrert og elevsentrert undervisning har vist tegn til å være fremmende for å skape konseptuell forståelse. Studier varierer også fra aktive lærere til passive lærere, og fra lærere som har en tydelig gjennomgang av pensum til lærere som har en klasseromsdiskurs som fremmer elevenes løsningsforslag (Hiebert & Grouws, 2007, s. 383).

Tidligere forskning:

Fuson & Briars (1990) undersøkte hvordan en undervisning som fokuserer sterkt på konseptuelle instruksjoner påvirker elever når de skal lære addisjon og subtraksjon med store tall. Denne undersøkelsen ble gjennomført på til sammen 244 første- og andreklassinger. Undervisningen var preget av at lærerne bygget opp under det elevene kunne fra før med blant annet blokker som representasjon. Dette ble gjort med et ekstra fokus på mønstrene som elevene skulle kjenne igjen når tallene ble 3-sifret og 4-sifret. Gjennom alle klasserommene var altså det viktigste å få elevene til å forstå addisjons- og subtraksjonsalgoritmene.

I etterkant av denne 6-10 ukers undervisningsperioden ble det gjennomført ulike tester. På den standardiserte testen gikk prosenten av antall elever som klarte å løse flersifrede regneoperasjoner fra 5% til 95%. Enda mer overbevisende var testen som handlet om at elevene skulle forklare konseptuelle problemstillinger, hvor man så fremgang hos alle elever. Det er likevel rettet noe kritikk mot en slik undersøkelse som ikke inneholder en kontrollgruppe. Forfatterne pekte på at de nå kunne se ferdigheter i første- og andre klassingene som ble undervist, som var bedre enn de fleste tredje- og fjerdeklassinger.

Brownell og Moser (1949) studerte effekten av å undervise i flersifret subtraksjon for 3. klassinger på to ulike måter, mekanisk eller meningsfullt. De gjennomførte en studie hvor 1400 elever deltok fra 41 ulike skoler. Den meningsfulle eller konseptuelle undervisningen var preget av et fokus på sammenkoblingen av fysiske og mentale representasjoner. I tillegg skulle lærerne bruke konkreter, slik at elevene fikk mulighet til å illustrere ulike tallgrupper. Denne metoden satte også undervisningen av de oppskriftsmessige algoritmene på vent til etter elevene hadde forstått meningen bak de ulike utregningene (W. Brownell & Moser, 1949). Gruppen som ble undervist på den mekaniske måten ble undervist i hvordan de skulle bruke de oppskriftsmessige algoritmene. Den inkluderte altså ikke en forklaring på hvorfor algoritmen er som den er. Resultatene på undersøkelsen bar preg av tydelige forskjeller og resultater. Den mekaniske gruppen hadde hastighet og presisjon på sine svar. Den meningsfulle gruppen skåret best på overføringsverdier og forklaringer. Et annet funn var også at de elevene på den meningsfulle gruppen som ikke hadde memorert subtraksjonsalgoritmen fra før, hadde høyest score på disse faktorene. Hvis gode forklaringer og overføringsverdi til andre emner er verdsatt, er det den meningsfulle tilnærmingen som viser seg å være mest lovende (W. Brownell & Moser, 1949).

Faktor 2: Lærere må la elever streve med matematiske problemer.

Hiebert & Grouws (2007, s. 387) tolket forskningslitteraturen dit hen at de fant enda en faktor som kunne være avgjørende for at elever skulle ha mulighet til å utvikle konseptuell forståelse. Det er mulighet til å streve med et matematisk problem. Med strev menes det at elevene bruker innsats og tid for at matematikken skal gi mening (Hiebert & Grouws, 2007, s. 387). Det kan være oppgaver som er preget av problemløsning og baserer seg på viktige matematiske prinsipper. En guide for å lage slike spørsmål som elevene kan klare å mestre er å basere seg på Vygotsky sin (1980) proksimale utviklingssone. Likevel er det lærerne som må basere undervisningen og oppgavene på viktige matematiske prinsipper som oppfordrer til motivasjon og strev. I artikkelen påpekes det at det motsatte vil være å bli bedt om å memorere noe eller og kunne gjenskape det som har blitt demonstrert (Hiebert & Grouws, 2007, s. 387)

Dewey (1910b) sa i 1910 at prosessen for å forstå noe starter med forvirring og usikkerhet (Dewey, 1910b). Prosessen fortsetter med at elevene prøver å gjøre mening ut av problemene ved å sette usikkerheter sammen. I 1923 (Dewey, 1923) gikk Dewey så langt som å si at den tradisjonelle skolen er forpestet av trangen etter raske svar. Dyp kunnskap eller «deep knowledge» i emnet er «frukten av underbevisstheten som forvandler et problem til en løst oppgave.» (Dewey, 1923).

Brownell og Sims (1946) skrev allerede i 1946 at den tradisjonelle repetitive måten som ble undervist burde være under kritikk. Deres meninger var på mange måter en stor kontrast på den tiden. De mente at elever burde få mulighet til å føle på trangen til å løse et matematisk problem. Deretter må de få mulighet til å slite seg igjennom det. Et av spørsmålene til Hiebert & Grouws (2007, s. 388) handler om vanskelighetsgraden på disse spørsmålene. De kommer selv med svaret ved å peke på Vygotskys (1980) proksimale utviklingssone som en glimrende guide i slike tilfeller. Den proksimale utviklingssonen kan brukes som et hjelpemiddel, fordi det er den sonen det er naturlig at elever strekker seg til når de skal utvikle seg. Hiebert & Grouws (2007, s. 388) påpeker riktignok at det må være oppgaver nær grensen mellom det får til uten hjelp. Polya (2004) siterte Dewey (1910a) sine meninger i starten på boken sin:

> *«A great discovery solves a great problem but there is a grain of discovery in the solution of any problem. Your problem may be modest; but if it challenges your curiosity and brings into play your inventive faculties, and if you solve it by your own*

means, you may experience the tension and enjoy the triumph of discovery (p. v).» (Polya, 2004)

2.2.3 Sammenhengen mellom skill efficiency og conceptual understanding

Det er en tydelig forskjell mellom å gi elevene mulighet for å skape konseptuell forståelse og det å gi dem ferdighetstrening. Likevel er det ikke slik at de utelukker hverandre (Hiebert & Grouws, 2007, s. 389). På den ene siden er det slik at klyngen av faktorer som fører til konseptuell forståelse er veldig forskjellig fra de faktorer som fører til ferdighetstrening. Men ifølge Hiebert & Grouws (2007, s. 389) sin analyse av forskningen er det slik at i flere av tilfellene hvor elevene viser en konseptuell forståelse, også hadde en betydelig mengde ferdighetstrening. Flere rapporter som har skrevet om den konseptuelle utviklingen til elever indikerer at også ferdighetene til elevene økte til et nivå på linje med, eller større enn elever i kontrollgruppene (Boaler, 1998; Fuson & Briars, 1990). Disse forskningsartiklene viser derimot at begge holdningene kan føre til at elever får mulighet til å utvikle ferdighetene sine i algoritmer. Derimot er det kun slik at fokus på å gi elevene konseptuell forståelse i matematikk, som gir elevene mulighet til akkurat dette. Konseptuell forståelse hjelper altså også til med å utvikle skill efficiency eller ferdighetstrening (Hiebert & Grouws, 2007, s. 390). Grunnen til dette kan ifølge Hiebert & Grouws (2007) være at det er ulike måter å utvikle raske og effektive ferdigheter hos elevene. På den ene siden er undervisningen direkte og har et raskt tempo, der elevene løser en stor mengde oppgaver med høy andel riktige svar. På den andre siden har undervisningen et lavere tempo. Her vil spørsmål og oppgaver som preger timen kreve lengre og mer forklarende løsninger, og elevene vil gå gjennom færre oppgaver i timen. Ifølge Bjørk (1994) vil elever som jobber med en konseptuell undervisning bli flinkere til å tilpasse kunnskapen og ferdighetene sine til og passe til nye oppgaver og problemer. Derfor er det altså slik at selv om elevene jobber med konseptuell undervisning, også vil utvikle seg i det Hiebert & Grouws (2007) kaller for ferdighetstrening eller «skill-efficiency».

2.3 To ulike tilnærminger til matematikk

I 1976 skrev Richard Skemp artikkelen «*Understanding Relational and Instrumental mathematics*» (Skemp, 1976). Artikkelen tar for seg forståelse i matematikk hos elever.

Skemp (1976) skriver at han i senere tid ble gjort oppmerksom på at det finnes to ulike tolkninger av ordet forståelse. Selv har han alltid sett på forståelse som noe relasjonelt og satt i system, men at han nå anerkjenner en instrumentell og prosedyrisk tilnærming til begrepet. Skemp skriver blant annet i artikkelen at han i en årrekke har vært sikker på at selve grunntanken og målet med undervisningen må være at elevene skaper en relasjonell forståelse. Likevel ser han at en betydelig mengde lærere og lærebøker bruker en instrumentell tilnærming når de ønsker å skape forståelse hos elever. Videre skriver Skemp at det vil kunne oppstå en mismatch mellom elever og lærere hvis de ønsker ulike tilnærminger til forståelse.

Liping Ma (1999, s. 100) skriver i sin artikkel om hvordan «*profound understanding*» eller «dyp forståelse» hos lærere, påvirker tilnærming de vil ha til forståelse. Ma (1999, s. 100) beskriver en lærer sin innholdskunnskap i faget som avgjørende. Med det mener hun den kunnskapen en lærer har til å kommunisere og omformulere matematikken for elevene, en lærer må forstå «*hvorfor*» så godt som «*hvordan*» man regner i de ulike emnene. Hun nevner også evnen til å se på et emne på flere måter, samt evnen til å rettferdiggjøre et krav med et matematisk argument (1999, s. 101). Samlet mener Ma (1999, s. 101) at en lærer trenger en «*profound understanding of fundamental mathematics*» eller en dyp forståelse for grunnleggende matematikk for å undervise slik at elevene får en konseptuell forståelse. En dyp forståelse i denne sammenhengen skriver Ma (1999, s. 101) at baserer seg på en kombinasjon av dyp, bred og grundig forståelse for elementær matematikk.

> *«A teacher with profound understanding of fundamental mathematics is not only aware of the conceptual structure and basic attitudes of mathematics inherent in elementary mathematics, but is able to teach them to students.» (Ma, 1999, s. 101)*

2.3.1 Instrumentell eller prosedyrisk forståelse

Skemp (1976) skriver at undervisning med fokus på instrumentell forståelse innebærer at elever skal lære eller huske flere og flere algoritmer og regler. Disse algoritmene skal deretter brukes til å finne løsningene på oppgavene som blir gitt av læreren. Elevene vet altså hvordan oppgavene de får skal løses. Skemp (1976) mener at mange lærebøker oppfordrer til en slik metode, og ville derfor undersøke fordeler med denne tilnærmingen. Satt i sin egen kontekst kan det være enklere å forstå en instrumentell tilnærming. For eksempel hvis en elev skal lære å multiplisere negative tall, «minus gange minus blir pluss». Dette vil være en rask måte å få elevene til å produsere en side med riktige svar, hvis det er målet med timen. En annen positiv side med denne metoden vil være at «belønningen» elevene får vil kunne oppleves mer umiddelbar (1976). Grunnen til dette er at det er mindre kunnskap involvert i læringsprosessen, altså det vil være raskere å lære/huske den enkelte metoden. Dette vil igjen kunne øke selvtilliten til noen av elevene.

En slik tilnærming vil som tidligere nevnt inkludere mindre kunnskap og vil være enklere å lære seg eller huske. Liping Ma (1999) skriver at i et prosedyrisk syn på forståelse har aritmetiske algoritmer liten eller ingen sammenheng med andre emner, og undervises isolert. I studien til Liping Ma (1999) ser hun gjennomgående på hvordan lærere underviser i disse ulike temaene: Subtraksjon med omgruppering, multiplikasjon med flersifrede tall, divisjon med brøk og geometri. Ma (1999) fant ingen sammenhenger eller koblinger mellom disse emnene i sin undersøkelse av matematikklærere fra Kina og USA. Ut fra denne undersøkelsen utviklet hun flere figurer for å illustrere hvordan de overnevnte matematiske emnene hang sammen i undervisningen.

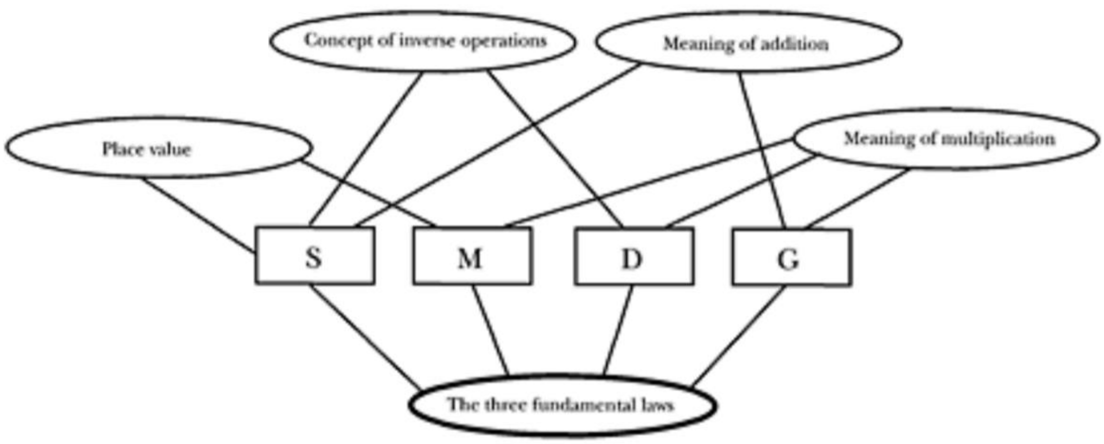
Figur 1 Teachers' procedural knowledge of the four topics (1999, s. 100).

Bokstavene S, M, D og G er forkortelser for de nevnte emnene i undersøkelsen til Ma (1999). Linjene viser til en sammenheng eller ikke-sammenheng (stiplet linje) mellom emnene og andre emner, hvorav rektangelet med «P.C.U» står for «pseudoconceptual understanding» eller uekte/falsk konseptuell forståelse. En slik tilnærming vil altså ifølge Ma (1999) vil føre til en mer prosedyrisk forståelse i matematikk. I denne figuren, *Figur 1*, kan man se at emnene er isolerte fra hverandre og helt enkeltstående.

2.3.2 Relasjonell eller konseptuell forståelse

Relasjonell forståelse innebærer ifølge Skemp (1976) at elevene kan se sammenhengen mellom sine egne skjema/oppfatninger og strukturer i matematikken. Elevene kan forklare premissene mellom oppgaven de blir gitt, og resultatene de får ved utregning. Dette er en forståelse som ifølge Skemp (1976) vil gi større fleksibilitet i møte med nye oppgaver og oppgavetyper. Denne tilnærmingen til forståelse handler om å sette ting i system, og vil være mer tilpasningsdyktig i møte med nye oppgaver. Spesielt når matematikken begynner å bli mer avansert kan det bli utfordrende hvis man ikke kan tilpasse andre løsningsmetoder for å utvikle et løsningsforslag (Skemp, 1976, s. 24). Det er også enklere å huske noe man har satt i system. Dette mener Skemp er et paradoks, fordi det er vanskeligere å lære det. Skemp viser til et eksempel for å tydeliggjøre sitt argument: Det er enklere å huske at arealet av en trekant er « ½ av $høyde\ x\ bredde$» enn å skjønne hvorfor (Skemp, 1976, s. 24). Selv om det er enklere å huske, vil det komme problemer når man skal fortsette utviklingen innenfor dette emnet hvis man ikke har forstått hvorfor arealet av trekanten er regnet ut på akkurat denne måten. Skemp (1976) trekker også inn det faktum at relasjonell forståelse kan være et effektivt mål i seg selv. Ytre motivasjon som er påvirket av belønning eller straff kan bli kraftig redusert. Det gjør den motiverende rollen en lærer ofte må innta, mye enklere. Grunnen til dette er at de relasjonelle skjemaene en elev utvikler er organiske i kvalitet (Skemp, 1976). Det betyr at hvis elever lykkes med å forstå en relasjonell tankegang vil de ikke bare prøve å sette fremtidig kunnskap i sammenheng, men aktivt søke etter nye materialer og områder (Skemp, 1976).

Fra et konseptuelt perspektiv på matematisk forståelse er de overnevnte emnene til Liping Ma sammenkoblet gjennom sine felles matematiske konsepter (Ma, 1999, s. 102). For eksempel vil plassverdisystemet være en stor del av både subtraksjon med omgruppering og multiplikasjon med flersifrede tall. Da vil plassverdisystemet bli en kobling mellom emnene. Flere slike koblinger vil lage et nettverk som er enkelt å bevege seg fritt i (Ma, 1999, s. 102). Noen konsepter som meningen med selve multiplikasjonsbegrepet blir brukt av flere av emnene. I figuren under, *Figur 2,* kan man se noen av konseptene som binder de ulike emnene sammen, og gjøre det til et stort nettverk hvor man kan navigere seg rundt via andre emner.



Figur 2 A few shared concepts connect the four topics (Ma, 1999, s. 101)

En lærer som innehar en dyp forståelse av den fundamentale matematikken, evner å sette fokus på de ulike konseptene som knytter emner i matematikken sammen (Ma, 1999, s. 102). Det vil gi elever mulighet til å utvikle disse koblingene. Disse koblingene vil være en grunnleggende plattform for videre utviklingen av avansert matematikk. Ifølge Ma (1999, s. 102) er fundamental matematikk elementær, grunnleggende og sentral.

For å utvikle konseptuell forståelse mener Burkhardt & Swan (2017, s. 188) at undervisningen må inneholde flere prinsipper. Elevene må aktivere tidligere eksisterende konsepter og strategier i møte med nye strategier og oppgaver. Læreren må deretter la elevene få tid til å bygge bro mellom de ulike konseptene. En lærer burde også stimulere til konflikter hos elevene. Det vil føre til at de må bygge nye skjema som godtar den nye kunnskapen (Burkhardt & Swan, 2017, s. 188). Når elever jobber med ulike løsninger av oppgaver må læreren få dem til å fokusere på løsningsmetoden, ikke utelukkende på svaret. Når læreren krever et svar på hvorfor de løste oppgaven som de gjorde vil det gi en større bevissthet ovenfor hvilke konsepter de opererer med (Burkhardt & Swan, 2017, s. 188). Designet av en undervisningsøkt som fremmer konseptuell forståelse skal bestå av tre komplementære faktorer. Elevene og læreren må sammen bli kjent med elevenes forståelse og misoppfatning av de sentrale konseptene i temaet. Læreren må gjennom en prosess ta bort flere og flere av elevens misoppfatninger gjennom «*diagnose*» og «*helbredning*» (Burkhardt & Swan, 2017, s. 189-190). Det betyr at læreren må spørre seg selv hva han eller hun kan gjøre for å hjelpe elevene med sin misoppfatning. Forfatterne peker på at svaret svært sjelden er en lik forklaring eller undervisning som elevene allerede har hatt. Den tredje faktoren omhandler at læreren skal bygge sammenhenger mellom ulike konsepter i matematikken.

2.4 Oppgavetyper

I matematikken på grunnskolen er det mange forskjellige matematikkoppgaver. Det er også flere ulike måter å klassifisere dem på. Ifølge Anita Valenta (2016) kan man noen ganger se på i hvilken grad oppgaven handler om matematiske anvendelser i hverdagen, og hun skiller mellom praktiske og teoretiske. Slike oppgaver kan være nyttige ved at elever skal kjenne igjen problemstillingene. Andre klassifiseringer kan være problemstillinger eller rike oppgaver. Det betyr henholdsvis at fremgangsmåten ikke er blitt presentert eller at oppgavene har flere mulige løsningsmetoder. Rike oppgaver er problemløsningsoppgaver som legger opp til diskusjoner med medelever når det gjelder for eksempel ideer til løsninger og forståelse av matematiske begreper (Valenta, 2016).

2.4.1 Praktisk og esoterisk domene

Paul Dowling (2001) skrev i boken «*Issues in mathematics teaching*» et kapittel hvor han mente at en utfordring i matematikken er at den blir gjemt bort i «hverdags-oppgaver». Det er utfordrende for elever å klare og trekke ut det matematiske og generaliserbare fra oppgaver som handler om å kjøpe et stort antall varer. Dowling skiller mellom oppgaver som ligger i det «*praktiske domene*» og det «*esoteriske domene*» (Dowling, 2001, s. 183). Oppgaver i det praktiske domene transformerer praktiske situasjoner slik at de skal passe inn i matematiske oppgaver. Slike oppgaver kan være utfordrende for elever å klare og sette i kontekst med andre matematiske prinsipper, fordi selve matematikken blir gjemt bort (Dowling, 2001, s. 184). Det esoteriske domene er basert på generelle prinsipper som har en universell applikasjon. En slik oppgavetype vil være fordelaktig når elevene skal sette matematiske konsepter og skjemaer i system, fordi de generelle prinsippene er ikke gjemt bort (Dowling, 2001, s. 189). Dowling (2001, s. 190) har også analysert en mengde lærebøker og kommet frem til at oppgavetypene er preget av hvilket nivå elevene er på. En elev med «high ability» eller gode ferdigheter får oppgaver som er mer rettet mot et esoterisk domene enn elever på «low ability» eller lave ferdigheter.

2.4.2 Grad av kognitive krav

For å tydeliggjøre hvilken tankevirksomhet og hvilke muligheter for læring ulike matematikkoppgaver har, analyserer Stein og Smith (Stein & Smith, 1998, s. 269) oppgaver ut fra grad av kognitive krav. Forfatterne skiller mellom lave og høye kognitive krav i matematikkoppgaver. Det legges til grunn at en og samme oppgave kan brukes i undervisningen på ulike måter, men er da avhengig av forkunnskaper og diskusjon som læreren legger opp til. Likevel har Stein og Smith (Stein & Smith, 1998, s. 270) kommet frem til at matematikkoppgaver i utgangspunktet har høye eller lave kognitive krav. Det er basert på hvilke typer kunnskap som brukes i de ulike oppgavene.

Kjennetegn på oppgaver med lave kognitive krav er ifølge Stein og Smith (1998, s. 270) at de er preget av prosedyrer uten form for sammenhenger. Noen kjennetegn på slike oppgaver kan være at målet er å øve inn en algoritme, med bruk av spesifikke prosedyrer som elevene har arbeidet med før. Prosedyren de skal gjennomføre er isolert fra sammenhenger og underliggende begreper (1998, s. 271). Oppgavene krever heller ingen forklaring eller begrunnelse av prosedyren som er blitt brukt. Et eksempel på en slik oppgave kan ifølge Valenta (2016) være: *«Anne har 4 klistremerker, så får hun 3 til fra sin bestemor. Hvor mange har hun nå?»*. Oppgaven kan være krevende for noen elever, men for elever som har jobbet med lignende oppgaver er det en prosedyrisk prosess å gjennomføre en slik oppgave (Valenta, 2016).

Oppgaver med høye kognitive krav kjennetegnes ifølge Stein og Smith (1998, s. 270) ved at de krever at elevene ser sammenhengen mellom prosedyrene de har lært. Slike oppgaver er preget av et søkelys på utvikling av forståelse av matematiske begreper og ideer. Videre burde oppgaven være lagt opp slik at prosedyrene elevene besitter ikke skal kunne følges blindt, ved at eleven må forsøke å forstå de underliggende prinsippene i oppgaven. Oppgavene skal altså ikke baseres på algoritmer, som Valenta (2016) påpeker at de kan være et hinder for utvikling av begrepsmessig forståelse. Et eksempel på en slik oppgave er «*Hvis vi tenker på* $3 \cdot 17$ *som* 3 *bunker med* 17 *klosser i hver bunke, hvordan kan vi da forklare at* $3 \cdot 17 = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 7$*?*» (Valenta, 2016).

Valenta (2016) skriver i sin artikkel fra matematikksenteret at oppgaver med høye kognitive krav er nødvendige for å utvikle matematisk kompetanse. Store deler av samfunnet oppfatter matematikk som noe statisk som ikke kan diskuteres og drøftes. Det henger sammen med at et instrumentelt eller prosedyrisk syn på matematikken har preget matematikkundervisningen. Studien til Boaler, William og Brown (2000) viser at lærere har en tendens til å gi elever som presterer lavere, enklere og mindre kognitivt krevende oppgaver. Disse inneholder ofte steg-for-steg forklaringer og målet er at elevene skal huske prosedyren. Watson og De Geest (2005) gjennomførte i 2005 et prosjekt med elever som presterte lavt i matematikk. Lærerne i prosjektet la vekt på å utfordre elevenes forståelse heller enn å forenkle oppgavene. Dette la de til rette blant annet ved å la elevene resonnere, argumentere for egne ideer og hjelpe elevene med å trekke ut matematiske konsepter (Watson & De Geest, 2005, s. 228). Elevene i prosjektet hadde de samme resultatene på testing av prosedyrer. De hadde derimot bedre resultater på oppgaver med høye kognitive krav, likte matematikk bedre og var mer utholdende i arbeid med matematikken (Watson & De Geest, 2005, s. 228)

Selv om en lærer har planlagt en oppgave som er bygget opp av høye kognitive krav, trenger ikke oppgaven å føre til at elevene utvikler matematisk kompetanse på høyt nivå. Ifølge Stein og Smith (1998, s. 274) kan det være flere faktorer som fører til at oppgavene ikke gir ønsket effekt. Det kan basere seg på at problemene blir en rutine, og dermed krever lav kognitiv tenkning. Oppgavetypen kan være utfordrende for elever som ikke har møtt denne typen utfordringer før, som igjen kan føre til at de gir opp. Hvis det er flere elever som sliter med oppgaven kan det også bli fristende for læreren å forenkle problemstillingen (Stein & Smith, 1998, s. 274).

