«Det er gjerne et fokus på om ting er rett eller galt i matematikk»

- En kasusstudie av kommunikasjonen i matematikkundervisningen

MASTEROPPGAVE

Masterstudium i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikk og matematikkdidaktikk

Mai 2019

SKUT5910
Camilla Beigi

Kandidatnummer 322

OsloMet – storbyuniversitetet

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier
Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Sammendrag

I læreplanverket for Kunnskapsløftet beskrives muntlige ferdigheter som en forutsetning for læring og utvikling i alle fag. Jeg har selv vært elev under denne læreplanen, men gjennom egen skolegang har jeg hatt svært få opplevelser med muntlig aktivitet i matematikkfaget. Dette gjorde meg nysgjerrig, og formålet med denne studien ble derfor å undersøke den muntlige kommunikasjonen i matematikkundervisningen. Det gjenspeiles i prosjektets problemstilling: *Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet?*

Problemstillingen er todelt og undersøkes gjennom en kasusstudie av en lærer på 7. trinn. Jeg observerte den ordinære matematikkundervisningen til denne læreren over en lenger periode, for å belyse kjennetegn ved kommunikasjonen. I disse observasjonene kom det til syne at læreren dominerte og kontrollerte helklassesamtalen. Kommunikasjonen fulgte stadig et IRE-mønster, der læreren stilte lukkede spørsmål. Det var fremtredende at læreren hadde eierskap til den matematiske kunnskapen, og han porsjonerte ut matematikken til elevene. Dette førte til liten grad av elevaktivitet, og det oppstod sjeldent dialoger med matematisk fokus mellom elevene. Dette ga meg motivasjon til å utføre en intervensjonsstudie for å undersøke hva som eventuelt skjer med kommunikasjonen, dersom læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som kan gi rom for utforskende aktivitet.

Undervisningsopplegget læreren gjennomførte var *The border problem*, eller rammeproblemet, utviklet av Jo Boaler og Cathy Humphreys. Under gjennomføringen av dette undervisningsopplegget kom det til syne at læreren satte scenen som gjorde elevene nysgjerrige, og de fikk velge sin vei inn i undersøkelseslandskapet. Det var ikke lenger læreren som dominerte helklassesamtalen, han tok heller på seg rollen som veileder i dialogen. Elevene førte matematiske samtaler, og hadde en spørrende holdning til hverandres bidrag. Slik måtte de være i stand til å forklare og forsvare sine løsningsforslag på en selvstendig måte. Elevene ble satt i en posisjon der de fikk bruke egne resonnementer og metoder til å løse matematiske problemer. Dermed brytes den lærerstyrte kommunikasjonsformen, som dominerer mange klasserom, og elevene får en mer aktiv og selvstendig rolle i undervisningen. Denne studien viser at kommunikasjonen kan ha ulik retning og form, og at samtaler av undersøkende og utforskende karakter vil være et nyttig bidrag og et tillegg i matematikkundervisningen.

Abstract

In the Norwegian curriculum, Knowledge Promotion, oral skills are described as a qualification for learning and development in all subjects. I myself have been a student under this curriculum, but through my own schooling I have had very few experiences with oral activity in mathematics. This made me curious, and therefore the purpose of this study is to investigate the oral communication in mathematics teaching. This is reflected in the research question: *What characterizes the communicational pattern between teacher and pupil in mathematics teaching? What happens to this communication when the teacher conducts a teaching program that allows for exploratory activity?*

The research question is two folded, and is examined through a case study of a teacher in one 7.th grade classroom. I observed this teacher's everyday mathematics teaching for an extensive period of time in order to illustrate the characteristics of the pattern of communication. In these observations it appeared that the teacher had control and dominated the whole class discussion. The communication followed an IRE-pattern, where the teacher asked closed questions. The teacher had ownership of the mathematical knowledge, and he distributed the mathematics to the students. This led to little student participation, and dialogues with mathematical focus between the students rarely occurred. This motivated me to do an intervention study to investigate what might happen to the communication if the teacher conducts a teaching program that allows for exploratory activity.

The teaching program that the teacher conducted was *The border problem* by Jo Boaler and Cathy Humphreys. The intervention study demonstrated that the teacher now had the opportunity and ability to make the students curious, and the students then had to choose their own path into the exploration landscape. It was no longer the teacher who dominated the whole class conversation; he rather took on the role of supervisor in the dialogue. The pupils engaged in mathematical conversations with each other, and had an inquiring attitude toward each other's contributions. Hence, they had to be able to explain and defend their solutions in an independent manner. The pupils were placed in a position where they could use their own reasoning and methods to solve mathematical problems. The teacher-driven form of communication that tends to dominate many classrooms was broken, and the students got a more active and independent role. Findings from the study suggest that communication can have different directions, and that conversations with investigative and exploratory characteristics may have a useful contribution to mathematics teaching.

Forord

Dette prosjektet markerer slutten på seks år som student ved OsloMet. I løpet av disse årene har matematikk blitt et fag som har fanget min interesse, og dette resulterte i et ønske om å skrive en masteroppgave innenfor dette fagfeltet. Det har vært en lang og krevende prosess, men også spennende og veldig lærerik! Jeg vil dermed rette en stor takk til veilederne mine; Bodil Kleve og Ellen Hovik, som hele tiden har vært positivt innstilt til min studie. Deres gode innspill, konstruktive tilbakemeldinger og råd har vært til stor hjelp.

Jeg vil særlig takke informantene som har deltatt i studien. Det hadde ikke blitt en studie uten dere. Spesielt takk til læreren som har deltatt i studien. Det kan virke som studien har en kritisk holdning til læreren, men formålet har ikke vært å dømme eller vurdere denne læreren. Han har gitt meg tilgang til sitt klasserom, og slik har jeg fått undersøke det generelle fenomenet som omhandler kommunikasjonen i matematikkundervisningen. Læreren har vært fleksibel og samarbeidsvillig. Han har både latt meg filme undervisningen hans, og gjennomført et undervisningsopplegg i min regi. En utfordring han tok på strak arm – studien hadde ikke vært det samme uten denne læreren.

Jeg vil også takke medstudenter for å ha gitt årene på lærerutdanningen høy trivsel. En spesiell takk til ”mastergjengen” for to fine år sammen på kollokvier, forelesninger, lesesal og pauserom. Det har sjeldent vært så gøy å lese til eksamen som med dere. Masterårene ville vært mye tyngre og kjedeligere uten samholdet med dere, og sammen nådde vi målet!

Sist, men ikke minst, vil jeg takke familie og venner. Takk for oppmuntrende ord, heiarop og korrekturlesing, og takk for all støtte og forståelse. Dere har stilt opp for meg i hektiske og tunge perioder, og dere har hjulpet meg med å huske at det finnes andre gleder i livet utenom denne masteroppgaven.

Oslo, mai 2019
Camilla Beigi

Innholdsfortegnelse

1.0 Innledning

1.1 Bakgrunn

Dagens skolesystem er målstyrt, og det blir satt et stort fokus på både nasjonale og internasjonale tester, og naturlignok vil alle oppnå et best mulig resultat. Norske skoleelever har på så godt som alle internasjonale undersøkelser knyttet til realfag de siste 20 årene skåret rundt gjennomsnittet, eller noe i underkant (Bergem, Kaarstein & Nilsen, 2016). Dette har kommet tydelig frem i både The Third International Mathematics and Science Study, TIMMS og OECD sine PISA-undersøkelser (Kleve, 2012). Norge er et land som bruker store ressurser på skole- og utdanningssektoren, og på bakgrunn av dette er slike resultater lite tilfredsstillende. Både politikere og representanter for skole og akademia understreker at det bør forventes et bedre resultat i realfag, som anses som viktige skolefag (Bergem, et al., 2016). Norske elevers resultater i matematikkfaget blir stadig debattert, og mange har meninger om hva som har gått "galt" i den norske matematikkundervisningen.

PISA sjokket kom i 2001, og medførte ulike reformer for å bedre den norske skolen. Regjeringen mente skolen trengte et kunnskapsløft, og på bakgrunn av dette ble læreplanverket for Kunnskapsløftet innført i 2006 (Bergesen, 2006). I Kunnskapsløftet er det definert fem ferdigheter, og disse utgjør grunnleggende forutsetninger for læring og utvikling i skole, samfunns- og arbeidsliv. Disse er å kunne lese, regne, skrive, digitale ferdigheter og muntlige ferdigheter. De grunnleggende ferdighetene er avgjørende redskaper for læring i alle fag, og samtidig er de en forutsetning for at elevene skal kunne vise sin faglige kompetanse (Kunnskapsdepartementet, 2016, s. 30). For seks år siden ble Ludvigsenutvalget oppnevnt av regjeringen for å sette i gang en revideringsprosess av den nåværende læreplanen - norske elever presterte fremdeles ikke godt nok (NOU 2014:7, 2014). Den nye lærerplanreformen blir kalt fagfornyelsen. I Stortingsmelding 28 fremheves viktigheten av de grunnleggende ferdighetene, og disse skal videreføres i fornyelsen av Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2016). Det understrekes også at muntlige ferdigheter er en forutsetning for læring og aktiv deltakelse i samfunnet, men hva skjer egentlig i klasserommet? Hva gjør læreren? Hvordan får elevene utrykke seg muntlig i matematikkundervisningen? Dette er spørsmål som undersøkes i denne studien.

1.2 Introduksjon

Jeg har selv vært elev under læreplanverket for Kunnskapsløftet, men gjennom egen skolegang har jeg hatt svært få opplevelser med muntlig aktivitet i matematikkfaget. Jeg opplevde matematikk som et fag som bestod av mange regler som ikke alltid ga mening, regler man ikke skulle stille spørsmål ved. Du skulle tilegne deg prosedyren og fremgangsmåten læreren viste deg, pugge denne og løse haugevis av oppgaver til metoden hadde satt seg. Jeg hadde en ensformig opplevelse av matematikkundervisningen, der det handlet om å tilegne seg reglene som ble vist av læreren, og som gjorde at man fikk rett svar på oppgavene. Som elev fikk jeg sjeldent mulighet til å argumentere, diskutere eller resonnere i matematikkundervisningen. I skolen blir det lagt stor vekt på å vise elevene hvordan man skal finne frem til det riktige svaret (Alseth, Breiteg & Brekke, 2003). Dette kommer også frem i oppgavens tittel; *«Det er gjerne et fokus på om ting er rett eller galt i matematikk»*, som er et utsagn fra læreren i studien. Her signaliserer læreren egne erfaringer, og hans oppfatning av matematikkfaget. En slik oppfatning av faget vil ikke være verdiløs. Tvert imot, så vil slik kunnskap være nyttig i mange sammenhenger. Poenget er heller at slik kunnskap alene, ikke omfavner essensen i matematikkfaget og det utnytter ikke fagets muligheter.

Det var først da jeg begynte på Grunnskolelærerutdanningen at jeg fikk se matematikkfaget i et nytt lys. Her fikk jeg erfare at undervisningen kan ha ulik retning og form, og at matematiske samtaler av undersøkende og utforskende karakter kan være et nyttig bidrag for faget. Jeg fikk se at læreren kan legge opp til læringssituasjoner hvor elevene får være aktive språkbrukere, der de lærer å bruke begreper og får trent på å kommunisere. Samtaler som dette kan bidra til å skape bedre forståelse for faget, større engasjement i læringsprosessen, og derved et bedre læringsresultat (Botten og Torkildsen, 2015). Slik fanget den muntlig aktiviteten i matematikk min interesse. I løpet av utdanningen ble dette et voksende interesseområde for meg som matematikklærer, og det resulterte i et ønske om å studere matematikkundervisningens kommunikasjonsformer i denne masteroppgaven.

I de følgende kapitlene vil jeg presentere problemstillingen, samt forskningsdesignet for denne studien, og oppgavens struktur.

1.3 Problemstilling og forskningsdesign

I starten av utdanningsløpet mitt var jeg lite bevisst over hvordan jeg som matematikklærer kommuniserte med elevene i undervisningen, og hvordan dette eventuelt kunne blitt gjort annerledes. Min undervisning var i stor grad preget av lærerstyrt tavleundervisning, lærermonolog og rutineoppgaver. Gjennom årene på Grunnskolelærerutdanningen fikk jeg erfare at matematikkfaget handler om mer enn å bare lære elevene et sett med regler, for at de skal klare å løse side opp og side ned med regnestykker - og her spiller kommunikasjonen en sentral rolle. Jeg fikk se lærere som engasjerte elevene i undervisningen, og som klarte å skape faglige og deltakende samtaler, der elevene måtte forklare, argumentere og resonnere for sine matematiske tanker. Slik ble jeg bevisst over forskjellen kommunikasjonen kan utgjøre i undervisningen, og disse erfaringene danner grunnlaget for det jeg vil undersøke i denne masteroppgaven. Problemstillingen lyder som følgende:

Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet?

Problemstillingen er todelt og undersøkes gjennom en kasusstudie av en lærer på 7. trinn. Jeg observerte den ordinære matematikkundervisningen til denne læreren over en lenger periode, for å belyse kjennetegn ved kommunikasjonen. Resultatene fra disse observasjonene ga motivasjonen til å gjennomføre en intervensjonsstudie, for å undersøke hva som eventuelt skjer med kommunikasjonen, dersom læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet. Dette er et undervisningsopplegg som er utviklet av Jo Boaler og Cathy Humphreys (2005), og kalles *The border problem* eller rammeproblemet. Dette opplegget gir rom til at elevene gjennom egen fornuft, og ved hjelp av egne forkunnskaper og resonnementer skal løse matematiske problemer. Slik vil jeg nærmere undersøke hva som skjer med kommunikasjonen i matematikkundervisningen i en arrangert setting.

Ved denne studien er jeg ikke ute etter å identifisere føringer som påvirker lærerens undervisning og kommunikasjonen, men målet er å få en dypere innsikt i *hvordan* læreren kommuniserer med elevene under helklassesamtalen i matematikk. Gjennom kommunikasjon har læreren stor mulighet til å påvirke elevenes læring, forståelse og engasjement for faget. Kommunikasjonen mellom læreren og elevene har lett for å gå inn i visse spor eller mønstre, uten at læreren nødvendigvis er klar over dette selv (Bauersfeld, 1988; Voigt, 1994). Dermed er det er viktig å få innsikt i ulike kommunikasjonsmønstre som kan fremkomme i matematikkundervisningen. Slik kan jeg som fremtidig lærer kan øke min bevissthet rundt ulike måter å kommunisere på. I tillegg kan denne studien være relevant for andre matematikklærere. Dersom en lærer leser denne oppgaven, kan vedkommende avgjøre hvorvidt hun kjenner seg igjen i kommunikasjonsformene som kommer til syne, og eventuelt dra nytte av dette i egen undervisning.

1.4 Oppgavens struktur

I kapittel 2 vil jeg presentere den teoretiske rammen som omgir studien. Dette er teori og tidligere forskning som er relevant for å besvare problemstillingen. Teorikapittelet er delt inn i fire deler, der ulike aspekter ved kommunikasjonen i matematikkundervisningen belyses. Den første delen undersøker nærmere hva læreplanen i matematikk sier om den kommunikative kompetansen elevene skal utvikle. Den andre delen beskriver hva som kjennetegner kommunikasjonen i matematikkundervisningen. Den tredje delen fokuserer på hvilken betydning kommunikasjonen har for undervisningen og elevene. Den fjerde delen belyser hvilken rolle læreren har for kommunikasjonen som foregår i matematikkundervisningen.

I kapittel 3 vil jeg gjøre rede for metodiske valg og begrunne disse. Videre vil jeg beskrive hvordan datamaterialet ble samlet inn, og hvordan dataene ble analysert. Jeg vil også presentere etiske betraktninger ved studien, og drøfte studiens troverdighet.

I kapittel 4 vil jeg presentere og analysere datamaterialet. Dette kapittelet i er delt i to, der jeg i det første kapittelet analyserer dataene fra den ordinære matematikkundervisningen, og i det andre kapittelet analyserer dataene fra den arrangerte matematikkundervisningen. Begge disse kapitlene er delt inn i fire kategorier: lærerens rolle, lærerens spørsmålsstilling og elevenes forklaringer, matematiske representasjoner og ansvaret elevene har for læring i klasserommet.

I kapittel 5 har jeg oppsummert hovedfunnene fra analysekapittelet, og diskuterer disse i lys av teori og tidligere forskning. Deretter vil jeg se nærmere på hvilken betydning lærerens fokus har for disse funnene. Videre vil jeg belyse kommunikasjonens betydning for matematikkundervisningen. Avslutningsvis gir jeg noen refleksjoner rundt resultatene i studien. I tillegg vil jeg presentere et kritisk blikk på studien, og diskutere potensiale for videre forskning.

I kapittel 6 vil jeg oppsummere og presentere mulige svar på problemstillingen ut i fra studiens funn og drøfting.

2.0 Teoretisk bakgrunn

I dette kapittelet vil jeg presentere den teoretiske rammen som omgir studien. Dette vil være teori og tidligere forskning som er relevant for å besvare problemstillingen, og som vil danne grunnlaget for analysen. Jeg har delt teorikapittelet inn i fire deler, der jeg belyser ulike aspekter ved kommunikasjonen i matematikkundervisningen. De fire kapitlene er:
2.1 Hva sier læreplanen i matematikk om kommunikasjon?
2.2 Hva kjennetegner kommunikasjonen i matematikkundervisning?
2.3 Hvilken betydning har kommunikasjonen for undervisningen og elevene?
2.4 Hvilken rolle spiller læreren for kommunikasjonen?

I den første delen vil det bli tatt utgangspunkt i læreplanen i matematikk, for å belyse hva som blir vektlagt ved den kommunikative kompetansen elevene skal utvikle gjennom sin skolegang. Videre i den andre delen vil jeg se nærmere på hva som kjennetegner kommunikasjonen i matematikkundervisningen. For å gjøre dette vil jeg se på hva tidligere forskning og teori beskriver som typiske kjennetegn ved kommunikasjonen. Det vil bli redegjort for skille mellom tradisjonell og undersøkende matematikkundervisning, og de ulike kommunikasjonsformene som kommer til syne ved disse undervisningspraksisene. Jeg vil se nærmere på hvordan matematikklærere kan gå frem for å lede matematiske diskusjoner som involverer elevers tenkning. I tillegg vil kjennetegn på ulike nivåer ved helklassesamtalen i matematikk belyses, og viktigheten ved lærerens spørsmålsstilling vil fremheves. I den tredje delen vil jeg fokusere på hvilken betydning kommunikasjonen har for undervisningen og elevene, og hvordan læreren kan legge opp til ulike læringssituasjoner som vil bidra til å påvirke elevenes forståelse for matematikkfaget. I den siste delen vil jeg belyse hvilken rolle læreren har for kommunikasjonen som foregår i matematikkundervisningen.

2.1 Hva sier læreplanen i matematikk om kommunikasjon?

Som lærer i norsk skole er det styringsredskaper en er lovpålagt å følge, men hva sier egentlig disse styringsredskapene om den kommunikative kompetansen elevene skal utvikle?

Et av styringsredskapene er dagens læreplan Kunnskapsløftet. I Kunnskapsløftet er det definert fem ferdigheter, og disse utgjør grunnleggende forutsetninger for læring og utvikling i skole, samfunns- og arbeidsliv. Disse er å kunne lese, regne, skrive, digitale ferdigheter og muntlige ferdigheter. De grunnleggende ferdighetene er avgjørende redskaper for læring i alle fag. Kunnskapsdepartementet (2016) fremhever viktigheten av de grunnleggende ferdighetene, og understreker at muntlige ferdigheter er en forutsetning for læring og aktiv deltakelse i samfunnet. I denne studien settes det fokus på de muntlige ferdighetene elevene skal utvikle gjennom matematikkfaget, og i læreplanen i matematikk står det følgende:

> Muntlige ferdigheter i matematikk innebærer å skape mening gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det innebærer å gjøre seg opp en mening, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både et uformelt språk, presis fagterminologi og begrepsbruk. Det vil si å være med i samtaler, kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, løsninger og strategier med andre (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Det kommer tydelig frem at skolen er forpliktet til å skape samtaler som bidrar til at elevene gjør seg opp meninger, stiller spørsmål, argumenterer, kommuniserer ideer og drøfter matematiske problemer. Slik kommer det syne at faglig kommunikasjon ikke bare er et middel for læring, men også et læringsmål i seg selv. Elevene skal ikke bare *lære matematikk ved å argumentere*, de skal også *lære å argumentere i matematikk* (Cramer, 2011). Dette betinger at det må skapes rom og kultur for å kommunisere i matematikkundervisningen. I formålsparagrafen er det også fastsatt at gjennom arbeid med matematikkfaget skal elevene gjennomgå en danningsprosess der «faget spelar ei sentral rolle i den allmenne danninga ved å påverke identitet, tenkjemåte og sjølvforståing» (Utdanningsdirektoratet, 2006). Skolen har et klart oppdrag om å utvikle samtaler som har en spesiell kvalitet, for å fremme de verdiene og målene som er nevnt i læreplanen og formålsparagrafen. Det vil derfor være viktig å analysere kommunikasjonen i matematikkundervisningen opp mot disse idealene.

2.2 Hva kjennetegner kommunikasjonen i matematikkundervisning?

I denne studien vil jeg analysere kommunikasjonen som foregår i matematikkundervisningen. Det vil derfor være relevant å se hva tidligere forskning og teori beskriver som typiske kjennetegn ved kommunikasjonen i matematikk.