2.4.3 Et design med oppgaver kan skape konseptuell forståelse

I 2017 skrev Burkhardt & Swan (Burkhardt & Swan, 2017) en artikkel som skulle se på hvordan ulike oppgavetyper preger matematikkundervisninger. Forfatterne starter med å beskrive hvordan oppgaver kan brukes. Deretter skriver de om ulike vanskelighetsgrader av oppgaver. Så ser de på hvordan ulike design av timen kan prege hva elevene får ut av undervisningen. Til slutt bruker de de overnevnte faktorene til å se på hvordan mattelærere kan utvikle et design av oppgaver som skaper konseptuell forståelse.

Man kan se på oppgaver på fire ulike måter i matematikkundervisningen. Oppgaver danner små verdener som stimulerer til etterforskning. Det gjør at elever danner seg egne læringsstrategier og metoder for å løse dem (Burkhardt & Swan, 2017, s. 180). I beste fall fører dette til at elever utvikler en forståelse for hvordan oppgaven og svaret henger sammen. Oppgaver er med på å oppsummere mål for elevene. Det kan være store læreplanmål eller mål for timen. Det kan være enklere for elevene å sette i sammen med sin virkelighet enn et mer abstrakt mål. Oppgaver kan videre være med på å vurdere elever sine ferdigheter (Burkhardt & Swan, 2017, s. 180). Kan både være formative og summative vurderinger. På et litt høyere nivå kan også matematikkoppgaver til slutt være med på å gi mål for prestasjon. Matematikere setter seg mål om å løse for eksempel Fermat sitt siste teorem (Burkhardt & Swan, 2017, s. 180).

Burkhardt & Swan (2017, s. 181) skriver at vanskelighetsgraden på en oppgave er avgjort av spesielt fire faktorer, kompleksitet, fremmedhet, hvor teknisk krevende den er og grad av autonomi. Kompleksiteten er basert på antall variabler som oppgaver inneholder og som elevene må bruke (Burkhardt & Swan, 2017, s. 181). Fremmedhet eller «unfamiliarity» handler om hvor kjent oppgavetypen er for elevene. Ukjente oppgavetyper krever at elevene klarer å bryte ned strukturen på oppgaven for å løse den. Teknisk krevende oppgaver som for eksempel integrasjon krever mer teknisk kunnskap for å løses enn en oppgave i addisjon, som bygger på mer fundamentale matematiske operasjoner. En lærer kan også styre graden av autonomi elevene har i oppgaveløsningen sin. Burkhardt & Swan (2017, s. 181) skriver at hjelp fra en ekspert og omforming av oppgaven eller stillasbygging rundt elevens oppgaveløsning kan gjøre oppgaven enklere. Dette betyr at en oppgave som er helt fremmed, relativt kompleks og uten hjelp må være enkel teknisk, for at eleven skal klare å løse den (Burkhardt & Swan, 2017, s. 181). Fakta og prosedyrekunnskap er enkelt for lærere å undervise i og vurdere gjennom oppgaver som har liten grad av disse fire prosedyrene. Undervisning som skaper noe utover prosedyrekunnskap krever et høyere nivå av disse faktorene. Burkhardt & Swan (2017, s. 182) skriver også at noen oppgaver kan være rike oppgaver. Det betyr at det er elevene som løser oppgavene som bestemmer hvor stor graden av kompleksitet, tekniske ferdigheter og til og med hvordan de velger å bryte ned oppgaven skal være.

Det kreves mer enn en oppgave for å utvikle konseptuell forståelse. Burkhardt & Swan (2017, s. 182) poengterer at det trengs en rekke med argumentasjoner, sammenhenger og forklaringer for at elevene skal utvikle en så høy grad av forståelse. Her påpeker de at det kreves at læreren er mer kreativ og bruker en større skala av spørsmål og oppgaver enn det som er vanlig i spesielt den offentlige testingen av elevene. Disse spørsmålene ligger som regel på lavt nivå av de fire overnevnte faktorene. Hvis lærere har som mål at elevene skal huske fakta og utvikle en prosedyrisk effektivitet vil det altså kun kreve oppgaver på et lavt nivå, hvor elevene skal memorere fakta og algoritmer (Burkhardt & Swan, 2017, s. 182). Hvis målet med undervisningen er at elever skal utvikle en konseptuell forståelse og en logisk tenkning kreves det at de får øvet seg på mer avanserte prosesser. Det er prosesser som omhandler observering og forklaring, klassifisering, se på ulike representasjoner, forklaringer av prosedyrene og sammenhengene og analysering av konseptene (Burkhardt & Swan, 2017, s. 182).

2.5 Kjerneelementer i læreplanen 2020

I læreplanen som er innført i matematikk i 2020 (Kunnskapsdepartementet, 2020b) er det lagt vekt på at elever skal bli gode problemløsere og oppdage sammenhenger i og mellom fagets kunnskapsområder. Det nye kompetansebegrepet i læreplanen viser blant annet til at kunnskap handler om å kunne tilegne seg og anvende kunnskap og ferdigheter til å mestre oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger (Kunnskapsdepartementet, 2020b). For å utvikle en slik type kunnskap skal læreplanen legge til rette for dybdelæring og forståelse i fagene. For å legge til rette for dette i matematikk er det blitt introdusert seks kjerneelementer i faget (Kunnskapsdepartementet, 2020c). De fem første beskriver arbeidsmåter, metoder og tankemåter i matematikk. I det sjette kjerneelementet blir det presentert de sentrale kunnskapsområdene i matematikk, altså hva elevene skal møte gjennom de andre fem.

Det første kjerneelementet er *utforsking og problemløsning*. Det handler om at elever skal lete etter mønstre og finne sammenhenger i faget. Elevene skal legge mer vekt på strategier og fremgangsmåter enn på løsningene. Problemløsningen handler om at elever utvikler sin egen løsningsmetode på matematiske problemer de ikke kjenner fra før. For å kunne bryte ned problemer i delproblemer er algoritmisk tenkning en viktig del av prosessen. Kjerneelement nummer to handler om *modellering og anvendelser*. Det betyr at elevene skal få innsikt i de ulike typene anvendelser man kan ha av matematikken. I tillegg til dette skal elevene bli kjent med å ta en problemstilling fra virkeligheten, omformulere den til en matematisk modell og tolke modellen i lys av den opprinnelige situasjonen. *Resonnering og argumentasjon* er kjerneelement nummer tre. Det handler om at elever skal forstå at matematiske regler og resultater ikke har oppstått tilfeldig, men har klare og tydelige begrunnelser. Elever må lære seg å følge, vurdere og utforme egne matematiske resonnementer for å løse problemer og lage argumentasjoner.

Det fjerde kjerneelementet handler om *representasjon og kommunikasjon*. Alle elever skal få mulighet til å bruke matematiske begreper i ulike sammenhenger. Det skal skje gjennom erfaringer og matematiske samtaler. Videre handler dette kjerneelementet om at elever skal kunne forklare sin valgte fremgangsmåte og begrunne sitt valg. Kommunikasjon innebærer også at elever skal kunne oversette mellom dagligdagsspråket og det matematiske symbolspråket. Kjerneelement nummer 5 handler om *abstraksjon og generalisering.* Elever skal forstå ulike representasjoner på et økende abstraksjonsnivå. For å få til dette burde elever oppdage sammenhengene og strukturene selv og ikke bli presentert for en ferdig løsning. Metoden for å oppnå dette er gjennom utforsking av tall, utregninger og figurer for å finne sammenhenger. Deretter skal de formaliseres ved bruk av algebra og representasjoner som er tilpasset situasjonen. Elevenes forståelse for generelle matematiske problemstillinger skal springe ut fra kunnskaper og ferdigheter. Det siste kjerneelementet presenterer altså de *sentrale kunnskapsområdene* i matematikken. I praksis vil det bety at de fem andre kjerneelementene skal brukes på kunnskapsområdene som kommer frem i det sjette kjerneelementet. Kunnskapsområdene er tall og tallforståelse, algebra og funksjoner, geometri og statistikk og sannsynlighetsregning. Algebra betyr for eksempel, ifølge læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2020b), å arbeide med strukturer, mønstre og relasjoner. Dette skal jobbes med gjennom hele skoleløpet og skal blant annet hjelpe elever med å se på hvorfor algebra er en generalisering av tallregning.

2.5.1 Dybdelæring og kjerneelementene i matematikk

I boken «*101 grep for å aktivisere elever i matematikk*» kobler Marianne Maugesten & Monica Nordbakke (2019, s. 61) kjerneelementene i matematikk sammen med begrepet for dybdelæring. Forfatterne starter med å legge frem Sawyer (2006) sine seks komponenter for å legge til rette for dybdelæring.

Den første komponenten til Sawyer (2006) baserer dybdelæring på at elever kan relatere nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaring. Under denne komponenten trekker Maugesten & Nordbakke (2019, s. 61) inn *utforsking og problemløsning* og *modellering og anvendelser*. Elever skal her få mulighet til lære seg å stille matematiske spørsmål og identifisere problemer. Samtidig skal elevene under *modellering og anvendelser* skal de få mulighet til å bruke matematiske modeller, vurdere bruken og begrensningen av en modell (Maugesten & Nordbakke, 2019, s. 61). Sawyer (2006) sin neste komponent for dybdelæring handler om at elever skal organisere egen kunnskap i begrepssystemer som henger sammen for dem. Her mener Maugesten & Nordbakke (2019, s. 61) at *representasjon og kommunikasj*on i tillegg til *resonnering og argumentasjon* er fremtredende kjerneelementer. Det handler om at elever skal forstå sammenhengene mellom de ulike representasjonene de blir presentert for, og arbeider med. I tillegg til at elever kan argumentere for sine egne løsninger og dra nytte av andre elever sine ideer og argumenter (2019, s. 61). Komponent nummer tre for utvikling av dybdelæring handler om at elever ser etter mønstre og underliggende prinsipper (Sawyer, 2006). Her trekker Maugesten & Nordbakke (2019, s. 61) *utforsking og problemløsning*, for at elever skal utvikle en algoritmisk tenking, i tillegg til *modellering og anvendelser* for at elever skal oversette fra sitt eget språk til et matematisk språk. Til slutt trekker forfatterne inn *abstraksjon og generalisering*. Elever skal i denne komponenten utforske mønstre, utvikle sin algebraiske tekning og argumentere for sine egne løsninger .

Den fjerde komponenten til Sawyer (2006) legger frem at elever må lære å vurdere ny informasjon og knytte den til konklusjoner. Her mener Maugesten & Nordbakke (2019, s. 61) at kjerneelementene *utforsking og problemløsning*, *modellering og anvendelser*, *resonnering og argumentasjon* og *abstraksjon og generalisering* er viktige. Det er blant annet for at elever skal lære seg å stille matematiske spørsmål, tolke løsningene sine og klare å generalisere sammenhenger de finner. Komponent nummer fem handler om at elever forstår hvordan kunnskap blir til gjennom dialog. Samtidig som elevene vurderer logikken i et argument kritisk, opp mot det de allerede vet (Sawyer, 2006). Maugesten & Nordbakke (2019, s. 61) trekker her inn *resonnering og argumentasjon* og *representasjon og kommunikasjon* som de viktigste kjerneelementene. Det handler om at elever forstår et matematisk argument, samtidig som de kan argumentere for egne løsninger og fremgangsmåter. I tillegg handler det om at elever utvikler et matematisk språk gjennom samtale, argumentasjon og refleksjon (Maugesten & Nordbakke, 2019, s. 61). Den siste komponenten Sawyer (2006) mener er nødvendig for dybdelæring er at elever reflekterer over egen forståelse og læringsprosess. Det mener Maugesten & Nordbakke (2019, s. 61) kan knyttes til den overordnete delen av læreplanen. De knytter det videre opp mot begreper som «lære å lære» og «motivasjon og mestring». Ved tilrettelegging av en undervisning som bygger på disse komponentene opp mot disse kjerneelementene kan elever få mulighet til å oppleve sammenhenger i matematikkfaget (Maugesten & Nordbakke, 2019, s. 62). Forfattere påpeker også at gjennom et slikt fokus vil elever kunne utvikle det Skemp (1976) kaller for relasjonell forståelse. Altså at kunnskapen de lærer vil ha en større overføringsevne og verdi (Maugesten & Nordbakke, 2019, s. 62).

3. Metodekapittel

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for de metodiske valg jeg har gjort gjennom denne prosessen. Jeg vil også reflektere rundt etiske perspektiver ved prosjektet. Deretter vil jeg gå i detalj rundt de ulike prosessene, innsamling av data, transkribering, koding og til slutt analyse av dataen. Til slutt vil jeg diskutere kvaliteten til en slik type forskning.

Jeg har valgt å bruke kvalitativt forskningsintervju som datainnsamlingsmetode. Et kvalitativt forskningsintervju egner seg godt, fordi jeg ønsker å belyse mine informanters subjektive beskrivelser ut ifra deres egen livsverden (Kvale & Brinkmann, 2015). Kvalitativ metode tar utgangspunkt i å forstå sosiale fenomener og intervju baserer seg på samme faktorer. Det gir et godt grunnlag for forståelse av mine informanters erfaringer, oppfatninger og tanker om oppgavens problemstilling og de ulike temaene som blir diskutert under intervjuet.

3.1 Valg av metode

Prosjekter på det feltet jeg har valgt å forske på er derimot splittet ved kvalitative og kvantitative forskningsmetoder. Jeg har i mitt forskningsprosjekt valgt å bruke et kvalitativt forskningsintervju for innsamling av data. De kvantitative forskningsmetodene vektlegger et stort antall og utbredelse for å kunne si noe om hvordan forskning kan gjelde for «alle» lignende tilfeller. Kvalitativ metode kjennetegnes ved at det er en metode som går i dybden og verdsetter betydning (Thagaard, 2013, s. 17). Denne metoden er ofte foretrukket i datainnsamlinger som er sammensatte og komplekse, som et klasserom er. Det ligger en tanke om å fremheve prosesser og meninger som en ikke kan måle i kvantitet. Thagaard (2013, s. 12) trekker frem tre hovedgrunner for at en forsker skal velge kvalitative forskningsmetoder. De egner seg godt når man skal studere personlige eller sensitive emner, hvor situasjonen betinger et godt tillitsforhold mellom forsker og informanter. Når man skal forske på svakerestilte grupper. Til slutt egner kvalitative metoder seg godt når det er lite forskning på temaet fra før.

Å gi elever mulighet til å skape konseptuell forståelse kan gjøres på mange måter. Det er derfor interessant for meg å gå i dybden på hvordan ulike lærere velger å gjøre dette på. En matematikklærer er preget av et stort antall indre og ytre faktorer, som jeg ikke vil bli kjent med ved bruk av kvantitativ metode. Kvalitativ metode tar utgangspunkt i å forstå sosiale fenomener og enkelttilfeller. Det vil gi kunne gi meg et godt grunnlag for forståelse av mine informanters erfaringer, tanker og oppfatninger om undervisning av matematikk. Det er heller ikke gjort mye forskning på dette temaet, spesielt i Norge. På bakgrunn av dette har jeg valgt å belyse denne problemstillingen ved en kvalitativ metode. Et slikt metodevalg vil ikke kunne si noe om alle lignende situasjoner, men kunne åpne opp for andre forskningsartikler som kan se på et større perspektiv.

3.2 Utvalg

3.2.1 Utvalgsprosessen

Kvalitative studier er studier som baseres på strategiske utvalg. I slike studier velger forskeren deltakere og informanter strategisk. De er basert på kvalifikasjoner som er strategiske med tanke på problemstillingen (Thagaard, 2013, s. 60). I forskningsprosjektet mitt benyttet jeg en type tilgjengelighetsutvalg. Det vil si at fremgangsmåten som benyttes for å komme i kontakt med informanter er basert på at de er tilgjengelige for forskeren. Tilgjengelighetsutvalget var også strategisk basert, i form av at informantene måtte være matematikklærere som arbeidet med matematikk på ungdomstrinnet. Dermed var de i tillegg til å være tilgjengelige, egnet til å svare på problemstillingen min.

For å komme i kontakt med informanter som kunne være aktuelle og tilgjengelige for meg startet jeg med å sende e-post til ulike rektorer. Det var enten rektorer fra skoler i nærheten, eller fra skoler som jeg har hatt kontakt med igjennom praksis eller lignende. I e-posten skrev jeg en kort beskrivelse av mitt prosjekt og hvilke kriterier jeg hadde for at de skulle kunne delta. Jeg hadde krav om at mine informanter skulle undervise i matematikk på ungdomsskolen. Samt at de hadde en utdanning som var kvalifisert til en slik stilling. For at både rektor og informanter skulle ha mulighet til å bli kjent med prosjektet mitt før de takket ja, la jeg ved informasjonsskrivet som vedlegg. Her var også rammebetingelsene for deres deltakelse klargjort for. Jeg fikk god respons på dette.

3.2.2 Endelig utvalg

Thagaard (2013, s. 65) skriver i sin innføring i kvalitativ metode at forskeren skal forske på nye informanter helt frem til forskningen ikke synes å gi ytterligere forståelse av fenomenet. Hun mener at forskeren da har kommet frem til et «metningspunkt» i mengden informanter. Likevel mener hun at forskeren burde sette en begrensning på antallet, fordi en analyse av informanters bidrag er tidkrevende. Kvale & Brinkmann (2009, p. 148) har en noe enklere mening om antall intervjupersoner som skal være med i et endelig utvalg. De har i sin bok skrevet at en forsker skal «Intervjue så mange personer som det trengs for å finne ut det du trenger å vite.». Mitt endelige utvalg i dette prosjektet ble ut fra disse definisjonene, fire informanter som jobber som matematikklærere på ungdomsskolen. Disse informantene har alle gjennomført lærerutdanningen og har utdannelse i de fagene de underviser i. Arbeidserfaringen varierer fra å ha jobbet som matematikklærer i 20 år til å ha jobbet kun i noen få år. Når jeg omtaler informantene mine vil jeg omtale de som hankjønn, i form av «han», for at det skal bli så anonymisert som mulig.

3.3 Etiske refleksjoner

Kvale & Brinkmann (2009, s. 97) skriver at en intervjuundersøkelse vil inneholde flere etiske problemstillinger, som den som forsker må ta hensyn til. Det første steget i et slik forskningsprosjekt er en søknad til Norsk senter for forskningsdata (NSD). Det er et personvernombud, som skal godkjenne forskningsprosjektet. NSD tar utgangspunkt i dagens gjeldende forskningsetiske regler. Min søknad inneholdt blant annet informasjonsskriv til informantene. Her fikk de en forklaring på hvordan jeg sørget for å ivareta deres personvern i prosjektet mitt.

Thagaard (2013, s. 26) rekker frem de etiske retningslinjene i et forskningsprosjekt som viktige. Han trekker også frem NESH sin definisjon av informert samtykke. Spesielt vektlegger han at forskningsprosjekter som inneholder personer eller informanter, kun kan settes i gang i etterkant av deltakernes informerte og frie samtykke. Det er ifølge Kvale & Brinkmann (2009, s. 104) undersøkelsens formål og hovedtrekk i forskningens design. Deltakelsen skal også være helt frivillig og uten ytre press. Slike informasjonsskriv ble sendt ut og skrevet under av informantene i forkant av intervjuene. Blant annet ble informantene opplyst om at intervjuet ville gjennomføres med lydopptaker, og at tidsrammen var på ca. 30 minutter. Det ble også informert om at informantene på hvilket som helst tidspunkt i prosjektet kunne trekke tilbake sitt samtykke om å delta.

Det andre viktige prinsippet som Thagaard (2013, s. 30) beskriver er vesentlig for at prosjektet skal være etisk forsvarlig, er prinsippet om konfidensialitet. Det innebærer at informantene har krav på, og eier, informasjonen de gir fra seg. Den skal behandles konfidensielt, noe som gjelder alle private data i Norge (Thagaard, 2013, s. 28). Måten jeg ivaretok dette i mitt prosjekt var ved å kryptere dataene med pseudonymer og koder på både informantene og tilfeller hvor det ble brukt egennavn i transkripsjonen. Dette gjorde jeg for at utsagnene ikke skulle kunne kobles opp mot enkeltpersoner på noen som helst måte.

Et tredje grunnprinsipp mener Thagaard (2013, s. 30) er knyttet til konsekvenser forskningen kan ha for informantene. Her skriver han at det er forskeren som har ansvar for å unngå at deltakerne utsettes for skade. Integriteten til informantene skal beskyttes til en hver tid.

3.4 Design og gjennomføring

3.4.1 Kvalitativt intervju

I forskningsprosjektet mitt har jeg altså valgt å benytte kvalitativ metode som undersøkelsesmetode. Innenfor dette har jeg valgt å intervjue informantene mine. Grunnen til dette er at det kan gi meg et spesifikt innblikk i hvordan informantene tenker angående problemstillingen og underkategoriene mine. Jeg kunne også valgt å triangulere et slikt prosjekt, med å kombinere prosjektet med observasjon. Med tanke på at problemstillingen jeg har valgt til dette prosjektet handler om hvordan en lærer tenker og jobber over tid ble dette utfordrende. Datamaterialet hadde blitt for omfattende for denne oppgavens rammebetingelser.

Kvale & Brinkmann (2009, s. 20) skriver at i et kvalitativt forskningsintervju forsøker forskeren «… å forstå verden sett fra intervjupersonens side». Dette er ifølge Gadamers hermeneutikk en umulig oppgave (Gadamer, 1975). Forståelse av andres verk er avhengige av visse fordommer (Gadamer, 1975). Det vil si at det ikke er mulig å være objektiv, og dermed er det ikke mulig å forstå verden fra en annen person sitt synspunkt. Likevel er det et mål gjennom hele intervju prosessen å prøve og forstå informantenes synsvinkler og erfaringer så godt som mulig. Jeg kan altså nærme meg deres forståelseshorisont. Thagaard (2013, s. 95) skriver at intervju er en metode for å få fyldig informasjon om hva informantene tenker om det som blir diskutert. Det er ulike perspektiver om hva intervjudataene faktisk forteller forskeren. På den ene siden vil en forsker prøve å være så objektiv som mulig, og intervjudataene vil gi objektiv informasjon om informantenes «ytre» verden. På den andre siden kan intervjudata sees på som en interaksjon mellom forskeren og informanten, som sammen bidrar til den informasjonen og kunnskapen som kommer frem i løpet av intervjuet. Kvale & Brinkmann (2009, s. 20) er tydelige når de skriver at informantene må ses på som subjektive i intervjuene. Grunnen til dette er at informantene er med på å skape en form for forståelse rundt temaet som blir diskutert i intervjuet. På tross av dette skriver Kvale og Brinkmann (2009, s. 20) at informantene er underlagt ulike diskurser som også vil påvirke deres handlinger. Grunnet dette var det viktig for meg å prøve og hente informasjon som var basert på handlinger fra informantene. Ut fra disse handlingene ba jeg også informantene begrunne hvorfor de opptrådte som de gjorde. Dette var for å prøve og nærme meg deres forståelseshorisont så mye som mulig.

3.4.2 Utforming av intervjuguide

Et forskningsintervju i kvalitativ metode kan utformes på ulike måter. Det vil ifølge Thagaard (2013, s. 97) variere fra relativt strukturerte intervju, til intervjuer med lite struktur. Fremgangsmetoden som er mest brukt i kvalitativ forskning befinner seg mellom disse ytterpunktene, og karakteriseres som en delvis strukturert tilnærming. Her vil også intervjuguiden være delvis strukturert eller semistrukturert. Det vil si at temaene er klargjort og strukturert på forhånd, men rekkefølgen og underspørsmål er ikke forutbestemt. Fordelen med en slik tilnærming er at intervjueren kan følge intervjuobjektet i samtalen. Samtidig vil intervjueren kunne sørge for at viktige temaer med tanke på problemstillingen blir drøftet i samtalen (Thagaard, 2013, s. 98). Fleksibilitet er essensielt i et delvis strukturert intervju. Det fordrer at forskeren er godt satt inn i sitt eget intervju og er forberedt på temaer og kategorier som måtte kunne komme frem. Thagaard (2013, s. 100) skriver at en god forberedelse med god bakgrunnskunnskap er nødvendig for å mestre et delvis strukturert intervju. Med det mener han at intervjueren stiller spørsmål som oppfattes som relevante for informanten. I mitt forskningsprosjekt valgte jeg å benytte et delvis strukturerer intervju. Jeg hadde i forkant av intervjuene laget en oversikt over temaer og spørsmål jeg ville diskutere. Rekkefølgen på spørsmålene var ikke fastsatt, og spørsmålene var i noen grad preget av stikkord som jeg var interessert i å få vite mer om. Jeg hadde lest meg opp på de spørsmålene og kategoriene jeg på forhånd kunne se for meg at vi kom inn på. Dette gjorde at jeg kunne stille spørsmål som skapte refleksjon hos informantene mine.