Boaler (2002) skiller mellom tradisjonell og reformbasert matematikkundervisning. Disse undervisningspraksisene beskriver hun som to ytterpunkter. I tradisjonelle klasserom er undervisningen preget av at læreren forklarer nye matematiske emner, spesifikke algoritmer og elevene arbeider individuelt med lukkede oppgaver (Alrø & Skovsmose, 2005; Boaler, 2002). Mens i "reformklasser" er de overordnede målene å gi elevene åpne og problemløsende oppgaver, at elevenes tenkning anses som verdifull, og at dialog og diskusjon er viktig for læring (Boaler, 2002). Dette er sentrale trekk innenfor det Alrø og Skovsmose betegner som undersøkende matematikkundervisning. I disse undervisningspraksisene vil det være ulike kjennetegn som karakteriserer kommunikasjonen. Det vil videre bli redegjort for tradisjonell og undersøkende matematikkundervisning, og kommunikasjonsformene som er fremtredende ved de ulike undervisningspraksisene.

2.2.1 Det tradisjonelle klasserommet og IRE-mønsteret

Alrø og Skovsmose (2005) beskriver det tradisjonelle klasserommet ved at matematikkundervisningen er organisert på en bestemt måte. I forenklet utgave kan det beskrives slik: først presenterer læreren et matematisk emne og introduserer en bestemt fremgangsmåte eller algoritme for elevene, noe som oftest følger læreboken tett. Videre jobber elevene selvstendig med oppgaver som er tilsvarende den typen læreren har gjennomgått i fellesskap. Læreren går rundt og hjelper elevene under arbeidet, og kontrollerer at de har løst oppgavene riktig. Elevene får i hjemmelekse å løse flere oppgaver av samme type fra læreboken. Dette er en undervisningsform hvor lærerstyrt tavleundervisning og rutineoppgaver dominerer (Alrø & Skovsmose, 2005).

Skovmose (1998) beskriver denne formen for matematikkundervisning som arbeid innenfor et oppgaveparadigme. Her styres undervisningen av tradisjonelle matematikkoppgaver, med et entydig fasitsvar. Både tidligere og nyere klasseromsstudier viser at læreren har ordet to tredjedeler av tiden i et tradisjonelt klasserom, og mesteparten av denne tiden struktureres kommunikasjonen etter et IRE-mønster (Alrø & Skovsmose, 2005; Boaler, 2002; Skott et al., 2008; Solem & Ulleberg, 2015; Wells, 1999). Samtalen er da delt inn i tre faser som går ut på følgende: læreren initierer til en interaksjon (I), elevens oppgave er å gi respons (R) og deretter evaluerer læreren elevsvaret (E) (Mehan, 1979). Dersom elevens respons svarer til lærerens forventninger slutter interaksjonen her, altså med utgangspunkt i lærerens evaluering. Det meste av elevrespons krever korte og entydige svar (Skott et al., 2008). Hvis ikke elevresponsen inneholder svaret læreren var ute etter, understreker Wells (1999) at læreren ofte følger opp elevens svar, enten ved å utdype selv eller ved å stille et nytt spørsmål. Et slikt kommunikasjonsmønster kan være til fordel som et styringsredskap i en urolig klasse, da det blir fort velkjent hos elevene. På denne måten kan det skape trygghet og forutsigbarhet i klasserommet (Alrø & Skovsmose, 2005).

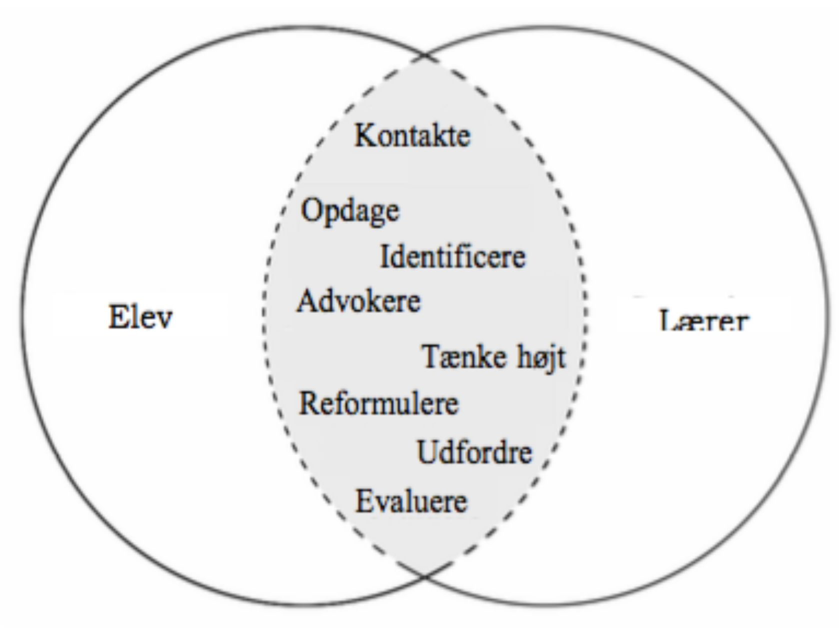
Et annet karakteristisk trekk ved en slik kommunikasjon er at læreren stadig gir hint for at elevene skal finne frem til det riktige svaret. Dette kaller Brousseau (1997) for topaze-effekten. Brousseau bruker topaze-effekten til å beskrive situasjoner hvor læreren; «simplifies her task so that the student obtains the correct answer by a trivial reading of the teacher's question and not by an authentic mathematical activity specific to the proposed structure» (Brousseau, 1997 i Skott et al., 2008, s. 423). Topaze-effekten oppstår dermed når læreren forenkler oppgaven slik at svaret ligger rett foran nesen på eleven.

Studier viser at i klasserom der IRE-mønsteret er fremtredende, etterspør ikke lærerens spørsmålsstilling "ekte" informasjon. Spørsmålene omhandler heller ikke om genuin interesse for eller nysgjerrighet på svarene (Solem & Ulleberg, 2015). Læreren presenterer innholdet og stiller lukkede faktaspørsmål. Elevene gir korte svar som respons på lærerens spørsmål. En slik kommunikasjon gir ikke elevene kognitive utfordringer, og det inviterer verken til argumentasjon eller begrunnelse (Alrø & Skovsmose, 2005). I slike tilfeller fremstår det Magdalene Lampert betegner som skolematematikk, på følgende vis: «doing mathematics means following rules laid down by the teacher: knowing mathematics means remembering and applying the correct rule when the teacher asks a question; and mathematical truth is determined when the answer is ratified by the teacher» (Lampert, 1990, s. 32). Det bidrar dermed til at elevene blir tildelt rollen som det Boaler (2002) karakteriserer som *received knowers*. Dette handler om at den matematiske kunnskapen og autoriteten ligger hos læreren, og elevene er helt avhengige av læreren for å motta denne kunnskapen. Elevene får ikke mulighet til bruke egne ideer, tanker eller løsningsforslag i undervisningen. Forskning viser at i slike klasserom blir det lite elevaktivitet, og elevene får i liten grad ansvar for egen læringsprosess (Solem & Ulleberg, 2015; Boaler, 2002).

2.2.2 Det undersøkende klasserommet og IC-modellen

Alrø og Skovsmose (2005) utfordrer det tradisjonelle klasserommet og oppgaveparadigmet med det de beskriver som undersøkende virksomhet. Dette beskriver de som undervisningssituasjoner der læreren og elevene går i dybden og undersøker et matematisk fenomen. Denne formen for matematikkundervisning åpner for nye muligheter med elevaktivitet og læringssamtaler, der det bærer preg av nysgjerrighet og undersøkende karakter. Dette er en kontrast til den tradisjonelle matematikkundervisningen. Ved en slik undervisningspraksis blir elevene invitert til å utforske matematiske problemer som ikke har et bestemt fasitsvar, de får heller ingen bestemt fremgangsmåte de skal kopiere. Læreren setter scenen som skal inspirere elevene, og de får velge sin vei inn undersøkelseslandskapet. Elevene skal prøve å finne egne løsningsmetoder ved å bruke tidligere kunnskaper og ferdigheter i faget. Ved hjelp av egne tanker og ideer skal de forsøke å løse problemer, og de må dermed bruke sine matematiske ferdigheter produktivt og fleksibelt (Alrø & Skovsmose, 2005; Boaler, 2002).

Alrø og Skovsmose (2005) beskriver hvilken form for kommunikasjon som forekommer i et undersøkende klasserom, og dette er en dialog de beskriver som risikofylt og uforutsigbar. Denne formen for kommunikasjon kaller de for IC-modellen (Inquiry Cooperation Model), og den består av åtte dialogiske handlinger som er skissert i figur 1. Denne figuren illustrerer også at både lærer og elev skal ta like aktive roller i dialogen ved en slik kommunikasjonsform.



Figur 1: IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2005, s. 7)

Den første dialogiske handlingen som er beskrevet i figuren er å komme i *kontakt* (Alrø & Skovsmose, 2005). Dette handler om at lærer og elev er oppmerksomme og tilstede for hverandres bidrag, og de retter oppmerksomheten mot å samarbeide. Når denne kontakten er opprettet, kan lærer og elev forsøke å *oppdage* nye eller allerede eksisterende synsvinkler ved for eksempel et matematisk problem. Her kan det komme frem flere ulike synsvinkler, og elevene kan ha vanskeligheter med å uttrykke deres tanker rundt problemet. Læreren kan da hjelpe til ved å stille spørsmål som er undersøkende, undrende, oppklarende og hypotetiske hva hvis-spørsmål for å hjelpe elevene med å uttrykke hva de har tenkt, samt oppdage ting de ikke var klar over. Ved å oppdage og utforske ulike synspunkter vil det videre bli mulig å *identifisere* et faglig innhold, her blir gjerne hva hvis-spørsmålene fra forrige kategori fulgt opp med hvorfor-spørsmål, for å forklare og utdype matematiske ideer (Alrø & Skovsmose, 2002).

Den neste fasen er å *advokere*. Det handler om å legge frem synspunkter, ideer og forslag til undersøkelse gjennom kollektiv refleksjon, i stedet for å presentere det som absolutte sannheter. Denne delingen av ideer kan føre til endringer av elevenes tenkemåte, og eventuelt videre utforskning. En viktig del av denne prosessen er å *tenke høyt*. Her stilles det hypotetiske spørsmål og elevenes tanker gjøres offentlige og tilgjengelige som en ressurs i samtalen. Et viktig element for å forstå hverandre i en dialog er å *reformulere*. Dette innebærer å gjenfortelle det som har blitt sagt med egne ord, og slik bekrefte en gjensidig forståelse. Videre vil en *utfordre* alternative muligheter ved å stille hypotetiske spørsmål, som vil legge til rette for å utforske andre muligheter. Dersom en elev tar denne utfordringen, kan dette være med på å skape et vendepunkt i undersøkelsen, og slik kan flere løsningsmetoder komme til syne. Avslutningsvis må man foreta en *evaluering* av løsningene og svaret på problemet. Dette kan innebære konstruktiv feedback, kritikk, bekreftelse eller ros (Alrø & Skovsmose, 2002). Alrø og Skovsmose (2005) understreker at elementene i IC-modellen ikke opptrer i en bestemt rekkefølge, de kan forekomme i ulike kombinasjoner eller mønstre. Alle elementene er nødvendigvis ikke til stede i en og samme undervisningstime.

Kommunikasjonen i undersøkende matematikkundervisning kjennetegnes ved at både lærer og elev har en spørrende og utforskende holdning (Alrø & Skovsmose, 2005). Læreren veileder elevene og stiller hypotetiske spørsmål, som åpner for diskusjon og som krever matematisk argumentasjon og begrunnelse. Ved slike samtaler skal ikke bare elevene forklare prosessen og resonnementet bak eget svar, men de må også ta utgangspunkt i andres svar og rekonstruere og forklare prosessen bak tankegangen (Kværnes, 2013). Boalers (2002) forskning viser til tilfeller der elevene får ta aktivt del i egen læringsprosess ved en slik tilnærming til matematikkundervisning. En slik kommunikasjon kan bidra til elevene ikke bare tilegner seg matematiske ferdigheter, men de lærer også å kritisk reflektere rundt hvordan disse bør og kan brukes. Dette definerer Skovsmose (1998) som *mathemacy*, en slags matematisk literacy. Undervisningsformen som er beskrevet av Alrø og Skovsmose (2005) baseres på sosiokulturell læringsteori, da undervisningen legger til rette for at læring skal skje gjennom dialog og diskusjon, og i samhandling med andre. Dette er noen av grunntankene i et sosiokulturelt perspektiv (Skott et al., 2008).

2.2.3 En kommunikasjonsform som involverer elevenes tenkning

Den undersøkende matematikkundervisningen etterspør mer dialog og diskusjon i klasserommet. Det er enkelt å øke mengden av dialoger i matematikkundervisningen ved å spørre elevene om hva de tenker, men som Wæge (2015) understreker er ikke målet å øke mengden samtaler i klasserommet. En vil heller øke mengden av samtaler som fremmer elevers tenkning og læring i matematikk. Hvordan kan vi som matematikklærere gå frem for å lede slike matematiske diskusjoner? Dette kan være utfordrende for læreren.

Chapin, O´Connor og Anderson (2009) og Kazemi og Hintz (2014) beskriver syv samtaletrekk som kan brukes for å implementere diskusjoner som i større grad vil involvere elevers tenkning i matematikkundervisning. Disse trekkene kan bidra til at elevene aktivt kan ta del i egen læringsprosess. Chapin et al. (2009) har skissert de fem første trekkene, og Kazemi og Hintz (2014) har også føyd til de to siste samtaletrekkene. Disse syv samtaletrekkene er illustrert i figur 2, og vil i det følgende bli presentert ytterligere (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014).

Samtaletrekk	Det kan høres ut som…	Hva en lærer gjør
1. Gjenta	«Så du sier at …?»	Repeterer deler eller alt en elev sier, og ber deretter eleven respondere og bekrefte om det er korrekt eller ikke.
2. Repetere	«Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?»	Spør en elev om å gjenta en annens elevs resonnering
3. Resonnere	«Er du enig eller uenig, og hvorfor?» «Hvorfor gir det mening?»	Spør elevene om å bruke deres egen resonnering på noen andres resonnering
4. Tilføye	«Har noen noe de vil føye til?»	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon
5. Vente	«Ta den tiden du trenger … vi venter.» (Teller sakte til 10 inni deg.)	Venter uten å si noe
6. Snu og snakk	«Snu og snakk med sidemannen din»	Sirkulerer og lytter til samtalene mellom elevene. Bruker informasjonen til å velge hvem du skal spørre.
7. Endre	«Har noen av dere forandret tenkingen deres?»	Tillater elevene å endre tenkingen etter som de får ny innsikt.

Figur 2: Samtaletrekk for å støtte klasseromsdiskusjon (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014 i Wæge, 2015, s. 23).

Det første samtaletrekket som blir beskrevet handler om *gjentakelse*. Når elevene snakker om matematikk kan det til tider være vanskelig å forstå hva de sier (Chapin et al., 2009; Wæge, 2015). Til tross for at de tenker og resonnerer på en fornuftig måte, kan det likevel være vanskelig for dem å sette ord på dette. Gjentakelse er et redskap som kan bidra til å få klarhet i hvordan elevene tenker, og som kan hjelpe andre elever med å følge med på hvordan medelevene resonnerer. Dette samtaletrekket gjør elevenes ideer tilgjengelige for læreren og medelever. Gjentakelse skjer ved at læreren delvis eller helt gjentar det en elev sier, og ber så eleven om å gi tilbakemelding på om gjentakelsen var korrekt eller ikke. Læreren har også muligheten til å utvide dette trekket til å gjelde medelever. Det gjøres ved at læreren spør en elev om han eller hun kan gjenta hva en annen elev har sagt, og umiddelbart følger læreren opp ved å få den første eleven til å bekrefte/avkrefte medelevenes forklaring. Slik bruker læreren det andre samtaletrekket beskrevet av Chapin et al. (2009), som er *å repetere*. Dette gir rom til at elevene kan fordøye en idé, og de får høre ideen forklart på en annen måte. Læreren får også bekreftet at medelevene har hørt ideen, samtidig som hun viser elevene at deres ideer er viktige.

Det neste samtaletrekket handler om å *resonnere,* og kan brukes til å få i gang diskusjoner omkring elevenes ideer. Når en elev har kommet med en påstand, og læreren er sikker på at elevene har hørt denne og fått tid til å tenke over den, så kan læreren spørre medelevene om de er enig eller uenig i påstanden. Videre kan læreren følge opp med å be eleven som svarer om å forklare hvorfor han er enig eller uenig (Chapin et al., 2009; Wæge, 2015). Dette gjør at elevene må bruke egne refleksjoner rundt medelevers resonnering. Hovedhensikten med resonnere-trekket er å be elevene forklare hvordan de tenker. Dette kan fungere som en inngangsdør til elevenes matematiske tanker, og det kan føre til at elevene engasjerer seg i hverandres tenkemåter. Læreren kan også ta i bruk *tilføye-trekket*, for å involvere flere elever i diskusjonen. Det skjer ved at læreren spør om de andre elevene har noe de vil tilføye, eller om de har noen kommentarer de vil komme med. Chapin et al. (2009) understreker at dette trekket over tid vil bidra til at elevene blir mer villige til å komme med egne ideer og tanker i diskusjoner. Dette kan også bidra til å etablere en norm om å se sammenhenger mellom matematiske ideer og bygge videre på dem.

Det siste samtaletrekket beskrevet av Chapin et al. (2009) handler om *å vente*. Når læreren stiller elevene et spørsmål må hun være stille og gi elevene tid til å tenke. Læreren kan la elevene tenke i minst fem sekunder før hun ber om et svar, og eleven som blir valgt ut til å svare kan også få tid til å organisere tankene sine før han faktisk avgir svaret. Ved hjelp av dette trekket gir læreren rom til at flere elever kan delta i samtalen. Et slikt samtaletrekk kan bringe viktige bidrag fra flere elever inn i diskusjonen, og det kommuniserer en forventning om at alle elever har viktige ideer som de kan bidra med i undervisningen (Chapin et al., 2009; Wæge, 2015).

Kazemi og Hintz (2014) har, som beskrevet, føyd til to samtaletrekk. Det første samtaletrekket kalles *snu og snakk*, og det er relativt identiske med det Chapin et al. (2009) kaller for parsamtaler. Dette handler om at læreren ber elevene om å snu seg til sidemannen, for å diskutere et spørsmål eller en påstand. Videre går læreren rundt og lytter til elevenes samtaler. Informasjonen hun henter inn her, kan brukes til å velge hvem læreren skal henvende seg til i helklassesamtalen. På denne måten får læreren innsikt i hva elevene forstår, og hvordan de tenker. Samtidig får elevene tydeliggjøre ideene sine med hverandre, de får delt sine tenkemåter parvis og de kan bygge på hverandres forståelse. Dette med på å skape en trygghet hos elevene, ved at de har kommet frem til noe sammen, som gjør at de har mot til å dele sine ideer med resten av klassen (Kazemi & Hintz, 2014; Wæge, 2015).

Det siste samtaletrekket er beskrevet av Kazemi og Hintz (2014), og handler om *å endre* tankegang. Ved hjelp av et slikt samtaletrekk tillater læreren elevene å endre sin tenkning underveis. I en diskusjon vil det hele tiden komme nye innspill og forklaringer som er med på å skape ny innsikt hos elevene. Dermed må de få muligheten til å revurdere og endre sine tenkemåter, samt svar og påstander. Dersom læreren fremhever at det er greit å endre tankegang underveis, så kan dette bidra til at elevene retter fokus mot prosessen og ikke bare produktet (Kazemi & Hintz, 2014; Wæge, 2015).

Disse syv samtaletrekkene er utarbeidet for å gi læreren redskaper som kan brukes i undervisningen, for øke mengden av samtaler som gir elevene mulighet til å forklare sin tankegang, samtidig som det skaper rom til å se sammenhenger mellom metoder og begreper i faget (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014). Det kan være en utfordring for mange lærere å oppnå slike samtaler, og dermed vil det i denne studien være interessant å se på hvordan disse samtaletrekkene blir brukt matematikkundervisningen.

2.2.4 Kjennetegn på ulike nivåer ved helklassesamtalen

De foregående kapitlene har vist at undervisningen kan ta ulik retning og form, og at det er flere faktorer som kan påvirke kommunikasjonen. Dette kan virke omfattende, så hva skal en som forsker ta utgangspunkt i når man skal analysere kommunikasjonen? Hva skal jeg se etter i matematikkundervisningen?

Hufferd-Ackles, Fuson og Sherin (2004) har utviklet et rammeverk som beskriver kjennetegn på ulike nivåer ved helklassesamtaler i matematikk. Ut i fra deres forskning har de kommet frem til fem ulike komponenter, som er avgjørende for kommunikasjonen og nivået på helklassesamtalen. Disse komponentene beveger seg fra nivå 0 til nivå 3. De fem komponentene er lærerens rolle, spørsmålsstilling, elevenes forklaringer av matematisk tenkning, matematiske representasjoner og ansvaret elevene har for læring i klasserommet. Rammeverket deres gir spesifikke forklaringer på hva som kjennetegner de ulike nivåene innenfor hver komponent. Dermed fungerer dette som et godt rammeverk for både analyse og refleksjon av kommunikasjonen i matematikkundervisningen. Jeg vil kategorisere analysekapittelet ut i fra disse komponentene. Til tross for at de fem komponentene har innvirkning på hverandre, velger jeg å skille alle, utenom spørsmålsstilling og elevenes forklaringer, fra hverandre i analysekapittelet. Dette er for å få et oversiktlig og kategorisert bilde av kommunikasjonen i undervisningen. Rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004) er illustrert i figur 3.