I utformingen av intervjuguiden brukte jeg Rubin & Rubin sin (presentert i Thagaard, 2013, s. 100) grunnleggende prinsipper for hvordan en forsker bør utforme en intervjuguide. Et intervju skal inneholde prober, oppfølgingsspørsmål og hovedspørsmål. Hovedspørsmålene burde være enkle og konsise, og eventuelle introduksjonsspørsmål kan ofte handle om en konkret situasjon. Det vil være med på å frembringe rike beskrivelser, gjerne spontane, om informantenes egne opplevelser om temaet (Steinar Kvale & Brinkmann, 2009, s. 165). Slike hovedspørsmål oppfølges forholdsvis av mer spesifikke oppfølgingsspørsmål. Hensikten med disse er å få en mer detaljert informasjon. Kan brukes for å få tydeligere presiseringer, mer nyanserte svar eller utdyping av meningen sin. Prober er også naturlig del av intervjuet. Det er spørsmål eller kommentarer som skaper flyt i samtalen (Thagaard, 2013, s. 102). Eksempelvis kan det være et bekreftende nikk eller et kort «ja…», slik at intervjueren eller forskeren viser interesse for det som blir diskutert. Både prober og oppfølgingsspørsmål er en viktig del av intervjuet for å oppfordre informanten til å forteller mer eller utdype meningen sin (Thagaard, 2013, s. 101). I mine intervjuer stilte jeg ofte «hvorfor»-spørsmål som oppfølgingsspørsmål slik at jeg skulle få bedre mulighet til å prøve og forstå synspunktet til mine informanter. Det vil si at jeg prøvde å nærme meg deres forståelseshorisont. Prober var derimot ikke en del av den planlagte intervjuguiden min, men jeg opplevde at siden jeg kjente til det hjelpemiddelet kunne jeg bevisst bruke det underveis.

En annen faktor som er viktig ta hensyn til når man som forsker lager spørsmål, er hvor åpne spørsmålene skal være. Thagaard (2013, s. 103) mener at åpne spørsmål er et viktig hjelpemiddel for å få informantenes egne synspunkter. Da står informanten fritt til å svare og fortelle på den måten han eller hun ønsker. Spesielt hvis en forsker ønsker autentiske erfaringer som en del av sitt datamateriale. På den andre siden kan ikke alle spørsmålene være for generelle. En kombinasjon av åpne og generelle spørsmål med konkrete oppfølgingsspørsmål vil gi forskeren best mulighet til å forstå informantenes synspunkter og vurderinger (Thagaard, 2013, s. 104).

3.4.3 Pilotintervju

For å få best mulig kvalitet på min endelige intervjuguide valgte jeg å gjennomføre et pilotintervju. Fordelen med et pilotintervju er at forskeren får testen hvordan spørsmålene blir oppfattet av eventuelle informanter. Et pilotintervju eller en pilotstudie er ifølge Kvale og Brinkmann (2015, s. 151) en utprøving av metoder som er planlagt å bruke i større vitenskapelige studier. Det er et hjelpemiddel for å synliggjøre problemer en forsker kan møte på i de virkelige intervjuene som enda ikke er gjennomført. Jeg brukte pilotintervju for å kunne justere spørsmålene og rekkefølgen på spørsmålene. Noen av spørsmålene mine svarte ikke like godt på problemstillingen min som jeg skulle ønske. Mitt pilotintervju ble gjennomført med en annen medstudent som er forsker i samme situasjon, slik at vi i etterkant kunne diskutere hvordan spørsmålene ble oppfattet og kunne bli oppfattet av andre. Blant annet diskuterte vi hvordan ulike tolkninger av ordet forståelse kunne bli brukt i intervjuet. Vi ble i enige om at det var viktig for meg å grave og prøve å forstå hvordan den enkelte informant tolket dette begrepet. Resultatet av diskusjonen i etterkant av pilotintervjuet var den endelige intervjuguiden. som ble brukt i samtalene med mine informanter.

3.4.4 Gjennomføring av intervju

Jeg gjennomførte alle mine fire intervjuer på skolen hvor informantene mine jobbet. Dette valget tok jeg på bakgrunn av at informantene skulle følge seg mest mulig komfortable med situasjonen. Informantene mine fikk også ansvaret for å finne en tid som passet dem best mulig, for at det ikke skulle føles som en byrde. Kombinasjonen av tid og sted fikk forhåpentligvis informantene mine til å føle trygghet, som kunne gjøre den enklere og dele av egne erfaringer og meninger.

Følelsen jeg satt igjen med i etterkant av intervjuene var positiv. Jeg følte at de fløt godt og at informantene viste interesse for problemstillingen og spørsmålene jeg hadde. Blikkontakt, smil og andre små justeringer av kroppsspråk var også med på å holde den positive samtalen i gang.

3.4.5 Transkribering

Transkripsjon er ifølge Kvale & Brinkmann (2009, s. 204) en transformasjon av en muntlig intervjusamtale til en skriftlig tekst. Dette er en nødvendig prosess for å gjøre intervjusamtalen tilgjengelig for analysering. Transkribering er ikke en helt ukomplisert prosess, fordi det er flere viktige forskjeller mellom talespråk og skriftspråk (Steinar Kvale & Brinkmann, 2009, s. 204). Det vil si at transkriberingen vil bli forskeren sin fortolkning av det som blir sagt. Først vil lydopptaket være en abstraksjon av intervjusamtalen. Deretter vil transkripsjonen være enda en abstraksjon eller tolkning av lydopptaket igjen. Det innebærer at uoverensstemmelser mellom ikke-verbalt og verbalt språk, stemmeleie og inotasjon kan gå tapt (Steinar Kvale & Brinkmann, 2009, s. 205).

I etterkant av intervjuene mine valgte jeg å transkribere dem så raskt som mulig. Da hadde jeg samtalene frisk i minnet. Jeg benyttet meg av et transkriberingsprogram slik at jeg kunne stoppe lydopptaket og spille om igjen det som var utydelig. I all hovedsak foregikk transkribering ved at jeg lyttet og skrev ned intervjuobjektet sa. Når jeg transkriberte var det viktig for meg å notere ned hvert ord informantene sa, slik at datamaterialet mitt var så presist, objektivt og nøyaktig som mulig. I noen tilfeller tok intervjuobjektet lange tenkepauser, snakket veldig høyt eller la trykk på ord i setningene. Det har jeg henholdsvis notert ned med «…», store bokstaver og understrek under bokstavene. I tillegg til dette markerte jeg markante følelsesuttrykk som latter i transkripsjonen. Kvale & Brinkmann (2009, s. 208) skriver at ikke er et fasitsvar på hvor mange detaljer som burde tas med i transkripsjonen. Det er forskeren som avgjør hva som er nødvendig eller interessant i en slik prosess. Her må det også tas i hensyn hva datamateriale skal brukes til.

I problemstillingen min har jeg lagt trykk og fokus på hva matematikklærere sier og forklarer at de gjør og hvorfor de gjør det. Derfor har jeg vært mest opptatt av å skape et datamateriale som ivaretar meningsinnholdet til informantene mine. Sett i lys av dette har jeg fokusert mer på hva som ble sagt, enn for eksempel hvilken dialekt det ble sagt på. Selve transkriberingen er en tidkrevende prosess. Kvale & Brinkmann (2009, s. 206) skriver at et nøyaktig arbeid vil være med på å strukturere materialet på en god måte. Strukturen vil igjen være begynnelsen på en analyse av datamaterialet.

3.4.6 Koding og tematisering

Det er ulike metoder for å gjennomføre en kvalitativ dataanalyse. Jeg har valgt å bruke en tematisk analyse. En metode som er kjent for sin tilgjengelighet og fleksibilitet (Braun & Clarke, 2012, s. 58). Tematisk analyse handler om å identifisere og analysere mønstre eller tema i et datamateriell. Det er en uavhengig teori, som betyr at den kan brukes på deduktive og induktive tilnærminger og på tvers av ulike teorier og emner (Braun & Clarke, 2012, s. 58). Induktiv analyse er bygget opp av en «nedenfra og opp»-holdning til datamaterialet. Kodene og emnene er bygget opp ut fra selve datamaterialet. En kjent metode innenfor induktiv metode er «grounded theory», hvor forskeren prøver å være så objektiv som mulig når han starter uten forkunnskaper og meninger om temaet eller emnet. En motsetning til induktiv metode er deduktiv metode. I kontrast til den induktive metoden er den deduktive metoden en «ovenfra og ned»-metode for å analysere data. Her har forskeren med seg en rekke konsepter, ideer eller temaer for som han eller hun ønsker å finne igjen i datamaterialet. Det vil si at kodene og temaene kommer mer fra teorien enn fra selve innhentingen av data (Braun & Clarke, 2012, s. 58). Braun & Clarke (2012, s. 58) mener at veldig ofte vil forskningsprosjekter være preget av begge disse tolkningene av data. Det er umulig å være helt induktiv og det er sjelden en klarer å ignorere konteksten til datamaterialet og være helt deduktiv.

I mitt forskningsprosjekt vil den deduktive metoden være dominerende i noen deler av prosjektet. Likevel vil jeg jobbe induktivt når jeg jobber med det innsamlede datamaterialet mitt. Jeg vil altså basere teoretiske perspektiver og intervjuguiden i seg selv på deduktive prinsipper. Datamaterialet mitt vil være innenfor en induktiv tilnærming. Jeg vil legge frem hovedkategoriene og underkategoriene på en deduktiv måte, men funnene i datamaterialet vil være innenfor induktive kategorier.

Seks faser av analysering av tematisk analyse

Braun & Clarke (2012, s. 60) har lagt frem en prosess som skal hjelpe forskere med å analysere datamaterialet i en tematisk analyse. Denne prosessen er på seks steg. Det første steget handler om at forskeren skal bli kjent med datamaterialet sitt. Det vil si at forsker går analytisk, aktivt og kritisk til verks og prøver å forstå hva dataene betyr. Målet ved dette steget er å begynne og legge merke til mønstre og relevante observasjoner. I mitt tilfelle var en stor del av dette gjennomført når jeg transkriberte de fire intervjuene jeg hadde gjennomført. På dette stadiet fikk jeg innblikk i hva var essensen i materialet, selv om jeg på ingen måte kunne begynne å finne temaer eller koder.

Steg to og tre i analyseringsfasen handler om at forskeren først skal generere de første kodene for så å lete etter temaer i materialet. Braun & Clarke (2012, s. 63) vektlegger forskerens dømmekraft når det skal avgjøres hva som er et tema i analysedelen av oppgaven. Samtidig påpeker de at et tema er det som står i sammenheng til problemstillingen, samtidig som det tar opp noe viktig. Det er heller ingen grense hvor for stort eller liten del av datamaterialet et tema kan trekkes ut fra, men det burde ideelt sett tas opp flere ganger. Betraktningen om at temaet er med på å belyse forskningsspørsmålet er den viktigste betraktningen en forsker kan ha (Braun & Clarke, 2012, s. 63). Når jeg skulle generere koder brukte jeg et analyseprogram som heter «HyperRESEARCH». Det hjalp meg å sette merkinger og kodinger fra de fire ulike informantene parallelt. I det neste steget til Braun & Clarke (2012, s. 63) skal forskeren altså lete etter tema i datamaterialet. Det gjorde jeg ved å ha en induktiv tilnærming til letingen etter temaer og faktorer i datamaterialet. De ulike funnene og temaene jeg fant i datamaterialet, blir kategorisert inn i de allerede satte deduktive hovedkategoriene og underkategoriene.

I det fjerde steget skal forskeren revurdere de temaene han eller hun fant i steg 3. Deretter gå kritisk gjennom temalisten (Braun & Clarke, 2012, s. 63). I denne fasen brukte jeg tid på å plassere de kodene og temaene som kom frem under intervjuene, innenfor de deduktive kategoriene jeg på forhånd hadde satt til grunn for intervjuguiden. Utgangspunktet for intervjuguiden var to hovedkategorier «strev med matematiske problemer» og «sammenhenger i matematikken». Disse to hovedkategoriene hadde tre underkategorier hver. Kategorien om sammenhenger er bygd opp av at jeg ser på hvordan lærerne fokuserer på sammenhenger først i en større planleggingsfase, deretter i oppstarten av et emne og til slutt hvordan de bruker det aktivt i form av ulike strategier og metoder. Kategorien om strev med matematiske problemer er bygd opp av og definert gjennom oppgavetyper, nivådeling og synet på algoritmer og standardalgoritmer. Hovedkategoriene og underkategoriene er altså deduktive og kommer ut fra teoretiske perspektiver, mens funnene og temaer jeg tar opp i underkategoriene i resultatene, er innenfor induktive kategorier og springer ut fra datamaterialet. Etter dette steget satt jeg altså igjen med en liste med temaer innenfor hver hovedkategori, som ga et godt bilde av helheten av materialet. Denne prosessen skildret datamaterialet på en oversiktlig måte. Steg nummer fem handler om å definere og navngi temaer (Braun & Clarke, 2012, s. 63). Dette ble gjort når jeg sammenlignet de ulike kodene jeg hadde og plasserte de under de ulike underkategoriene, hos de ulike lærerne. Navnene på kategoriene, underkategoriene og temaene skal fange essensen i temaet. Samtidig skal det virke interessant for leseren. Det siste steget handler om produseringen av rapporten. Her vil jeg presentere de ulike induktive temaene under de de ulike kategoriene jeg har brukt som basis for forskningsprosjektet mitt.

3.5 Kvalitet i forskningen

For å sikre kvaliteten på en kvalitativ oppgave er det for meg viktig å være nøye og igjennom hele prosessen til et slikt forskningsprosjekt. Kvale & Brinkmann (2009, s. 275) skriver at et kvalitativt forskningsarbeid trenger et tydelig teoretisk ståsted og klare avgrensninger. I tillegg til dette handler det om en grundig og tydelig metode. Kvaliteten belager seg på at oppgaven er valid, reliabel og overførbar til andre sammenhenger. Det er viktig for meg å være så gjennomsiktig eller transparent som mulig, gjennom hele prosessen.

3.5.1 Validitet

(Steinar Kvale & Brinkmann, 2009, s. 276) skriver at begrepet validitet viser til om man undersøker det man i utgangspunktet har planlagt å undersøke. Det viser også til hvorvidt metoden som er brukt, faktisk er egnet til å brukes som metode for å undersøke det som er bestemt. Validitet skal være en viktig faktor gjennom hele forskningsprosessen, fra utformingen av problemstilling til det ferdige produktet (Steinar Kvale & Brinkmann, 2009, s. 278). For at et forskningsprosjekt skal være valid mener Thagaard (2013, s. 205) at man må stille spørsmål ved de tolkningene som kommer frem. Tolkningene skal være gyldige når man sammenligner de med virkeligheten som er studert. Siden intervju er basert på en eller noen få informanters syn på virkeligheten kan de i noen tilfeller oppfattes som ikke-valide. Grunnen til dette kan være at informantenes utsagn kan være usanne. I noen tilfeller kan intervjuobjektet gjette seg frem til hva intervjueren ønsker å høre. Säljö (1997) skriver at resultatene fra slike intervjuer kan bli et uttrykk for informantens diskurskompetanse, foran at de forteller deres egne meninger og erfaringer. En annen viktig faktor intervjuer skal være valide, er at intervjuer og intervjuobjekt har samme forståelse av begrepene som brukes. Dette kalles ifølge Cronbach (1989) å ha en felles begrepsvaliditet. På grunn av dette stilte jeg ikke spørsmål direkte om hvordan mine informanter underviste for å gi elever mulighet til å skape konseptuell forståelse, men heller om ulike og mer konkrete komponenter av en slik type undervisning. I tillegg til å være et fremmedord for mange, kan også ordet «forståelse» bli tolket i ulik grad. Det var derfor viktig for meg å stille informantene mine spørsmål hvor de fikk forklart sine tanker og vurderinger på et lite abstrakt nivå. Jeg stilte heller ikke spørsmål om hvordan de for eksempel brukte matematisk strev i undervisningen sin, men heller hvilke oppgavetyper og hvilken mengde oppgaver de vanligvis bruker i sin matematikkundervisning.

For at forskningen min som var basert på intervjuer fra noen få informanter skulle bli valid var det viktig for meg å unngå informantenes bruk av diskurskompetanse. Dette gjorde jeg både ved å eksplisitt forklare dem at de var anonyme og besøke deres arbeidsplass til deres bestemte tidspunkt. Det gjorde jeg for å forsikre dem om at jeg på ingen måte skulle «dømme» dem eller deres undervisning, og intervjuet kom på ingen måte til å få noen konsekvenser for dem. I tillegg til dette var det viktig for meg å kontrollere det informantene mine sa ved å gjøre en grundig utspørring av det som ble sagt. På den måten får man en kontinuerlig kontroll på at informantene kommer med sine autentiske erfaringer og meninger (Steinar Kvale & Brinkmann, 2009, s. 278). I løpet av intervjuet ble informantene regelmessig spurt om å koble deres meninger til konkrete handlinger som har skjedd i deres klasserom. Da fikk jeg et inntrykk om hvorvidt informantene mine primært ønsket å gjøre meg fornøyd med svarene sine, eller ikke. Gjennom anonymitet, grundig utspørring og ved å knytte intervjuspørsmålene til praktisk situasjoner prøvde altså jeg å bli kvitt mest mulig av diskurskompetanse i intervjuene mine.

3.5.2 Reliabilitet

Thagaard (2013, s. 201) skriver at reliabilitet i forskningen knyttes til i hvilken grad forskningen er utført på en tillitsvekkende og pålitelig måte. Han skiller mellom ekstern og intern reliabilitet. Den eksterne reliabiliteten er ofte det reliabilitet blir kjennetegnet som. Det handler i stor grad om repliserbarhet (Thagaard, 2013, s. 202). I kvalitativ metode er ikke dette den viktigste faktoren for at noe skal være reliabelt. Det er fordi en kvalitativ forskningsstudie er så kompleks og går i dybden på noen enkle tilfeller. Noe som gjør at det ikke er mulig å gjenskape for en annen forsker, fordi han eller hun vil mulig kunne sitte igjen med et helt annet datamateriale ved bruk av samme metode. På den andre siden er indre reliabilitet et viktig begrep for å skape reliabilitet i kvalitativ forskning. Indre reliabilitet baserer seg på en enighet mellom forskere som arbeidet innenfor samme prosjekt eller forsker på samme fenomen. Det krever at forskeren er konkret og presis i formidlingen av metoder og fremgangsmåter som har blitt brukt i forskningen. Det vil være med på å skape en transparent eller gjennomsiktig forskning (Thagaard, 2013, s. 202). Kvale & Brinkmann (2009, s. 275) påpeker at reliabilitet i forskningen også bringer med seg en moralsk betydning, som er viktig å opprettholde gjennom prosjektet.

I kvalitativ forskning handler det altså om å være så tydelig og transparent som mulig igjennom hele prosessen. Blant annet ved å lage et tydelig skille mellom informantenes utsagn, og mine egne fortolkninger av det som er blitt spilt inn på lydopptak og transkribert. For å styrke reliabiliteten i min forskning har jeg vært nøye gjennom prosessen gjennom utvelgelse av informanter, gjennomføring av intervjuene og behandlingen av datamaterialet i etterkant. Både lydopptakene av intervjuene og transkriberingene av lydopptakene. For at leserne av denne oppgaven ikke skal misforstå hva som er mine drøftinger vil jeg først presentere resultatene i et eget kapittel i denne oppgaven. Deretter vil jeg drøfte resultatene opp mot hverandre og opp mot de teoretiske perspektivene jeg har lagt frem i teorikapittelet. Jeg vil også legge ved intervjuguiden, godkjennelsen fra NSD og samtykkeskjema som vedlegg til oppgaven min.

3.5.3 Overførbarhet

Når det kommer til viktigheten av overførbarhet, er det noen ulike synspunkter i teorien. På den ene siden skriver Kvale & Brinkmann (2009, s. 289) at alle resultatene ikke nødvendigvis trenger å være generelle teorier som alltid må være gyldige. Hvis forskningen bidrar til et større mangfold innen kunnskap og ulike kontekster, mener de at det er fordelaktig å se bort fra krav om generalisering og kontekstualisering, for at et prosjekt skal være publiserbart (Steinar Kvale & Brinkmann, 2009, s. 289). På den andre siden mener Thagaard (2013, s. 194) at en viktig målsetning for et forskningsprosjekt er at det skal være relevant i andre sammenhenger. Han argumenterer for at overførbarhet har mange felles faktorer med gjenkjennelse. Det vil si at spesielt personer som har erfaringer eller kjennskap til temaet, skal forstå og kjenne igjen i resultatene og de ulike tolkningene som kommer frem av prosjektet. Dette vil igjen styrke overføringsverdien og nytten et prosjekt vil ha.

I mitt forskningsprosjekt vil det være utfordrende å jobbe med generalisering, som skal kunne si noe om alle tilfeller. Det er flere grunner til dette. I intervjuforskning generelt er det en vanlig kritikk at det er for få intervjuobjekter til å kunne generalisere. Spesielt i klasseromsforskning har man tradisjonelt hatt problemer med å finne universale lover og teorier. Et klasserom blir sett på som for komplekst, til at det spesielt i kvalitative studier er mulighet til dette. Mitt forskningsprosjekt må altså ses på som en studie hvor målet er å få innblikk i de ulike informantene sine erfaringer og autentiske meninger. Likevel kan et slikt prosjekt belyse noen aspekter ved læreres arbeid som kan være relevante og nyttige for andre.

4. Resultater, funn og analyse av data

I denne delen av oppgaven vil jeg presentere funn fra mitt innsamlede datamateriale. Dette vil danne grunnlag for oppgavens diskusjonsdel. Problemstillingen min er følgende: «*hvordan kan matematikklærere gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse?*». Problemstillingen konkretiseres videre med Hiebert & Grouws (2007) sine to faktorer som kan skape konseptuell forståelse. Det handler om å ha et eksplisitt fokus på sammenhenger i matematikken og gi elever mulighet til å streve med matematiske problemer. Disse faktorene har jeg delt inn i flere underkategorier på bakgrunn av de teoretiske perspektivene jeg har lagt frem i oppgaven. Hovedkategoriene og underkategoriene mine er deduktive. Det er innenfor disse kategoriene jeg vil presentere mine informanters syn. De funnene og temaene som informantene mine tar opp i disse kategoriene vil være innenfor induktive kategorier, og vil være basisen for diskusjonsdelen senere i oppgaven. Videre presenteres en tabell over de deduktive kategoriene jeg har tatt med meg inn i intervjuene.

Hovedkategorier	*Underkategorier*
Sammenhenger i matematikk	• Planlegging av matematikk • Undervisning av nytt fagstoff og hva elevene skal lære • Strategier og metoder
Strev med matematiske problemer	• Oppgavetyper og mengden oppgaver • Nivådeling • Algoritmer og prosedyrer

Tabell 1, oversikt over deduktive kategorier.

De deduktive kategoriene presentert i tabellen, *Tabell 1*, vil utgjøre skjelettet i resultat- og diskusjonskapitlene. Innen hver kategori i resultatdelen vil jeg starte med en kort redegjørelse for hvilke induktive kategorier som kom frem i bearbeidingen av dataene. Disse kategoriene vil jeg i diskusjonsdelen av oppgaven, drøfte opp imot hvilke muligheter dette gir elevene til å skape konseptuell forståelse. Rekkefølgen på presentasjonen av de ulike informantene og funnene, vil bli avgjort ved å samle de informantene som har noe til felles, i måten de tenker og jobber på. På grunn av at det er ulike faktorene som blir tatt opp, vil det variere i hvilken grad de ulike informantene fremkommer under hver underkategori.