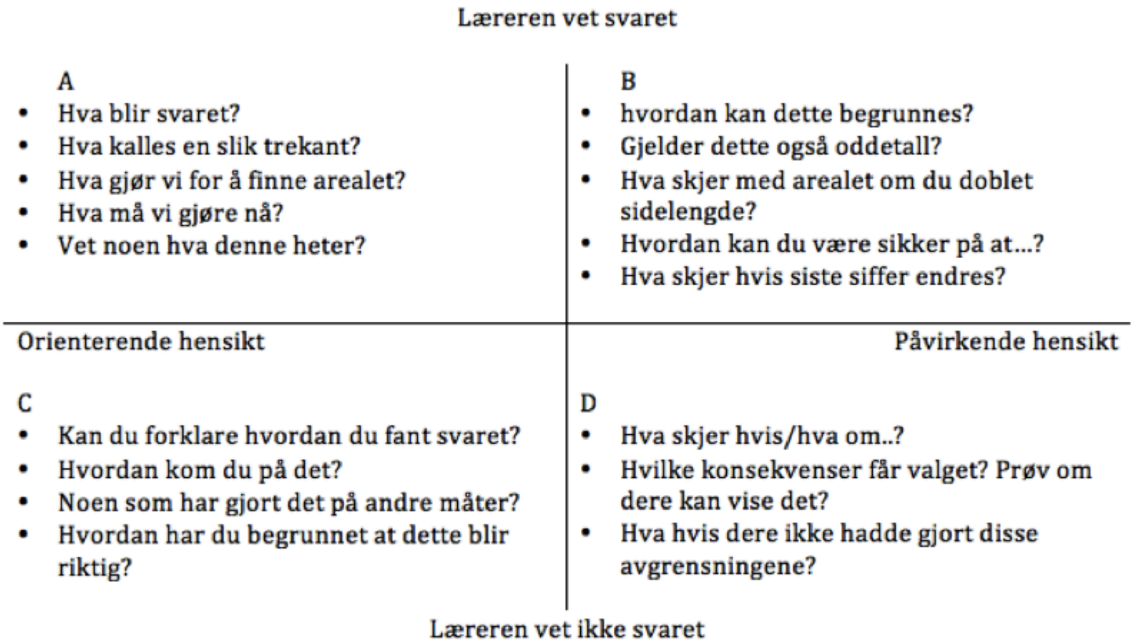
	Lærerens rolle	**Spørsmåls-stilling**	**Forklaringer av matematisk tenkning**	**Matematiske representasjoner**	**Ansvaret elevene har for læring i klasserommet**
Nivå 0	Læreren står foran i klasserommet, og dominerer samtalen.	Læreren er den eneste som stiller spørsmål. Hensikten med spørsmålene er å sørge for at elevene hører på læreren. Elevene gir korte svar, og gir kun respons til læreren.	Lærerens spørsmål har fokus på å finne korrekt svar. Elevene avgir korte svar. Læreren kan fortelle svarene selv.	Representasjoner mangler, eller læreren demonstrerer dem for elevene.	En kultur der elevene holder sine ideer for seg selv, og de avgir bare svar når de blir spurt.
Nivå 1	Læreren oppmuntrer elevene til å dele matematiske ideer, og får eleven som har ordet til å snakke til klassen, og ikke bare læreren.	Lærerens spørsmål begynner å fokusere på elevenes tankegang fremfor svaret. Det er bare læreren som stiller spørsmål.	Læreren utfordrer elevenes tankegang til en viss grad. En eller to strategier kommer til syne. Læreren utfyller disse forklaringene. Elevene gir korte forklaringer av sine tanker i respons til lærerens utforskning.	Elevene lærer å lage matematiske illustrasjoner, som beskriver deres matematiske tenkning.	Elevene føler at deres ideer er akseptert i klasserommet. De begynner å lytte og støtte hverandre, og de begynner å omformulere med egne ord hva medelever har sagt.
Nivå 2	Læreren styrer samtalene mellom elevene, og oppmuntrer elevene til å stille hverandre spørsmål.	Læreren stiller undersøkende spørsmål og styrer noe elev-elev samtaler. Elevene stiller hverandre spørsmål med oppfordring fra læreren.	Læreren utforsker i større grad elevenes tankegang. Slik får læreren frem flere strategier fra elevene. Elevene responderer på lærerens utforskning, og forklarer frivillig deres tankegang. Elevene begynner å forsvare deres svar.	Elevene lager matematiske illustrasjoner, slik at andre kan følge deres matematiske tankegang.	Elevene har en tro på at de er matematisk "lærende", og at deres og medelevers ideer er viktige. De lytter aktivt, slik at de kan bidra i samtalene.
Nivå 3	Elevene fører selvstendig samtalen mellom hverandre. Læreren veileder bare den perifere delen av samtalen. Læreren lar elevene tydeliggjøre hverandres tankegang.	Elev-elev samtaler settes i gang av elevene selv, på eget initiativ. Elevene stiller hverandre spørsmål, og lytter til svaret. Mange spørsmål inneholder spørreordet hvorfor, og krever forklaring. Lærerens spørsmål veileder samtalen.	Her følger læreren elevenes forklaringer nøye. Læreren ber elevene om å sette ulike strategier opp mot hverandre, slik at de kan sammenlignes. Elevene forsvarer og forklarer deres svar og strategier, med liten oppfordring fra læreren.	Elevene følger og hjelper til med å utforme andres matematiske tankegang gjennom matematiske illustrasjoner. De kan også foreslå endringer i hverandres matematiske illustrasjoner.	Elevene har tro på at det er de som er de matematiske "lederne" i klasserommet, og at de kan hjelpe til med å utforme hverandres tankegang i et støttende og kollegialt miljø.

Figur 3: Min oversettelse av Hufferd-Ackles et al. (2004, s. 127) sin modell.

De ulike nivåene i rammeverket illustrerer hvordan undervisningen gradvis går fra å være et klasserom der læreren dominerer i dialogen og legger føringer for elevenes tenkning i matematikk, til å bli et klasserom der elevene får mer selvstendige og aktive roller (Hufferd-Ackles et al., 2004). Dersom en av disse fem komponentene ligger på nivå 0, representerer dette et tradisjonelt og lærerstyrt klasserom. Men hvis læreren går vekk fra å være interessert i konkrete og korte svar, og stiller utforskende spørsmål, så kan dette legge til rette for dialog og diskusjon i undervisningen. Det vil også oppmuntre elevene til å forklare og undersøke matematikken på egen hånd, og slik øker nivået på helklassesamtalen ut i fra rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Kjennetegnene ved nivå 2 og 3 er at elevene selv kan innlede samtaler med hverandre, stille spørsmål og lytte til svarene som kommer. Her må elevene være i stand til å forklare og forsvare sine svar med liten assistanse fra læreren. På et slikt nivå vil det ikke være nok å finne fasitsvaret på en oppgave, elevene må også kunne forklare hvorfor deres løsningsmetode er riktig og hvordan den fungerer. Elevene skal sette ulike løsningsstrategier opp mot hverandre, og sammenligne dem. I stedet for at læreren har enerett til å vurdere og evaluere elevbidrag, får elevene mulighet til å gjøre dette ved å sette seg inn i hverandres tenkemåter. På nivå 2 og 3 blir lærerens rolle å veilede samtalen fremover (Hufferd-Ackles et al., 2004). I denne studien vil det være relevant å undersøke hvilke aspekter av rammeverket som kommer til syne i matematikkundervisningen, for å kunne gjøre en oversiktlig og omfattende analyse av kommunikasjonen.

2.2.5 En operasjonalisering av lærerens spørsmålsstilling

Rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004) viser også at spørsmålsstilling har en sentral plass i helklassesamtalen, og at dette er en avgjørende faktor for kommunikasjonen. Derfor vil det være hensiktsmessig å få et nyansert bilde av lærerens spørsmålsstilling i matematikkundervisningen. Solem og Ulleberg (2015) identifiserer spørsmålsstilling som en viktig faktor for hvilken matematisk retning undervisningen tar. De understreker at spørsmålstype og spørsmålsform er avgjørende for elevenes bidrag. Spørsmål som krever at elevene forklarer og begrunner, viser seg å ha en positiv påvirkning på den kommunikative kompetansen. Solem og Ulleberg (2015) hevder at læreren kan påvirke utviklingen av elevenes bevissthet om matematisk tenkning og deres evne til å matematisere, ved å vie oppmerksomhet til hvilken type spørsmål hun stiller. De har utviklet en modell som kategoriserer spørsmålstyper i matematikk, og som kan bidra til at læreren stiller varierte spørsmål i matematikkundervisningen. Denne modellen er formet som et aksekors som gir fire områder (A, B, C og D), og er illustrert i figur 4.



Figur 4: Solem og Ullebergs (2015, s. 6-9) modell for ulike spørsmålstyper.

Den loddrette aksen har ytterpunktene «læreren vet svaret» og «læreren vet ikke svaret» (Solem & Ulleberg, 2015). Den vannrette aksen har ytterpunktene «spørsmål læreren stiller for å *orientere* seg om hva elevene husker, hva de kan, hvordan de tenker, forstår og hvordan de forklarer og argumenterer for sin tenkemåte». I den andre enden finner vi de «spørsmålene læreren stiller for å *påvirke* elevenes tenkning». Dette er spørsmål som utfordrer elevene til videre tenkning, for å få dem til å oppdage nye sammenhenger og kombinere kunnskapsområder, eller som utfordrer elevenes kreativitet, utforskertrang og kritiske sans (Solem & Ulleberg, 2015).

Spørsmålene i område A vet læreren svaret på. Hensikten til læreren er å finne ut hva elevene kan/husker, høre hvilke svar de har på oppgaver, gjøre utregninger eller repetere kunnskaper (Solem & Ulleberg, 2015). Dette er spørsmål som kategoriseres som testspørsmål, beregnings-benevningsspørsmål og pseudospørsmål. På område B finner vi spørsmål som har til hensikt å påvirke elevenes faglige tenkning, og her vil læreren ha elevene til å matematisere. Dette er spørsmål læreren kjenner svaret på, og som inviterer elevene til å se sammenhenger, til å utforske en problemstilling og til å begrunne. Her finner vi for eksempel hvorfor-spørsmål og spørsmål som utforsker matematisk mening. På område C kjenner læreren ikke svaret, men etterspør elevenes tenkning, deres forklaring og begrunnelser for egne løsninger. I område D ønsker læreren å påvirke elevene, men sitter ikke med svarene på spørsmålene som blir stilt selv. I dette området er spørsmålenes hensikt å stimulere elevene til refleksjon, og foreta selvstendige valg knyttet til videre utforskning. Læreren vil ved hjelp av sine spørsmål utfordre elevenes tenkning, uten å styre den i en bestemt retning. Spørsmålene her er ofte karakterisert av en hva hvis-formulering. De kjennetegnes ved å være uvitende og hypotetiske, samtidig som de fremmer selvstendig tenkning. Dette er spørsmål som bærer preg av undersøkende virksomhet ved at læreren utfordrer elevene faglig, uten å ha kontroll og uten å vite hvilken retning elevene vil ta. Solem og Ulleberg (2015) understreker også at det er glidende overganger i modellen.

I denne studien vil Solem og Ulleberg (2015) sin modell fungere som en operasjonalisering til komponenten som omhandler spørsmålsstilling i Hufferd-Ackles et al. (2004) sitt rammeverk. Modellen viser hvilke type spørsmål som hører til under de ulike nivåene i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004) , og den viser tydelig hvordan disse spørsmålene er formulert. Spørsmålene som ligger i område A i modellen kan klassifiseres innenfor nivå 0 i rammeverket. Spørsmålene i område B kan kategoriseres innenfor nivå 1, og spørsmålene i område C hører til under nivå 2. Til slutt kan spørsmålene i område D karakteriseres innenfor nivå 3. Slik vil modellen til Solem og Ulleberg (2015) ha en operasjonaliseringsfunksjon til rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004), og bidra til å gi et nyansert bilde av spørsmålsstillingen i matematikkundervisningen.

2.3 Hvilken betydning har kommunikasjonen for undervisningen og elevene?

I diskusjonen om de ulike kommunikasjonsformene vil det være relevant å ta utgangspunkt i hvilken betydning kommunikasjonen har for undervisningen og elevene. Kommunikasjon og språk har en stor betydning når man skal lære matematikk, samt når man skal bruke faget (Botten & Torkildsen, 2015). Men hvordan kan kommunikasjonen egentlig påvirke elevenes forståelse for matematikkfaget?

Kommunikasjonen kan bidra til å skape bedre forståelse for faget, større engasjement i læringsprosessen og derved et bedre læringsresultat (Botten og Torkildsen, 2015). Læreren kan legge opp til læringssituasjoner hvor elevene får være aktive språkbrukere, der de lærer å bruke begreper og får trent på å kommunisere. Samtaler som dette kan blant annet bidra til at elevene må sette ord på egne tanker, lære seg å lytte til andre og forsøke å forstå andres ideer. En slik kommunikasjon fører til at elevene må utforske ulike fremgangsmåter for å løse matematiske problemer, samt argumentere for sine påstander og resonnere med andre. Slik vil kunnskapen i langt større grad bli elevens egen, og ikke bare kunnskap som de opplever blir forsøkt overført fra andre til dem (Botten & Torkildsen, 2015). Denne kommunikasjonen kan bidra til å bygge begrepsmessige sammenhenger hos elevene. En slik forståelse for matematikkfaget bidrar til å utvikle det Skemp (1976) beskriver som relasjonell forståelse. Dette innebærer at elevene vet både *hvordan* en oppgave skal løses, og de kan forklare *hvorfor* metoden fungerer. Forskning viser at slike dialogiske samtaler i mange tilfeller er mangelvare i skolen (Dysthe 2003; Alexander, 2008).

I skolen i dag blir det lagt stor vekt på å vise elevene hvordan man skal finne det riktige svaret, men å vite hvorfor og se sammenhenger får mindre oppmerksomhet (Alseth et al., 2003). Dette bidrar til å utvikle en instrumentell forståelse hos elevene. Skemp (1979) beskriver instrumentell forståelse som «rules without reasoning». Dette innebærer å lære elevene et økende antall regler, og formler som kan brukes til å løse oppgaver. Det blir lagt fokus på å lære elevene *hvordan* en oppgave skal løses ved hjelp av en innøvd formel, men eleven vet ikke nødvendigvis hvorfor regelen fungerer, eller hvordan den kommer frem til korrekt svar. Skemps (1979) beskrivelse av instrumentell og relasjonell forståelse har likheter til det Hiebert og Lefevre (1989) kaller prosedyrekunnskap og begrepsmessig kunnskap. Prosedyrekunnskap beskriver de som kunnskap om regler og prosedyrer for å løse bestemte problemer, mens begrepskunnskap brukes for å beskrive kunnskap som er rik på relasjoner. Dette vil si at elevene er i stand til å knytte og forbinde kunnskap sammen, at de har et nettverk av kunnskap som er linket sammen.

Det er flere indikasjoner på at kommunikasjonen i matematikkundervisningen sjeldent bidrar til at elevene får muligheten til å utvikle begrepsmessig kunnskap eller relasjonell forståelse i skolen (Alseth et al., 2003). Boalers (2002) forskning viser til tilfeller der elever distanserer seg fra faget, fordi de ikke ser hensikten ved å engasjere seg i et fag der de må lære tilsynelatende fakta utenat. Kan matematiske samtaler og kommunikasjonen utgjøre en forskjell? Det er dette jeg ønsker å undersøke ved hjelp av denne studien.

2.4 Hvilken rolle spiller læreren for kommunikasjonen?

En kan også stille seg spørsmålet om hvilken rolle læreren har for kommunikasjonen som foregår i matematikkundervisningen? Rollen læreren tar på seg i helklassesamtalen vil være betydelig for kommunikasjonen. Boaler (2003) testet elevers kunnskap i matematikk gjennom en felles test i klasserom som både drev med tradisjonell og reformbasert undervisning. Ut i fra hennes forskning kom hun frem til følgende: «our data set showed that the teacher was the only significant variable in the achievement of students» (Boaler, 2003, s. 6). Dermed hevder hun at det ikke er de overordnede målene eller ideene bak de ulike undervisningspraksisene, som er avgjørende for elevenes kunnskapsutvikling. Det er heller lærerens faktiske handlinger i undervisningen, som er den kritiske faktoren. Slik kommer det til syne at lærerens undervisning spiller en stor rolle for elevenes kunnskapsutvikling.

Ut i fra sine studier identifiserer Askew (2001) tre ulike orienteringer som omhandler lærerens undervisning. Med begrepet orientering menes lærerens oppfatning og praksis rundt matematikkundervisning, og dette vil være av betydning for hvilken retning kommunikasjonen tar. De ulike orienteringene kommer til uttrykk i hvordan læreren tenker omkring matematikkunnskap, og hva læreren velger å legge fokus på i undervisningen (Aksew, 2001). En lærer vil ofte være en kombinasjon av de ulike orienteringene, men noen lærere kan passe bedre inn i en av beskrivelsene. Den første orienteringen beskriver Askew (2001) som en *transmissionist*. Ved en slik orientering vil læreboka stå i fokus, samt hvordan den presenterer fagstoffet. Her legger læreren vekt på å vise elevene spesifikke løsningsmetoder eller algoritmer, som de kan bruke i konkrete situasjoner eller oppgaver. Kommunikasjonen mellom læreren og elevene går hovedsakelig ut på spørsmål og svar, for å teste om eleven kan reprodusere metoden som blir introdusert for dem. Slik er kommunikasjonen i stor grad preget av et IRE-mønster. En slik orientering er fremtredende i tradisjonell matematikkundervisning (Askew, 2001).

Den neste orienteringen Askew (2001) beskriver er det han kaller for en *connectionist*. Ved en slik lærerorientering handler det ikke om å lære elevene en riktig fremgangsmåte for å løse spesifikke oppgaver. Verdier som kommer til syne hos slike lærere er at læring skjer gjennom samhandling med andre, at elevene skal ha kjennskap til ulike løsningsstrategier og kunne velge den som er best egnet til de ulike oppgavetypene, og at elevene skal se sammenhenger ved de ulike kunnskapsområdene. Dialog og diskusjon med elevene er sentralt ved denne orienteringen, slik kan læreren få innsikt i hvordan elevene tenker og hjelpe dem i utviklingen av deres matematiske kompetanse. Den tredje orienteringen Askew (2001) beskriver er en lærer som vektlegger *discovery*. En slik lærerorientering setter eleven i sentrum, og legger til rette for at elevene selv skal oppdage den matematiske kunnskapen. For denne læreren blir elevenes egne løsningsmetoder verdsatt, og alle metoder er gode så lenge de kommer frem til rett svar. Disse tre orienteringene bidrar til at læreren tar ulike roller i undervisningen og helklassesamtalen, og dermed vil dette bidra til å påvirke kommunikasjonen i matematikkundervisningen.

2.5 Oppsummering

Gjennom dette kapittelet har jeg gjort rede for det teoretiske grunnlaget for denne studien. Dette grunnlaget har vært viktig for både utforming og gjennomføring av datainnsamlingen. Kommunikasjon som foregår i matematikkundervisningen er sentralt ved denne studien, da det er dette fenomenet som skal undersøkes. Derfor var det viktig å rette søkelys mot hva læreplanen i matematikk vektlegger ved den kommunikative kompetansen elevene skal utvikle. Videre har det vært relevant å gjøre rede for ulike kjennetegn ved kommunikasjonen i matematikkundervisningen. I de to siste delkapitlene har jeg vist hvilken betydning kommunikasjonen har for undervisningen og elevene, og hvilken rolle læreren har for kommunikasjonen. Med dette som utgangspunkt vil jeg i det følgende metodekapittelet redegjøre for forskningsdesign og metodiske valg.

3.0 Metode

Det er studiens problemstilling som legger føringer for metoden (Larsen, 2017). I denne studien lyder problemstillingen som følgende: *Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet?*

Målet med studien er å få dypere innsikt i hva som kjennetegner kommunikasjonen mellom lærer og elev under helklassesamtalen i matematikk, og hva som skjer med kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir rom til utforskende aktivitet. I dette kapittelet vil jeg beskrive og begrunne hvordan jeg har valgt å gå frem for å belyse denne problemstillingen. Jeg vil først presentere studiens forskningsdesign (kapittel 3.1) og utvalg (kapittel 3.3). Videre i kapittel 3.4 vil jeg klassifisere studiens metode ytterligere, og i kapittel 3.5 vil jeg gjøre rede for de etiske betraktningene. Deretter i kapittel 3.6 følger en beskrivelse av innsamlingen av datamaterialet, og i kapittel 3.7 vil jeg beskrive hvordan datamaterialet har blitt analysert. Avslutningsvis vil jeg i kapittel 3.8 drøfte studiens troverdighet.

3.1 Forskningsdesign

I oppstarten av studien var det klart for meg at jeg ønsket å studere kommunikasjonen i matematikkundervisningen, da dette var et tema som fanget min interesse i løpet av Grunnskolelærerutdanningen. Ved startfasen av studien lød problemstillingen som følgende: *Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen?* På det tidspunktet var jeg klar over at dette ikke var den endelige problemstillingen for oppgaven, men jeg ønsket å undersøke kjennetegn ved kommunikasjonen, før jeg ferdigstilte problemstillingen og bestemte meg for videre arbeid med studien. For å undersøke kjennetegn ved kommunikasjonen, så jeg det hensiktsmessig å gjennomføre en kasusstudie med et kvalitativt forskningsdesign. Jeg ønsket å innhente kompleks og utfyllende informasjon, for å kunne identifisere gjennomgående kjennetegn ved kommunikasjonen, og kvalitative metoder bidrar til dette (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Ifølge Mertens (2005) blir kvalitativ forskning benyttet når hensikten er å gi en grundig beskrivelse av en spesifikk situasjon eller praksis, og når en vil undersøke et fenomen i sine naturlige omgivelser. Dermed er et slikt forskningsdesign godt egnet til denne studien, da formålet er å gi en omfattende beskrivelse av kommunikasjonen som vanligvis foregår i matematikkundervisningen. I tillegg er en slik tilnærming fleksibel. Det gir rom for å endre opplegget og forskningsdesignet etter hvert som man oppnår større innsikt i studien (Thagaard, 2018). Dette var viktig for meg med tanke på at jeg gikk ut i forskningsfeltet uten en ferdigstilt problemstilling. Det er heller ingen fasit for hvordan en kasusstudie skal gjennomføres, og dermed hadde jeg som forsker relativt frie tøyler (Christoffersen & Johannessen, 2012)

Hovedpoenget ved en kasusstudie er å oppnå rikelig med informasjon om de enhetene eller caser, som studien retter oppmerksomheten mot (Thagaard, 2018). Med bakgrunn i dette og tidsperspektivet ved studien, har jeg valgt å foreta et kasusstudium der jeg fokuserer på et kasus - og dette er kommunikasjonen i matematikkundervisningen til Egil. En av fordelene ved slike studier er at man kan fordype seg i materialet, og deretter studere de enkelte funnene (Bryman, 2008). I min studie startet jeg med å fordype meg i matematikkundervisningen til Egil, for å få innsikt i kjennetegn ved kommunikasjonen. I analysen av disse funnene kom det flere muligheter til syne, der jeg observerte at samtaler som utforsker elevenes tenkning og som bærer preg av undersøkende karakter var "like rundt hjørnet". Dette gjorde meg nysgjerrig, og jeg ønsket derfor å gjennomføre en intervensjonsstudie. Slik kom jeg frem til den andre delen av problemstillingen: *Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet?* Jeg startet i utgangspunktet med en relativt åpen problemstilling, som videre ble utviklet og formet underveis i prosessen. Dermed har jeg hatt en induktiv tilnærming i denne studien (Larsen, 2017).

3.2 Utvalg

I min studie er utvalget av informanter lite, og ved slike tilfeller er det viktig å anvende en utvelgingsprosess som er hensiktsmessig for problemstillingen (Thagaard, 2018). Utvalgskriteriet har vært avhengig av hvilke informanter som kan være med på å belyse kommunikasjonen i matematikkundervisningen. Informantene i denne studien har på denne måten blitt strategisk valgt ut. Utgangspunktet for en slik utvelgelse er dermed ikke representativitet, men heller hensiktsmessighet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Jeg har tatt i bruk eksisterende sosiale nettverk i skolesystemet for å få tak i informanter. Det kan være en fordel å ta i bruk egne nettverk for å komme seg ut i forskningsfeltet. Dette skyldes at det ofte er nødvendig med en høy grad av tillit for å utføre enkelte typer kvalitative studier (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ved dette prosjektet må en lærer være komfortabel med å gi meg tilgang til sitt klasserom, være bekvem med min tilstedeværelse i sin undervisning og stole på meg som forsker. Det er ikke en selvfølge at enhver lærer vil gi meg denne tilliten, og slik har mine eksisterende nettverk i skolen vært til hjelp med å finne en lærer som ønsker å gi meg tilgang til sin undervisning. Jeg har valgt å gjennomføre prosjektet i en 7. klasse. Nærmere spesifikt gjennomføres studien i matematikkundervisningen til denne klassen, der det er en lærer og seksten elever til stede.

Jeg vil i det følgende kapittelet klassifisere metoden som har blitt brukt for å innhente informasjon om kommunikasjonen i undervisningen.

3.3 Klassifisering av metode

Jeg har valgt å bruke observasjon som metode. Videre vil jeg begrunne dette valget, og redegjøre for fordeler og ulemper ved en slik metode.

Kvalitativ data kan samles inn på ulike måter. I denne studien har jeg valgt å gjøre datainnsamlingen ved hjelp av observasjon kombinert med video- og lydopptak. Observasjon er en metode som er godt egnet når forskeren ønsker direkte tilgang til det som skal undersøkes. I mange sammenhenger er dette den eneste måten å skaffe gyldig kunnskap, ved å faktisk være til stede settingen (Christoffersen & Johannessen, 2012). I min studie ønsker jeg å belyse kommunikasjonen mellom læreren og elevene, og min vurdering er at det vil være vanskelig å få informasjon angående dette temaet, uten å studere det gjennom direkte observasjon. Stiegler og Hieberts (1999) og Kleves (2012) forskning viser at det stor forskjell mellom det læreren ønsker å gjøre i undervisningen, og det som faktisk blir gjort. Kommunikasjonen har lett for å gå inn i visse spor eller mønstre, uten at læreren nødvendigvis er klar over dette selv (Bauersfeld, 1988; Voigt, 1994). Dermed kommer det til syne at observasjon har en stor fordel i min studie, da dette er direkte metode. Mennesker blir ikke spurt om sine holdninger, følelser eller forestillinger, men observatøren ser på hva de faktisk gjør og lytter til hva de sier (Robson, 2002). En slik metode gir forskeren mulighet til å samle ”live” eller direkte data fra reelle situasjoner, og dette vil være hensiktsmessig i min studie (Cohen, Manion & Morrison, 2000).

3.3.1 Observasjon kombinert med video- og lydopptak

Dagens samfunn er i stor grad preget av det vi kan kalle for teknologirike omgivelser, som kan være gode hjelpemidler i forskningsfeltet. Vi har blant annet digitale video- og lydopptakere av høy kvalitet, og med enkle avspillingsmuligheter. Slike redskaper vil være til fordel når observasjon er metoden som ligger til grunn for denne studien, men de medbringer også visse barrierer (Bjørndal, 2017). Som forsker bør du spørre deg hvorvidt bruk av video- og lydopptak kan påvirke dem som blir observert. Enkelte som har blitt observert kan uttrykke denne typen opplevelser: «dette syntes jeg var litt kunstig» eller «slik er det ikke til vanlig». Det er en viss fare for at video- og lydopptak påvirker deltakerne og situasjonen. Til tross for denne risikoen, er disse hjelpemidlene nødvendig for å belyse problemstillingen min.

Observasjon alene vil ikke være tilstrekkelig for denne studien. Det ville vært en stor utfordring for meg å fange opp hvordan en lærer og seksten elever kommuniserer med hverandre til enhver tid, med penn og papir. Et alternativ ville vært å bruke lydopptaker. Dette kan virke mindre forstyrrende, men etter noen vurderinger kom jeg frem til at dette ville medbragt mangler i datamaterialet. Det fanger ikke opp kroppsspråk, ansiktsuttrykk, mimikk og eventuell tekst på smartboard og tavla, som er nødvendig informasjon for å kunne besvare problemstillingen i studien. Men filming sikrer innsamlingen av slikt datamaterialet, og det finnes tiltak en som forsker kan gjøre for å begrense påvirkningen av videoopptak (Christoffersen & Johannessen, 2012; Bjørndal, 2017). Jeg plasserte videokameraet bakerst i klasserommet, og som observatør forsøkte jeg å holde meg mest mulig i bakgrunn, slik at elevene skulle glemme at jeg observerte undervisningen deres. Samtidig foregikk observasjonene over en lenger periode, slik at elevene sluttet å gi både meg og videokameraet mye oppmerksomhet. Varigheten på observasjonene og min rolle som observatør vil jeg utdype ytterligere i kapittel 3.5.3.

Det er mange fordeler ved å bruke video- og lydopptak som hjelpemiddel i forskning (Bjørndal, 2017). Den største fordelen er at opptaket klarer å holde fast observasjoner fra et pedagogisk øyeblikk som ellers ville blitt glemt, eller eventuelt aldri registrert. Opptaket kompenserer for vår begrensede hukommelse, og slik unngår vi at situasjoner blir tapt. Opptaket gir observatøren mulighet til å spole tilbake, og se situasjonen et utallig antall ganger. Hver gang man ser opptaket, kan man registrere noe nytt som trigger interesse og ettertanke. Dette gir mulighet for triangulering. Man kan se på den aktuelle situasjonen med ulikt fokus hver gang, og slik kan du bygge en dypere forståelse for temaet som undersøkes (Bjørndal, 2017; Mertens, 2005). Slike opptak bidrar også til at jeg kan gjøre nøyaktige nedskrivninger av det som blir sagt, og på denne måten unngå subjektive vinklinger på situasjoner som oppstår i matematikkundervisningen. På denne måten kan jeg få et riktig bilde av hva som kjennetegner kommunikasjonen mellom læreren og elevene. Dermed bidrar videoopptak til at både datainnsamlingen og analysen blir mer fullstendig (Cohen et al., 2000).

I denne studien har jeg gjennomført observasjon kombinert med video- og lydopptak i både en naturlig og arrangert setting - hva som legges i disse begrepene, vil det videre bli redegjort for.

3.3.2 Observasjon i en naturlig setting

Observasjonsstudier kan foregå i ulike settinger. Det er vanlig å skille mellom en naturlig og arrangert setting (Christoffersen & Johannessen, 2012). Min studie har foregått i begge disse settingene, men jeg vil begynne med å gjøre rede for den naturlige settingen. Det gjelder å finne en setting som vil bidra til å belyse problemstillingen ved studien. Min problemstilling er todelt, og jeg ønsket i første omgang å undersøke hva som kjennetegner kommunikasjonen mellom lærer og elev i ordinær matematikkundervisning. For å få et svar på dette måtte observasjonene mine foregå i en naturlig setting, og i dette tilfellet var det i matematikkundervisningen til Egil. Lund og Haugen (2006) kaller dette for naturlig observasjon, fordi observasjonen finner sted i informantenes naturlige miljø.

I en slik setting vil det være ulike roller en kan ta på seg som observatør. I denne studien tok jeg rollen som ikke-deltakende observatør. Det innebærer at jeg observerte informantene fra et innsideperspektiv. Dette vil si at jeg observerte hva som skjedde i klasserommet, men uten selv å delta i undervisningen (Christoffersen & Johannessen, 2012; Mertens, 2005). En slik rolle har latt meg være til stede i undervisningen for å samle inn datamaterialet, samtidig som jeg har holdt meg mest mulig i bakgrunn. Thagaard (2018) understreker at det er viktig å tilstrebe å gjøre seg lite bemerket, for at forskerens nærvær skal virke relativt lite inn på undersøkelsessituasjonen. Som en ikke-deltakende observatør har min tilstedeværelse påvirket undervisningen i minst mulig grad, og dette kan ha bidratt til at jeg har fått et riktig bilde av hvordan kommunikasjonen normalt pleier å foregå i matematikkundervisningen. Denne rollen tok jeg med videre i den arrangerte settingen, som jeg vil beskrive i det følgende kapittelet.

3.3.3 Observasjon i en arrangert setting

Videre i denne studien ønsket jeg å undersøke hva som eventuelt skjer med kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet. Denne delen av observasjonen har foregått i en arrangert setting. Slike settinger er spesielt konstruert for å se nærmere på fenomenet som undersøkes (Christoffersen & Johannessen, 2012). Jeg ønsket å studere hvordan kommunikasjonen i matematikkundervisningen blir påvirket, dersom læreren gjennomfører et spesifikt undervisningsopplegg med klassen sin. Dermed har jeg gjennomført en intervensjonsstudie (Fangen, 2010).

Undervisningsopplegget læreren skulle gjennomføre er utviklet av Jo Boaler og Cathy Humphreys (2005) og kalles for *The border problem,* eller rammeproblemet. Dette er et undervisningsopplegg som jeg selv ble introdusert for mitt andre året på Grunnskolelærerutdanningen, under emnet «kommunikasjon og undersøkende virksomhet». Jeg har selv gjennomført dette opplegget i en klasse, og fått erfare hvordan det kan påvirke den lærerdominerte kommunikasjonsformen og gi rom for utforskende aktivitet. I forkant av den arrangerte undervisningen hadde jeg en grundig gjennomgang med læreren som skulle gjennomføre undervisningsopplegget. Hva som ble sagt og gjort i denne gjennomgangen blir beskrevet i kapittel 3.5.4.

En kan stille seg spørsmålet om hvorfor jeg ikke gjennomførte dette undervisningsopplegget selv? Det er flere grunner til dette. I hovedsak handler det om at jeg ønsket å studere hva som eventuelt skjer med trekkene ved kommunikasjonen som var fremtredende i den ordinære undervisningen, når læreren tok i bruk dette undervisningsopplegget. Det innebærer at den samme læreren som normalt underviser klassen må gjennomføre opplegget. Etter flere vurderinger kom jeg frem til at et skifte av lærer ville være kritisk for kommunikasjonen. Dette ville bidratt til å endre mange faktorer og rammer rundt matematikkundervisningen, som igjen kunne påvirket det endelige resultatet. Et skifte av lærer ville skapt andre forventninger hos elevene, som muligens hadde bidratt til at de hadde tatt roller som er annerledes enn det de normalt har i klasserommet. Samtidig hadde jeg mistet min rolle som ikke-deltakende observatør, og dermed ville min tilstedeværelse hatt stor påvirkning for kommunikasjonen i matematikkundervisningen. Derfor kom jeg frem til at det mest gunstige i min studie vil være at matematikklæreren selv gjennomfører dette undervisningsopplegget med sin klasse.

3.4 Etiske betraktninger

Det oppstår etiske problemstillinger når man utfører forskning som direkte berører mennesker (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2010). Videre vil jeg fokusere på de etiske forholdene i forskningsprosessen.

Min studie er pliktet til å følge de forskningsetiske retningslinjene for OsloMet, som igjen følger nasjonale retningslinjer. I likhet med all annen forskning bygger denne studien på tillit til at «forskningen utføres i overensstemmelse med anerkjente krav til etterrettelighet og objektivitet» (OsloMet, 2014, s. 1). Når en skal gjennomføre forskning som er i direkte kontakt med mennesker, er forskeren forpliktet til å melde studien til behandling ved Personvernombudet for forskning ved Norsk senter for forskningsdata (NSD) (Dalland, 2012). Denne studien ble meldt opp til NSD, og det ble fylt ut elektroniske skjemaer på deres hjemmesider, der relevante opplysninger om forskningsprosjektet ble oppgitt, frem til studien ble vurdert og godkjent (vedlegg 1). NSD sikrer at personvernloven og forskningsetiske retningslinjer følges i studien.

Thagaard (2018) trekker frem tre etiske retningslinjer, som er viktig å ta hensyn til ved kvalitative studier. Dette er: informert samtykke, konfidensialitet og konsekvenser av å delta i forskningsprosjektet. Jeg vil redegjøre for hvordan disse ble ivaretatt i denne studien. Utgangspunktet for ethvert forskningsprosjekt, baseres på prinsippet om at forskeren må ha deltakerens informerte samtykke. Dette handler om at deltakerne informeres om studiens overordnede formål, og hovedtrekkene i forskningsdesignet. Det innebærer også at man sikrer seg at de involverte deltar frivillig, og informerer om dem om at de har rett til å trekke seg ut av studien når som helst (Kvale & Brinkmann, 2015; Thagaard, 2018). Jeg sendte ut informasjonsbrev med denne informasjonen, og samtykkeerklæring til både lærer og elever, samt deres foresatte (vedlegg 2 og 3). Slik forsikret jeg at informantene deltok frivillig i studien, og var bevisste på at de når som helst kunne trekke seg, uten at dette hadde negative konsekvenser for dem. Det er viktig å understreke at dette er et sårbart punkt for denne studien, da det kun tar utgangspunkt i *et* kasus.

Det neste grunnprinsippet ved en etisk forsvarlig forskningspraksis, er kravet om konfidensialitet. Innsamlet informasjon som omhandler personlige forhold, skal behandles konfidensielt og fortrolig av forskeren. Personlige opplysninger skal vanligvis være avidentifisert, slik at deltakerne skal være anonymisert (Thagaard, 2018). Hva som skal gjøres med dataene som blir et resultat av informantenes deltakelse, må tydelig formidles (Kvale & Brinkmann, 2015). Læreren og elevene fikk i informasjonsbrevet bekreftet anonymitet. Navn og opplysninger skal erstattes med koder, slik at deres deltakelse ikke vil kunne gjenkjennes. De fikk også informasjon om at det bare er meg og min veileder som vil ha tilgang på datamaterialet, og at dette vil oppbevares trygt på en ekstern harddisk, som vil være innelåst på et eget rom. Deltakerne fikk klar beskjed om at all video- og lydopptak vil bli slettet når prosjektet avsluttes våren 2019, og at det som blir lagret av studien, er anonymisert datamateriale på fakultet for lærerutdanningen og internasjonale studier ved OsloMet.

Det tredje prinsippet for en etisk forsvarlig forskningspraksis, knyttes til de konsekvensene forskningen kan ha for deltakerne. Forskeren har ansvar for å unngå at deltakerne blir utsatt for alvorlig fysisk skade, eller andre urimelige belastninger som følge av forskningen (Thagaard, 2018, s. 26). Sett fra et nytteperspektiv, bør summen av potensielle fordeler for deltakerne veie tyngre enn risikoen for skade ved deltakelse. På denne måten kan forskeren gjøre det forsvarlig å gjennomføre undersøkelsen (Kvale & Brinkmann, 2015). I forbindelse med feltarbeidet, var det viktig for meg at informantene opplevde observasjonene som noe positivt. Jeg var opptatt av å vise interesse for å lære mer om kommunikasjonen i undervisningen, og at jeg var der for å få kunnskap og innsikt av læreren - ikke for å dømme eller kritisere. Jeg ønsket at min tilstedeværelse og nysgjerrighet skulle gjøre læreren bevisst på sin kommunikasjon, og at intervensjonsstudien skulle gi læreren mulighet til en annerledes tilnærming til matematikkundervisning, enn det man vanligvis holder på med i en hektisk lærerhverdag. Jeg ønsket at dette skulle være en ressurs og et tilskudd til lærerens repertoar, som han kan ta i bruk igjen senere, eller være til inspirasjon til å teste andre undervisningsopplegg med elevgruppen. Disse faktorene var potensielle fordeler, for læreren og elevene, ved å delta i studien. Slik var det flere potensielle fordeler ved å delta i prosjektet enn eventuell risiko, og det var dermed forsvarlig for meg å gjennomføre undersøkelsen.

Jeg vil i det følgende kapittelet gi en beskrivelse av hvordan innsamlingen av datamaterialet har foregått.

3.5 Gjennomføring

3.5.1 Adgang til forskningsfeltet

I en slik studie som jeg har gjennomført er det nødvendig å få tillatelse fra skolens ledelse, før prosjektet kan settes i gang (Thagaard, 2018). Jeg kontaktet først ledelsen og fortalte dem om formålet med forskningsprosjektet mitt, og hva det ville innebære å delta. Ledelsen stilte seg positivt til at jeg kunne gjennomføre studien ved deres skole, og de satte meg i kontakt med en av deres lærere. Et problem med adgang "ovenfra", er at jeg som forsker kan bli sett på som ledelsens utsending, og dette kan være med på skape lite tillit mellom meg og læreren (Thagaard, 2018). Derfor bør man som forsker ikke ha mer kontakt med ledelsen enn det som er nødvendig, og det er viktig at læreren på lik linje med ledelsen får en forespørsel om frivillig deltakelse. Jeg personlig sendte derfor denne læreren en forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet (vedlegg 2). Dette var et informasjonsskriv med utgangspunkt i NSD sin mal, som omhandlet tema, hensikten med forskningsprosjektet og informasjon om deltakelse. Her kom det tydelig frem at det var frivillig å delta i undersøkelsen, og at læreren når som helst kunne trekke tilbake samtykke uten å oppgi noen grunn. Det ble også understreket at det ikke ville ha noen negative konsekvenser for læreren, hvis vedkommende ikke ville delta, eller om han ved senere anledning valgte å trekke seg. Læreren fikk også informasjon om at det ville være en anonym deltakelse både når det gjaldt navn, skole og område. Det ble også spurt om å gjøre video- og lydopptak under observasjonene. Korrekt og utfyllende informasjon viser at prosjektet er seriøst, samtidig som det bidrar til å hindre misforståelser (Dalland, 2012, s. 105).

Læreren ga skriftlig samtykke til deltakelse i forskningsprosjektet, og deretter ble det sendt ut forespørsel om deltakelse til foresatte og elever. Informasjonsskrivet som ble sendt ut til foresatte og elever, var tilsvarende den informasjonen læreren fikk (vedlegg 3). Her kom det også frem at elevene stod fritt til å velge å delta i prosjektet, og dersom de ikke ønsket å være med i studien kunne eleven følge tilsvarende undervisning i parallellklassen. Da samtykkeerklæringene fra foresatte og elever var samlet inn, kunne forskningsprosjektet settes i gang.

3.5.2 Presentasjon i forskningsfeltet

Når du kommer for å observere på et sted hvor du er ukjent, kan forskningsfeltet oppleve deg som fremmed (Dalland, 2012; Thagaard, 2018). Menneskene du skal observere ønsker å plassere deg. Hvem er denne personene som skal se på oss? Vil de spørre seg selv. Mange vil være mer opptatt av hva slags person du er, fremfor hva du er ute etter å observere. Derfor møtte jeg opp i klassen studien skulle foregå i, før selve observasjonene ble satt i gang. Dette kunne bidra til at deltakerne utviklet tillit til meg som person og forsker. Jeg ga deltakerne en personlig presentasjon av meg selv, for å forebygge usikkerhet. Videre fikk elevene mulighet til å stille meg spørsmål, og etter en utfyllende presentasjon om meg selv, var det på tide å gi klassen en presentasjon av forskningsprosjektet. I miljøer som ikke er kjent med forskning fra før av, kan et slikt prosjekt bli oppfattet som truende. Det er derfor viktig at vi oppnår tillit mellom forsker og deltaker, dette ved å gi informasjon om hva prosjektet går ut på og hva du som forsker skal gjøre (Thagaard, 2018).