Under temaet sammenhenger vil jeg legge frem hvordan ulike faktorer påvirker elevens muligheter til å koble sammen de ulike delene av matematikkfaget. Det gjør man blant annet ved å diskutere underliggende konsepter og se på hvordan spesielle tilfeller kan generaliseres til universale tilfeller (Hiebert & Grouws, 2007, s. 383). Det vil gjøre at elevene får mulighet til å trekke de samme linjene eller koblingene som læreren. For å få best mulig innblikk i hvordan lærere gir elever disse mulighetene, vil jeg bevege meg fra de store linjene i planleggingen til de konkrete tiltakene i undervisningssituasjoner. Jeg vil starte med å legge frem mine informanters syn på planlegging av matematikk. Her vil jeg prøve å få et innblikk i hvorfor de velger en bestemt rekkefølge på ulike emner og diskutere hva de legger til grunn for sin planlegging. I den neste kategorien vil jeg legge frem mine informanter sitt syn på hvordan de starter opp et emne. Her vil jeg se på hvilke koblinger de gjør og hvordan de utfører dem. I tillegg handler denne kategorien om hva lærerne ønsker at elevene skal sitte igjen med av kompetanse etter et emne. Til slutt i hovedkategorien som omhandler sammenhenger, vil jeg gå i dybden på hvordan de ulike informantene bruker ulike strategier og metoder i faget. Jeg ønsker altså å trekke ut og presentere ulike faktorer og tanker og ideer informantene mine har innenfor underkategoriene jeg har lagt frem. Ulike faktorer og fokus på underliggende konsepter kan ifølge Hiebert & Grouws (2007, s. 383) være med på å gi elever ulike muligheter til å utvikle konseptuell forståelse.

I den andre delen av resultatene vil jeg legge frem mine informanters syn på oppgaver i matematikk, og hvordan de gir elevene sine mulighet til å streve med problemer. Hiebert & Grouws (2007, s. 387) skriver at det er viktig at elever får streve med matematikk for at de skal forstå den. Det betyr at de må bruke innsats og tid for at den skal gi mening. For å få best mulig innblikk i hvordan informantene mine gir elever mulighet til å streve med matematiske problemer er hovedkategorien også her delt opp i underkategorier. Jeg vil starte med å legge frem mine informanter sitt syn på ulike oppgavetyper og hvordan de bruker oppgaver og problemer i sin undervisning. I denne underkategorien vil jeg også legge frem deres syn på oppgavemengder. Deretter vil jeg legge frem deres meninger om hvordan de nivådeler for elever som er på ulike nivåer i matematikk. Dette er en faktor som har vist seg å gi elever på ulikt nivå ulike muligheter (Dowling, 2001, s. 190). Til slutt i denne hovedkategorien vil jeg legge frem mine informanters syn på algoritmer og standardalgoritmer. Måten lærere bruker disse vil ifølge Hiebert & Grouws (2007, s. 387) være direkte korrelerende til i hvilken grad undervisningen oppfordrer til motivasjon og strev.

4.1 Eksplisitt fokus på sammenhenger i matematikken

4.1.1 Planlegging av matematikkundervisningen

Mine informanter har et noe ulikt syn på hvordan og hvorfor en skal planlegge. Alle informantene er opptatt av å bruke læreverket skolen har når de planlegger. Hvordan de bruker læreverket varierer i større grad. Noen informanter ser på læreverket som en fasit for hvordan emnene i matematikk burde bli presentert, mens andre informanter ser på det som en oppgavebank. En annen faktor som skiller informantene, er synet deres på om planlegging er nødvendig eller mulig. Noen informanter mener de ikke trenger å planlegge, fordi de har nok erfaring til å tilpasse undervisningen etter hvert. Andre informanter mener det er vanskelig fordi det er flere faktorer som ikke kan planlegges, slik som de ulike klassenes forhold til det som blir undervist i, eller gyldne øyeblikk som oppstår underveis. En av informantene vektlegger byggingen av den fundamentale basen i starten av ungdomskolen. Grunnen til at det burde komme først, mener han er at det de lærer her skal tas med inn i de andre emnene.

Lærer 1 mener at det som er viktigst når man skal planlegge matematikkundervisning er byggingen av den fundamentale basen.

> *«Det som kanskje er viktigst er at man begynner med tall og forståelse og får den fundamentale basen i grunnen først, at man da ser an hva man planlegger frem i tid.» (Lærer 1)*

Med den fundamentale basen mener han at de må forstå hvordan man bruker tall. Her nevner han også at elevene må være sikre nok på at de kan bruke blant annet de fire regneartene. Når elevene har utviklet en tilnærming til at disse algoritmene kan brukes uten å tenke så mye på dem, retter Lærer 1 fokuset mot å se hva klassen skal jobbe med fremover i tid.

Lærer 3 uttrykker i intervjuet at planlegging er veldig viktig for han i matematikk. Samtidig som han mener det er vanskelig å svare enkelt og presist på. Han presiserer at kompetansemålene alltid skal henge som en paraply over alt vi gjøre i matematikkundervisningen. Lærer 3 påpeker også at skolen han jobber på bruker læreboken i matematikk som et av verktøyene når de i kollegiet skal planlegge matematikkundervisningen over en lengre periode.

> *«Fordi jeg nå har en annen innsikt i hva den sjuende klassingen skal forstå når han kommer i 8., 9. og 10. klasse og hvordan han bør forstå det. Og det handler litt om å se de sammenhengene som matematikken er bygd opp av.». (Lærer 3)*

> *«Jo bedre blir man i stand til å også kunne undervise på en måte som på en måte er en investering i det du vet at de elevene skal bli utsatt for om ett år, om to år, om tre år og om fire år.» (Lærer 3)*

Læreren sier at han etter flere år med erfaring har en innsikt over hva en elev skal kunne, ikke bare etter et emne, men etter endt skolegang. Derfor mener han det er enklere å gi elevene de forklaringene i klasserommet, som gjør at selv om de ikke ser helhetsbildet nå, vil gjøre det på et senere tidspunkt. Han mener at lærere skal se sammenhengene som matematikken på et senere tidspunkt skal settes inn i. Når undervisningen da er basert på deler av denne sammenhengen, kan lærerne enklere ta opp tråden i videre undervisning.

Et viktig moment til for Lærer 3 i planlegging er å ta i bruk gyldne øyeblikk som oppstår i klasserommet.

> *«Da kan det plutselig være en elev som stiller et spørsmål eller kommer med en kommentar som gjør at du får en gyllen mulighet til å prøve og sette stoffet i en faglig sammenheng.». (Lærer 3)*

Veldig mye av undervisningen til Lærer 3 skjer på stående fot i klasserommet. Han mener at det er umulig å planlegge for alle de gyldne mulighetene en lærer kan oppdage i løpet av undervisningen. Her påpeker han at det er viktig å bruke disse mulighetene til å kunne sette matematikken inn i et større system for den enkelte elev og klassen som en helhet.

Lærer 4 legger frem at den viktigste faktoren for han i planlegging av matematikk, er læreverket som brukes på skolen.

> *«De som har skrevet bøkene er jo også kompetente matematikere, så det er jo en tanke bak den rekkefølgen de har planlagt. Så jeg ser ikke noen grunn til å måtte finne opp det hjulet selv.». (Lærer 4)*

Læreren legger her frem at han mener forfatterne av mattebøkene er kompetente fagfolk. Derfor stoler han på at forfatterne har delt inn kapitelene og satt de i en hensiktsmessig rekkefølge.

> *«Etter hvert som jeg har fått såpass mange års erfaring så er det ikke så mye skriftlig planlegging jeg gjør, jeg starter med å ha en generell ide om hva elevene skal kunne etter endt emne på det trinnet. Vi jobber gjerne med temaer som tall, algebra, geometri, måling og funksjoner. Så det baserer seg ganske mye på erfaring.». (Lærer 4)*

Her sier Lærer 4 at flere års erfaring har gjort at han ikke behøver planlegge undervisningen i detalj. Med bakgrunn i læreverket går han igjennom tema for tema. Han har en generell ide om hva snittet av klassen skal kunne etter emne og jobber ut fra det.

Lærer 2 legger frem at kapittelinndelingen i mattebøkene han har på skolen han jobber er basisen når de skal lage ny årsplan. Videre ut fra det baserer han undervisningen på å undervise med bakgrunn i det elevene kan fra før. Lærer 2 sier også at rekkefølgen på temaene er noe han overlater til årsplanen, som igjen baserer seg på lærebøkene.

> *«Jeg prøver å finne ut hva elevene kan fra før. Man har prøvd å ha noen forberedende oppgaver for å se om de skjønner hva ulike begreper betyr. Hva kan de fra før av? Av og til når de kommer fra barneskolen fins det jo noen som er veldig svake eller har noen problemer ellers også, og kun har følt på det å mislykkes.». (Lærer 2)*

Her sier læreren at på grunn av at nivået elevene kommer inn i emnet med varierer på hele skalaen over kompetanse i matematikk, vil planleggingen skje etter hvert som emnene kommer og går.

4.1.2 Undervisning av nytt fagstoff og hva elevene skal lære

I undervisning av nytt fagstoff er flere av informantene mine enige om at det er viktig å danne seg et bilde over hva elevene kan fra før. Dette gjøres for å kunne ha matematisk standpunkt å utvikle undervisningen ut ifra. Grunnen til at de gjør det er derimot ulik. Her skilles det mellom å bruke oppgaver for å skape en nysgjerrighet i emnet og fokuset for å skape en bevisstgjøring over konseptene som kan kobles opp mot det nye emnet. Noen av informantene bruker hverdagen som en plattform for å gjøre matematikken mer konkret og tilnærmelig for elevene, mens andre ikke har et spesielt forhold til hvordan de underviser i nytt fagstoff. Informantene skiller også fra hverandre med tanke på hvilke mål de har for det elevene skal ha lært etter emnet. Det skilles mellom et ønske om høyt presisjonsnivå og hurtighet i utregningen, og en kompetanse som er oppmerksom på hvordan ulike deler av matematikken kan kobles sammen og brukes som et nettverk.

Lærer 1 sier at det viktigste for han er å klare og dra det nye emnet inn i hverdagen til elevene. På den måten vil de lettere kunne sette seg inn i hva emnet betyr og hvordan de kan bruke det senere i livet.

> *«Matematikken blir litt mer håndfast slik at de kan føle at de har fått et forhold til den, og at de kan faktisk bruke matematikken til noe nyttig.». (Lærer 1)*

Når elevene til enhver tid får noe konkret å knytte matematikken til vil det ifølge Lærer 1 være enklere for dem å se hvordan matematikken henger sammen med hverdagen. Det vil vær med på å gjøre gapet mellom hverdagen og matematikken mindre.

«noen ganger må man bare si at matte noe vi lærer det fordi det er en del av kompetansemålene. Men å finne oppgaver, også gjennomgå de litt sammen først på forhånd, som en introduksjon til temaet.» (Lærer 1).

Likevel sier informanten at det ikke alltid er like lett å finne konkrete eksempler som gjør det håndfast. Derfor er det slik at noen ganger må han påpeke ovenfor elevene at noen emner er bare noe elevene må gjennom fordi det er en del av kompetansemålene. Da er det viktigste for Lærer 1 at elevene får sett en gjennomgang av hvordan slike oppgaver skal regnet ut.

«når jeg underviser er det vel det at elevene kan gå hjem og si at i dag lærte «jeg» en konkret ting. Det skjer ikke alltid.». (Lærer 1).

«At man har det litt i fingerspissene er viktig for meg. Det er at man skal når man ser en sånn oppgave å huske angripe på den måten, at man ikke er for usikker om man skal gå løs på en oppgave.». (Lærer 1)

Lærer 1 påpeker også at det viktigste elevene skal kunne i emnet, er evnen til å gjenskape eller huske det de har gjennomgått i timen. Dette vil ifølge Lærer 1 være med på å skape engasjement over overførbarhet til det virkelige livet fra matematikken. Dette engasjementet vil være med å hjelpe elevene til å strekke seg etter målet til læreren. Målet er at elevene hver dag skal kunne gå hjem å si at de har lært en konkret ting i matematikkundervisningen. Det skjer ikke hver dag påpeker han, men det er alltid målet.

Lærer 2 starter ofte emnene sine med å gi elevene tre oppgaver som alle skal gjennomføre så godt de kan. Disse skal inneholde noe stigende vanskelighetsgrad. På denne måten får han den oppmerksomheten han ønsker på temaet. Videre sier informanten at evnen til å skape nysgjerrighet hos elevene er en evne han har opparbeidet seg over tid og er et godt verktøy i oppstarten av et nytt emne.

«Det viktigste er at elevene føler de kan anvende matte. At de føler de har bruk for det som blir lært.». (Lærer 2)

«Det betyr at du kan anvende begreper, og har et presisjonsnivå som er høyere. De skal kunne diskutere det de gjør, og utvikle flere verktøy for å løse oppgaver eller løse et

problem. Presisjonsnivået også på begrepene skal være høyere, ikke kalle objekter for «dingsen».». (Lærer 2)

Det er viktig for Lærer 2 at elevene skal føle at de anvender matematikken på en måte som gjør at de føler de har bruk for det som blir lært. Det betyr ifølge Lærer 2 at elevene kan bruke begreper som de har lært i matematikkundervisningen. Han tilføyer også at målet med undervisningen hans er at elevene skal utvikle et høyt presisjonsnivå på utregningene sine.

Når Lærer 3 skal undervise i et nytt emne starter han med å danne seg et bilde av hvor elevene ligger. Det gjør han det gjennom en dialog med klassen. På den måten mener han det er enklere å vite hvordan han skal jobbe seg inn mot målet for emnet.

> *«Det jeg prøver å fokusere på det er også så raskt som mulig danne et bilde av hvor elevene ligger for med tanke på før-kunnskapene deres. Sånn at det kan gi meg bilde av hvor jeg kan forstå elevene … jeg vet jo hvor jeg vil, men jeg vet de ikke hvilken vei jeg velger å ta for å komme til målet». (Lærer 3)*

Her legger Lærer 3 frem at han mener undervisning må skje ut fra hva elevene i klassen kan fra før. Etter at han har dannet seg et bilde av hvor eleven ligger, utvikler han veien de skal gå i emnet.

> *«Jeg samler trådene de kan om temaet slik at vi kan ta det videre derfra. En type ide-myldring om «hva kjenner vi til». Da danner vi oss et bilde av hvor snitt-nivået i klassen er i forhold til temaet. Da er det lettere å legge en plan videre, for at vi skal nå målet.». (Lærer 3)*

Lærer 3 mener at en idemyldring vil kunne gi han et innblikk i hvor snitt-nivået i klassen ligger. Han legger frem at han samtidig prøver å skape en bevisstgjøring hos elevene i det nye emnet. En bevisstgjøring hos elevene betyr at de utvikler evnen til å koble det matematiske emnet eller konseptet de holder på med opp mot andre matematiske emner eller konsepter.

> *«Jo mer du kan gi faget ditt jo lettere er det jo å ha det overblikket at du klarer å se alle disse sammenhengene og det du klarer å få måtte overføre litt av det til elevene også. «Husker dere det vi jobber med i forrige uke … nå skal vi se på det på denne måten …».». (Lærer 3)*

Lærer 3 viser her til det han mener kreves av lærere for å skape en bevisstgjøring hos elevene. Han sier at den bevisstgjøringen han ønsker å skape hos elevene må være en forlengelse av det han selv kan om sammenhenger til det emnet de jobber med.

Når Lærer 3 skal starte med et nytt tema tar han også gjerne i bruk bevis så tidlig som mulig. Bevisene består gjerne av algebraiske sammenhenger og bokstaver.

«Lærere er ofte redde for å ta i bruk bokstaver. Men så ser man det jo lenger man holder på med matematikk jo mere holder du jo på med bokstaver så jeg er litt sånn fan av å prøve og dytte alt det som er litt skremmende inn så tidlig som mulig for å ufarliggjøre det for å få det til og skulle bli en bevisst del av matematikkkompetansen til elever. Så klarer man å bruke matematiske bevis tidlig i læringsløpet så mener jeg at det bør man tilstrebe.». (Lærer 3).

Selv om han påpeker at det er ganske langt opp i hierarkiet i matematikken, mener han at det kan trekkes langt ned i klassetrinnene. I sin undervisning er han altså ikke redd for å trekke inn bokstaver sammen med tall. Det vil føre til at gapet mellom bokstaver og tall i matematikken vil kunne bli mindre, ifølge Lærer 3. Her sier han også at bokstavregning er en del av kompetansen han mener elevene burde få mulighet til å utvikle i hvert emne.

«Du må klare å bruke det verktøyet til i andre sammenhenger og til vanskeligere oppgaver. Hvis ikke du behersker brøk regning på sånn måte at du klarer å nyttiggjøre seg den kunnskapen i andre sammenhenger så har du ikke en funksjonell forståelse for eksempel brøk.». (Lærer 3)

Selv om det å skjønne et bevis er langt opp i hierarkiet for forståelse i matematikk mener Lærer 3 at det hjelper elevene med beherskelsen og forståelsen av matematikken. Lærer 3 mener at det å beherske i matematikk er veldig individuelt. Likevel sier han at når en elev kan ta i bruk kunnskapen i et emne over i et annet slik at de henger sammen, vil eleven være på god vei mot å beherske og forstå.

Lærer 4 mener at siden spriket over hvor mye elevene kan fra før er så stort, kan det være hensiktsmessig å starte helt fra bunn på hvert emnet. Selv om elevene mener de kan svaret sier Lærer 4 til dem at svaret har ingen betydning uten at forståelsen ligger bak. Lærer 4 påpeker her at dette kan være utfordrende når elever føler at de kan regne ut svaret på oppgaver de får.

«Det er viktig for meg å plukke opp tråden over hva de kan fra før, og hva de vet. Så sier jeg «det er fint det, men nå skal vi prøve å skjønne hvorfor det er sånn». Noen elever kan føle at det er tullete når de vet svaret, da opplever jeg det som mer utfordrende å få elever med på å skape denne forståelsen sammen.». (Lærer 4)

Et viktig moment for Lærer 4 er også at klassen skal skape en forståelse sammen i emnet. Det betyr at klassen skal ha en felles enighet om emnet henger sammen. Deretter legger læreren frem et eksempel som han har brukt i klasserommet for å skape forståelse for addisjon og subtraksjon av brøk:

> *««Hvorfor har vi fellesnevner?», spør jeg elevene mine. Da ber jeg elevene om å tegne opp og forklare, fordi svaret er ofte «vet ikke».» (Lærer 4)*

> *«Det skal ikke bare være en formel du har pugget. Men det er noe du kan vise, kanskje med en figur eller beskrive med egne ord.». (Lærer 4)*

Når læreren skal forklare hva det betyr at elevene forstår brøk sier han at det å forstå for eksempel brøk, handler om at man kan forklare hvorfor den matematiske sammenhengen i brøk er som den er.

> *«Det skal ikke bare være en formel du har pugget. Men det er noe du kan vise, kanskje med en figur eller beskrive med egne ord. Arealet av en trekant skal ikke bare være en formel hvor du tar grunnlinje gange høyde delt på to, men fordi det er halvparten av en firkant.». (Lærer 4)*

For å konkretisere dette legger Lærer 4 her frem et eksempel som omhandler areal av en trekant. Her påpeker han med et eksempel at formelen ikke skal være pugget, men satt i sammenheng og lært. Sammenhengen han viser til her er det faktum at en trekant er halvparten av en firkant. I tillegg er det viktig for han å vise dette med en figur. Hvis de ikke skjønner denne sier mener han at de vil kunne få en utfordring senere. Det samme gjelder begrepene de skal ha lært seg i emnet, her spør Lærer 4 seg om de egentlig kan bruke den matematiske kunnskapen til noe hvis dette ikke er på plass.

4.1.3 Strategier og metoder

Informantene mine har tydelig forskjellige strategier og metoder for å undervise i matematikk. Noen av informantene har et stort fokus på repetisjon av algoritmer og det å lære elevene å anvende matematikken. Sammen med dette fokuset trekker noen av informantene inn hverdagsoppgaver med fokus på å lære elevene ting de skal kunne bruke i fremtiden. Andre informanter mener at undervisningen av algoritmer bør tas nesten helt bort, slik at elevene skal få mulighet til å danne egne koblinger. En av informantene trekker inn et stort antall løsningsmetoder for et matematisk problem som en gunstig vei å gå. Det er en direkte motsetning til noe av det de andre informantene mener. Informantene skilles altså veldig i hvilke strategier og metoder de bruker i klasserommet.

Lærer 3 bruker store deler av matematikkundervisningen sin på å gjennomgå ulike løsningsmetoder og regnestrategier sammen med elevene. I tillegg til dette mener han det er nyttig for elevene å se grunnen til at ulike algoritmer og forklaringer er som de er. Han mener det er viktig for at elevene skal få en god oversikt. Læreren sier at han mener at både det å vise en sammenheng og det å bevise en sammenheng er nyttig. For eksempel i brøkregning er det viktig for læreren at elevene kan plassere brøkene på en tallinje, samtidig som de kan bruke brøkene til å regne med.

> *«Vi ser på hva som er forskjellen på å jobbe med tallinja og brøk. Deretter prøver vi å se på hva teller og nevner må være for at du skal få bøker som har verdi lik 1, verdi som er større enn 1 og når er de mindre enn 1 og hva det betyr. Da går det også an å dra det over til matematiske bevis ved å bruke variabler i forhold til hva slags størrelse de ulike variablene må være for at verdien for eksempel skal bli lik 1.». (Lærer 3).*

Lærer 3 er mener at det er viktig for elever å se at alle oppgaver kan løses ved ulike metoder. Derfor bruker han gjerne en hel undervisningstime på å gjennomgå en oppgave på flere ulike måter.

> *«tidligere i dag så vi på en helt vanlig førstegradsligning. Hvor vi både jobbet med å løse den algebraisk med formelskriving også så vi etterpå hvordan vi kunne angripe den litt mer som en problemløsningsoppgave ved å bruke regneark og definere en venstre og høyre side i regneark og prøve teste ut mulige x verdier. Til slutt gjennomførte vi den i CAS.». (Lærer 3)*

> *«Å lære elevene å se på mangfoldet i hvordan vi tenker. Det er noe jeg prøver å fokusere på i timene. Å få elevene til å lære litt av hverandre og hvordan andre tenker.». (Lærer 3)*

Ut fra en slik tilnærming mener Lærer 3 at elevene får et oversiktlig syn på hvor mange ulike måter de kan løse en oppgave. Læreren sier at han mener at dette vil føre at flere av elevene kan trekke ut forståelse fra emnet. Han legger også til at han gjerne bruker grafiske hjelpemidler og koding for at elevene skal klare å se enda flere sider av samme oppgave.

> *«Da må jeg spørre elevene: «Hva må til for at vi skal like den løsningen», hva må ligge til grunn for det? jo da må vi egentlig skjønne hva det betyr at vi får en løsningsmengde som er lik to, vi må ha en forståelse før vi bare bruker det verktøyet. Vi kan ikke bare skrive*

inn noe og trykke på en knapp uten å forstå hva vi gjør … det åpner for veldig gode diskusjoner egentlig. Spesielt i forhold hvilken metode som er gunstigst.». (Lærer 3)

Til slutt bruker han tid på å diskutere med elevene hvilken representasjonsmåte eller løsningsmetode de likte best, og hvorfor. Hvis elevene kommer med den løsningsmetoden som krever minst, er det viktig for han at de beskriver hvorfor og hvordan de brukte verktøyet.

Lærer 4 som baserer mye av undervisningen på erfaring han har opparbeidet seg, er veldig tydelig på at undervisningen hans skal skje uten fokus på formler og ferdiglagde algoritmer.

«Så jeg sier til elevene at jeg ikke lærer bort formler. Utenom i måling kanskje. Det kan jeg ikke nødvendigvis, jeg kan lage dem fordi jeg kan nok til å kunne sette de sammen, men jeg kan ikke formelen.». (Lærer 4)

I tema hvor han mener at det er hensiktsmessig kan han likevel velge å fokusere på formlene og algoritmene. Her nevner han måling som et eksempel. Det er viktigere for han at elevene forstår hvordan de kan bruke og omgjøre formler slik at de kan bruke den på flere forskjellige måter.

Lærer 1 trekker spesielt frem hverdagen til elevene når han skal representere eller gjennomgå matematiske emner med elevene sine.

«Jeg pleier å prøve å dra det inn i hverdagen deres, til å finne et eksempel som de kan føle litt nærhet til. Så det er litt mer håndfast slik at de kan føle at jeg har fått et forhold til og at jeg kan faktisk bruke matematikken.». (Lærer 1)

Det er viktig for han at de ser at de kan bruke matematikken de jobber med. Derfor knytter han så langt det er mulig alt pensum til hverdagen til elevene. Det vil gjøre at de føler en sterkere nærhet og motivasjon for å prøve og lære seg hvordan de skal bruke det. I likhet med Lærer 1 jobber også Lærer 2 med å trekke matematikken inn i elevenes hverdag.

«Det viktigste for meg er at elevene føler de kan anvende matte. At de føler de har bruk for det som blir lært. For de svakeste elevene er det viktig at de får sett på blant annet renter og budsjett slik at de kan anvende det senere.». (Lærer 2)

Lærer 2 sier at spesielt for de elevene med lavest grad av måloppnåelse, jobber han utelukkende med at de skal kunne anvende matematikken som gjennomgås i fellesskap.