I presentasjonen av forskningsprosjektet hadde jeg fokus på å få frem at målet var å se nærmere på kommunikasjonen mellom lærer og elev i matematikkundervisningen, og at observasjoner i dette klasserommet kunne bidra til å belyse dette. Deretter forklarte jeg elevene at jeg ville gjøre video- og lydopptak under observasjonene, da det ville være vanskelig for meg å notere alt som ble kommunisert i undervisningen. Jeg trengte dermed dette som støtte. Her ble det understreket at det bare ville være meg og eventuelt min veileder som ville se disse opptakene, og at det i oppgaven ikke ville komme frem hvem elevene er eller hvilken skole de går på. De fikk også informasjon om at når prosjektet avsluttes i mai 2019, vil all video- og lydopptak bli slettet, og det som blir lagret av studien er anonymisert datamaterialet. Til tross for at dette kom til syne i informasjonsskrivene som ble delt ut til foresatte og elever, kom jeg frem til at en ytterligere presentasjon av dette i forskningsfeltet, ville være med på å styrke deltakernes tillit til meg som forsker.

3.5.3 Observasjon av den ordinære matematikkundervisningen

Det er viktig å ta seg god tid til å bli kjent med forskningsfeltet, og på denne måten vil deltakerne bli vant til at du er i miljøet (Dalland, 2012). Derfor gjennomførte jeg den første observasjonen i klassen uten å gjøre video- og lydopptak, slik skulle elevene bli vant til at jeg var til stede, før jeg tok med meg videoutstyret inn i klasserommet. Jeg brukte god tid på å gjøre meg kjent i forskningsfeltet, for at jeg ikke skulle bli oppfattet som fremmed. Dette bidro til å kvalitetssikre mine observasjoner. Observasjonene som ble gjort i studien kan karakteriseres som strukturert observasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012; Dalland, 2012). Dette handler om at jeg på forhånd hadde utarbeidet en problemstilling, og visste hva jeg skulle se etter under observasjonene. Jeg så etter kjennetegn ved kommunikasjonen mellom læreren og elevene. I og med at det også ble gjort videoopptak, som sikret detaljert dokumentasjon av datamaterialet, tok jeg i liten grad observasjonsnotater. Jeg hadde laget et observasjonsskjema, der jeg noterte dato for leksjonen, tema, og eventuelle kommentarer om hva som skjedde og grove trekk ved kommunikasjonen (vedlegg 4). Slik fikk jeg en oversikt over hva som skjedde i de ulike leksjonene.

Antall observasjoner studien skulle bestå av, ble ikke avgjort på forhånd. Det var vanskelig å avgjøre hvor mange observasjoner som eventuelt måtte gjennomføres for å besvare problemstillingen. Det er nødvendig og tilstrekkelig å observere til en ikke lenger får noen ny informasjon, og når man ser at de samme situasjonene gjentar seg (Kvale & Brinkmann, 2009). Her snakker vi om en grenseverdi eller et metningspunkt, da det ikke lenger har noen hensikt å hente inn mer data (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det kan være vanskelig å vite nøyaktig hvor mange observasjoner som skal til før en når dette metningspunktet. Derfor tok jeg beslutningen om at observasjonene skulle foregå utover høsten 2018, men antall observasjoner ble ikke fastsatt i forkant av gjennomføringen. Jeg gikk ut i forskningsfeltet for å se hva som kjennetegner kommunikasjonen i matematikkundervisningen. Dette resulterte i totalt ti observasjoner i en tre måneders periode, før jeg begynte å se at de samme trekkene i kommunikasjonen gjentok seg igjen og igjen. Dermed hadde studien kommet til et punkt hvor jeg ikke lenger innhentet ny informasjon, og det var på tide avslutte observasjonene i den naturlige settingen.

Under observasjonene ble det, som beskrevet ovenfor, gjort video- og lydopptak. Videoobservasjon innebærer en rekke fordeler, som ble forklart i kapittel 3.3.1, men når man skal bruke dette i forskningsfeltet, er det en rekke avgjørelser som må bli tatt på forhånd. Jeg valgte å låne videokamera og stativ fra medieseksjonen på OsloMet, og ikke bruke eget kamera eller mobiltelefon, da dette er av dårligere kvalitet og lite egnet til slike situasjoner. Jeg plasserte videokamera på et stativ bakerst i klasserommet, og holdt meg hele tiden i bakgrunn. Fordelene er vanligvis større når man bruker et stabilt kamera på stativ, som kan beveges fra side til side i langsomme bevegelser. Dette vil gi et roligere oversiktsbilde, som er enklere å arbeide med for forskeren. I tillegg retter dette mindre oppmerksomhet mot kamera og observatøren, enn om jeg skulle gått rundt og filmet i undervisningen (Bjørndal, 2017). På denne måten kunne både læreren og elevene glemme at jeg var til stede, og undervisningssituasjonen ville bli så normal som mulig.

3.5.4 Gjennomføring av intervensjonsstudien

Da det var innhentet nok datamaterialet som omhandlet kommunikasjonen i den ordinære matematikkundervisningen, var på tide å sette i gang prosessen for å samle inn dataene fra den arrangert settingen. Her ønsket jeg å se på hva som eventuelt skjer med kommunikasjonsmønsteret i matematikkundervisningen når læreren selv tar i bruk oppgaver som gir mulighet til utforskende aktivitet. Som tidligere beskrevet, gikk intervensjonsstudien ut på at læreren skulle gjennomføre *The border problem,* eller rammeproblemet, med sin klasse (Boaler & Humphreys, 2005). Dette var et undervisningsopplegg denne læreren tidligere hadde hørt om, men noe han aldri hadde gjennomført. Derfor var det viktig å sette av rikelig med tid, for å ha en grundig gjennomgang av dette undervisningsopplegget med læreren. Hvordan undervisningsopplegget skal gjennomføres blir nøye beskrevet i boken *Connecting mathematical ideas* av Boaler og Humphreys (2005). Her blir målene for økten, hvilke oppgaver læreren skal ta i bruk og potensielle elevsvar beskrevet og diskutert. Det følger også med et videoopptak, der Humphreys gjennomfører undervisningsopplegget med sin klasse.

Jeg møtte læreren to dager før han skulle gjennomføre undervisningsopplegget, for å gå gjennom opplegget sammen med han. Jeg begynte med å presentere de generelle tankene bak opplegget, slik det står beskrevet i boken, at elevene gjennom egen fornuft, forkunnskaper og egne resonnementer skal løse matematiske problemer (Boaler og Humphreys, 2005). Det skal dermed være fokus på å utforske elevenes tanker, og ikke på å komme fortest mulig frem til rett svar. Deretter viste jeg læreren videoopptaket av Cathy Humphreys, der hun gjennomfører undervisningsopplegget. Til slutt lagde læreren og jeg en powerpoint sammen, som læreren skulle bruke til støtte i undervisningen. Denne powerpointen startet med et mål for timen, som vi ble enig om ut i fra kompetansemålene elevene skal mestre etter 7.trinn. Dette målet lyder som følgende: «jeg kan utforske og beskrive strukturer og forandringer i geometriske mønstre» (Utdanningsdirektoratet, 2006). Videre i powerpointen ble de ulike oppgavene læreren skulle ta i bruk skrevet ned (vedlegg 5). Denne powerpointen fungerte som en oversikt, i tilfelle læreren skulle glemme noe av undervisningsopplegget eller de ulike oppgavene. Vi ble også enige om at læreren ikke skulle forhaste seg for å rekke å gjøre alle oppgavene, men heller prøve å skape diskusjoner som ville utforske elevenes tanker, og la elevene komme frem til de matematiske løsningene. Tilsvarende Humphreys undervisningspraksis, da hun gjennomfører opplegget med sin klasse.

To dager senere fant selve gjennomføringen av undervisningsopplegget sted. Jeg tok nok en gang rollen som ikke-deltakende observatør, for at min tilstedeværelse skulle påvirke undervisningen i minst mulig grad. Under observasjonene ble det gjort video- og lydopptak. Det var satt av en klokketime til å gjennomføre opplegget, og læreren fikk gjennomført alle oppgavene, bortsett fra den siste (vedlegg 5, slide 7).

3.6 Analyse av datamaterialet

Hvordan man analyserer datamaterialet henger sammen med hvilken problemstilling man har (Johannessen et al., 2010). Min problemstilling lå hele tiden i bakhodet da jeg skulle analysere datamaterialet. Dermed ble samtaler som omhandlet ikke-matematiske temaer (som tekniske problemer med PC, smartboard, informasjon om prøver, lekser og lignende), sett bort ifra. Videre i dette kapittelet vil jeg kort beskrive hvordan jeg analyserte datamaterialet.

Jeg startet med å transkribere videoopptakene fra den ordinære matematikkundervisningen. Her ble all form for kommunikasjon skrevet ned, og handlinger, ansiktsuttrykk eller kroppsspråk ble notert dersom det ble ansett som hensiktsmessig. I transkripsjonene valgte jeg også å skrive alt av tall og symboler med ord, slik at nedskrivingene ble riktig i forhold til det som ble sagt. Transkripsjonene ble gjort like etter datamaterialet ble samlet inn, slik at alle observasjoner og inntrykk fremdeles var ferskt i minnet. Videre har jeg kodet og kategorisert datamaterialet. Dette innebærer å systematisere dataene som er samlet inn (Kvale & Brinkmann, 2009). Jeg begynte med transkripsjonene fra den naturlige settingen, altså den ordinære matematikkundervisningen. Dette datamaterialet ble organisert i fire kategorier med utgangspunkt i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004), som ble beskrevet i kapittel 2.2.4. Disse kategoriene er komponenter som deres studier har vist som avgjørende for kommunikasjonen og nivået på helklassesamtalen. De fire kategoriene er lærerens rolle, lærerens spørsmålsstilling og elevenes forklaringer, matematiske representasjoner og ansvaret elevene har for læring i klasserommet.

I analysen av datamaterialet til den ordinære matematikkundervisningen tok jeg for meg én kategori av gangen. Jeg begynte med å lese gjennom transkripsjonene med fokus på lærerens rolle. Kjennetegnene ved de ulike nivåene som er beskrevet under lærerens rolle i figuren til Hufferd-Ackles et al. (2004), fungerte som koder til denne kategorien. Jeg gikk gjennom datamaterialet og markerte kjennetegn innenfor nivå 0 med gul farge, kjennetegn innenfor nivå 1 med grønn, nivå 2 med blå og nivå 3 med rød. Dermed kunne jeg identifisere hvilke trekk som var generelt gjennomgående ved lærerens rolle i helklassesamtalen. Videre tok jeg i bruk teori som beskriver ulike kjennetegn ved kommunikasjonen, for å analysere datamaterialet (Alrø & Skovsmose, 2005; Boaler, 2002; Brousseau, 1997; Chapin et al., 2009; Kazemi og Hintz, 2014; Mehan, 1979; Skott et al., 2008; Solem & Ulleberg, 2015; Wells, 1999). Slik fikk jeg et oversiktlig og nyansert bilde av hvilke aspekter ved kommunikasjonen, som var fremtredende i matematikkundervisningen. Denne prosessen gjentok jeg tre ganger til, for å analysere tre resterende kategoriene. Det analyserte datamaterialet vil bli presentert i kapittel 4.1. Deretter gjennomførte jeg den samme analyseprosessen på nytt med datamaterialet fra den arrangerte undervisningen, altså intervensjonsstudien. Dette datamaterialet vil bli presentert i kapittel 4.2.

3.7 Studiens troverdighet

Hvordan er det vi egentlig vurderer kvaliteten på kvalitativ forskning? Da må vi rette oppmerksomheten mot studiens troverdighet. Det gir utgangspunkt for hvordan andre forskere kan vurdere fremgangsmåten i prosjektet, og de resultatene som kommer til syne. Begrepene validitet og reliabilitet er sentrale for dette. Validitet handler om gyldigheten av de resultatene vi kommer frem til i studien, og reliabilitet handler om forskningens pålitelighet (Thagaard, 2018). Flere kritiske kommentarer kommer mot slutten av oppgaven i kapittelet 5.5.

3.7.1 Validitet

Datamaterialet som samles inn i en undersøkelse er ikke selve virkeligheten, men en representasjon av den. Et sentralt spørsmål vil da være - hvor relevant eller hvor godt datamaterialet representerer fenomenet som undersøkes? I forhold til dette brukes begrepet validitet, og det innebærer hvor gyldig eller sann studien er. Validitet handler om hvorvidt forskerens metode og funn henger sammen med undersøkelsens formål, og om de representerer "virkeligheten" (Dalland, 2012; Johannessen et al., 2010). Jeg vil videre beskrive hvilke tiltak som har blitt gjort for å sikre validiteten.

Validiteten ansees som høy, dersom en samler inn datamaterialet som har relevans for studiens problemstilling (Grønmo, 2015). Metoden er avgjørende for hvilket datamaterialet som blir samlet inn, og dermed validiteten. Valg av metode, i denne studien, ble foretatt med ønsket om å belyse hva som kjennetegner kommunikasjonen mellom lærer og elev i matematikkundervisningen, og hva som skjer med denne kommunikasjonen når læreren tar i bruk oppgaver som gir mulighet til utforskende aktivitet. Med bakgrunn i denne problemstillingen falt valget av metode på observasjon. Observasjon er godt egnet som metode når forskeren ønsker direkte tilgang til det som undersøkes. I mange sammenhenger er dette den eneste måten å skaffe gyldig kunnskap, ved å selv være til stede i settingen (Christoffersen & Johannessen, 2012). Som beskrevet tidligere, viser både Stiegler og Hieberts (1999) og Kleves (2012) forskning at det stor forskjell mellom det læreren ønsker å gjøre i undervisningen, og det som faktisk blir gjort. Kommunikasjonen har lett for å gå inn i visse spor eller mønstre, uten at læreren nødvendigvis er klar over dette selv (Bauersfeld, 1988; Voigt, 1994). Ved observasjon blir ikke mennesker spurt om sine holdninger, følelser eller forestillinger, men observatøren ser på hva de faktisk gjør og lytter til hva de sier (Robson, 2002). Dermed kommer det til syne at observasjon som metode kan bidra til å gi valide svar på studiens problemstilling.

Et annet tiltak som ble gjort for å sikre høy grad av validitet, var at jeg fulgte matematikkundervisningen til denne klassen over en lenger periode. Slik ble læreren og elevene trygge i situasjonen der jeg var observatør i klasserommet, og filmet undervisningen deres. Her kan også det første besøket i klassen ha vært spesielt viktig, da dette medvirket til at klassen allerede hadde etablert en relasjon med meg før selve datainnsamlingen startet. Videre vil jeg gjøre rede for hva som ble gjort for å styrke reliabiliteten av studien.

3.7.2 Reliabilitet

Reliabilitet handler om forskningens pålitelighet, og kan knyttes til studiens datamaterialet. Det dreier seg om nøyaktigheten av undersøkelsens data: hvordan dataene samles inn, hvilke data som brukes og hvordan de bearbeides (Kvale & Brinkmann, 2015). Det handler om hvordan jeg som forsker mestrer å skape et troverdig bilde av datamaterialet som blir samlet inn. Innen kvalitativ forskning finnes det ingen bestemte måter å teste reliabiliteten, slik det gjør innenfor kvantitativ forskning. Det er vanskelig å tenke seg at det er mulig å gjennomføre en observasjonssekvens flere ganger, og ende opp med samme resultatet. Derfor blir forskerens utfordring å beskrive fremgangsmåten så nøyaktig at leseren får opplevelsen av å være tilstede (Dalland, 2012). Jeg har dermed forsøkt å etablere et troverdig bilde av studien og styrke reliabiliteten, ved å beskrive mine metodevalg og fremgangsmåte i tilknytning til datainnsamlingen og analyseprosessen, slik at en utenforstående kan vurdere forskningsprosessen trinn for trinn (Johannessen et al., 2010; Thagaard, 2018).

I denne studien har observasjon blitt brukt som metode, og ved en slik metode kan det være utfordrende å sikre reliabiliteten. Dette skyldes av at forskeren tar med seg alle sine opplevelser, erfaringer og kunnskaper inn i observasjonen, og disse er med på å farge og fokusere observasjonene som blir gjort (Postholm, 2010). Det er viktig å fremheve at jeg, som beskrevet i kapittel 3.3.3, har hatt positive erfaringer med undervisningsopplegget som ble gjennomført i intervensjonsstudien. Dette må erkjennes og jeg må som forsker være bevisst min egen subjektivitet, slik at jeg forholde meg til observasjonene på riktig måte. Et nyttig hjelpemiddel til dette, er bruken av videoopptak under observasjonene. Det vil bidra til å sikre både reliabiliteten og validiteten. Dersom jeg kun hadde benyttet meg av penn og papir under observasjonene, hadde jeg allerede her satt i gang med en selektiv utvelgelse. Derimot vil videoopptak fange opp alt som skjer under observasjonene. Opptaket kompenserer for vår begrensede hukommelse, og gir forskeren muligheten til å gjøre nøyaktige nedskrivninger av det som blir sagt og gjort. Slik vil datainnsamlingen og analysen bli mer fullstendig, og jeg som forsker har hatt et godt verktøy som kan ha bidratt til å styre unna subjektive vinklinger av det som har skjedd i undervisningen (Bjørndal, 2017; Cohen et al., 2000).

Thagaard (2018) argumenterer for at forskeren kan styrke reliabiliteten ved å redegjøre for hva som er primærdata, og holde dette atskilt fra forskerens fortolkninger. Denne fremgangsmåten innebærer at vi gjøre rede for hva som er notater fra observerte hendelser, og hva som er våre vurderinger og kommentarer. Dermed har jeg vært opptatt av å etablere et skille mellom hva som er primærdata, og hva som er tolkninger av meg som forsker i analysen. Et slikt skillet vil bidra til å styrke reliabiliteten og validiteten i studien.

Gjennom metodekapittelet har jeg gjort rede for hvilke valg som har blitt tatt i forskningsprosessen, begrunnet for disse og redegjort for innsamlingen av datamaterialet. Jeg har også diskutert prosjektets etiske betraktninger og studiens troverdighet. I det følgende analysekapittelet vil jeg presentere og analysere datamaterialet.

4.0 Analyse

I dette kapittelet vil jeg presentere datamaterialet som kan bidra til å besvare oppgavens problemstilling: *Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet?*

I denne studien ønsket jeg å belyse på hva som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i ordinær matematikkundervisning. I analysen av dette datamaterialet kom det flere muligheter til syne, der den undersøkende undervisningen var ”like rundt hjørnet”. Dette gjorde meg nysgjerrig, og jeg ønsket å se nærmere på hva som eventuelt skjer med kommunikasjonen i dette klasserommet når læreren tar i bruk oppgaver som gir rom for utforskende aktivitet. Dette var motivasjonen som lå til grunn for å gjennomføre en intervensjonsstudie, og studiens problemstilling legger dermed opp til et komparativt perspektiv. Derfor faller det seg naturlig å dele analysekapittelet i to, der jeg i kapittel 4.1 presenterer og analyserer datamaterialet som ble samlet inn fra den ordinære matematikkundervisningen. I kapittel 4.2 vil datamaterialet som ble samlet inn under den arrangerte undervisningen bli presentert og analysert.

For å analysere datamaterialet har jeg tatt i bruk teori som ble beskrevet i kapittel 2.2 - hva kjennetegner kommunikasjonen i matematikkundervisningen (Alrø & Skovsmose, 2005; Boaler, 2002; Brousseau, 1997; Chapin et al., 2009; Hufferd-Ackles et al., 2004; Kazemi og Hintz, 2014; Mehan, 1979; Skott et al., 2008; Solem & Ulleberg, 2015; Wells, 1999). Jeg kategoriserer både kapittel 4.1 og 4.2 med utgangspunkt i de fem komponentene i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Slik vil jeg få et oversiktlig og nyansert bilde av hvilke aspekter ved kommunikasjonen som var fremtredende i matematikkundervisningen.

4.1 Kommunikasjonsmønsteret i den ordinære matematikkundervisningen

Jeg observerte totalt ti undervisningstimer med ordinær matematikkundervisning i klasserommet til Egil. Etter disse ti observasjonene begynte jeg å se at de samme trekkene i kommunikasjonen gjentok seg, og det var ikke lenger nødvendig å samle inn data for å kunne besvare den første delen av problemstillingen - hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? For å belyse dette spørsmålet vil jeg vise til vedlegg 4, som er en oversikt over de ti leksjonene som ble observert. Ut i fra dette observasjonsskjema og transkribert datamaterialet har jeg valgt ut dialoger som er generelt gjennomgående for hvordan læreren og elevene kommuniserer med hverandre. Disse dialogene kategoriseres, som beskrevet ovenfor, etter de fem komponentene i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Til tross for at disse komponentene har innvirkning på hverandre, velger jeg å skille alle, utenom spørsmålsstilling og elevenes forklaringer, fra hverandre i dette kapittelet. Dette er for å få et kategorisert og omfattende bilde av kommunikasjonen i undervisningen.

Jeg vil først i kapittel 4.1.1 se nærmere på lærerens rolle i helklassesamtalen, deretter i kapittel 4.1.2 vil jeg fokusere på lærerens spørsmålsstilling og elevenes forklaringer av matematisk tenkning. Videre i kapittel 4.1.3 vil jeg se på de matematiske representasjonene som ble brukt i undervisningen, og til slutt i kapittel 4.1.4 ansvaret elevene har for læring i klasserommet.

4.1.1 Lærerens rolle

Alle de ti leksjonene startet med at Egil presenterte et matematisk emne for elevene, og videre fikk de introdusert en bestemt fremgangsmåte eller algoritme som skulle følges. Deretter skulle elevene jobbe selvstendig med oppgaver, som var tilsvarende den typen Egil hadde gjennomgått i fellesskap. Mot slutten av timen ble det sjeldent tid til oppsummering, eller en gjennomgang av elevenes løsningsstrategier til oppgavene. I klasserommet til Egil kom det til syne at lærerstyrt tavleundervisning og rutineoppgaver var dominerende. En slik tilnærming til matematikkfaget er karakteristisk for det Alrø og Skovsmose (2005) beskriver som tradisjonell matematikkundervisning. For å gi et nyansert bilde av lærerens rolle i helklassesamtalen, har jeg valgt ut eksempler fra leksjon 2, 3 og 7 som bidrar til å illustrere dette. Det er viktig å understreke at jeg kunne analysert faktorer som omhandler de andre kategoriene i de utvalgte dialogene, da disse komponentene har innvirkning på hverandre. Likevel velger jeg å kun ta for meg lærerens rolle i dette kapittelet. Dette er for å skape orden og oversikt i analysen. Jeg vil begynne med å vise til transkripsjonene fra leksjon 7.

Leksjon 7

K.1 Lærer: Gjennomsnitt, er det noen som vet hva det er for noe?

K.2 Kari: Skal jeg si hvordan man finner svaret, altså hvordan man regner det ut?

K.3 Lærer: Det kan du godt gjøre.

K.4 Kari: Hvis det er tre personer og de skal gå å handle og de bruker ulik tid, hvis du skal finne gjennomsnittet av det, så tar du og regner sammen hvor lang tid alle brukte, så deler man det på tre. Er det sånn?
K.5 Lærer: Ja. Vi regner ut gjennomsnitt ved å summere alle verdiene og dividere på antall observasjoner.

Læreren innleder med å stille et spørsmål som oppmuntrer til elevsvar, og han velger ut Kari til å svare. Kari svarer på lærerens spørsmål ved å gi et eksempel på hvordan man kan regne ut gjennomsnitt (linje K.1 til K.2). Videre søker hun bekreftelse fra læreren på om hennes svar stemmer, og denne bekreftelsen får hun ved at læreren svarer «ja» (linje K.4 til K.5). Her kommer det til syne at kommunikasjonen følger det Mehan (1979) beskriver som et IRE-mønster. Egil initierer til en interaksjon, Karis oppgave blir å gi en respons og til slutt evaluerer Egil svaret som har blitt avgitt. I linje K. 5 tar også læreren i bruk det samtaletrekket Chapin et al. (2009) beskriver som gjentakelse. Dette er et redskap som kan bidra til å få klarhet i hvordan elevene tenker, og som kan hjelpe andre elever med å følge med på hvordan medelevene resonnerer. Det gjør elevenes ideer tilgjengelige, og det skjer ved at læreren gjentar delvis eller helt det en elev sier, videre blir elevene bedt om å gi tilbakemelding på om gjentakelsen er korrekt eller ikke. Læreren gjentar ikke Karis eksempel, men med utgangspunkt i svaret hennes peker han på det som er viktig og han gir en definisjon på hva gjennomsnitt er. Han ber ikke om respons på om det han sier er korrekt eller ikke i forhold til hennes svar. Videre i samtalen tar læreren utgangspunkt i en eksempeloppgave han har laget selv, og samtalen fortsetter som følger.

Leksjon 7
K.6 Lærer: Nå har jeg laget en liten startoppgave.
[Læreren viser en oppgave som omhandler gjennomsnitt på smartboarden]
K.7 Lærer: Hvordan kan vi finne ut hvor mange sokker det er i gjennomsnitt? Og gjennomsnitt det vil si hvis vi skulle delt alle sokkene som de har med seg til sammen, på fire personer, da skal alle ha like mange sokker hver. Hvordan kan man da regne ut dette?
K.8 Markus: Jeg tror det er å plusse sammen alle sokkene og dele det på fire. Er det riktig?
K.9 Lærer: Ja, da må vi først plusse. Kåre hadde med seg fire sokker, Bjørn hadde med seg fjorten sokker, Kari ti sokker og Jan tolv sokker. Da skriver vi opp regnestykket fire pluss fjorten pluss ti pluss tolv. Da må vi legge sammen det her, og da kan vi bruke oppstillingsmetoden. Da tar vi først fjorten pluss ti. Hva blir det Johanne?

K.10 Johanne: Tjuefire.

K.11 Lærer: Mhm, så tar vi tolv pluss fire. Hva er det Lars?

K.12 Lars: Det blir seksten.

K.13 Lærer: Stemmer, så må vi legge sammen det her da, altså tjuefire pluss seksten. Noen som har svaret på det?

K.14 Daniel: Førti.

K.15 Lærer: Førti ja.

K.16 Daniel: Du gjør det så vanskelig med den oppstillinga, man kan bare ta det i hodet.

K.17 Lærer: Ja, det er mange metoder her. Så totalt har disse personene med seg førti sokker. Så vi har nå førti sokker, så skal de nå ha like mange sokker hver. Da regner vi ut gjennomsnittet, da blir det førti del på fire, som er lik? Hva må jeg gange med fire for å få førti?

K.18 Karianne: Ti.

K. 19 Lærer: Riktig. Så nå har vi regnet ut gjennomsnittet, så da må vi ha et lite tekstsvar. Da skriver vi: de har med seg ti sokker i gjennomsnitt.

[Lærer skriver på tavla]

Læreren innleder dialogen med å spørre «hvordan kan vi finne ut hvor mange sokker det er i gjennomsnitt?» (linje K.6). Dette er et spørsmål som etterspør elevenes tenkning, og slik får de i utgangspunktet muligheten til å ta plass i dialogen og resonnere på egen hånd (Solem & Ulleberg, 2015). Denne sjansen forsvinner da læreren selv forklarer hvordan denne oppgaven skal løses i linje K.7, og slik holder han på kontrollen over helklassesamtalen. Videre følger han opp med å stille spørsmålet «hvordan kan man da regne ut dette?». Til tross for at han på dette tidspunktet har gitt svaret på sitt eget spørsmål. Dette fører til at Markus så og si gjentar det læreren har sagt, men med egne ord (linje K.8). Slik kommer det til syne at læreren legger føringer for elevenes matematiske tenkning (Hufferd-Ackles et al. 2004). Dette kommer også frem videre i samtalen, da læreren forteller at klassen i fellesskap skal legge sammen regnestykket ved hjelp av oppstillingsmetoden (linje K.9). Daniel er kritisk til denne metoden, og han mener hoderegning hadde vært en bedre strategi (linje K.16). Dette responderer læreren på ved å si at det finnes mange metoder til å løse regnestykket (linje K.17). Likevel er det bare lærerens løsningsmetode som det blir tatt utgangspunkt i, og det blir i liten grad gitt rom for elevenes bidrag eller deres matematiske tenkning i helklassesamtalen (Hufferd-Ackles et al. 2004).

Denne dialogen viser også at læreren kommuniserer med elevene gjennom et IRE-mønster. Det er hele tiden læreren som initierer til interaksjon ved å stille spørsmål. Slik får elevene i oppgave å gi en respons, og deretter evaluerer læreren elevsvarene. Dermed er det læreren som har ordet store deler av tiden, og det kan føre til at elevene er lite aktive i samtalene (Solem & Ulleberg, 2015). Begge dialogene fra leksjon 7 viser at læreren har styringen og kontrollen over helklassesamtalen. Jeg vil trekke frem en dialog fra leksjon 3 som illustrerer dette ytterligere.

Leksjon 3

K.1 Lærer: Målet for denne timen er: jeg kan fremstille og sortere data i en tabell, og vise resultatene ved hjelp av søylediagram. Hva vil data si? Jeg skal fremstille sorterte data? Data hva kan det være? Magnus?

K.2 Magnus: Fakta for eksempel.

K.3 Lærer: Fakta ja. Har du et eksempel du kunne tatt i klassen her for eksempel?

K.4 Magnus: Litt sånn for eksempel vi kan gjøre et eksperiment på hva favorittmaten vår er. Dataen er liksom det vi vet om ja, eeh.

K.5 Lærer: Ja, så data er det vi har fått inn som informasjon da?

K.6 Magnus: Ja.

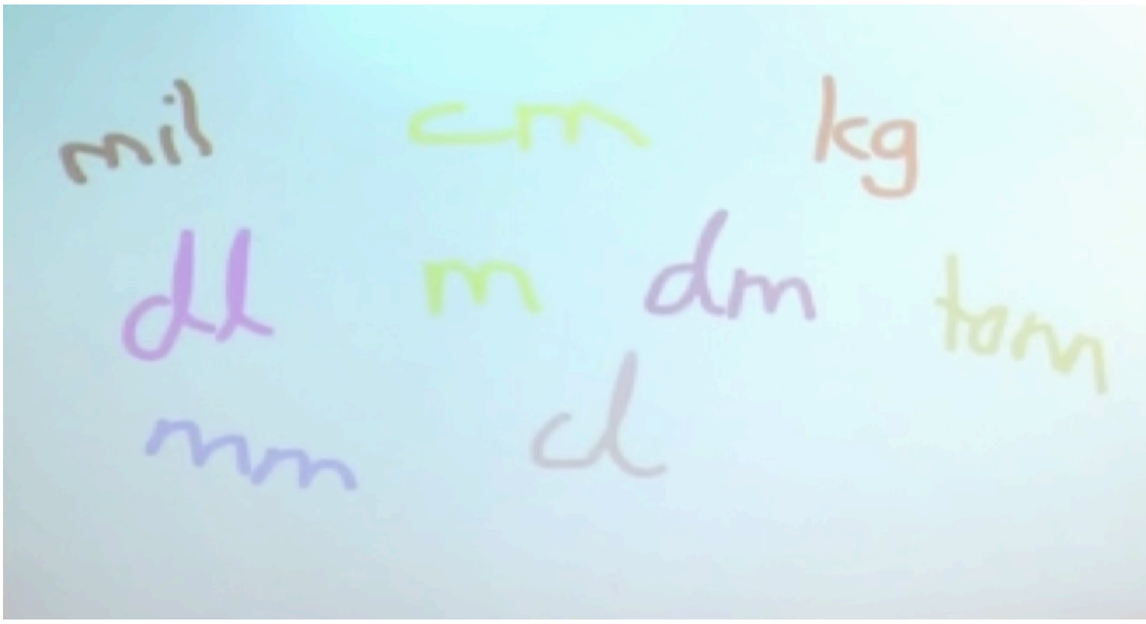
K.7 Lærer: Mhm, det er data. Kjempe bra.

I denne dialogen kommer det til syne at kommunikasjonen følger et IRE-mønster. Læreren stiller et spørsmål som oppmuntrer til elevsvar, og han velger ut Magnus til å gi respons på spørsmålet (linje K.1). Magnus beskriver data som fakta (linje K.2). Læreren evaluerer svaret Magnus gir, og det står ikke til lærerens forventninger. Dermed fortsetter interaksjonen med et oppfølgingsspørsmål fra læreren, der han ber om et eksempel (linje K.3). Magnus gir et eksempel, men han virker igjen usikker da han skal beskrive hva data faktisk er (linje K.4). Videre i linje K.5 tar læreren i bruk samtaletrekket Chapin et al. (2009) beskriver som gjentakelse, men uten at han tar utgangspunkt i elevens svar. Han bruker samtaletrekket til å utdype og generalisere data som informasjon. Et slikt trekk i kommunikasjon understreker Wells (1999) som vanlig i undervisning som bærer preg av et IRE-mønster. I slike dialoger kommer det til syne at læreren styrer og dominerer helklassesamtalen. Den følgende dialogen fra leksjon 2 illustrerer også dette.

Leksjon 2

Elevene får som startoppgave å notere ned alle måleenhetene de kjenner til i arbeidsboka. Etter noen minutter stopper læreren elevene, og dialogen går som følger.

K.1 Lærer: Okei, da går vi videre. Da kan dere se på bildet jeg har oppe på smartboarden nå.



Figur 5: Lærerens illustrasjon av ulike måleenheter.

K.2 Lærer: Var det noen som hadde noen av de her? Opp med en hånd.

[Alle elevene rekker opp hånda]

K.3 Lærer: Var det noen som hadde to av de? Opp med hånda.

[Alle elevene rekker opp hånda]

K.4 Lærer: Mhm, fire av de da?

[Alle elevene rekker opp hånda]

K.5 Lærer: Seks da?

[Færre elever rekker opp hånda]

K.6 Lærer: Noen som hadde alle sammen?

[Et par elever rekker opp hånda]

K.7 Lærer: Veldig bra! Desiliter, hva er det vi kan bruke for å finne fire desiliter, Kari?

K.8 Kari: Desilitermål.

K.9 Lærer: Riktig, og når kan man bruke det, Lene?

K.10 Lene: Når man skal bake.

K.11 Lærer: Ja, når man skal bake for eksempel. Helt riktig.

Elevene har fått i oppgave å skrive ned alle måleenhetene de kjenner til. Videre viser læreren frem de måleenhetene han har skrevet på smartboarden, og har en håndsopprekning med elevene, for å se om de har skrevet ned tilsvarende måleenheter (linje K.1 til K.6). Slik blir det i liten grad gitt rom for elevenes bidrag i dialogen. Deretter følger helklassesamtalen et IRE-mønster, hvor læreren initierer til interaksjon ved å stille lukkede spørsmål, elevene responderer på disse og læreren evaluerer svarene (linje K.7 til linje K.11). En slik kommunikasjon fører til at elevene gir korte svar i respons til læreren (Skott et al., 2008). Det er læreren som dominerer i dialogen, og det er han som styrer helklassesamtalen.

Dialogene fra leksjon 2, 3 og 7 viser at læreren har en dominerende rolle i helklassesamtalen. I slike dialoger blir det i liten grad gitt rom for elevenes bidrag, eller deres matematiske tenkning. Dermed er det læreren som har ordet store deler av tiden, og det kan føre til at elevene er lite aktive i samtalene (Solem & Ulleberg, 2015). Når undervisningen struktureres slik, bærer kommunikasjonen et preg av IRE-mønsteret. Ved hjelp av dette mønsteret utdyper og generaliserer læreren elevbidragene. En slik struktur gir læreren god kontroll over dialogen, men det kan bidra til at læreren legger føringer for elevenes matematiske tenkning (Hufferd-Ackles et al. 2004). En slik kommunikasjon kategoriserer lærerens rolle i helklassesamtalen innenfor nivå 0 ut i fra rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Når en av de fem komponentene ligger på dette nivået representerer det et tradisjonelt klasserom, og dermed kan det sies at leksjonene har et preg av tradisjonell matematikkundervisning.

4.1.2 Spørsmålsstilling og elevenes forklaringer

I dette kapittelet vil jeg se nærmere på spørsmålsstillingen til læreren, og elevenes forklaringer. Når en analyserer spørsmålsstillingen til læreren, vil det falle seg naturlig å kommentere de matematiske forklaringer som springer ut av disse spørsmålene. Dermed har jeg valgt å plassere disse to komponentene under samme kategori. Som beskrevet i kapittel 2.2.5, kommer jeg til å bruke Solem og Ulleberg (2015) sin modell for spørsmålstyper som en operasjonalisering av lærerens spørsmålsstilling, for å få et nyansert bilde av kommunikasjonen. Jeg har valgt ut dialoger fra leksjon 4, 5, 7 og 8, for å illustrere gjennomgående trekk innenfor denne kategorien. Jeg vil først presentere dialogen fra leksjon 5.

Leksjon 5

K.1 Lærer: Da har vi fått opp diagrammet ut i fra tabellen vi lagde, hvilken matrett var det klassen likte best?

K.2 Daniel: Taco.

K.3 Lærer: Riktig, og hvilken likte de minst?

K.4 Maria: Spagetti.

K.5 Lærer: Spagetti, hvilken likte de nest minst?

K.6 Marte: Hamburger.

K.7 Lærer: Riktig, hva var likt, eller på andre plass?

K.8 Joakim: Pizza og kebab.

K.9 Lærer: Med et sånt diagram får vi god oversikt, og det er enkelt å hente ut dataene eller informasjonen.

I dialogen ovenfor initierer læreren til interaksjon ved å spørre om hvilken matrett elevene liker best (linje K.1). Elevene får i oppgave å gi respons på dette spørsmålet, og det gjør de ved å si matretten, som for eksempel «taco» (linje K.2). Deretter evaluerer læreren elevsvaret ved å si «riktig» eller ved å gjenta svaret. Slik følger kommunikasjonen et IRE-mønster, da læreren stiller lukkede spørsmål, som elevene gir respons på. Læreren stiller spørsmål som han vet svaret på, og slike spørsmål er karakteristiske innenfor område A i Solem og Ullebergs (2015) modell. Disse spørsmålene klassifiseres som testspørsmål eller pseudospørsmål, og de bidrar i liten grad til faglige utfordringer. Solem og Ulleberg (2015) fremhever at lærerens hensikt ved en slik spørsmålsstilling er å orientere seg. Denne spørsmålsstillingen kan kategoriseres innenfor nivå 0 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Spørsmål som dette bidrar til at elevene gir korte og entydige svar, og slike forklaringer er karakteristiske innenfor nivå 0 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Dersom en ser nærmere på denne helklassesamtalen, så ligger det en ubrukt mulighet til at elevene kunne resonnert seg frem til å se hensikten og formålet med å lage diagrammer i matematikk.

Dialogen fra leksjon 5 viser at læreren stiller lukkede spørsmål, som bidrar til at elevene gir entydige og korte svar. Jeg vil også vise til en dialog fra leksjon 8 som illustrerer dette ytterligere.

Leksjon 8

Denne økten arbeider elevene med å lære seg å bruke hensiktsmessige måleenheter. Egil går gjennom noen oppgaver i fellesskap med klassen, hvor elevene skal gi svar på hvilken måleenhet som passer til setningen.

K.1 Lærer: Fra Oslo til Skien er det tjue hva for noe? Da må dere ha litt peiling på hvor Skien er. Da skal dere få litt ekstra informasjon. Jeg bruker cirka to timer fra Oslo til Skien med bil, da er det snittfart på cirka åtti km i timen. Tjue hva for noe, tror dere det er fra Oslo til Skien da?
K.2 Erik: Tjue meter.
K.3 Lærer: Tjue meter er det herfra til andre siden av bygning. Da må det være lenger enn det fra Oslo til Skien. Tjue km eller tjue mil er det snakk om her.
K.4 Erik: Tjue km da?
K.5 Lærer: Tjue km ja, for eksempel til Lillestrøm så er det tjue km, og jeg bruker to timer til Skien med bil.
K.6 Erik: Åja.
K.7 Lærer: Det er ikke km som er riktig da, hva tror du det er da isteden?
K.8 Erik: Eeeeh.
K.9 Lærer: Hva er neste etter km da?
K.10 Erik: Mil?
K.11 Lærer: Ja, og hvor mange mil?
K.12 Erik: Tjue mil?
K.13 Lærer: Ja, riktig.

I denne dialogen gir læreren en oppgave som omhandler måleenheter (linje K.1). Han velger ut Erik til å avgi svaret, men svaret hans er feil (linje K.2). Videre gir Egil mer og mer informasjon, for å hjelpe Erik med å komme frem til svaret. Slik forenklet læreren oppgaven, helt til svaret ligger rett foran nesen på eleven. Dette er et eksempel på det Brousseau (1997) beskriver som topaze-effekten. Helklassesamtalen starter med at læreren stiller et spørsmål han vet svaret på, og slike spørsmål kan kategoriseres innenfor område A i Solem og Ulleberg (2015) sin modell. Dette kan klassifiseres som et testspørsmål, og hensikten med slike spørsmål er å finne ut hvilke svar eleven har på oppgaven. Eleven avgir feil svar og læreren gir flere og flere hint, slik at eleven skal komme frem til det korrekte svaret. Slik kommer det til syne at læreren stiller presise spørsmål som har fokus på å veilede eleven frem til rett svar, og eleven gir korte svar i respons. En slik spørsmålsstilling og forklaringene som springer ut av disse, kan kategoriseres innenfor nivå 0 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Dersom en ser nærmere på denne helklassesamtalen, så ligger det en mulighet til å utforske elevens tankegang, kan eleven vise til noe annet som er tjue meter langt, og kan det da stemme at det er tjue meter fra Oslo til Skien?

Det er gjennomgående i helklassesamtalen til læreren at han stiller lukkede spørsmål som han vet svaret på. Dette er pseudospørsmål og testspørsmål, der lærerens hensikt er å orientere seg (Solem & Ulleberg, 2015). Slike spørsmål bidrar til at elevene gir entydige og korte svar, og det bidrar til at topaze-effekten kommer til syne. Jeg vil vise til en dialog fra leksjon 7 for å illustrere dette ytterligere.

Leksjon 7

K.1 Lærer: Median, det har vi så vidt vært innom tidligere. Skal vi finne medianen, si du har fått en tallrekke, som kanskje er litt rotete, at den hadde vært for eksempel ni, tjuetre, syv, fjorten, syv, hvis du hadde fått det, så må du sette tallene i stigende rekkefølge, sånn jeg har gjort her.

[Læreren har skrevet opp tallene på tavla]

K.2 Lærer: Syv, syv, ni, fjorten, tjuetre, og for å finne medianen, så må man Nina?

K.3 Nina: Se i midten?

K.4 Lærer: Midten, ja, hva mener du i midten av?

K.5 Nina: Midten av tallrekka.

K.6 Lærer: Ja, her har vi fem tall, da er det to på hver side, syv og syv på den ene siden, og fjorten og tjuetre på den andre siden. Medianen er da?

K.7 Nina: Ni.