4.2 Strev med matematiske problemer

4.2.1 Oppgavetyper og mengden oppgaver

Oppgavetypene og valgene lærere tar rundt disse varierer veldig blant mine informanter. Noen av informantene mener en stor mengde repetisjon er det viktigste for at elevene skal bli flinkere i matematikk. En annen informant mener derimot at oppgavene må være varierte for å treffe flest mulig. Da blir elevene nødt til å variere hvordan de bruker de ulike formlene i emnet. Andre informanter trekker inn ulike typer oppgaver som viktige, altså en balansegang mellom tradisjonelle oppgaver og rike oppgaver som vil treffe flere elever. Det er stor forskjell blant informantene når de legger frem mengden oppgaver de mener elevene burde løse. Her skilles det mellom at en informant mener elevene burde regne seg gjennom læreverket skolen har, og en liten mengde oppgaver hvor fokuset er på de ulike løsningsmetodene.

> *«Sånn som vi regne på areal av rektangler må det være oppgaver som bruker formelen på alle mulige måter. Det er ikke noe poeng i å regne masse av $A = l * b$. Elevene må lære seg å tenke på nye måter. Må prøve å mikse opp litt, tvinge elevene til å tenke noe! Da må de ofte se på problemene på en litt annen måte.». (Lærer 4)*

Lærer 4 sier at han prøver å bruke så varierte oppgaver som mulig. Han bruker læreboka og produserer mye selv. Det egenproduserte materialet er viktig for at han skal ha en bank av varierte oppgaver. Når elevene for eksempel skal regne på arealet av rektangler ved formelen $l * b = A$ mener Lærer 4 at det ikke er hensiktsmessig å kun øve på å bruke formelen på denne måten, men også slik at elevene klarer å snu på formelen i regning.

> *«Min erfaring er at elever kan gjøre ting i timen og de kan forklare ting vi på tavla, også tenker «nå kan de det». Elevene har forstått det nå, og husker det nå ... men de tre dagene til neste matematikktime, og alle de andre fagene imellom, så glemmer elevene hva de gjorde og forsto.». (Lærer 4)*

Mengden oppgaver Lærer 4 gir ut varierer veldig i forhold til hvilken elev det er som jobber med oppgaver. Målet hans er at elevene skal ha nok å gjøre. Læreren påpeker at kvantitet er viktig for at elevene skal få mengdetrening. Med mengdetrening mener han at elevene skal repetere det de trenger å kunne. Her påpeker han at det ikke betyr å regne mange helt like oppgaver. Grunnen til at mengdetrening er viktig er fordi elever glemmer så raskt.

Lærer 2 sier i hans undervisning så er oppgavene nesten utelukkende basert på læreverket skolen har. På grunn av en travel hverdag er det det som fungerer best for han. Læreren påstår at læreverket er utviklet av kompetente fagfolk, som har en tanke bak oppsettet i boken. Selv om læreren bruker boken har han likevel et ønske om at elevene skal få en umiddelbar respons på emnet. Han ønsker at elevene skal oppleve en form for kausalitet i at det å gjøre som du blir spurt om fører til riktige løsninger.

> *«I en travel hverdag syns jeg oftere enn jeg liker, legger jeg ut oppgaver som jeg nødvendigvis ikke har fått tenkt igjennom selv, og sett en sammenheng i.». (Lærer 2)*

> *«Ønsket mitt er jo at oppgavene skal fungere like godt som et sugerør, at elevene skal få et umiddelbar respons om dette fungerer eller ikke. Hvis en unge suger et sugerør også tar det en uke før saften kommer, så er det ikke sikkert de ser sammenhengen ... De trenger en umiddelbar respons.». (Lærer 2)*

Når Lærer 2 snakker om mengden oppgaver sier han at han elevene burde jobbe gjennom boken slik at de kan det de holder på med. Han mener at lekser ikke har så stor verdi, fordi den største verdien blir utviklet når elever jobber sammen. Likevel påpeker han at han gir elevene lekser som en slags aktivitetsplikt, fordi han mener at noen av elevene trenger det.

Lærer 1 peker på de dagligdagse oppgavene når han blir spurt hvilke oppgaver elevene jobber mest med. Han påpeker at dette er aller viktigst når elevene har lav måloppnåelse i faget.

> *«… vi går en del tilbake i tid og terper mye for at det skal sitte. Det blir mye repetisjon av de av de samme type oppgavene, bare for å få det under huden. Vi ser på det som nødvendig at det er mye repetisjon for å få det til å sitte ordentlig.». (Lærer 1).*

Videre sier han at skolen utelukkende bruker iPad som en kilde til læreboken. Læreren sier at elever trenger å få oppgaver som repeterer det læreren har gått igjennom på tavlen, fordi det da er klart hva de skal gjøre. Læreren påpeker også at det fører til at elevene i stor grad får automatisert regningen sin. Klassen vil bruke nok tid til at alle elever behersker temaet. Altså være så automatisert som mulig. Lærer 1 prøver å finne en balansegang mellom det at elevene skal lære noe nytt og repetere det de kan fra før. På denne måten blir han nødt vil å velge bort noe pensum for de elevene med lavest grad av måloppnåelse.

> *«Målet er at de skal finne en metode som passer til oppgaven. Og det er jo som regel forskjellige måter å løse oppgavene på, men å finne en metode de er trygge på før vi går videre er viktig for meg.». (Lærer 1)*

Lærer 1 understreker at han ønsker at elevene utvikler verktøy. Da mener han at han ønsker at elevene skal ha automatisert en bestemt løsningsmetode. Det vil si at de har automatisert hvordan de skal regne ut oppgaver med algoritmen, så godt at de kan gjenskape den på ett senere tidspunkt.

Lærer 3 sier at han og kollegaene på skolen alltid tar utgangspunkt i læreverket de har på skolen. Han forklarer videre at varierte oppgaver og oppgavetyper er viktig i hans praksis. Oppgavetypene består av en blanding av tradisjonelle oppgaver, åpne oppgaver som har mange svar og rike oppgaver som elevene kan jobbe med på sitt nivå.

> *«Vi har jo en blanding av å jobbe med tradisjonelle oppgaver, jobbene med åpne oppgaver, rike oppgaver hvor det er en differensiering også i når det gjelder forståelsen til de ulike elevene.». (Lærer 3)*

Han påpeker også at i det siste året har de skiftet læreverk, og det har gjort at de jobber ulikt i klasserommet enn hva de gjorde før. Ved bruken av det nye læreverket føler Lærer 1 at han er blitt dyktigere i å gi elevene oppgaver som differensierer i hvilken grad elevene klarer å løse oppgaven. Elever på lavere nivå mangler kanskje noen av de sammenkoblingene som kreves for å sette oppgavene inn i et større perspektiv.

> *«…jo mer forståelse du har for faget og jo flere sammenhenger du ser, jo mer avansert kan du jobbe med de oppgavene. Der ligger det en nydelig differensiering for elevene også. Har du ikke kommet så høyt opp når det gjelder kompetansemålene i matematikken så kan du heller ikke se så mange sammenhenger i den rike oppgaven som det elever med bredere og høyere kompetanse klarer å gjøre.». (Lærer 3).*

Lærer 3 sier også at han jobber mye med at elever skal løse den samme typen oppgaver på flere måter. På denne måten jobber han med elevene for at de skal utvikle et bredt metodevalg og verktøyvalg.

> *«Elevene får ikke bare et metodevalg, men også et verktøyvalg. Her har du et problem ... det kan løses algebraisk, Excel, med graftegner eller programmering. Og hvis eleven i hele tatt skal være i stand til å velge en metode må de beherske en del ulike metoder.». (Lærer 3)*

> *«Man kan jo si at der det er mange dimensjoner inn i det. Det får jo elever også ofte til å lære seg å samarbeide og sette seg inn i andres måter å tenke på, er gode rollemodeller og da har du jo en del mål for å skape mer samarbeid også da innen den må tenke på og lære litt av hverandre.». (Lærer 3)*

Ved slike oppgaver er det ifølge Lærer 3 også viktig at elevene får se på hverandres løsningsmetoder. Da lærer elevene å se på mangfoldet av hvordan elevene og lærerne tenker. Disse løsningsmetodene tar læreren tak i og trekker på denne måten også inn samarbeid.

Lærer 3 viser til et eksempel når han legger fram hvordan han jobber med at elevene løser få oppgaver og ser på hverandres løsningsmetoder. Tidligere den dagen intervjuet ble gjennomført hadde læreren hatt en time om førstegradsligninger på mellomtrinnet. Først skulle elevene løse den algebraisk sammen med læreren. Deretter gikk de igjennom hvordan den kunne løses som en problemløsningsoppgave, ved å bruke regneark.

> *«Da blir det veldig tydelig for elevene «Hva betyr det egentlig å ha løst en ligning» og «hva betyr det at det at de to uttrykkene faktisk har lik verdi».». (Lærer 3)*

Her har Lærer 3 jobbet sammen med elevene for at de skal skjønne hva en ligning er og kan være. Deretter diskuterte de hvordan ulike uttrykk har lik verdi, gjennom en samtale i klasserommet.

4.2.2 Nivådeling

Blant informantene er det ulike måter og metoder å nivådele i matematikkundervisningen på. En informant trekker blant annet frem en strukturert nivådeling over tid. Andre måter informantene nivådeler på er ved å forandre på mengden oppgaver som blir gitt. Det vil si at kompetansen til elever vil være med å påvirke hvor mange oppgaver de skal jobbe med. En av informantene trekker inn rike oppgaver hvor nivådelingen kan skje i form av hvordan elevene velger å svare på oppgaven. Blant informantene er det også forskjeller på hva de ønsker at spesielt de elevene med lavest grad av måloppnåelse skal kunne.

Lærer 1 sier at skolen han jobber på gjennomfører en test i starten av høstsemesteret når de starter på ungdomsskolen. De elevene som ikke gjør det så godt på denne testen vil i tillegg til elever med ulike lærevansker få tilbud om å jobbe strukturert en til to timer utenfor klasserommet.

> *«Elevene er allerede nivådelte når de kommer på den gruppen. De er ikke alltid så tilfredse med å bli plassert på gruppe. noen ville ikke blir sett på som annerledes og sånn. Også er de flere som blir plassert på denne gruppen igjennom året, fordi de får ikke gjort så mye i timene.». (Lærer 1)*

Elevene blir altså plassert på en mindre gruppe i matematikkundervisningen, noen timer i uken. Det betyr at undervisningen har en organisatorisk nivådifferensiering, i stedet for et fokus på en pedagogisk differensiering i klasserommet.

> *«Det å gjøre oppgavene mindre kompliserte er viktig. Det å holde seg til det mer grunnleggende innenfor de temaet er egentlig det som er viktigst.». (Lærer 1)*

Videre beskriver han at han i disse gruppene har laget enklere oppgaver enn det som blir brukt i de originale matematikktimene. De er enklere i form av at de skal lære elever å bruke verktøyene de trenger for å løse matematikkoppgaver.

Lærer 2 legger frem at hans nivådeling har forandret seg de siste årene. Han har gått bort fra en strukturert nivådeling blant elevene sine. Nå prøver han å gjøre slik at alle elevene i klassen kan svare på oppgavene sitt nivå.

> *«Vi har tidligere drevet på med strukturelt nivådelt undervisning. Nå gjør vi det i mindre grad enn før. Så prøver jeg også og forbedrede en oppgave som jeg håper skal treffe flest mulig elever, og gjøre slik at de blir nysgjerrige.». (Lærer 2)*

> *«For de svakeste elevene er det viktig at de får sett på blant annet renter og budsjett slik at de kan anvende det senere. Men vi har også elever som skal forberedes på en videre fordypning i realfag, de elevene må også få en veiledning slik at de kan enklere klare veien videre.». (Lærer 2)*

Her legger han også frem at han mener at elever på ulikt nivå skal ha ulikt utbytte av matematikken. De elevene med lavest grad av måloppnåelse skal lære seg å anvende matematikk. Det kan for eksempel være regning med renter og satte algoritmer. De elevene med høyere grad av måloppnåelse skal forberedes på en videre utdanning. Blant disse elevene prøver han å få de til å forstå terminologien i matematikk. Ifølge Lærer 2 betyr det altså å ha et høyt presisjonsnivå.

Lærer 4 sier at han nivådifferensierer ved å bruke ulike løyper i matematikkboken. Den er delt inn i tre nivåer og han ber elevene svare på oppgaver på det nivået som de synes passer til dem.

> *«Jeg nivådeler oppgavene mine ved å bruke faktor (læreboken). Her er det tre nivåer og jeg synes det fungerer temmelig bra. Når jeg også lager ark, har jeg også oppgaver av alle vanskelighetsgrader. Noen får til alt, noen får til noe, noen får til lite.». (Lærer 4)*

«Jeg ser ikke noe mål med at elevene skal jobbe med de sammen oppgavene i flere timer i strekk, men de trenger å repetere det de skal kunne.». (Lærer 4)

Når det gjelder mengden oppgaver sier Lærer 4 at i utgangspunktet er kvalitet viktigere enn kvantitet. Likevel påpeker han at kvantitet og mengdetrening er et av hans viktigste punkter når elevene skal huske matematikken. På leksearkene han konstruerer til elevene sine har han også to nivåer som viser til ulike nivåer på oppgavene elevene skal gjennomføre til lekse. Elevene skal ikke sitte og pugge hele tiden, men de må repetere en god del.

Lærer 3 er opptatt av at alle elever skal få de samme mulighet i faget. Også de elevene med lavest grad av måloppnåelse skal ha mulighet til å se de samme sammenhengene og bevisene.

«Jeg merker også ofte at jeg synes veldig ofte det er greit å ha med selv om ikke det er alle elever som kan henge med på et algebraisk bevis av Pytagoras. Jeg synes også det er greit å prøve ha med også de elevene som kanskje ikke er i stand til å forstå det fullt ut, men at de også på en måte blir utsatt for det da, og ser det og vet at det er noe som heter matematiske bevis, at det faktisk matematisk går an å utlede noe som beviser at det vi faktisk sitter å jobbe med er riktig, i alle mulige sammenhenger.» (Lærer 3)

«For ofte kan jeg tenke at vi er for opptatt av at vi kan ikke slippe de svakeste elevene videre, vi kan ikke undervise dem videre i vanskeligere stoff for de behersker fremdeles ikke de fire regneartene, eller de behersker fremdeles ikke brøkregning ... Jo selvfølgelig skal de også utsettes for andre deler av matematikken, eller så stagnerer det jo i forhold til hva de blir utsatt for. Noen kan beherske ting innenfor geometri, innenfor regneark eller innenfor programmering, selv om de på ikke fullt ut behersker andre kompetansemål.» (Lærer 3)

Ved å jobbe på denne måten mener Lærer 3 at han kan treffe elever på arenaer som de mestrer. Det er heller ikke så viktig for Lærer 3 at alle elevene har en komplett kontroll på alle emner, for at de skal ha progresjon i faget. Han mener også at alle elevene skal få mulighet til å se at det finnes generelle løsninger som gjelder i alle tilfeller av en oppgavetype. Hvis elever blir stoppet opp underveis i utviklingen, vil de ha problemer med å ta igjen de andre elevene på et senere tidspunkt.

«Du kan si, jo mer forståelse du har for faget og jo flere sammenhenger du ser, jo mer avansert kan du jobbe med de oppgavene. Der ligger det en nydelig differensiering for

elevene også. Har du ikke kommet så høyt opp når det gjelder kompetansemålene i matematikken så kan du heller ikke se så mange sammenhenger i den rike oppgaven som det elever med bredere og høyere kompetanse klarer å gjøre.» (Lærer 3)

Her legger Lærer 3 frem sitt syn på åpne og rike oppgaver. Han mener det ligger en god mulighet for differensiering for elevene i åpne og rike oppgaver. Elever som har høy grad av måloppnåelse vil kunne svare mer avansert på rike oppgaver, enn elever med lavere grad av måloppnåelse. Når elevene utvikler et større nettverk av sammenhenger, vil de være i stand til å kunne forklare premissene i de ulike løsningsmetodene på en bedre måte.

«Jeg er fan av å så langt det lar seg gjøre og prøve å ha oppgaver som gjør at alle må pushe seg selv litt og heller legge lista litt over en enn litt under for å prøve på en måte å få meg flest mulig til å heve seg litt.». (Lærer 3)

Lærer 3 sier at han legger listen over oppgaver og nivået i klassen, litt over gjennomsnittsnivået. Det er fordi han ønsker at elever skal få utfordret seg selv. På den måten vil de måtte streve mer med oppgavene sine, og dermed få hevet sin egen kompetanse.

4.2.3 Algoritmer og prosedyrer

Det er et tydelig delt syn blant informantene mine på hva en algoritme skal brukes til. Noen av informantene jeg har intervjuet mener målet med undervisningen er at elever skal lære seg å regne med algoritmene de blir presentert for. Grunnen til dette er at elevene kan produsere riktige svar med et høyt presisjonsnivå. Andre av informantene mine har et ambivalent syn på algoritmer, og mener de kan stå i veien for utviklingen av forståelse i faget.

«Ofte så velger jeg å ikke presentere liksom de standardalgoritmene for elevene for de - før jeg ser at forståelsen er på sånt nivå at så de at de faktisk han kan se på en standardalgoritme som «okey det er den raskeste måten å gjøre det på».». (Lærer 3)

Lærer 3 velger i utgangspunktet å undervise på en måte som ikke baserer seg på algoritmer eller standardalgoritmer. Han sier at elever må ha en forståelse for hvorfor de kan bruke og ikke bruke algoritmer før han underviser elevene i å bruke dem. De skal velge den metoden fordi den er den raskeste, ikke fordi den er den eneste de behersker.

«Jeg ser at ofte så virker de mot sin hensikt. At den kanskje mer er et middel for å hindre forståelsen. at elevene og de må de bare gjør uten å uten å reflektere og tenke over hva de gjør.». (Lærer 3)

Her påpeker Lærer 3 at standardalgoritmer kan oppleves som en snarvei for elevene, men som et hinder for at de forstår hva de gjør. De vil altså kunne slite med å forklare premissene mellom oppgaveteksten og løsningsforslaget sitt på oppgaven.

> *«Jeg er på en måte mye mer fan av at de egentlig får større bredde av metoder da. Og der er jo også noe som nye læreplan legger også veldig opp til, og vi ser at det er veldig forskjell nå som vi har tatt i et nytt læreverk, hvordan vi på måter ønsker å stimulere under dette metodevalget.». (Lærer 3)*

Læreren forklarer at han er en veldig stor supporter av den nye læreplanen som oppfordrer til et bredt spekter av metoder. Videre sier han at læreverket også er med på å styre undervisningen hans bort fra fokuset på standardalgoritmer, og mer over til en stimuli av ulike metodevalg.

I likhet med Lærer 3, påpeker også Lærer 4 at han er skeptisk til en undervisning som er basert på standardalgoritmer. Han trekker inn samtalen at standardalgoritmer er veldig tidseffektive og at elevene blir undervist i disse fordi lærere er presset på å skape resultater. Med resultater mener han at elever må prestere på diverse prøver, spesielt i overgangen mellom barneskolen og ungdomsskolen.

> *«Der er det jo en veldig diskusjon sånn som vi opplever... når vi snakker med enkelte barneskolelærere om dette her, hvor de fokuserer på forståelse. Men på et tidspunkt har de ikke tid til mer forståelse. Og skolene er veldig opptatt av at elever skal kunne noe når de kommer på ungdomsskolen.». (Lærer 4)*

> *«Det står i veien for senere forståelse, som når de skal lære divisjonsalgoritmen. Det er noe som kan bli presset igjennom på barneskolen, selv om de ikke har tid til å la elevene muligheten til å forstå. Men samtidig så ser jeg at man burde man burde skjønne hvorfor man bruker multiplikasjons- og divisjonsalgoritmen.». (Lærer 4).*

Her peker Lærer 4 på en faktor han mener står i veien for at elever skal lære å forstå hva de gjør. Tid og press fra omgivelser gjør at standardalgoritmer blir tvunget frem for å skape resultater raskt. Samtidig peker han på at en vranglære av multiplikasjons- og divisjonsalgoritmen, altså en pugget versjon, vil stå i veien for videre utvikling av en helhetlig forståelse.

«Det er ikke noe galt med standardalgoritmene, men hvis du ikke har forståelsen, så opplever jeg at det ofte er de samme elevene som glemmer hvordan standardalgoritmen fungerte, så de bruker den også feil.». (Lærer 4)

Lærer 4 sier her at standardalgoritmen vil føre elevene til riktig svar, men den er vanskelig å huske. I og med at den er vanskelig å huske vil elevene ofte kunne bruke den feil. På det tidspunktet vil det da vært utfordrende for elever å skjønne hvorfor de har gjort feil.

«For eksempel i prosentregning nekter jeg å fortelle dem at de må regne ut «hel/del».». (Lærer 4)

«Jeg tror kanskje det er lurt å pugge formler som $A = pi * r^2$ og $O = pi * d$, jeg tror du alltids kan pugge de formlene! Men du bør i tillegg ha forståelsen av hvordan svaret og oppgaven skal se ut, for eksempel kan du sette inn $r = 10cm$ i et arealstykke, og da skulle kunne se at du må sette den inn i $r^2$for at det skal bli kvadratcentimeter.». (Lærer 4)

Her trekker Lærer 4 inn to eksempler fra sin matematikkundervisning. I det første tilfellet mener han det er feil å la elevene pugge formelen de skal bruke for å regne ut svaret. Her sier han at elevene må lære seg å skjønne sammenhengen mellom de ulike delene av utregningen. I det andre eksempelet viser han til et tilfelle hvor det er greit å ha pugget deler av matematikken som ligger bak. Likevel mener han at elevene må ha en forståelse og kunnskap om hvordan svaret skal henge sammen med oppgaven. Elevene skal altså forstå hvorfor svaret skal oppgis som et areal eller som en lengde.

Lærer 1 er ikke redd for å basere undervisningen sin rundt standardalgoritmer eller algoritmer i seg selv. Det viktigste for han er at elevene anskaffer seg verktøy de kan bruke i regning. Læreren setter søkelys på at elevene skal kunne følge en oppskrift ved samme type oppgaver.

«For eksempel sånn som med multiplikasjon av tall så er det ganske rett fram med måte og en oppskrift man skal følge da.». (Lærer 1)

«Deretter har vi jobba litt med «kvadratmetoden» for å ha flere muligheter for elevene når de skal gange. Der er det litt vanskeligere å gjøre feil. Så målet er da at de skal finne en metode som passer til oppgaven. Og det er jo som regel forskjellige måter å løse oppgavene på, men å finne en metode de er trygge på før vi går videre er viktig for meg. Det er kanskje det som er målet!». (Lærer 1)

Her påpeker også Lærer 1 at han prøver å gi elevene alternative verktøy eller algoritmer for å løse et multiplikasjonsstykke. Så lenge elevene utvikler en metode de husker og kan bruke igjen senere er læreren fornøyd.

I likhet med Lærer 1 er ikke Lærer 2 fremmed for å basere store deler av undervisningen sin rundt standardalgoritmer.

> *«Jeg tror at algoritmer har en sunn plass rett og slett fordi at hvis du skal kommunisere det du finner ut… om det er oppgaveløsning eller en matematisk utfordring, så er du avhengig av at de du skal presentere for skjønner hva du tenker.». (Lærer 2)*

Her trekker Lærer 2 inn at standardalgoritmer er viktig for at elever skal lære seg å kommunisere matematikken sin. Standardalgoritmene vil gi løsningene en overføringsverdi som ikke ville vært til stedet hvis oppgaven ikke hadde blitt løst på samme måte blant alle elever.

> *«Det står jo der fordi de har en funksjon som har vist seg å være anvendelig.». (Lærer 2)*

> *«Jeg opplever faktisk at på barneskolen kan fleksibiliteten for algoritmer være noe større. Men på ungdomsskolen så presenterer vi løsningsmetoder og løsningsforslag ... det er hvert fall lettvint og effektiv for oss lærere.». (Lærer 2)*

Her viser læreren til to faktorer som gjør at standardalgoritmer er en stor del av hans matematikkundervisning. De er svært anvendelige når elevene skal få riktig svar på en oppgave eller et bestemt problem. I tillegg til anvendeligheten er de med på å gjøre det lettvint og effektiv for matematikklærere, mener Lærer 2. Han presiserer at det at er viktig at elever bruker hans løsningsmetoder eller løsningsforslag når de løser oppgavene han har gitt dem. På denne måten sikrer han at alle elevene har skaffet seg det verktøyet de trenger når de utvikle videre matematisk kunnskap.

5. Diskusjon

I diskusjonsdelen av oppgaven vil jeg koble sammen den teoretiske bakgrunnen for oppgaven med resultatene jeg har funnet i min undersøkelse. Jeg har valgt å bruke de samme kategoriene og underkategoriene som i resultatdelen av oppgaven. Hovedkategoriene og underkategoriene mine fant jeg ved hjelp av deduktiv metode. De ble produsert på bakgrunn teoretiske perspektivene til Hiebert & Grouws (2007). I denne delen vil jeg altså trekke inn de teoretiske perspektivene som ble gjort rede for i oppgavens teorikapittel, opp mot de induktive kategoriene og funnene, som det ble gjort rede for i oppgavens resultat- og analysedel. Disse induktive kategoriene og funnene vil bli diskutert og drøftet opp mot hvordan de kan påvirke elevers mulighet til å utvikle en konseptuell forståelse i matematikkfaget. Det vil gjøres ved at jeg innenfor hver kategori starter med å presentere funn fra oppgavens resultat- og analysekapittel. Deretter vil jeg drøfte hvordan de enkelte funnene og faktorene kan være med på å gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse.