Læreren innleder samtalen med å introdusere median, og han viser til et eksempel (linje K.1). Videre initierer han til en interaksjon ved å spørre Nina om hva hun må gjøre for å finne medianen, og hun svarer at man se i midten (linje K.3). Dette svaret står ikke til lærerens forventninger, så han følger opp med å spørre om hva hun må se i midten av (linje K.4). Nina utdyper svaret ved å si at man må se i midten av tallrekka, og Egil bekrefter at dette er rett. Slik kommer det til syne at kommunikasjonen følger et IRE-mønster. Videre viser Egil hvilke tall som er på hver side av medianen, og han følger opp ved å spørre elevene om hva som er medianen (linje K.6). Læreren stiller en rekke lukkede og ledende spørsmål, som fører eleven frem til svaret. Dette er et eksempel på topaze-effekten. Spørsmålene i en slik dialog klassifiserer Solem og Ulleberg (2015) som testspørsmål, og de har en orienterende hensikt for læreren - husker elevene hva median er? Og vet de hvordan man finner det? Videre fortsetter samtalen som følger.

Leksjon 7

K.8 Lærer: Her har jeg listet opp en ny tallrekke. Det er to, to, fire, seks, ti, tolv, og vi skal finne medianen. Det er seks tall, det vil si at det er to tall som er i midten. Da skal man finne gjennomsnittet av de to tallene, som er fire og seks, det blir da medianen. Da tar man fire pluss seks, det er tallene vi har med å gjøre, så deler vi på antall tall.

K.9 Lærer: Fire pluss seks, det blir?

K.10 Jonas: Ti.

K.11 Lærer: Ja, ti del på to det er?

K.12 Nora: Fem.

I denne dialogen viser læreren hvordan elevene skal regne ut medianen, når den består av to tall, og elevene får i oppgave å løse beregningene gitt av læreren. I begge dialogene fra leksjon 7 stiller læreren spørsmål han kjenner svaret på, slike spørsmål er karakteristiske innenfor område A i Solem og Ullebergs (2015) modell. Disse spørsmålene klassifiseres som testspørsmål og beregningsspørsmål, som bidrar i liten grad til kognitive utfordringer eller diskusjon i helklassesamtalen. Slike spørsmål fører til at elevene gir korte svar i respons til læreren. Dermed kan både spørsmålsstillingen og elevenes forklaringer i disse dialogene kategoriseres på nivå 0 ut i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Dersom en ser nærmere på den sistnevnte helklassesamtalen, så ligger det en mulighet til å la elevene utforske matematikken - hva tror dere skjer hvis medianen består av to tall? Prøv å se om dere kan finne ut av dette?

Dialogene fra leksjon 5, 7 og 8 viser at læreren stiller lukkede spørsmål, og at dette bidrar til at elevene gir korte og entydige svar. Men jeg vil også vise til en dialog fra leksjon 4, som skiller seg ut fra det som er generelt gjennomgående for kommunikasjonen.

Leksjon 4

K.1 Lærer: Hvert læringspar får utdelt to terninger, og dere skal kaste begge terningene. Ti kast til sammen. For hver gang dere kaster, så skal dere skrive opp summen på hvilke tall dere får inn i en tabell. Når dere har gjort det, skal du vise resultatene med et søylediagram.

[20 minutter senere]

K.2 Lærer: Når dere er ferdig, skal dere se på diagrammet. Hva er det dere legger merke til med akkurat ditt søylediagram. Her kommer alle til å ha forskjellig, men er det et terningkast du har fått flere av enn andre, er det noe dere ikke har fått, og hvorfor tror dere at det er sånn?

K.3 Kari: Det er tilfeldig.

K.4 Lærer: Men hvorfor tror du at du får akkurat disse tallene? De fleste har for eksempel fått flest syvere på diagrammet sitt. Hvorfor tror dere det er flest syvere?

[Magnus rekker opp hånda]

K.5 Lærer: Okei, da kan Magnus forklare. Hvorfor er det sånn at de fleste har fått flest syvere på diagrammet deres?

K.6 Magnus: Fordi det er flere kombinasjoner som resulterer i for eksempel seks, syv, åtte og ni.

K.7 Lærer: Enn?

K.8 Magnus: Enn det er for eksempel i tolv og to.

K.9 Lærer: Ja, du må forklare litt mer. Fordi toere da, hvor mange kombinasjoner har du som gir to?

K.10 Magnus: Det er bare en kombinasjon.

K.11 Lærer: Ja, for å få summen to, da er det bare en mulig kombinasjon, da er det å få en og en på begge terningene. Det samme med tolv, da må du ha seks og seks på begge terningene. Det finnes bare en kombinasjon. Dermed er det større sannsynlighet for å få syv, enn det er å få tolv og to.

I denne sekvensen har elevene kastet to terninger og laget et diagram ut i fra kastene, og læreren spør om hvorfor de har fått flere av et terningkast fremfor et annet (linje K.2). Da Kari svarer at dette er helt tilfeldig, spisser læreren inn spørsmålet, ved å spørre om hvorfor det er flest kast som har resultert i tallet syv (linje K.3 til linje K.4). Egil initierer til interaksjon ved å spørre Magnus om hans forklaring, Magnus responderer og Egil evaluerer svarene ved å stille konkrete oppfølgingsspørsmål, eller ved at han utdyper Magnus sin forklaring (linje K.5 til linje K.11). Slik følger kommunikasjonen et IRE-mønster. Til tross for at læreren har kontrollen over samtalen, så stiller han et hvorfor-spørsmål i denne dialogen. Slike spørsmål inviterer elevene til å se sammenhenger, og til å utforske en problemstilling. Et slikt spørsmål er karakteristisk innenfor område B i Solem og Ulleberg (2015) sin modell. Spørsmål som dette har til hensikt å påvirke elevenes faglige tenkning i en bestemt retning, og det krever at elevene begrunner svaret sitt. Dette bidrar til en endring i kommunikasjonen, og læreren begynner å utforske elevenes tankegang. Slike kjennetegn ved helklassesamtalen, gjør at både spørsmålsstillingen og elevenes forklaringer kan kategoriseres innenfor nivå 1 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004).

Dialogene fra leksjon 5, 7 og 8 viser at læreren stiller testspørsmål, pseudospørsmål og beregningsspørsmål (Solem & Ulleberg, 2015). Slike spørsmål klassifiseres innenfor område A i Solem og Ullebergs (2015) modell. Solem og Ulleberg (2015) fremhever at lærerens hensikt ved en slik spørsmålsstilling er å orientere seg. Dette er lukkede spørsmål som i liten grad bidrar til kognitive utfordringer og diskusjoner i helklassesamtalen. En slik spørsmålsstilling kan kategoriseres innenfor nivå 0 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Spørsmål som dette bidrar til at elevene gir korte og entydige svar, og slike forklaringer kan kategoriseres innenfor nivå 0 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). En slik kommunikasjon er ifølge Alrø og Skovsmose (2005) karakteristisk i tradisjonell matematikkundervisning. Likevel kommer det en sjelden gang til syne dialoger som skiller seg fra det som er generelt gjennomgående i undervisningen. Dialogen fra leksjon 4 bærer preg av undersøkende karakter, og den viser at den undersøkende matematikkundervisningen er ”like rundt hjørnet”.

4.1.3 Matematiske representasjoner

I dette kapittelet vil jeg se nærmere på de matematiske representasjonene læreren brukte i undervisningen. Når Hufferd-Ackles et al. (2004) diskuterer matematiske representasjoner i rammeverket sitt, tar de ikke utgangspunkt i tallsymboler. De tar i hovedsak utgangspunkt i hvordan visuelle representasjoner og konkreter brukes som støtte i undervisningen. Jeg observerte ingen bruk av konkreter i undervisningen til Egil, men visuelle representasjoner ble brukt i en av leksjonene hans. Dette var leksjon 10, og målet for denne økten var: «jeg kan tegne hensiktsmessige modeller når jeg regner med tekstoppgaver». Dette var en undervisningsøkt der elevene skulle fremstille visuelle representasjoner i forhold til problemløsningsoppgaver. Leksjonen startet med at Egil løste en oppgave sammen med elevene, og viste dem hvordan man skulle tegne hensiktsmessige modeller. Dialogen går som følger.

Leksjon 10

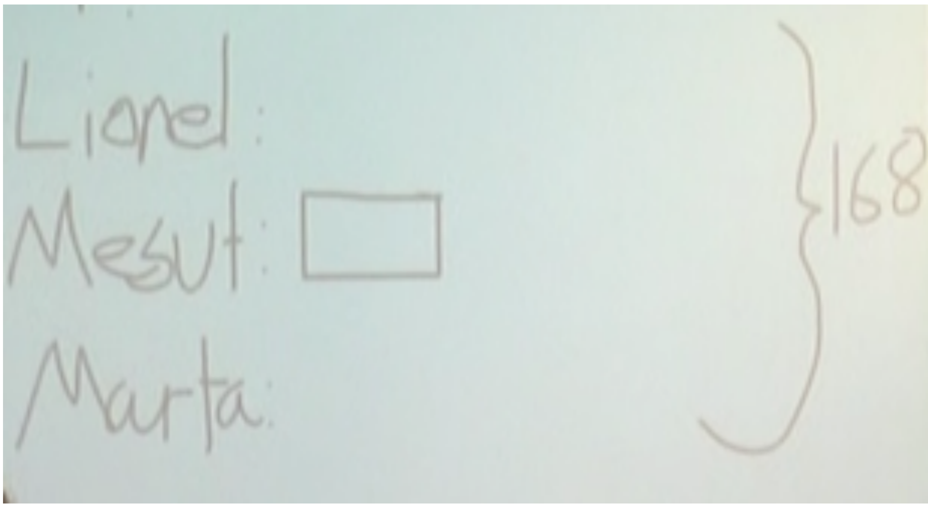
K.1 Lærer: Lionel, Mesut og Marta øver på å trikse fotball. Lionel klarte tretten flere triksinger enn Mesut. Marta klarte tre ganger så mange som Mesut. Til sammen klarte de hundreogsekstiåtte triksinger. Hvor mange triksinger klarte Lionel?

K.2 Joakim: Kan jeg si hvordan man skal regne det ut?

K.3 Lærer: Det skal vi gå litt inn på nå. Lionel, Mesut og Marta trikset med en fotball. Til sammen klarte de hvor mye da?

K.4 Kari: Hundreogsekstiåtte.

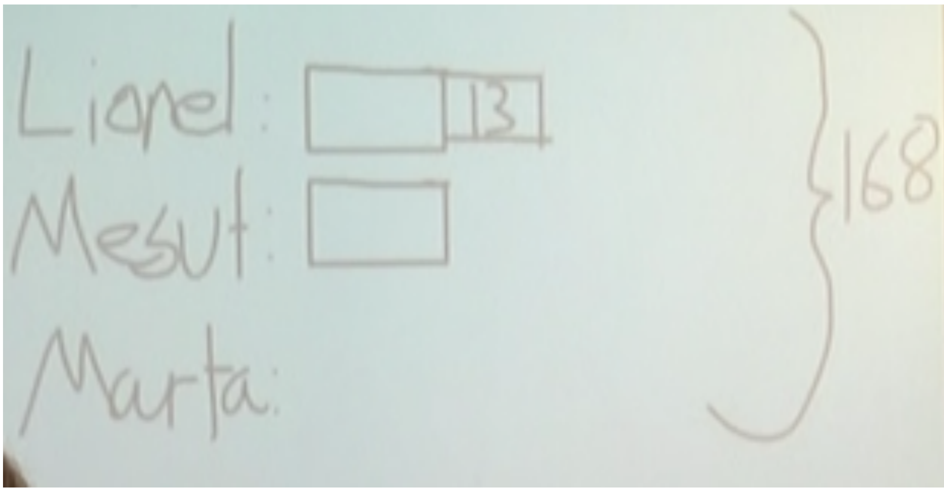
K.5 Lærer: Hundreogsekstiåtte, nå vet jeg at dere ikke har jobba så mye med modeller som dette her før. Derfor er det uvant, og kan være litt annerledes. Det er helt normalt. Men Lionel han klarte tretten flere triksinger enn Mesut. Marta klarte tre ganger så mange som Mesut, og da er det lurt å bruke Mesut da som standardruta. Så da skriver jeg opp alle navnene, og hvor mye de klarte til sammen, så tegner jeg en rute ved Mesut. Dette er så mye han triksa.



Figur 6: Lærerens modell til regnestykket.

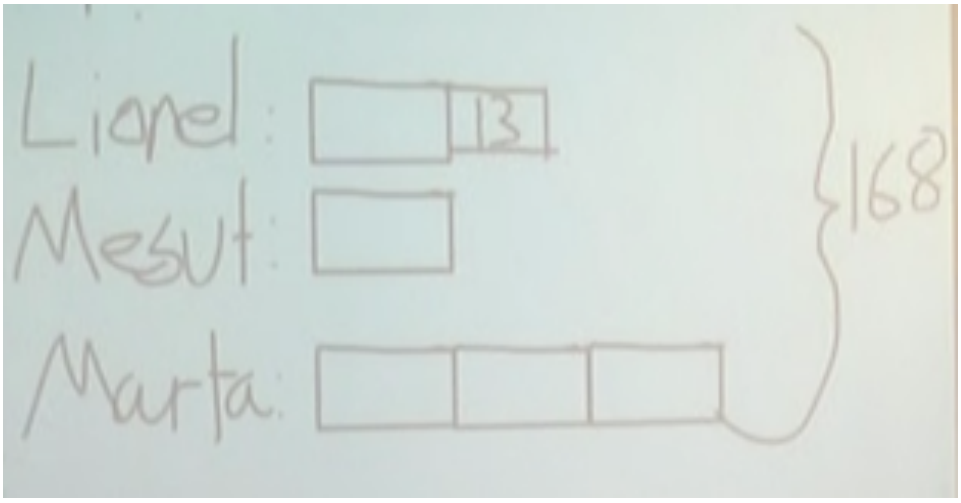
K.6 Lærer: Lionel, hvor mye triksa han? Han triksa like mye som Mesut, da tegner vi en Mesut-rute ved han, pluss hvor mye til triksa han da?

K.7 Lene: Tretten.



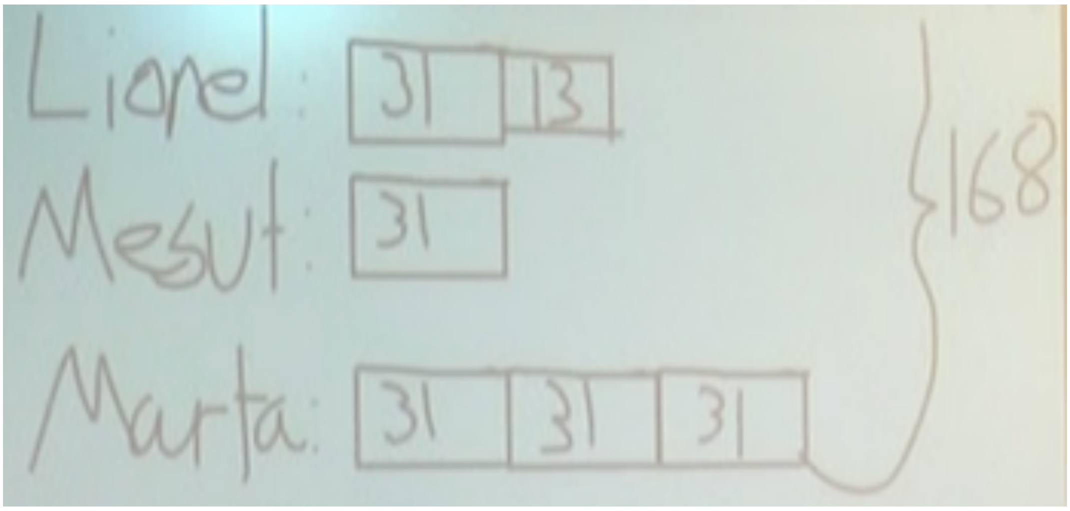
Figur 7: Lærerens modell til regnestykket.

K.8 Lærer: Martha triksa hvor mange Mesuter?
K.9 Daniel: Tre.
K.10 Lærer: Tre ja, sånn som det her.



Figur 8: Lærerens modell til regnestykket.

K.11 Lærer: Hvis vi tar hundreogsekstiåtte nå, som vi vet var antall triksinger til sammen, og trekker fra tretten, som vi vet om, som Lionel har triksa mer enn Mesut, så sitter vi igjen med hundreogsekstiåtte minus tretten, hva blir det?
K.12 Nina: Jeg vet ikke helt.
K.13 Lærer: Nei, det blir hundreogfemtifem. Vi har hundreogfemtifem som vi skal dele på fem like store ruter. Og da kan man ta hundreogfemtifem del på fem, og det blir trettien. Det vil si at vi kan sette inn trettien i alle rutene.



Figur 9: Lærerens modell til regnestykket.

K.14 Lærer: Men er vi ferdig da?

K.15 Erik: Nesten.

K.16 Lærer: Hvor mye triksa Lionel? Hvis vi ser på Lionel, han har trettien i den ene ruta og tretten i den andre. Hvor mye triksa han da?

K.17 Kari: Førtifire.

K.18 Lærer: Ja, Mesut triksa trettien og Martha da, trettien pluss trettien pluss trettien, hva blir det?

K.19 Lene: Nittitre.

K.20 Lærer: Riktig.

Jeg kunne analysert komponentene som omhandler lærerens rolle, spørsmålsstilling og elevenes forklaringer i denne dialogen, men jeg velger kun å ta for meg de matematiske representasjonene. Dette er, som tidligere beskrevet, for å skape orden og oversikt i analysen. I denne sekvensen kommer det til syne at læreren illustrerer hvordan man kan lage hensiktsmessige modeller til en tekstoppgave. I begynnelsen av dialogen kommer det frem at Joakim vil fortelle hvordan man skal løse oppgaven (linje K.2), men det er læreren som går nærmere inn på dette i løpet av dialogen. Læreren gir elevene mer og mer informasjon angående hvordan oppgaven skal løses, slik demonstrerer han hvordan de visuelle representasjonene skal brukes, og på denne måten forenkler han oppgaven. Dette er et eksempel på topaze-effekten.

Videre i denne leksjonen får elevene en ny tekstoppgave, som lyder følgende: «Per, Gunnar og Kåre har luket ugress. For jobben fikk de 1472 kroner til sammen. Per fikk 800 kroner, fordi han jobbet lengst. Gunnar og Kåre fikk like mye. Hvor mye tjente Gunnar? Løs denne oppgaven ved å tegne en modell». Elevene får noen minutter på å løse oppgaven, og dialogen går som følger.

Leksjon 10

K.1 Lærer: Er det noen som har lyst til å dele hvordan de løste oppgaven?
K.2 Leona: Først så tok jeg ettusenfirehundreogsyttito minus åttehundre, og det ble sekshundreogsyttito. Så skrev jeg opp navnene Gunnar og Kåre, og så delte jeg det på de to, så sekshundreogsyttito del på to og det ble trehundreogtrettiseks.
K.3 Lærer: Så du tok ettusenfirehundreogsyttito minus åttehundre. Fordi du visste Per fikk åttehundre, hva fikk du til svar da?
K.4 Leona: Sekshundreogsyttito.
K.5 Lærer: Så vi vet at Per fikk åttehundre kroner, for det stod i oppgaven. Så da trakk Leona fra de åttehundre kronene hun visste Per tjente, fra totalsummen som var ettusenfirehundreogsyttito, og da fikk vi sekshundreogsyttito kroner igjen. Men så stod det også i oppgaven at Gunnar og Kåre tjente like mye. Hvordan ville du funnet ut av hvor mye Gunnar og Kåre tjente? De tjente like mye, og det er sekshundreogsyttito kroner igjen.
K.6 Leona: Da er det sekshundreogsyttito del på to.
K.7 Lærer: Ja, for det er det vi har igjen. Hva får vi som svar da?
K.8 Leona: Trehundreogtrettiseks.
K.9 Lærer: Riktig.

I denne dialogen gir Leona en forklaring på utregningen hun bruker for å løse tekstoppgaven, og læreren stiller spørsmål til regnemetoden hennes. Eleven forteller at hun skrev opp navnene Gunnar og Kåre da hun skulle finne ut hvor mye hver person tjente (linje K.2), var dette modellen hennes? Det blir lite fokus på de visuelle representasjonene, og modellen eleven skal ha laget for å løse oppgaven. Resten av tiden i denne leksjonen går til at elevene jobber med matteleksa, som verken omhandler tekstoppgaver eller modeller.

Leksjon 10 viser at læreren tar i bruk visuelle representasjoner i matematikkundervisningen. Det er læreren som illustrerer hvordan en kan bruke slike representasjoner som støtte for å løse problemløsningsoppgaver i matematikk. En slik bruk av matematiske representasjoner kategoriseres innenfor nivå 0 ut i fra rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Leksjon 10 er i utgangspunktet en undervisningsøkt der elevene får muligheten til å lage illustrasjoner, som beskriver deres matematiske tenkning og løsningsmetoder. En slik bruk av matematiske representasjoner kan bidra til å utforske elevenes matematiske tanker og deres resonnementer, og dermed kommer det til syne at den undersøkende matematikkundervisningen er ”snublende nær”.

4.1.4 Ansvaret elevene har for læring i klasserommet

Dette er den siste komponenten i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004), og i dette kapittelet skal jeg se nærmere på hvordan elevene får ta del i egen læringsprosess i undervisningen. I de overnevnte kategoriene kommer det til syne at læreren har kontrollen og dominerer helklassesamtalen, og slik følger kommunikasjonen hans et IRE-mønster. Han stiller presise og lukkede spørsmål som begrenser elevenes bidrag. Læreren illustrerer hvordan en kan bruke matematiske representasjoner som støtte i undervisningen. I lys av disse kategoriene kan det sies at undervisningen bærer preg av tradisjonell matematikkundervisning, og dette er betydelig for hvilken rolle elevene blir tildelt i dette klasserommet. Jeg vil vise til en dialog fra leksjon 8 som bidrar til å illustrere dette.

Leksjon 8

K.1 Lærer: Mil, når bruker man mil, Simen?