5.1 Eksplisitt fokus på sammenhenger i matematikken

Innenfor denne hovedfaktoren vil jeg drøfte mine informanters syn på «planlegging av matematikkundervisningen», «undervisning av nytt fagstoff» og «strategier og metoder». Jeg vil blant annet drøfte ulikheter ved det å aktivt bruke konsepter til å koble sammen matematikken, mot fraværet av dette. Hvis læreren eksplisitt fokuserer på å vise elevene sammenhengen mellom emnene i matematikken, kan det virke positivt inn på elevers utvikling av konseptuell forståelse (Hiebert & Grouws, 2007).

5.1.1 Planlegging av matematikkundervisningen

Informantene i denne oppgaven planlegger alle på egne måter, og har fokus på egne faktorer i planleggingen. Lærer 1 sier at når elevene kommer fra mellomtrinnet på skolen er han opptatt av å bygge den fundamentale basen for elevene først. Tall og tallforståelse er en del av det sjette kjerneelementet i den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2020c). Det ansees som noe av det mest sentrale i matematikkundervisningen. Elevene må tidlig få et godt tallbegrep og varierte regnestrategier (Kunnskapsdepartementet, 2020c). Den fundamentale basen, som Lærer 1 legger frem, består derimot av et fokus på å utvikle tydelige prosedyrer som baserer seg på at elever skal huske fremgangsmåter. Liping Ma (1999, s. 101) sier at en bred oversikt over de grunnleggende temaene i matematikken er viktig når elever skal utvikle en dyp forståelse. Samtidig påpeker også hun at denne typen forståelse baserer seg på at elever ser sammenheng mellom de ulike emnene og blir undervist i det samme emnet på flere forskjellige måter. Begrunnelsen til Lærer 1 for å starte med den grunnleggende matematikken i planleggingsfasen, er at elever skal utvikle verktøy og metoder som gjør at de regner effektivt. Dette kan tyde på at læreren fokuserer mer på det Liping Ma (1999, s. 101) beskriver som et prosedyrisk syn på matematikken. I slike tilfeller har de aritmetiske algoritmene liten eller ingen sammenheng med hverandre, eller andre emner.

Lærer 2 og Lærer 4 baserer begge sin planlegging på hvordan lærebøkene velger å sette emnene i rekkefølge. Lærer 2 sier blant annet at rekkefølgen på temaene er noe han overlater helt og holdent til årsplanen, som baserer seg på læreverket de har valgt. Han påpeker at videre planlegging baserer seg på å vurdere hvilken grad av måloppnåelse elevene hans besitter. Han varierer deretter hvor mye tid han skal bruke på de ulike emnene og forklaringene. På samme måte jobber Lærer 4 når han påpeker at han har såpass mye erfaring at han ikke trenger å detaljplanlegge, siden han vet hvor elevene skal til slutt. Det er ifølge Hiebert & Grouws (2007) læreren som velger å fokusere og sette søkelys på ulike deler av pensum og læringsmål i faget. Ma (1999) skriver at hvis læreren har en dyp forståelse av den fundamentale matematikken, vil han eller hun evne å sette fokus på de ulike konseptene som knytter emnene sammen. I tillegg til dette står det i det første kjerneelementet i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2020c) at elever skal lete etter mønstre og finne sammenhenger i faget. Altså er det avgjørende for matematikklærere å kjenne igjen konsepter som knytter matematikken sammen. Når læreren i faget ikke har planlagt de store linjene i undervisningen selv, slik som Lærer 2 og Lærer 4, må han eller hun være nøye i jobben som gjøres for å kjenne igjen og legge frem de ulike konseptene. På denne måten vil elevene få størst mulighet til å kjenne igjen og finne de ulike sammenhengene på egenhånd.

Lærer 3 sier at planlegging i et kollegiale er viktig for han. Samtidig som han påpeker at dette er kun planlegging av de store linjene, ikke detaljplanlegging. Læreverket er også en viktig kilde for inspirasjon for han, men mest som en aktivitetsbank. Det er viktig for Lærer 3 å undervise på en måte som gjør at han investerer i det elevene skal kunne på et senere tidspunkt i undervisningen. Grunnen til at dette er mulig er at han vet hva de skal kunne og han kjenner igjen sammenhengene og konseptene som er til stede på nåværende tidspunkt, og senere. Når undervisningen er basert på ulike konsepter er det enklere å bruke konseptene til og sette temaer i sammenheng (Hiebert & Grouws, 2007, s. 383). Hvis elever blir instruert i å se etter mønstre og underliggende prinsipper i matematikken, vil de arbeide innenfor flere av kjerneelementene i matematikken. Ifølge Maugesten & Nordbakke (2019, s. 61) vil det kunne gi elever mulighet til å arbeide med *utforsking og problemløsning*, *modellering og anvendelser* og *abstraksjon og generalisering*. Ifølge Ma (1999, s. 102) er alle emner koblet sammen ved hjelp av ulike konsepter. Disse koblingene vil kunne lage et nettverk hos elevene slik at de enklere kan koble sammen de ulike emnene. Det krever at læreren har en dyp forståelse av den fundamentale matematikken og evner å sette fokus på de ulike og riktige konseptene (Ma, 1999, s. 102). Når en lærer underviser i slike konsepter og bruker dem aktivt vil det kunne gi elever mulighet til å se de samme koblingene som læreren ser. Ma (1999, s. 102) påpeker i likhet med Lærer 3 at fokus på konsepter vil være en plattform å bygge videre på. Elevene kan på et senere tidspunkt i undervisningen koble konseptene de har lært til nye konsepter. Den fundamentale matematikken er her elementær, grunnleggende og sentral (Ma, 1999, s. 102).

For Lærer 3 er det å ta i bruk gyldne øyeblikk i klasserommet et sentralt argument mot det å detaljplanlegge. Han sier at mye av sin undervisning skjer på stedet i klasserommet, fordi det er umulig å planlegge for hvordan elevene skal internalisere matematikken. Når det kommer en gylden mulighet prøver han å bruke den til å sette stoffet i en faglig sammenheng. Floden (2002) skriver at det er læreren sitt ansvar å dele opp tiden brukt på læring inn i «tiden som blir gitt til læring» og «kvaliteten på instruksjoner». Igjen er det læreren som velger å sette søkelys på ulike deler av pensum. Det er tydelig at Lærer 3 mener det øker kvaliteten på instruksjoner når elever kommer med innspill, slik at de sammen kan lage disse gyldne øyeblikkene. Læreren skal lede diskusjonen dit han eller hun vil og velger hvilke spørsmål og svar som blir akseptert (Hiebert & Grouws, 2007, s. 372).

5.1.2 Undervisning av nytt fagstoff og hva elevene skal lære

For Lærer 1 er det viktig å klare og trekke matematikken inn i hverdagen til elevene når de starter opp med noe nytt. Han mener at matematikken blir mer håndfast og elevene ser at de kan få nytte av den. I kjerneelementet *modellering og anvendelse* (Kunnskapsdepartementet, 2020c) står det elever skal få en innsikt i hvordan matematikk brukes iblant annet dagliglivet. Det innebærer å ta en problemstilling fra virkeligheten og omgjøre den til en matematisk modell eller problemstilling. I tillegg til dette bør elever få en innsikt i hvordan modellene de arbeider med kan anvendes i nye situasjoner. Dette kan også sees i sammenheng med det

Sawyer (2006) kaller for den første komponenten i dybdelæring. Det vil altså være enklere for elevene å kjenne igjen matematikken i sin egen hverdag. Dermed blir gapet mellom matematikkundervisningen og hverdagen til elevene mindre. Paul Dowling (2001) mener at en utfordring i matematikken er at matematikken kan bli gjemt bort i hverdagsoppgaver. Han mener det kan være utfordrende for elever å trekke ut generaliserbare prinsipper fra oppgaver som nesten utelukkende befinner seg i det praktiske domene. Hvis elevene ikke klarer å generalisere prinsipper eller trekke ut de underliggende konseptene vil det være utfordrende å utvikle en konseptuell forståelse. Hiebert & Grouws (2007, s. 383) peker på at et eksplisitt fokus på sammenhengene kan undervises gjennom drøftingen av oppgaver og løsningsforslag. Det viktigste her, er det å se hvordan man kan gå fra en spesiell løsning til en generell løsning eller mening innenfor det matematiske problemet.

Lærer 1 sier at han underviser på en måte som skal knytte undervisningen til hverdagen, for at elevene skal kunne være konkrete i hva det har lært. Han påpeker også at det er viktig for han at elevene skal utvikle en type oppskrift eller verktøy. Det vil gjøre at de enkelt kan løse lignende oppgaver raskt og presist. Dette er den samme tankegangen som Lærer 2 har i sin undervisning. Også han mener det er viktig at elever utvikler en metode eller et verktøy som gir dem et høyt presisjonsnivå i utførelsen av regning. En slik type undervisning inneholder mindre kunnskap enn en undervisning som er preget av færre oppgaver, og en helhetlig tenking. Satt i en egen konktest mener Skemp (1976) at når det er mindre kunnskap involvert, er det enklere å forstå matematikken. Det vil også være en rask måte å få elever til å produsere en side med riktige svar. Denne typen undervisning mener Skemp (1976) legger grunnlag for at elevene utvikler en instrumentell forståelse. Liping Ma (1999) viser til *Figur 1* når hun fremstiller hvordan denne typen undervisning ikke kobler sammen de ulike emnene, ved hjelp av konsepter. En av fordelene med en slik undervisning er derimot at den har et raskt tempo og vil være enkel å vurdere på en standardisert test.

Lærer 4 sier at når han starter på et nytt emne i matematikken starter han som regel helt på bunn. Ofte mener elevene hans at når de kan løse en oppgave, så mestrer de temaet. I kjerneelementet (Kunnskapsdepartementet, 2020c) som handler om utforsking og problemløsning, står det at «*elever skal legge mer vekt på strategiene og fremgangsmåtene enn på løsningene*» (Kunnskapsdepartementet, 2020c). Læreren sier at det kan være utfordrende å få elevene med på å skape en felles forståelse, når de ikke føler de har bruk for forståelsen. Skemp (1976) har tidligere pekt på at en slik mismatch mellom læreren og elevene kan være utfordrende for læreren. Når elevene blir spurt spørsmål som er utenfor deres regler og forståelse, krever de at læreren viser dem nye prosedyrer og algoritmer. Det vil føre til at elevene må memorere flere og flere regler. Dette mener Skemp (1976) er en av grunnene til at lærere burde fokusere på noen få generaliserbare prinsipper, foran en instrumentell tilnærming. Grunnen til at elevene ønsker en instrumentell tilnærming kan blant annet være en tidligere undervisning, press for å få riktige svar eller en formening om at det er det som trengs for å lykkes på prøver. Et viktig moment for Lærer 4 er altså at elever skal skape en forståelse sammen. Det betyr at klassen skal felles forstå hvordan formler og emner henger sammen. Ingen formler skal være pugget, men noe elevene kan vise med en figur eller beskrive med egne ord. Han mener at hvis elevene ikke skjønner bakgrunnen for de ulike formlene og hvordan de brukes, vil de få en utfordring senere i utdanningen. Målet med undervisningen er altså at elever skal forstå hvorfor den matematiske sammenhengen er som den er. Ifølge Burkhardt & Swan (2017) skal en undervisningsøkt som fremmer konseptuell forståelse bestå av tre faktorer som komplementerer hverandre. Først må elevene og læreren må bli kjent med elevenes forståelse og misoppfatninger. Deretter er det viktig at læreren gjennom flere prosesser tar bort flere og flere misoppfatninger til de sentrale konseptene i temaet. Her er det viktig at læreren, i dette tilfellet Lærer 4, spør seg selv hva han eller hun kan gjøre for å hjelpe med elevene sine misoppfatninger (Burkhardt & Swan, 2017, s. 189-190). Svært sjelden er svaret en lik forklaring eller undervisning som elevene allerede har tatt. Den tredje faktoren handler om at læreren må bygge bror mellom de ulike konseptene i faget.

Lærer 3 starter hvert emne med en dialog hvor han danner seg et bilde av hvordan det faglige nivået til klassen er. Han er tydelig på at han vet hvor han vil at elevene skal ende opp i de ulike emnene, men ikke hvordan han skal ta dem dit. Det avhenger hva klassen og de ulike elevene kan fra før. Da er det snitt-nivået i klassen han er ute etter. Etterfulgt av denne starten er det viktig for Lærer 3 å skape en bevisstgjøring hos elevene i det nye emnet. På denne måten prøver han å koble inn gammel kunnskap i form av konsepter inn i det nye emnet elevene skal lære seg. Ma (1999, s. 102) skriver at fra et konseptuelt perspektiv på matematisk forståelse, er de ulike emnene i matematikken koblet sammen gjennom felles konsepter. Hvis elever utvikler flere koblinger mellom de ulike emnene i matematikken, vil de danne seg et eget nettverk de kan bevege i på tvers av emner. Når Lærer 3 legger vekt på konsepter og hvordan emnene henger sammen, vil elever ha større mulighet til å utvikle den konseptuelle forståelsen. Dette henger sammen med poenget om at «mulighet til å lære» er av mange sett på som den ene viktigste faktoren. Hiebert & Grouws (2007, s. 383) skriver at det på mange måter derfor er en selvfølgelighet at lærere må undervise i disse sammenhengene eksplisitt.

Det vil gjøre at muligheten for å lære dem blir større. Lærer 3 legger til at det kreves et overblikk som klarer å se disse sammenhengene for å overføre det til elevene. På samme måte skriver Ma (1999, s. 102) at det kreves en dyp forståelse av den fundamentale matematikken for å sette fokus på, og finne igjen de ulike konseptene som binder sammen emnene.

En annen faktor Lærer 3 trekker inn i nye emner er bokstavregning og bevis. Han prøver å introdusere bokstavregning så tidlig som mulig for elevene sine. Det er for å gjøre gapet mellom bokstaver og tall i matematikken mindre. Når han innfører bevis, består det gjerne av bokstaver og tall sammen. Bevis er noe han mener er ganske langt opp i det matematiske hierarkiet, men introduserer det gjerne tidlig. Grunnen til det er at det skal kunne bli en bevisst del av matematikkkompetansen til elevene. I kjerneelementene for matematikk, under kjerneelementet *utforskning og problemløsning* (Kunnskapsdepartementet, 2020c) står det at elever skal gjennom utforsking av tall, utregning og figurer lære seg å finne sammenhenger. Deretter skal de formalisere disse ved bruk av algebra og hensiktsmessige representasjoner. Selv om elevene ikke skjønner alt ved et bevis, mener Lærer 3 at det hjelper elever med beherskelsen og forståelsen av matematikken. Denne typen abstraksjon og generalisering er veldig individuelt hvordan ulike elever behersker i matematikk. Likevel mener han at når elever kan ta i bruk kunnskap fra et emne over i et annet emne, vil eleven være på god vei mot å beherske og forstå. I likhet med Lærer 3 skriver Skemp (1976) at det å ha en relasjonell forståelse i matematikken innebærer at elever kan se strukturer i matematikken. Det vil si at elever kan forklare premissene bak valget av hvordan de løser oppgavene sine. Denne typen forståelse er mer fleksibel, fordi den handler om å sette ting i system. På lengre sikt mener Skemp (1976) også at denne type kompetanse er enklere å huske. Det er et paradoks, fordi den kan også oppleves som vanskeligere å lære seg. Hiebert & Grouws (2007, s. 389) viser til flere rapporter som peker på at det ikke nødvendigvis tar lengre tid å utvikle en konseptuell forståelse. I tillegg til dette viser flere rapporter at elever utvikler ferdighetstreningen sin på lik linje med kontrollgrupper, selv om læreren fokuserer på konseptuell forståelse (Boaler, 1998; Fuson & Briars, 1990).

5.1.3 Strategier og metoder

Når informantene mine blir spurt om hvilke spesifikke strategier eller metoder de bruker for at elevene skal utvikle kompetanse eller kunnskap svarer de veldig forskjellig. Det er naturlig når de har ulike mål for hva elevene skal lære. Lærer 1 og 2 trekker også her frem koblingen til den hverdagslige matematikken. Det er for at elevene skal føle at de får brukt matematikken til noe nyttig. Disse lærerne mener at hvis elevene ikke klarer å se at de får nytte av matematikken, vil de ikke oppleve nysgjerrighet eller engasjement. Det vil si at lærerne ikke føler at de klarer å motivere elevene til å utvikle seg. Med mindre elevene klarer å knytte matematikken til hvorfor de kan ha bruk for det i hverdagen. Hiebert & Grouws (2007, s. 387) skriver at det er læreren sin oppgave å basere undervisningen på viktige matematiske prinsipper. Det vil oppfordre til motivasjon og etter hvert strev med matematiske prinsipper. Lærer 1 og Lærer 2 inntar den motiverende rollen som lærer i store deler av sin undervisning. Det kan ta stor plass i undervisningen og elevene kan få andre muligheter enn de kunne fått hvis lærerne hadde andre fokusområder. Skemp (1976) skriver at ytre motivasjon som belønning eller straff kan reduseres kraftig. Han mener at relasjonell forståelse vil utvikle seg i organisk kvalitet hos elevene. Den vil altså vokse av seg selv, fordi elever får en trang etter å sette fremtidig kunnskap i sammenheng med det de allerede kan. Derfor mener Skemp (1976) at relasjonell forståelse kan være et effektiv mål i undervisningen, i seg selv. I beste fall vil også dette føre til at elever ønsker å utforske nye materialer og områder på egenhånd (Skemp, 1976).

Lærer 4 er tydelig på at hans undervisning skal skje uten fokus på formler og ferdiglagde algoritmer. Likevel kan han gå bort fra det poenget hvis han mener at det likevel er hensiktsmessig. For han er det viktig at elevene forstår hvordan de kan bruke og omgjøre formler. Det vil føre til at de kan bruke dem på forskjellige måter. På denne måten ønsker Lærer 4 å arbeide med elevenes evne til å resonnere rundt matematiske regler og resultater. Det står blant annet i kjerneelementene (Kunnskapsdepartementet, 2020c) at elever skal forstå at verken resultater eller matematiske regler er tilfeldige, men har tydelige begrunnelser. Lærer 4 påpeker at elever må kunne bruke formler på forskjellige måter. Altså kunne omgjøre for eksempel $x = y * z \rightarrow \frac{x}{y} = z$. Lærer 4 legger derimot ikke vekt på samspillet mellom de ulike emnene eller prosedyrene. Ma (1999, s. 102) skriver at i det prosedyrisk synet på undervisning har aritmetiske algoritmer liten eller ingen sammenheng med hverandre. De ulike formlene og emnene undervises altså isolert. I *figur 1* viser Ma (1999, s. 102) en kobling mellom de ulike konseptene til en uekte eller falsk konseptuell forståelse. En slik type forståelse kan oppstå når lærere som tradisjonelt underviser prosedyrisk, forsøker å koble sammen konseptene uten at elever har bakgrunn for å se disse koblingene (Ma, 1999). Det kan tyde på Lærer 4 ønsker at elever skal se sammenhenger i faget, men underviser i emnene som om de er mer eller mindre isolerte. Ifølge Skemp(1976) kan en av grunnene til dette være en mismatch mellom elever og lærer, i forventninger til hva elevene skal kunne i faget.

Matematikkundervisningen til Lærer 3 består i store deler av å bruke ulike representasjonsmetoder innenfor de ulike emnene. Et av målene med undervisningen hans er at elever skal få en god oversikt i emnene. Han bruker god tid på å vise og å bevise ulike deler av emnene. Her trekker han inn selve representasjonen av de ulike representasjonsmetodene og hvordan de kan ha en sammenheng med andre deler av elevenes kunnskap. Det er i tråd med det Burkhardt & Swan (2017, s. 188) sier trengs for at elever skal ha mulighet til å utvikle konseptuell forståelse. De mener at elever må aktivere tidligere eksisterende konsepter og strategier i møte med ny kunnskap. Deretter må læreren gi elever tid til å bygge bro mellom de ulike konseptene, samtidig som han eller hun stimulerer til konflikter hos elevene.

Når Lærer 3 skal gi et eksempel på hvordan han viser og beviser ulike matematiske sammenhenger trekker han inn et brøk-eksempel. Sammen med klassen jobbet han med hva som er forskjellen på brøk og tallinje. Klassen skulle så diskutere hva som skulle til for at ulike brøker skulle få en verdi lik, over eller under tallverdien 1. Deretter poengterer han at han har gode muligheter for å dra dette inn i et matematisk bevis som omhandler størrelsen av brøker. Fuson & Briars (1990) undersøkte hvordan en undervisning som fokuserer sterkt på konseptuelle instruksjoner påvirket elevenes testresultater. Samtidig som resultatene på den standardiserte testen gikk fra 5% til 95%, så man framgang hos alle elever når de skulle forklare konseptuelle problemstillinger (Fuson & Briars, 1990).

Å se på ulike metoder når elever løser samme oppgave er også noe Lærer 3 er opptatt av. For å gjøre elevene kjent med dette bruker han gjerne en hel undervisningstime på samme oppgave. Han prøver han å gi elevene mulighet bli kjent med mangfoldet av løsningsmetoder. Dette er i tråd med kjerneelementet i matematikk som omhandler blant annet representasjoner (Kunnskapsdepartementet, 2020c). Her står det blant annet at elever må få mulighet bruke det matematiske begrepet i ulike sammenhenger. Det skal skje gjennom en kombinasjon av egne erfaringer og matematiske samtaler. For å gi et eksempel viser Lærer 3 til forrige undervisningsøkt han hadde. Her arbeidet han med elevene for løse en førstegradsligning ved hjelp av flere metoder. Den samme oppgaven ble løst algebraisk, med regneark, med digital kalkulator og som en problemløsningsoppgave. Han legger til at hvis tiden hadde strukket til, hadde de gjerne også sett på oppgaven ved hjelp av koding og programmering. På denne måten jobber Lærer 3 sammen med elevene om å se etter mønstre og underliggende prinsipper mellom de ulike løsningsmetodene. Det er en komponentene Sawyer (2006) mener er nødvendig for at dybdelæring kan oppnås. Burkhardt & Swan (2017, s. 188) skriver at når elever jobber med ulike løsningsmetoder, vil det flytte fokuset fra løsningsforslaget til løsningsmetoden. Hvis elevene deretter blir bedt om å ta et bevisst valg vil, bevisstheten over spekteret av ulike løsningsmetoder og konsepter bli større(Burkhardt & Swan, 2017, s. 188). Dette legger Lærer 3 vekt på når han ber elevene hva som skal til for at de skal like en løsning. Da jobber klassen samtidig med å skjønne hva å bruke de ulike løsningsmetodene egentlig betyr. Når elevene til Lærer 3 da blir bedt om å ta et begrunnet valg for hvilken metode de bruker, vil de måtte benytte seg av den konseptuelle kunnskapen de kan ha utviklet.

5.2 Strev med matematiske problemer

Innenfor denne hovedkategorien vil jeg drøfte mine informanters syn på «oppgavetyper og mengden oppgaver», «nivådeling» og «algoritmer og prosedyrer». Dette er faktorer som påvirker muligheten elever får til å streve med matematiske problemer. Jeg vil blant annet drøfte hvordan ulike kognitive krav i matematiske oppgaver påvirker elevenes mulighet til å kjenne igjen og skape generaliserbare prinsipper.

5.2.1 Oppgavetyper og mengden oppgaver

Når Lærer 1 diskuterer oppgavetyper og mengden oppgaver trekker han inn oppgaver som knytter hverdagen sammen med matematikken for elevene. Det er oppgaver som knytter hverdagslige gjøremål inn i matematikk, som for eksempel å handle på butikken. Valenta (2016) skriver at oppgaver som handler om hverdagslige gjøremål vil kunne gjøre det enklere for elever å kjenne seg igjen i oppgaven. Også i kjerneelementet *modellering og anvendelser* (Kunnskapsdepartementet, 2020c) står det at elever skal få innsikt i hvordan matematikk brukes i dagliglivet. Lærer 1 tar altså en problemstilling fra virkeligheten, og omformulerer den til et matematisk problem. Det som er viktig i slike tilfeller er ifølge kjerneelementet (Kunnskapsdepartementet, 2020c) at elever bør utfordres i hvordan denne spesielle problemstillingen kan sees på som generell. I 2001 skrev Dowling (2001) at det er et problem at matematikken blir gjemt bort i hverdags-oppgaver. Han mener at et for stort fokus på en slik oppgavetype vil gi elever mindre muligheter for å trekke ut det matematiske. Da mener han at elever ikke får like stor mulighet til å generalisere matematikken (Dowling, 2001). Dette er oppgaver som befinner seg i det praktiske domene. Oppgaver hvor elever skal handle på butikken er en slik type oppgave. Motsetningen til et «praktisk domene» er et «esoterisk domene».

Lærer 1 legger også en stor mengde terping og repetisjon til grunn for at elevene skal kunne bruke matematikken. Han mener at det trengs repetisjon av de samme oppgavetype for at elever skal få det under huden. I likhet med Lærer 1 trekker Lærer 4 frem kvantitet som et nøkkelbegrep i oppgaveløsning. Med kvantitet eller mengdetrening mener han at elever skal repetere det de trenger å kunne. Bakgrunnen for det er at han mener at elever glemmer så raskt i en hektisk hverdag. Skemp (1976) skriver at en undervisning som fokuserer på instrumentell forståelse vil være preget av algoritmer som skal brukes til å finne løsninger på oppgaver som blir gitt av læreren. I motsetning til Lærer 4 mener Skemp (1976) at stor mengdetrening eller en instrumentell tilnærming i matematikkundervisningen, vil være vanskeligere å huske enn en mer relasjonell tilnærming. Videre skriver han at den instrumentelle tilnærmingen vil være en enkel og rask måte å få elever til å produsere en side med riktige svar. Når Stein og Smith (1998, s. 269) skulle se på hvilke muligheter elever fikk ut fra matematikkoppgaver, analyserte de dem ut fra kognitive krav. De skilte mellom lave og høye kognitive krav. Kjennetegn på lave kognitive krav i en oppgave er at oppgaven en preget av prosedyrer uten form for sammenheng. Elever får som mål å øve inn en algoritme, med bruk av veldig spesifikke prosedyrer som de har jobbet med før (Stein & Smith, 1998, s. 271). Når Lærer 1 sier at elever må repetere for å få matematikken under huden, bruker han oppgaver som har lave kognitive krav. Det vil si at prosedyrene elevene bruker skal repeteres og metoden de bruker er den samme hele veien. Da mener Stein og Smith (1998, s. 271) at mulighetene elevene får i matematikkundervisningen blir begrenset. Her skriver de at et slikt fokus vil gjøre mulighetene til å utvikle forståelse av matematiske begreper mindre. Hvis målet med undervisningen er at elever skal huske fakta og utvikle en prosedyrisk effektivitet vil det derimot være en undervisning som gir elevene gode muligheter til det. Burkhardt & Swan (2017, s. 182) skriver at undervisningen da kun vil kreve oppgaver på lavt nivå, hvor elever skal memorere fakta og algoritmer.

Forskjellen på Lærer 1 og Lærer 4 er at Lærer 4 mener at elever ikke trenger å regne en stor mengde helt like oppgaver. Lærer 4 mener at det er viktig for elever å kunne gjøre om på kunnskapen de har. Elevene skal kunne gjøre om på algoritmene de har lært seg. Han trekker for eksempel inn at de skal beherske den kommutative lov, som sier at rekkefølgen i multiplikasjon og addisjon er uviktig. Burkhardt & Swan (2017, s. 182) konkretiserer vanskelighetsgraden av en oppgave gjennom fire faktorer; kompleksitet, fremmedhet, teknisk vanskelighetsgrad og grad av autonomi. Lærer 4 fokuserer på å gjøre om på algoritmene elevene allerede har lært seg ved å omformulere problemstillingen i oppgaven. Det fører til at fremmedheten i oppgaven blir større. Altså oppgavetypen blir noe mer ukjent. Elevene må deretter jobbe med å bryte ned strukturen i oppgaven når de skal løse den. De andre tre faktorene er mer eller mindre statiske når elevene til Lærer 4 jobber med oppgaver. Undervisning som skal skape noe utover prosedyrekunnskap krever at matematikklæreren varierer oppgaver i ulikt nivå i alle faktorer (Burkhardt & Swan, 2017, s. 182). På den andre siden kreves det mer enn en oppgave for at elever skal kunne bygge en konseptuell forståelse. Elever må jobbe med en rekke argumenter, sammenhenger og forklaringer for å se de tydelige sammenhengene (Burkhardt & Swan, 2017, s. 182). Det er ifølge Burkhardt & Swan (2017, s. 182) likevel positivt at Lærer 4 bruker en større skala av oppgaver enn det som er vanlig i den offentlige testingen av elever. Disse oppgavene ligger som regel på lavt nivå innenfor alle fire faktorene.

Lærer 2 baserer sine oppgaver på læreverket skolen har anskaffet seg. Han påstår at læreverket er utviklet av kompetente fagfolk og regner med at de har en tanke bak det de har laget. Det er også slik at han ikke alltid får sett gjennom oppgavene eller funnet en sammenheng i dem. Hiebert & Grouws (2007) påpeker at en lærer burde ha et eksplisitt fokus på sammenhenger som han eller hun vil få frem, gjennom hele undervisningen. Det vil gjøre det lettere for elever å trekke de samme linjene. Når Lærer 2 verken har laget oppgavene eller sett gjennom dem, vil det kunne være uheldig for elevenes muligheter til å se sammenhenger og utvikle mentale koblinger mellom begreper, prosedyrer og ideer.

Videre påpeker Lærer 2 at han har et sterkt ønske om en umiddelbar belønning for elevene når de løser oppgaver. Han ønsker en form for kausalitet mellom løsningsmetoden han legger frem og riktig svar på oppgaven. Hiebert & Grouws (2007, s. 382) peker på at undervisning som har et raskt tempo med mange oppgaver kan være uheldig for mulighet til å se sammenhenger. Undervisning med raskt tempo er ofte preget av en demonstrasjon av algoritmen fra læreren. Deretter skal elevene ta med seg denne metoden inn i en rekke med oppgaver som skal løses. Her handler det om å få så mange riktige som mulig på kortest mulig tid. Ut fra denne definisjonen gir Lærer 2 elevene sine få muligheter til refleksjon og gjenkjenning av mønstre i matematikken. Skemp (1976) skriver at en slik undervisning kan være enklere for elever å forstå, satt i en egen kontekst. Altså det er isolert fra annen matematikkunnskap. I likhet med Lærer 2 sier også Skemp (1976) at denne undervisningen kan gi elever umiddelbar belønning. På kort sikt kan dette øke selvtilliten til flere elever. Brownell og Smis (1946) pekte derimot allerede i 1946 på at en tradisjonell repetitiv undervisning burde være under kritikk. De mente at elever burde få mulighet til å føle på en trang etter å løse et matematisk problem. Vanskelighetsgraden på disse spørsmålene burde være litt over det en elev klarer å løse uten hjelp. I tillegg til å gi elever trangen til å løse et matematisk problem, vil en mer variert undervisning gi elever mulighet til å bruke matematikken i andre sammenhenger og varierte måter. Det står i kjerneelementet *representasjon og kommunikasjon* (Kunnskapsdepartementet, 2020c) at elever må få mulighet til å bruke matematiske begreper i ulike sammenhenger. Både gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler. Det mener Sawyer (2006) er viktig for at elever skal få mulighet til å organisere egen kunnskap i egne begrepssystemer, som henger sammen for dem.

Lærer 3 forteller i likhet med Lærer 4 at han verdsetter varierte oppgaver og oppgavetyper. Ulikheten mellom dem kommer frem når de spesifiserer hva varierte oppgaver betyr. Når Lærer 3 legger frem om dette temaet, viser han til en blanding mellom tradisjonelle oppgaver, åpne oppgaver og rike oppgaver. Læreren bruker oppgavetyper som er åpne og rike, slik at elevene kan svare på oppgaven på det nivået de selv befinner seg på. Burkhardt & Swan (2017, s. 182) skriver at rike oppgaver kan være en del av en undervisning som skaper noe utover prosedyrekunnskap i faget. Grunnen til det er at det er eleven som bestemmer hvor høyt nivå av tre av de fire faktorene de mener bygger opp en oppgave, han eller hun skal bruke. Det er altså elevens ansvar å bestemme graden av kompleksitet, teknisk ferdighet og nedbryting av oppgaven (Burkhardt & Swan, 2017, s. 182). På grunn av at ansvaret ligger på eleven selv, er det viktig at læreren har bygd opp en struktur og bevissthet hos hver enkelt elev, for at slike rike eller åpne oppgaver skal være nyttige. Bruner (1976, s. 90) mener at en form for stillasbygging rundt elever kan være nyttig når de skal løse oppgaver på et nivå som er høyere enn de mestrer på egenhånd. Læreren skal kontrollere de omstendighetene ved oppgaven eller aktiviteten som i utgangspunktet er utenfor elevenes evner. Det vil kunne føre til at eleven fokuserer på de delene av oppgaven eller aktiviteten han eller hun mestrer, og oppgaven vil enklere kunne gjennomføres på en vellykket måte. Denne støtten skal være med på å fremme elevens selvstendighet, og skal etter hvert bli overflødig. Askeland og Satøen (2013, s. 208) poengterer at en lærer kan tilby en slik type hjelp, men det er eleven selv som må ta den i bruk. På denne måten vil åpne og rike oppgaver kunne føre til at elever kommer med en løsning som ligger utenfor deres kompetansenivå. Lærer 3 kan altså gi elever flere muligheter til å utvikle egen kompetanse gjennom å bruke rike og åpne oppgaver. Samtidig vil en slik oppgavetype kunne gis til klassen i fellesskap, og være bakgrunn for diskusjon.

Lærer 3 poengterer at en viktig faktor for han er at elevene får mulighet til å ta både et metodevalg og et verktøyvalg. For at elevene skal være i stand til å ta et bevisst valg må han eller hun også få prøvd seg på de ulike metodene og verktøyene. Altså de må beherske flere metoder. Burkhardt & Swan (2017, s. 180) skriver at oppgaver danner små verdener som stimulerer til etterforskning. Deretter må elever danne seg egne læringsstrategier og metoder for å løse dem. Det vil kunne føre til en utvikling av en forståelse for hvordan premisser mellom oppgaver og løsninger henger sammen (Burkhardt & Swan, 2017, s. 180). Samtidig er det viktig for Lærer 3 at elevene ser en sammenheng i metodene. Dette jobber han med klassen sin med gjennom en felles diskusjon. Der diskuterer de ulike metodevalg og løsningsforslag. En diskusjon om hvordan løsningsmetoder henger sammen er et bevisst fokus på å øke bevisstheten over hvordan matematikken henger sammen. I kjerneelementet *abstraksjon og generalisering* (Kunnskapsdepartementet, 2020c) står det at elever bør oppdage sammenhenger og strukturer i faget selv, og ikke bli presentert for en løsning som er ferdiglaget. Når Lærer 3 gradvis øker bevisstheten om sammenhenger sammen med eleven, gir han elevene mulighet til å oppdage disse sammenhengene på egenhånd og i fellesskap. Sammen med blant annet diskusjonen om hvordan et løsningsforslag kan være spesielt eller en generell løsning, er dette viktige faktorer i en undervisning som gir elever mulighet til å koble matematematiske prinsipper sammen (Hiebert & Grouws, 2007). På denne måten fokuserer Lærer 3 eksplisitt på hvordan matematikken henger sammen. Hvis Lærer 3 i tillegg er aktiv i arbeidet med å følge opp læringsmålet i timen, vil det ifølge Hiebert & Grouws (2007, s. 383) gi elever større muligheter til å utvikle en konseptuell forståelse. På denne måten kan elevene gjennom oppgavetyper bli flinkere til å se sammenhenger innad i de ulike emnene.

5.2.2 Nivådeling

Lærer 1 sier at han nivådeler elever i klassene sine ved hjelp av en test i starten av ungdomsskolen. I tillegg til de elevene som scorer lavt på denne testen, inneholder gruppen elever som har ulike lærevansker. På denne gruppen fokuserer elevene på å gjøre oppgavene mindre kompliserte. De prøver altså å holde seg til det som er mer grunnleggende i hvert tema. Elevene er kun ute på en slik gruppe en gang i uken. Lærer 1 presiserer at de jobber med enklere og mindre komplekse oppgaver. Målet er at elevene skal lære seg å bruke de mest grunnleggende verktøyene. Boaler, m.fl. (2000) gjennomførte en studie som viste at lærere har en tendens til å gi elever som presterer lavere i forhold til kompetansemålene, enklere mindre kognitivt krevende oppgaver. Oppgavene de elevene med lavest grad av måloppnåelse jobbet med, var preget av et tydelig fokus på steg-for-steg forklaringer. Studien til Watson og De Geest (2005, s. 228) viste at lærere burde forsøke å utvikle de elevene med lavest grad av måloppnåelse sin forståelse, i stedet for å gjøre oppgavene mindre kompliserte. Elevene i studien viste samme resultater i prosedyrekunnskap, men scoret bedre på oppgaver som var preget av høye kognitive krav. Altså oppgaver som ifølge Burkhardt & Swan (2017, s. 181) gjør at elever får øvet seg mer på avanserte prosesser, som blant annet handler om klassifisering, observering og forklaring og analysering av konsepter. Hvis undervisningen for de elevene med lavest grad av måloppnåelse skal gi dem mulighet for å utvikle konseptuell forståelse, må den være preget av en undervisning som ikke legger begrensninger på dem. Det kan sees i sammenheng med at lærere ofte gir elever med lavere grad av måloppnåelse enklere og mindre komplekse oppgaver (Boaler et al., 2000), men at også disse elever trenger komplekse oppgaver på et høyt kognitivt nivå for å utvikle forståelse (Watson & De Geest, 2005, s. 228).

Lærer 2 har sier at skolen han jobber på, tidligere har brukt en slik løsning Lærer 1 legger frem. Elevene ble organisatorisk delt inn i flere mindre klasser, som var inndelt etter nivå. Skolen har derimot gått over til å prøve å differensiere større deler av undervisningen inne i klasserommene. Nå sier Lærer 2 han prøver å forberede enklere og rikere oppgaver, som skal treffe flest mulig elever. Valenta (2016) skriver at rike oppgaver kan være en god kilde til diskusjoner med medelever. Det er flere positive effekter ved slike oppgaver. For eksempel kan de være gode kilder til diskusjoner om ulike løsninger og forståelse av matematiske begreper (Valenta, 2016). Selv om Lærer 2 bruker rike oppgaver i undervisningen er han fast bestemt på at elever med ulik grad av måloppnåelse, skal lære ulike typer matematikkunnskap. Han trekker frem at de elevene som har lavest grad av måloppnåelse skal hovedsakelig kunne anvende matematikk i praktiske situasjoner. De elevene med høyest grad av måloppnåelse skal derimot forberedes på en senere fordypning i realfag. Dowling (2001, s. 184) skriver at han ser på det som et problem i matematikken, når den blir gjemt bort i «hverdags-oppgaver». Ofte er det svært utfordrende for elever å trekke ut den generaliserbare matematikken fra slike oppgaver. På samme måte som Lærer 2 varierer mellom vanskelighetsgraden oppgavene han gir til elever med ulike grad av måloppnåelse i faget, skiller Dowling (2001, s. 184) mellom en praktisk og esoterisk matematikk. Det er et problem at de elevene med lavere grad av måloppnåelse ikke får mulighet til å trekke ut generaliserbare prinsipper fra matematikken de blir undervist i. Hvis den esoteriske matematikken kun blir gitt de elevene som har høyest grad av måloppnåelse, vil det føre til at denne elevgruppen får flere muligheter til å se sammenhengene i matematikken. Dette er i gjenkjent av Dowling (2001, s. 184) i en omfattende analyse av lærebøker. Elever med «high-ability» får flere oppgaver i et esoterisk domene. Satt i sammenheng med Floden (2002) vil ulike oppgavetyper bety at det blir forskjeller i hvilke muligheter elevene får til læring. Når det blir forskjell i «*kvaliteten på instruksjoner*» og læreren velger å sette søkelys på ulike læringsmål, blir forskjellene tydelige. Det er læreren som bestemmer tidsbruken på ulike aktiviteter og hvilke svar som blir godtatt (Hiebert & Grouws, 2007). Hos Lærer 2 er det en tydelig forskjell etter hvilket nivå elevene er på.

Lærer 4 nivådifferensierer for elevene sine ved hjelp av ulike løyper i læreverket. Det er tre løyper som skal utvikle elevenes kompetanse på deres nivå. Han produserer også en mengde med ark for elevene, som spiller på de samme vanskelighetsgradene. Poenget med disse løypene og arkene er at elever skal få repetisjon på sitt nivå. Lærer 4 differensierer altså ikke i hvilken type matematikk elever skal lære, ut fra måloppnåelse. Et av funnene til Dowling (2001, s. 190) er at elever som er på et lavere nivå får flere oppgaver som er tilpasset det praktiske domene. Det er ifølge Dowling (2001, s. 190) derfor viktig for Lærer 4 å passe på at elevene ikke får ulike typer oppgaver, som lenge har vært en tradisjon i ulike læreverk. Dermed har elevene, uavhengig grad av måloppnåelse, like muligheter for utvikling av konseptuell forståelse i den ene klassen.

For Lærer 3 er det viktig at alle elevene skal få de samme mulighetene til å utvikle kompetanse. Han poengterer at det er ikke alltid alle elevene henger med på kompliserte bevis eller algebraiske forklaringer, men ser på det som en styrke at elevene har blitt utsatt for det. Dette er i tråd med kjerneelementet *abstraksjon og generalisering* (Kunnskapsdepartementet, 2020c), hvor det står at elever skal jobbe med å forstå representasjoner av økende vanskelighetsgrad gjennom utdanningen. Det vil kunne føre til at det blir enklere for elevene å se denne sammenhengen neste gang de jobber med det samme konseptet eller temaet. I praksis vil det bety at elevene i denne klassen her kan få den samme graden av muligheter til å utvikle generaliserbare prinsipper. Ifølge Dowling (2001, s. 189) betyr det at elever på lik grad skal bli utsatt for oppgaver i det esoteriske domene. Det er altså oppgaver som er fordelaktige når elever skal sette matematikken i system, fordi den er ikke gjemt bort i praktiske situasjoner, som kan være vanskelige å klassifisere (Dowling, 2001, s. 189). En av utfordringene med slike oppgavene kan bli for utfordrende. Hvis en lærer har planlagt en oppgave med høye kognitive krav, for at elevene skal få mulighet til å se sammenhengene, kan oppgaven bli en så stor utfordring at den jobber mot sin hensikt (Stein & Smith, 1998, s. 274). I noen tilfeller kan det føre til at elever gir opp oppgaven, fordi de ikke har møtt akkurat denne typen utfordring før. Lærer 3 poengterer at han mener at elever som ikke mestrer emner fullt ut skal være inkludert i klassens progresjon. Da vil det kunne oppstå tilfeller hvor noen elevene ikke mestrer de ulike oppgavene eller oppgavetypene. Likevel mener Lærer 3 at det er fordelaktig at elevene blir prøvd på slike oppgaver, som de nødvendigvis ikke alltid mestrer. Det er fordi han mener at de vil ha større mulighet til å mestre oppgavene og se sammenhengene på et senere tidspunkt. Watson og De Geest (2005, s. 278) viste til et prosjekt som poengterer at også elever med lavere grad av måloppnåelse får større muligheter til å utvikle en konseptuell forståelse, hvis de blir undervist på en måte som hjelper elevene med å trekke ut matematiske konsepter. Det er derfor viktig å finne riktig balanse mellom oppgaver som elevene ikke alltid mestrer alene, og oppgaver som de kan lykkes med på egenhånd.

Lærer 3 sier det er viktig å treffe elever på arenaer de mestrer. For å lykkes med det sier læreren at åpne og rike oppgaver er en viktig ressurs i sin undervisning. Det vil si oppgaver som elever løser på sitt nivå, med den graden av måloppnåelse de har. Når elevene utvikler et større nettverk av sammenhenger og konsepter, vil de være i stand til å forklare de ulike premissene i oppgaver bedre. Ma (1999, s. 102) skriver at det er disse sammenhengene som binder matematikken sammen, og bør være bakgrunn for all undervisning. En slik kunnskap er altså vanskeligere å lære seg, men enklere å huske på lengre sikt (Skemp, 1976).

Når Lærer 3 legger frem hvilket nivå han legger undervisningen på, sier han at elevene burde få oppgaver som gjør at alle elevene må pushe seg selv litt. På denne måten prøver han å få elevene til å streve med matematikken. Derfor legger han nivået over gjennomsnittet. Det krever en form for hjelp til de fleste elevene. I motsetning til en tradisjonell form for modellering eller imitasjon har Bruner m.fl. (1976, s. 90) poengtert at en form for tilrettelegging eller stillasbygging kan være fordelaktig. Det betyr altså det faktum at læreren kontrollerer de elementene ved oppgaven som kan være utfordrende, slik at oppgaven blir overkommelig. Slike små justeringer kan gjøres i et fellesskap og på individnivå i klasserommet.

5.2.3 Algoritmer og prosedyrer

Lærer 1 baserer store deler av sin undervisning omkring algoritmer og standardalgoritmer. Målet med undervisningen er at elevene skal utvikle seg verktøy de kan gjenskape senere. Han poengterer at for eksempel multiplikasjonsalgoritmen har kun en fremgangsmåte. Den ønsker han at elevene skal lære å huske. Det vil si at han bruker store deler av undervisningen på å modellere fremgangsmåter, som elevene skal imitere etter. En slik undervisningsmetode er det Hiebert & Grouws (2007, s. 380) kaller ferdighetstrening eller «teaching for skill». I likhet med Lærer 1 har denne undervisningsmetoden som mål å gjøre elevene raske og presise i måten de utfører en regneoperasjon. Ulik undervisning vil ifølge Thorndike (1920) gi elever ulike muligheter. Altså vil Lærer 1 skape muligheter til å bli presis og rask i utregningene, men mulighetene for å se sammenhenger mellom konseptene vil være færre. Dewey (1910a) har på et tidspunkt gått så langt som å si at den tradisjonelle skolen er forpestet etter raske svar. En fordel med et slikt fokus på undervisningen er ifølge Good og Grouws(1977) sin studie at disse klasserommene ofte var preget av et raskt tempo og relativt lite uro. Det er også tydelige koblinger mellom selve undervisningen og de standardiserte testene elevene skal gjennomføre (Hiebert & Grouws, 2007, s. 382).

Lærer 2 baserer i likhet med Lærer 1 store deler av sin undervisning omkring algoritmer. Det er fordi han mener de har en sunn plass i matematikken, spesielt når elever skal kommunisere svarene sine på en god måte. I motsetning til Lærer 2 mener ikke Hiebert & Grouws (2007, s. 383) at dette er en god måte å kommuniserer matematikk på. Et fokus som fremmer konseptuell forståelse i undervisningen ser på hvordan ulike løsningsmetoder henger sammen, og elever skal kunne begrunne valg av løsningsmetoder. I læreplanen 2020 under kjerneelementet «representasjon og kommunikasjon» (Kunnskapsdepartementet, 2020c) står det at elever skal få mulighet til å forklare og begrunne sine egne valg av representasjonsformer.

I tillegg til å være en god måte å kommunisere på, ser Lærer 2 på algoritmer og standardalgoritmer som svært anvendelige for elever. De er enkle å bruke og det er effektivt å bruke dem. Det er viktig at elever bruker hans løsningsmetode og løsningsforslag, slik at løsningsmetoden deres blir riktig. Dette er et synspunkt som Brownell & Sims (1946) kritiserte allerede i 1946. De mente at elever må få mulighet til å slite seg igjennom et problem. Her blir elevene presentert for et ferdig oppsett av en algoritme. Under kjerneelementet *abstraksjon og generalisering* i læreplanen 2020 (Kunnskapsdepartementet, 2020c) står det at elever skal oppdage sammenhenger og strukturer. De skal derimot ikke bli presentert for en ferdig løsning. Lærer 2 påpeker at dette er lettvint og effektivt for han selv. Når målet er at elever skal utvikle verktøy, mener Lærer 2 at dette er en gunstig måte å undervise på. Skemp (1976) påpeker at et slikt fokus kan være positivt hvis elever sliter veldig med motivasjonen. I og med at elevene til Lærer 2 lærer bort en direkte måte å løse oppgaven på, som gir riktig svar, vil belønningen være umiddelbar. I forhold til et fokus på en mer relasjonell forståelse, vil det likevel være negativt på lengre sikt. En relasjonell forståelse vil være mer organisk i kvalitet (Skemp, 1976), som betyr at den blir mer bærekraftig og utviklende på egenhånd.

Både Lærer 4 og Lærer 3 er skeptiske til en undervisning som i for stor grad baserer seg rundt algoritmer. Lærer 4 mener at grunnen til et så stort fokus på algoritmer i skolen, er et kombinasjonen av tidspress og press for at elevene skal prestere på standardiserte prøver. Et av poengene til Lærer 4 er at en prosedyrisk undervisning vil være effektiv for å spare tid. Den vil føre med seg et raskere tempo i undervisningen. Hiebert & Grouws (2007, s. 390) skriver at det er flere måter å utvikle raske og effektive ferdigheter i oppgaveløsning hos elevene. Både Boaler (1998) og Fuson & Briars (1990) viser til rapporter som indikerer at et fokus på konseptuell forståelse også vil gi elever ferdighetstrening. Rapportene viser altså at et fokus på konseptuell forståelse vil gi elever mulighet til å utvikle de samme ferdighetene som et utelukkende fokus på ferdighetstrening (Hiebert & Grouws, 2007, s. 390). Dette på tross av de ulike klyngene med faktorer som skaper de ulike undervisningsfokusene. Bjørk (1994) skriver at grunnen er at elever klarer å trekke mer mening ut av oppgavene de løser, når de løser færre oppgaver. Det vil gi samme grad av presisjon og effektivitet etter endt emne. Derfor er det ikke slik at et utelukkende fokus på prosedyrisk undervisning nødvendigvis vil gi elever mer tid og muligheter for å gjøre det bra på de standardiserte prøvene.

Lærer 4 poengterer videre at det er viktig at elever skjønner hvorfor de bruker de ulike algoritmene. Hvis ikke elevene skjønner hvorfor de bruker algoritmene som de gjør, vil det ifølge Lærer 4 kunne så i veien for videre utvikling av en helhetlig forståelse. Valenta (2016) poengterer i likhet med Lærer 4 at oppgaver med basis i prosedyrer kan stå i veien for utvikling av begrepsmessig forståelse. Stein og Smith (1998, s. 269) skriver at oppgaver med lave kognitive krav er preget av prosedyrer som er isolert fra sammenhenger. Det er oppgaver som elever har mulighet til å svare på uten at de skjønner hvorfor de bruker de ulike algoritmene. Oppgaver som inneholder en høyere grad av kognitive krav er nødvendige for å utvikle matematisk kompetanse (Valenta, 2016). Noe av grunnen til et stort fokus på algoritmer, er et statisk syn på matematikken (Valenta, 2016). Når Lærer 4 underviser i prosentregning nekter han å gjennomgå de ulike formlene og algoritmene de skal bruke i utregningen. Det er fordi de selv skal komme frem til hvordan det henger sammen med det de forstår i prosentregningen. Lærer 4 ønsker altså at fremmedheten i oppgavene i emnet skal være med på å skape en høyere vanskelighetsgrad, som betyr at elevene må streve mer. Fremmedhet er en av faktorene Burkhardt & Swan (2017, s. 181) legger frem som avgjørende for hvor vanskelig en oppgave er. En slik tilnærming til nettopp prosentregning kan være en god innledning på en rekke argumentasjoner, sammenhenger og forklaringer, som kan være med på å gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse. Hvis målet til Lærer 4 er at elevene skal ha mulighet til å utvikle en slik forståelse, krever det at han bruker slike avanserte oppgaver. sammen med blant annet prosesser som handler om analysering av konsepter (Burkhardt & Swan, 2017, s. 181).

En annen faktor som Lærer 4 legger frem, er at elever har en større tendens til å glemme hvordan de ulike algoritmene fungerer, når de kun har lært dem å huske. I tillegg til å mangle forståelse for premissene mellom oppgave og løsning har de også en tendens til å utføre algoritmen feil. Det vil også dermed være utfordrende for elever å skjønne hvorfor de har gjort feil. Skemp (1976) skriver at et typisk fokus på instrumentell forståelse er at elever skal lære å huske flere og flere algoritmer. Et typisk fokus fra lærere som bruker en slik tilnærming er oppgaver på et lavt nivå. Målet er at elever skal huske og memorere fakta (Burkhardt & Swan, 2017, s. 182). Lærer 4 sier at det er lurt at elever pugger noen formler, som for eksempel utregninger av arealet og omkretsen av en sirkel. Videre forteller han derimot at elever må forstå hvordan de ulike svarene skal se ut i forhold til centimeter eller kvadratcentimeter. På denne måter instruerer han elevene sine instrumentelt når han mener det er gunstig. Elevene må likevel lære å kjenne igjen noen av sammenhengene i algoritmene de bruker. I dette eksempelet måtte de kjenne igjen egenskapene ved svaret de fikk. Når Lærer 4 underviser i sirkelgeometri er det utelukkende et fokus på å skape svar og bruke algoritmen. I et fokus på utvikling av konseptuell forståelse vil det være konsepter som danner koblinger og lager nettverk på tvers av emnene (Ma, 1999, s. 102). Det kan derfor tyde på at Lærer 4 underviser emnene på en mer isolert måte. Den sammenhengen elevene skal se, kan ifølge Ma (1999, s. 102) kalles uekte konseptuell forståelse eller «*pseudoconceptual understanding*». Med denne metoden kan lærere ønske å gi elevene muligheter til å utvikle en helhetlig forståelse, men ifølge Ma (1999, s. 102) kan det altså føre til en prosedyrisk forståelse. Det er fordi emnene blir isolerte og koblingene er vanskelige å trekke.

Lærer 3 mener at algoritmer og standardalgoritmer ofte kan stå i veien for utviklingen av en konseptuell forståelse. Han mener at elever følger oppskriften hvis de får den utdelt, og derfor er det lite gunstig når de skal lære hvorfor og hvordan matematikken henger sammen. Det mener han er fordi elever ofte velger den enkleste løsningen hvis de har mulighet til det. I læreplanen 2020 (Kunnskapsdepartementet, 2020c) under kjerneelementet *abstraksjon og generalisering*, står det også eksplisitt at elever ikke skal bli presentert for en ferdig løsning. En lærer skal heller legge opp til oppdaging og utforskning av tall, utregninger og figurer. På den måten vil elevene lære å finne sammenhenger (Kunnskapsdepartementet, 2020c). Poengene til Lærer 3 kan sees i sammenheng med det Skemp (1976) kaller for utvikling av relasjonell forståelse. Denne typen forståelse handler om at elever kan se sammenhenger mellom sine egne skjema eller oppfatninger og strukturer i matematikken. Valenta (2016) skriver at hvis oppgaver i matematikken baseres på algoritmer, vil det være til hinder for utviklingen av en begrepsmessig forståelse. En slik undervisning vil være det Hiebert & Grouws (2007, s. 382) kaller for ferdighetstrening. Læreren demonstrerer algoritmene for elevene, som regner igjennom et stort antall feilfrie oppgaver. Dette er en motsetning til oppgaver med høye kognitive krav, som er en nødvendighet for utvikling av begrepsmessig forståelse (Valenta, 2016).

Et annet poeng Lærer 3 trekker inn i samtalen om algoritmer, er et økende fokus på metodevalg. Han sier at han er fan av at elever lærer seg et bredt spekter av metoder i matematikken. Altså motsetninger til at de husker en algoritme. Burkhardt & Swan (2017, s. 180) skriver at en oppgave i matematikk kan sees på som en liten verden som stimulerer til etterforskning. Når elevene etterforsker danner de seg egne læringsstrategier og metoder for å løse dem. Det er en slik type etterforskning Lærer 3 ønsker at elevene skal ha, i tillegg til et bredt metodevalg som gjør at de velge og reflektere blant flere strategier. Flere metoder og strategier er også nødvendige når elever skal se sammenhenger i faget. Når en lærer diskuterer hvordan ulike løsningsmetoder henger, med elevene, vil det være en måte å eksplisitt fokusere på sammenhengene i matematikk (Hiebert & Grouws, 2007, s. 383). Gjennom en slik samtale og et spesifikt fokus på læringsmålet, vil elevene ha økte muligheter for å utvikle en konseptuell forståelse (Hiebert & Grouws, 2007, s. 383). Lærer 3 gir altså elevene større muligheter til å utvikle koblinger på tvers av emnene når han baserer undervisningen på å skape et bredt metodevalg for elevene. Ma (1999) skriver at slike grunnleggende koblinger vil være en plattform for utvikling av mer avansert matematikk.

6. Avslutning og oppsummering

6.1 Oppsummering

Denne avhandlingen har rettet fokus mot hvordan matematikklærere kan gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse. De mest interessante funnene i avhandlingen vil bli oppsummert i korthet.

I læreplanen for matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2020b) som kom i 2020 står det tydelig at kompetanse handler om at elever skal tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter. Disse skal de kunne bruke i kjente og ukjente sammenhenger. Sammen med refleksjon og kritisk tenkning har dette blitt knyttet til det nye kompetansebegrepet. Hiebert & Grouws (2007) skriver at både lærersentrert og elevsentrert undervisning har vist tegn til å være fremmende for å skape konseptuell forståelse. Videre skriver de at alle klasserom og all undervisning er satt sammen av et mangfold av faktorer. Faktorene som styrer undervisningen blir av mange sett på som læreren selv, altså blir personlighetstrekkene til en lærer direkte koblet opp mot lærerens undervisning. Dette mener Hiebert & Grouws (2007) er ukorrekt. En lærers personlighetstrekk er tilnærmet urokkelige, men undervisningsmetodene kan endres. Det er også slik at ulik undervisning gir ulike muligheter for å lære (Thorndike, 1920). Derfor er lærernes valg i undervisning og metode en avgjørende faktor for hvilke muligheter elever får til å lære.

Det vises klare tegn til at læreres valg og avgjørelser har stor innvirkning på hvilke muligheter elevene har i matematikkundervisningen. Informantene i denne avhandlingen varierer i med tanke på hva de ønsker at elevene skal lære i matematikk. På den ene siden er det lærere som ønsker at elever skal lære seg å bruke matematikk som et verktøy, for å kunne gjøre enkle utregninger. På den andre siden er det matematikklærere som ønsker at elevene skal utvikle en dypere forståelse, som handler mer om å se sammenhenger mellom metoder og konsepter. Det er derfor tydelig at det er en uenighet blant matematikklærere angående hva de ønsker at elevene skal lære. Kompetansebegrepet i matematikk har altså ulik betydning hos ulike lærere.

Denne oppgaven er i stor grad basert på de to hovedfaktorene Hiebert og Grouws (2007) gjennom sin analyse av forskning har kommet frem til. Innenfor faktoren som handler om et eksplisitt fokus på sammenhenger varierer det i hvilken grad lærere jobber med dette. De lærerne som har som mål å vise elevene de ulike sammenhengene og fokusere på å knytte sammen konseptene i faget, viser seg å gi elever større muligheter for å se disse sammenhengene. Dette gjøres blant annet ved å trekke fokuset bort fra anvendelighet og hverdagslig matematikk, over mot en matematikk som i større grad generaliserer spesielle tilfeller. De lærerne som bruker matematikkundervisningen til å se på ulike representasjoner, forklarer de ulike prosedyrene og ser på sammenhengen mellom konseptene i faget, gir elever større muligheter til å koble emnene sammen. Det er fordi de sammenhengene læreren da ønsker å få frem, blir tydeligere og mer tilgjengelige for elevene. I praksis vil det si at hvis læreren underviser med bakgrunn i et ønske om at emnene skal knyttes sammen, vil elevene ha større mulighet til å utvikle den konseptuelle forståelsen. Hvis det er mismatch mellom målene til elever og lærere i hva de ønsker å lære i matematikken, viser det seg at det kan være utfordrende for både lærere og elever. Eksempler fra denne studien viser at det blant annet kan handle om trangen etter å få riktig svar raskt, eller trangen etter å kunne koble all matematikk mot hverdagslige problemer. I tillegg kreves det også mer av lærere å flytte fokuset bort fra anvendelighet og raske svar, til fokuset på underliggende konsepter som binder sammen matematikken.

Innenfor faktoren som handler om strev med matematiske problemer, viser det seg at det er store forskjeller mellom hvordan lærere vektlegger strev. Mengden oppgaver og oppgavetyper er faktorer som er vesentlige innenfor strev i matematikk. De henger også sammen med hva lærere ønsker at elevene skal kunne i faget. Færre oppgaver, flere løsningsmetoder og mer avanserte oppgaver, er positive faktorer når elever skal streve i matematikken. På den andre siden er faktorer som hurtighet, effektivitet og presisjon faktorer som kan stå i veien for utviklingen av en helhetlig forståelse. Slike oppgaver på lavt nivå blir ofte brukt til å motivere elever. Det viser seg at å flytte fokuset til elevene fra løsningen på oppgavene til løsningsmetoden eller løsningsmetodene på oppgaven, kan være fordelaktig når elever blir utvikler en konseptuell forståelse. Flere matematikklærere mener det er viktig å knytte matematikken til hverdagslige og praktiske situasjoner. Det kan i denne sammenheng være positivt, men bare hvis lærerne klare å knytte det spesielle tilfellet i hverdagssituasjonen til et mer universelt og generaliserbart matematisk prinsipp.

6.2 Oppgavens verdi

Det at målet med matematikkundervisning er blant annet å gi elever mulighet til å skape konseptuell forståelse i matematikk, ble lagt til grunn for denne oppgaven. Men selv en lærer som tar et aktivt valg, som besitter den fundamentale tallforståelsen og ønsker at elever skal se sammenhenger mellom konseptene, vil møte på utfordringer. Altså vil arbeidet med å skape en slik forståelse være utfordrende selv for matematikklærere som aktivt prøver å skape det. Undervisning i matematikk er satt sammen av mange faktorer på flere nivå. Derfor finnes det ikke kun ett grep som fungerer til enhver tid. Likevel kan denne avhandlingen belyse noen faktorer som kan være med på å gi elever større mulighet til å oppnå de læringsmålene som er satt i den nye læreplanen i Norge.

Til tross for at lærerutdanningen er rettet mot undervisning i skolen, vil en lærer aldri være ferdig utlært. En lærer vil heller aldri kunne lære bort og utvikle elever på akkurat den måten han eller hun ønsker. Undervisningssituasjonen er for kompleks til dette. Her handler det i større grad om å gi elevene mulighet til utvikling og læring. Denne masteroppgaven kan i denne sammenheng bidra til å belyse aspekter og metoder som kan gi elever mulighet til å utvikle en forståelse som går utenfor det å huske algoritmer og prosedyrer.

I forbindelse med praksisutplasseringer i min utdannelse har jeg tidligere erfaringer med at de fleste skoler benytter noe av fellestiden i ulike fagseksjoner, som matematikk. Ved flere av disse skolene opplevdes derimot utviklingsarbeidet i matematikk som veldig organisatorisk. Med det mener jeg at store deler av tiden ble brukt til å ta organisatoriske avgjørelser, som når det skal være kapittelprøver og lignende. En av skolene hadde derimot fokus på et praksisnært utviklingsarbeid. Ved denne skolen skulle lærere observere hverandre og komme med tilbakemeldinger på hvordan de oppfattet at elevene forstod og brukte matematikken. En slik arbeidsmåte kan være et viktig bidrag når lærere skal reflektere over hvilken kompetanse de ønsker at elevene skal sitte igjen med, samt hvordan elever skal få mulighet til å utvikle denne. Kanskje det kan være en idé å utvikle en slik arbeidsmåte for å få et felles begrep om hva for eksempel kompetanse i matematikk er. Kvalitative analyser hvor matematikklærere begrunner hvorfor de underviser som de gjør kan være et viktig bidrag til utviklingen av noen felles fokusområder i matematikkfaget. Jeg mener derfor at denne avhandlingen kan være med på å belyse noen faktorer og ideer, som kan være med på å flytte fokus over fra at elevene skal huske matematikk, til at de skal sette matematikken i sitt eget system.

6.3 Videre forskning

Oppgavens funn viser til forskjellen mellom hvordan ulike faktorer påvirker matematikkundervisningen. Dette ble også diskutert i kapittel 5, i denne oppgaven. Disse faktorene er med på å bygge oppunder et eksplisitt fokus på sammenhenger og strev med matematiske problemer. Det kunne vært høyst interessant å se nærmere på hver enkelt av disse faktorene. I tillegg kunne det vært interessant å gjennomføre en triangulert forskningsstudie. Der ville man i tillegg til å gjennomføre et kvalitativt forskningsintervju, også kunne observere hvordan elever uttrykker grader av den konseptuelle forståelsen i matematikk. På den måten kan forskeren i større grad flytte fokuset over fra en mer lærersentrert studie, til en mer elevsentrert studie. Et slikt forskningsprosjekt ville krevd et mer omfattende datamateriale enn hva som er hentet inn i forbindelse med denne oppgaven.

Det kunne også vært spennende å undersøke om det er forskjell i mulighetene elever får til å utvikle en helhetlig forståelse i de ulike matematiske emnene. Trolig ville slike forskningsprosjekter vært med på å i enda større grad belyse hvilke faktorer som gir elever de ulike mulighetene i matematikk.

7. Litteraturliste

Askeland, L. & Sataøen, S. (2013). Utviklingspsykologiske perspektiv på barns oppvekst. 3. utg. *Oslo: Gyldendal akademisk*.

Bjork, R. A. (1994). Memory and metamemory considerations in the. *Metacognition: Knowing about knowing, 185*, 7.2.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for research in mathematics education, 29*(1), 41-62.

Boaler, J., Wiliam, D. & Brown, M. (2000). Students' Experiences of Ability Grouping—disaffection, polarisation and the construction of failure 1. *British educational research journal, 26*(5), 631-648.

Braun, V. & Clarke, V. (2012). Thematic analysis.

Brownell, W. (1935). Psychological considerations in the learning and the teaching arithmetic. *The Teaching of Arithmetic, 10th Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, 1-31.

Brownell, W. & Moser, H. E. (1949). *Meaningful vs. mechanical learning: A study in grade III subtraction*: Duke University Press.

Brownell, W. A. & Sims, V. M. (1946). The nature of understanding. *The measurement of understanding: Forty-fifth yearbook of the National Society for the Study of Education. Part I*, 27-43.

Bruner, J. S., Wood, D. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry, 17*(2), 89-100.

Burkhardt, H. & Swan, M. (2017). *Design and development for large-scale improvement.* Paper presentert på Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education

Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational researcher, 23*(7), 13-20.

Cohen, D. K., Raudenbush, S. W. & Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational evaluation and policy analysis, 25*(2), 119-142.

Cronbach, L. J. (1989). Construct validation after thirty years.

Davis, R. B. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*: Greenwood Publishing Group.

Dewey, J. (1910a). How we think. Boston. *MA: DC Heath*.

Dewey, J. (1910b). Science as subject-matter and as method. *Science, 31*(787), 121-127.

Dewey, J. (1923). *Democracy and education: An introduction to the philosophy of education*: macmillan.

Dowling, P. (2001). Reading mathematics texts. I P. Gates (Red.), *Issues in mathematics teaching* (s. 180-197). London: RoutledgeFalmer

Floden, R. E. (2002). The measurement of opportunity to learn. *Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement, 231*.

Fuson, K. C. & Briars, D. J. (1990). Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first-and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Journal for research in mathematics education, 21*(3), 180-206.

Gadamer, H.-G. (1975). Truth and method (G. Barden & J. Cumming, Trans.). *New York: Seabury*.

Gamoran, A. (2001). Beyond curriculum wars: Content and understanding in mathematics. *The great curriculum debate: How should we teach reading and math*, 134-142.

Good, T. L. & Grouws, D. A. (1977). Teaching effects: A process-product study in fourth-grade mathematics classrooms. *Journal of teacher education, 28*(3), 49-54.

Hiebert, J. (2003). What research says about the NCTM standards. *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 5-23.

Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65-97.

Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 1*, 371-404.

Imsen, G. (2003). *Skolemiljø, læringsmiljø og elevutbytte: en empirisk studie av grunnskolens 4., 7. og 10. trinn*: Tapir.

Imsen, G. (2011). *Hva er pedagogikk*: Universitetsforl.

Kunnskapsdepartementet. (2020a). *Dybdelæring*. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Kunnskapsdepartementet. (2020b). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/

Kunnskapsdepartementet. (2020c). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn - Kjerneelementer*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teacher's Understanding OfFundamental Mathematics in China and the United States*: Lawrence Erlbaum Associates, Incorporated.

Maugesten, M. & Nordbakke, M. (2019). Å identifisere dybdelæring i en undersøkende matematikkoppgave på ungdomstrinnet. I E. Klaveness, L. Karlsen & K. Kverndokken (Red.), *101 grep for å aktivisere elever i matematikk : matematikkdidaktikk i teori og praksis* (1. utgave. utg., s. 57-76). Bergen: Fagbokforlaget.

National Research Council & Mathematics Learning Study Committee. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*: National Academies Press.

Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (Bind 85): Princeton university press.

Sawyer, R. K. (2006). The new science of learning. *The Cambridge handbook of the learning sciences, 1*, 18.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational researcher, 27*(2), 4-13.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching, 77*(1), 20-26.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school, 3*(4), 268-275.

Säljö, R. (1997). Talk as Data and Practice — a critical look at phenomenographic inquiry and the appeal to experience. *Higher Education Research & Development, 16*(2), 173-190. doi: 10.1080/0729436970160205

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Thorndike, E. L. (1920). *Education, a first book*: Macmillan.

Valenta, A. (2016). Kognitive krav i matematikkoppgaver. *Matematikksenteret.no*.

Vygotsky, L. (1979). Consciousness as a problem in the psychology of behavior. *Soviet psychology, 17*(4), 3-35.

Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*: Harvard university press.

Watson, A. & De Geest, E. (2005). Principled teaching for deep progress: Improving mathematical learning beyond methods and materials. *Educational studies in mathematics, 58*(2), 209-234.

8. Vedlegg

Vedlegg 1: Godkjenning fra NSD

NSD NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Masteroppgave Anders Henriksen

Referansenummer

604218

Registrert

21.09.2020 av Anders Henriksen - s303211@oslomet.no

Behandlingsansvarlig institusjon

OsloMet – storbyuniversitetet / Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier / Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Ellen Konstanse Hovik, Ellen-Konstanse.Hovik@oslomet.no, tlf: 4767237426

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Anders Henriksen, s303211@oslomet.no, tlf: 99345618

Prosjektperiode

01.08.2020 - 30.06.2021

Status

08.10.2020 - Vurdert

Vurdering (1)

08.10.2020 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 08.10.2020 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 30.06.2021.

LÆRERES TAUSHETSPLIKT
Informantene i prosjektet er lærere, og har taushetsplikt. Det er viktig at intervjuene gjennomføres slik at det ikke registreres taushetsbelagte opplysninger. Vi anbefaler at du minner informantene om dette i forbindelse med intervjuene.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Marita Ådnanes Helleland
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 2: Infoskriv til informanter

Vil du delta i forskningsprosjektet: *«Hvordan kan matematikklærere gi elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse i matematikk?»*

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er at jeg skal utvikle meg som lærer, samt prøve å sette lys på et tema jeg synes er veldig interessant. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Dette er en masteroppgave hvor formålet med prosjektet er at jeg skal utvikle meg som lærer, ved å skrive en oppgave om dette matematikkdidaktiske temaet. Temaet som blir tatt opp er veldig aktuelt, på grunn av at fagfornyelsen også har satt fokus på at elevene skal forstå matematikken.

Jeg vil undersøke hvordan lærere underviser for at elevene skal få en bestemt type forståelse i matematikk.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Grunnskolelærerutdanningen ved OsloMet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Utvalget vil bestå av mateamatikklærere på 5.-10. trinn. Jeg vil intervjue til sammen 4-6 stk.

Hva innebærer det for deg å delta?

Å delta i dette prosjektet som en av objektene for datainnsamling vil bety at du sier ja til å stille opp til et intervju på ca. 30-40 minutter. Intervjuet vil bli tatt opp på lydopptaker, transkribert og slettet.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er kun jeg og veilederen min ved OsloMet som vil ha tilgang til dine personopplysninger.
- Alle data jeg samler inn vil bli passordbeskyttet når de blir lagret.
- Alle transkripsjoner vil være kodet og anonymisert.
- Deltakere som deltar vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjon.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er juni 2021.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Grunnskolelærerutdanningen ved OsloMet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Grunnskolelærerutdanningen ved OsloMet ved Ellen Konstanse Hovik.

- Telefon: +47 916 40 537
- Epost: Ellen-Konstanse.Hovik@oslomet.no

Eller: Anders Henriksen

- Epost: s303211@oslomet.no

Vårt personvernombud:

- Epost: personvernombud@oslomet.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Ellen Konstanse Hovik　　　　Anders Henriksen

(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Hvordan kan man skape relasjonell forståelse i matematikk?*» og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3: Intervjuguide

Intervjuguide: «Hvordan gir elever mulighet til å utvikle konseptuell forståelse i matematikk?»

1. Informasjon om prosjektet
2. Informantens bakgrunn
3. Planlegging av undervisningen
    a. Hvordan planlegger du undervisningen?
    b. Hva legger du vekt på i planleggingen av undervisning?
4. Kjennetegn ved undervisning
    a. Hvordan velger du å undervise i et nytt tema eller emne?
        i. Sammenhengen mellom løsningsmetodene?
    b. I hvilken grad baserer du undervisningen din på algoritmer?
    c. Hva er viktigst for deg at elevene lærer fra en dialog om et nytt tema/emne?
        i. Hvilken kompetanse ønsker du å implementere?
5. Hvilke oppgavetyper bruker du når elevene skal jobbe med oppgaver?
    a. Hvor mange oppgaver får elevene utdelt når de skal gjøre oppgaver?
        i. Strever de med oppgavene?
    b. Er det noen form for nivådeling?
6. Hvilken form for samarbeid blant elever benytter du deg av i undervisningen?
    a. Små grupper?
    b. Får elevene andre typer oppgaver da?
7. Hvordan har du endret deg i følge av en ny læreplan?