K.2 Simen: Når man skal måle ting.

K.3 Lærer: Når man skal måle ting ja, har du et eksempel?

K.4 Simen: Eh, hvor langt det er?

K.5 Lærer: Ja, man bruker mil når man måler avstander, ikke sant?

K.6 Simen: Ja.

K.7 Lærer: Kilometer, er det det samme eller?

K.8 Simen: Nei.

K.9 Lærer: Helt riktig, vi har kilometer og vi har mil. Det måler avstander. Da det er en veldig lang avstand vil det være naturlig å bruke mil. Men man kan også bruke kilometer, for å måle kortere avstander, som når man løper stafetter for eksempel, men begge er mål for avstand.

Denne dialogen begynner med at læreren initierer til interaksjon ved å stille et spørsmål som oppmuntrer til elevsvar, Simen gir en respons som ikke står til lærerens forventninger, og dermed fortsetter interaksjonen med at Egil ber om et eksempel (linje K.1 til linje K.3). Slik følger kommunikasjonen et IRE-mønster. Simen gir et eksempel, men virker nølende (linje K.4). Videre i helklassesamtalen tar læreren i bruk samtaletrekket Chapin et al. (2009) beskriver som gjentakelse, for å utdype elevsvaret og generalisere kilometer og mil som mål på avstander. Dette er et karakteristisk trekk ved kommunikasjon som bærer preg av et IRE-mønster (Wells, 1999). Slik kommer det til syne en dialog der læreren har styringen, og elevene har få muligheter til å bidra ut over det å komme med korrekt svar når de blir stilt spørsmål. Det er læreren som har eierskap til matematisk kunnskap, og han porsjonerer ut matematikken til elevene (Boaler, 2002). Slik får elevene en passiv rolle i matematikkundervisningen. Jeg vil også vise til eksempel fra leksjon 6.

Leksjon 6

K.1 Lærer: Typetall har vi vært innom tidligere. Husker du hva det er, Meryem?

K.2 Meryem: Husker egentlig ikke.

K.3 Lærer: Typetall er den vanligste verdien i en observasjon eller tallrekke. Her har jeg skrevet opp en tallrekke syv, syv, ni, fjorten, tjuetre. Hvilke tall er det flest av i den tallrekken?

K.4 Meryem: Syv.

K.5 Lærer: Det vil si at typetallet er syv. Verre er det ikke med typetall.

K.6 Meryem: Men hva hvis det ikke er noen som er like da?

K.7 Lærer: Da har du ikke noe typetall.

K.8 Meryem: Okei.

K.9 Lærer: Det kan være flere typetall. Det kunne for eksempel vært syv, syv, ni, ni i tallrekka, da hadde det vært to typetall. Men hvis det bare hadde vært syv, ni, fjorten, tjuetre, da hadde det ikke vært noe typetall.

Egil innleder med å spørre Meryem om hun husker hva typetall er, hun svarer nei, og Egil gir den faglige forklaringen (linje K.1 til linje K.3). Meryem lurer også på hva som skjer med typetallet hvis det ikke er noen like tall i en tallrekke. Egil gir den matematiske forklaringen, og han forteller også at en tallrekke kan ha flere typetall (linje K.6 til linje K.9). I denne sekvensen kommer det til syne at læreren har kontrollen over samtalen, og de resterende elevene i klasserommet får i liten grad muligheten til å bidra i denne dialogen. Slik blir det lite elevaktivitet i undervisningen, og elevene blir avhengig av læreren for å motta den matematiske kunnskapen (Boaler, 2002). Jeg vil også vise til en dialog fra leksjon 3, som bidrar til å illustrere dette ytterlige.

Leksjon 3

Elevene jobber med oppgaver i matteheftet. Det er flere som trenger hjelp med det samme regnestykket, og læreren velger å løse stykket i plenum.

K.1 Lærer: På oppgave fjorten skal dere løse regnestykket nitti minus minus-tjuefem, og da er det flere som ikke husker hva de skal gjøre. Det skjønner jeg, vi har så vidt vært innom dette tidligere. Er det noen vet hva svaret blir?
K.2 Lene: Hundreogfemten, tror jeg.
K.3 Lærer: Riktig. Her er det minus og minus. Det er nitti minus minus-tjuefem, og minus og minus det blir pluss, som betyr at regnestykket det blir nitti pluss tjuefem. Svaret på det var Lene?
K.4 Lene: Hundreogfemten.
K.5 Lærer: Bra.

I denne dialogen skal Egil hjelpe elevene med et regnestykke flere står fast ved, og han spør om noen vet svaret (linje K.1). Lene forteller hva svaret blir (linje K.2). Videre utdyper læreren, og forklarer elevene hvordan man skal løse oppgaven. Han forteller at «minus og minus blir pluss» (linje K.3). Her kommer det til syne at elevene har få muligheter til å bidra i helklassesamtalen, ut over det å komme med rett svar, dersom de blir stilt spørsmål. Den matematiske kunnskapen ligger hos læreren, og den deles ut av han.

Dialogene fra disse leksjonene, inkludert de foregående, viser at læreren har styringen og kontrollen over helklassesamtalen. Læreren stiller lukkede spørsmål, og elevene har få muligheter til å bidra i dialogen ut over det å komme med korrekt svar når de blir stilt spørsmål. Slik følger kommunikasjonen et IRE-mønster, der læreren utdyper og generaliserer elevsvarene. Det er dermed læreren som har eierskap til den matematisk kunnskap, og han porsjonerer ut matematikken til elevene (Boaler, 2002). Slik får elevene en passiv rolle for egen læring, og disse trekkene ved kommunikasjonen kategoriserer helklassesamtalen på nivå 0 ut i fra Hufferd-Ackles et al. (2004) sitt rammeverk. En slik tilnærming til matematikkfaget er karakteristisk for det Alrø og Skovsmose (2005) beskriver som tradisjonell undervisning.

Gjennom analysen av den ordinære matematikkundervisningen til læreren har det dermed kommet til syne at undervisningen bærer et preg av tradisjonell matematikkundervisning.

4.2 Kommunikasjonsmønsteret i den arrangerte settingen

Til tross for at matematikkundervisningen kjennetegnes ved å ha et tradisjonelt preg over seg, kom det flere muligheter til syne i leksjonene, der den undersøkende undervisningen var ”like rundt hjørnet”. Dette gjorde meg nysgjerrig, og jeg ønsket å se nærmere på hva som eventuelt skjer med kommunikasjonen i klasserommet til læreren, når han gjennomfører et undervisningsopplegg som gir rom for utforskende aktivitet. Det er viktig at et slikt opplegg blir tatt i bruk på riktig måte, og at det er fokus på elevenes tankegang og prosess, fremfor svaret. Derfor var en viktig del av metoden å forberede læreren på undervisningsopplegget han skulle gjennomføre, slik at fokuset hans lå på rett sted gjennom leksjonen. Dette ble ytterligere beskrevet i kapittel 3.5.4.

I denne delen av analysekapittelet vil jeg presentere og analysere datamaterialet som ble samlet inn under intervensjonsstudien. Dialogene som blir presentert vil plasseres under tilsvarende kategorier som kapittel 4.1. Jeg vil først i kapittel 4.2.1 kommentere lærerens rolle i helklassesamtalen, deretter lærerens spørsmålsstilling og elevenes forklaringer i kapittel 4.2.2. Videre vil jeg i kapittel 4.2.3 se på de matematiske representasjonene som kom til syne i denne leksjonen, og til slutt i kapittel 4.2.4 hvilke ansvar elevene fikk for egen læring i denne leksjonen.

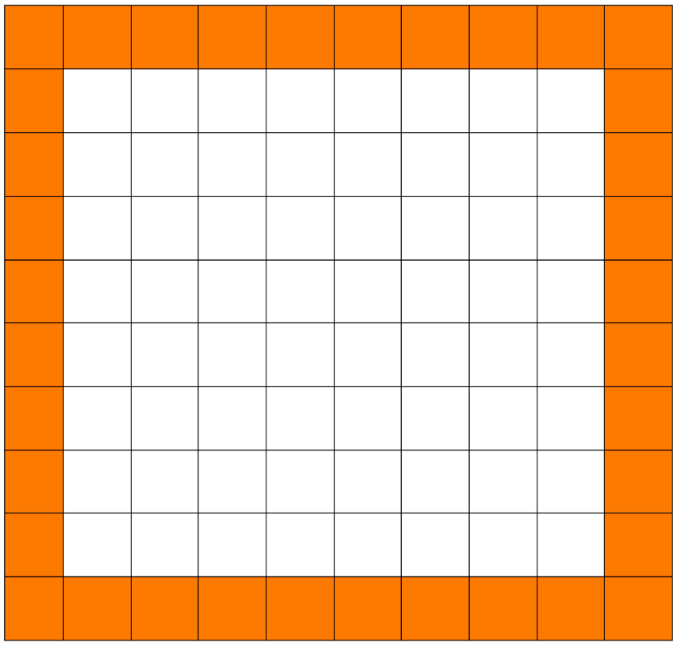
4.2.1 Lærerens rolle

Denne leksjonen begynte med at Egil introduserte timen, og hvordan klassen skulle jobbe. Hvordan han presenterte undervisningsøkten blir beskrevet i den følgende episoden.

Episode 1

> K.1 Lærer: Vi skal nå ha matematikk, og i dag er det en litt annerledes matematikktime. Målet for timen er: jeg kan utforske og beskrive strukturer og forandringer i geometriske mønstre. Vi skal ikke ha fokus på nødvendigvis å komme fortest mulig frem til riktig svar. Det er gjerne et fokus på om ting er rett eller galt i matematikk. Men det skal vi ikke tenke på så mye i dag. Vi skal tenke mer hvordan dere kommer frem til svaret. Vi skal utforske litt hvordan dere tenker i dag. Dere får snart en oppgave av meg. Denne kaller vi for

rammeproblemet, og denne skal vi løse sammen i dag. Dere får straks se en ramme og det som er veldig viktig er at ingen prater. Uten å prate, telle eller skrive skal dere finne ut av hvor mange ruter det er i den oransje rammen til denne ti ganger ti figuren.



Figur 10: Rammeproblemet (Boaler & Humphreys, 2005, s.15)

Her forteller Egil elevene at dagens matematikkundervisning kommer til å være annerledes, og at fokuset skal ligge på elevenes tanker og prosesser, fremfor rett svar. Videre introduserer han det matematiske problemet klassen skal jobbe med denne leksjonen. Egil setter scenen for elevene, og inviterer dem til å utforske et matematisk problem. En slik oppstart av en time er et karakteristisk trekk for det Alrø og Skovsmose (2005) beskriver som undersøkende matematikkundervisning. Videre i denne leksjonen spør Egil elevene om hvor mange ruter det er i den oransje rammen, og dialogen går som følger.

Episode 2

K.1 Lærer: Hvor mange ruter er det i den oransje rammen til denne ti ganger ti figuren?

K.2 Joakim: Jeg tenkte først hundre, men så tenkte jeg litt til og kom frem til førti etter hvert.

K.3 Lærer: Hvordan kom du frem til det?

K.4 Joakim: Jeg tenkte først ti ganger ti ganger ti ganger ti, men så tenkte jeg nei, det er jo omkretsen istedenfor.

K.5 Lærer: Mhm, så du tenkte ti ganger ti ganger ti ganger ti?

K.6 Joakim: Nei, jeg mener at jeg tenkte ti ganger ti, men så skjønte jeg at det måtte være feil. Det må være omkretsen istedenfor, så da må det være ti pluss ti pluss ti pluss ti.

K.7 Lærer: Okei, så du tenkte omkrets.

K.8 Nina: Jeg fikk det samme som Joakim.

K.9 Lærer: Du fikk det samme, hvordan kom du frem til det da?

K.10 Nina: Jeg tok også hundre først, men så tenkte jeg omkrets, og tenkte at det må bli førti.

Denne kommunikasjonssekvensen kan en studere i lys av IC-modellen, som ble beskrevet i kapittel 2.2.2 (Alrø & Skovsmose, 2005). Egil kommer i *kontakt* med elevene ved å spørre om hvor mange ruter det er i den oransje rammen (linje K.1). Her har Egil og elevene rettet oppmerksomheten mot å samarbeide for å løse det matematiske problemet, og dette fører til at både Joakim og Nina bidrar i dialogen. På denne måten *oppdager* de hvordan rammeproblemet kan løses, og her hjelper Egil til ved å stille undersøkende spørsmål som bidrar til at elevene uttrykker hva de har tenkt. Han spør både Joakim og Nina om hvordan de kom frem til at det er 40 ruter i den ytterste rammen (linje K.3 og linje K.9). Dette fører til at Joakim og Nina *identifiserer* et faglig innhold ved sine matematiske forklaringer, da de sier at de brukte omkrets for å finne ut hvor mange ruter det er i den ytterste rammen.

I denne dialogen er det verdt å merke seg at Egil bruker gjentakelses-trekket på en måte som gjør at Joakim på egen hånd oppdager at han har uttrykt en matematisk feil. Joakim forklarer at han i utgangspunktet tenkte det var 100 ruter i figuren, og han kom frem til dette ved å tenke 10 ganger 10 ganger 10 ganger 10 (linje K.2 til linje K.4). Deretter i linje K.5 repeterer Egil svaret som ble gitt av Joakim, og han ber om bekreftelse på om det er korrekt eller ikke. Dette gjør at Joakim kan høre den matematiske forklaringen han selv har gitt, og han får muligheten til å evaluere denne. Egils gjentakelse fører til at Joakim oppdager at hans matematiske forklaring var feil, og slik klarer Joakim på egen hånd å resonnere seg frem til at han heller tenkte 10 ganger 10 (linje K.6).

Den overnevnte episoden viser at læreren ikke dominerer og styrer helklassesamtalen, men at lærer og elev har like aktive roller i dialogen. Dette kommer også til syne videre i denne leksjonen. Joakim og Nina har fått anledning til å *advokere* sine forslag og synspunkter til hvordan rammeproblemet kan løses. Dette handler om at elevene legger frem sine synspunkter til undersøkelse gjennom kollektiv refleksjon, i stedet for å presentere det som absolutte sannheter. Denne delingen av deres ideer fører til videre utforskning, som er illustreres i episoden som følger.

Episode 3

K.1 Lærer: Okei, var det noen som tenkte annerledes?

K.2 Erik: Jeg tenkte også ti pluss ti pluss ti pluss ti. Det må bli førti, siden figuren er ti ganger ti, og det er fire sider.

K.3 Magnus: Ja, du har ti på den ene siden, men så har du ikke med den ene ruta på neste rekke da, så da tenker jeg at det må være trettiseks.

K.4 Nina: Åja, det er sant det.

K.5 Joakim: Men jeg skjønner ikke helt, hvordan da?

K.6 Nina: Ikke sant, det er jo ikke ti på hver eneste side, siden hjørnene går inn i hverandre.

K.7 Erik: Så da blir det trettiseks.

K.8 Magnus: Nei, kanskje trettisyv. Eller vent litt, det blir ti pluss ni pluss ni pluss ni.

K.9 Erik: Ni pluss ni er atten, og ti pluss atten er tjueåtte.

K.10 Magnus: Tjueåtte pluss ni, det blir trettisyv.

K.11 Erik: Men det kan jo ikke være ni i alle de tre sidene.

K.12 Magnus: Sant det, det må jo være åtte på den ene. Så da blir det trettiseks.

Denne helklassesamtalen begynner med at Egil tar i bruk tilføye-trekket beskrevet av Chapin et al. (2009) ved å involvere flere elever i diskusjonen. Dette gjør han ved å spørre om det er noen som har tenkt annerledes enn Joakim og Nina (linje K.1). Det fører til at flere elever deltar i samtalen, og bidrar til å sette i gang en dialog som krever matematisk begrunnelse. Erik forklarer at han har tenkt på tilsvarende måte som Joakim og Kari, men det er Magnus sitt bidrag i denne samtalen som fører til å skape det Alrø og Skovsmose (2002) forklarer som et vendepunkt. Magnus forteller at det ikke kan være 40 ruter i den ytterste rammen, da det ikke er 10 ruter på hver side (linje K.3). Dette skaper reaksjoner blant de andre elevene og får dem til endre tankegang, slik at nye forslag kommer frem. I lys av IC-modellen ser vi at elevene begynner å *tenke høyt*, da de gjør tankene sine tilgjengelige i dialogen. På denne måten blir Magnus sitt bidrag brukt som en ressurs i samtalen, som fører til at elevene sammen resonnerer seg frem til at det er 36 ruter i den ytterste rammen.

I denne episoden ser vi en dialog der elevene får mulighet til å føre samtalen mellom hverandre, og slik bygger de på hverandres matematiske tanker. Vi ser at Joakim uoppfordret stiller et spørsmål ved Magnus sin forklaring, da han ikke helt forstår Magnus sitt resonnement (linje K.5). Joakim har dermed en spørrende og utforskende holdning. Nina har forstått hvordan Magnus har tenkt og endret egen tankegang, så hun gjengir Joakim sin resonnering med egne ord, som et svar på Joakim sitt spørsmål (linje K. 6). Her tydeliggjør hun Magnus sin tankegang for Joakim. Ut i fra IC-modellen kommer det til syne at Nina *reformulerer* det som har blitt sagt, og dette er med på å bekrefte en gjensidig forståelse mellom Magnus og Nina. Slik tar hun i bruk samtaletrekket Chapin et al. (2009) beskriver som å repetere, og dette gjør hun på eget initiativ.

Episode 3 viser at læreren veileder det Hufferd-Ackles et al. (2004) beskriver som den perifere delen av helklassesamtalen. Slik får elevene en aktiv rolle i helklassesamtalen, ved at læreren lar elevene utdype og bygge på hverandres matematiske tanker. Det som skjer videre i episoden som følger, illustrerer dette ytterligere.

Episode 4

K.1 Lærer: Hva tenker du nå da, Joakim?
K.2 Joakim: Jeg tenkte først førti, men når vi snakker sammen nå, så skjønner jeg at det er feil, da har jeg telt den samme ruta to ganger, så det må være trettiseks.
K.3 Lærer: Så du endte på trettiseks?
K.4 Joakim: Ja.
K.5 Lene: Med en gang Egil sa ti ganger ti, og jeg så på den og så fire sider, så tenkte jeg også førti, sånn som Joakim. Men så tenkte jeg litt, og innså at jeg hadde telt alle hjørnene to ganger, så tenkte jeg at det må være trettiseks ruter.
K.7 Maria: Ellers kan man bare ta vekk hjørnene og regne dem på etterpå. Da blir det åtte på hver side, åtte ganger fire er trettito, og trettito pluss de fire hjørnene blir trettiseks.
K.8 Lene: Ja, det fungerer jo også.
K.9 Joakim: Det er sant det.

I episode 3 kom det nye innspill og forklaringer som var med på å skape ny innsikt hos elevene, og i episode 4 legger Egil til rette for at Joakim nå kan revurdere og endre sin tenkemåte, samt svaret han i utgangspunktet hadde gitt. Dette gjør Egil ved å spørre Joakim om hva han tenker etter diskusjonen som oppstod i episode 3 (linje K.1). Slik får vi se at

Joakim nå har endret tankegang, og videre i episode 4 slenger Lene seg på. Hun forteller at hun også tenkte på samme måte som Joakim, men innså at hun også hadde telt alle hjørnene to ganger (linje K.5). Videre forteller Maria at hun har funnet en helt annen løsningsmetode som viser at det er 36 ruter i den ytterste rammen (linje K.7). I denne sekvensen kommer det til syne at læreren kun veileder dialogen, mens elevene er aktive deltakere og deres tenkning blir satt i fokus.

I episode 4 fremhever læreren at det er greit å endre tankegang underveis, som fører til at elevene utveksler matematiske tanker, samt alternative forslag og ideer til hvordan rammeproblemet kan løses. Kazemi og Hintz (2014) understreker at et slikt fokus fra læreren kan bidra til at elevene retter oppmerksomheten mot prosessen og ikke bare produktet, og som vi ser er dette tilfelle i dialogen ovenfor. En slik kultur kan bidra til at elevene lytter til hverandres svar, innleder samtaler basert på hverandres bidrag og sammen resonnerer de seg frem til matematiske løsninger.

Episode 1, 2, 3 og 4 viser at Egil tar på seg rollen som veileder i helklassesamtalen. Dette fører til at elevene får en aktiv rolle i dialogen, der de kan føre samtaler mellom hverandre, bygge på hverandres matematiske tanker, resonnere sammen og tydeliggjøre hverandres bidrag. En slik kommunikasjon kategoriserer lærerens rolle i helklassesamtalen innenfor nivå 3 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Dette er en leksjon der læreren setter scenen som skal inspirere elevene, og de får velge sin vei inn i undersøkelseslandskapet. Læreren og elevene går i dybden og undersøker et matematisk fenomen. Dette er et typiske trekk for det Alrø og Skovsmose (2005) beskriver som undersøkende matematikkundervisning.

Når en analyserer de overnevnte episodene i lys av IC-modellen, er flere av elementene fremtredende i kommunikasjonen. Samtidig kommer samtaletrekkene beskrevet av Chapin et al. (2009) og Kazemi og Hintz (2014) til syne i episode 3 og 4. En slik kommunikasjon er annerledes fra det som var generelt gjennomgående i den ordinære matematikkundervisningen til Egil. Det kan dermed se ut til at oppgaver som gir rom for utforskende aktivitet, kan bidra til å endre nivået på helklassesamtalen ut i fra rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Denne påstanden skal jeg undersøke nærmere i de følgende kapitlene i analysen.

4.2.2 Spørsmålsstilling og elevenes forklaringer

I dette delkapittelet vil jeg se nærmere på spørsmålsstillingen til læreren i denne leksjonen, og elevenes forklaringer som springer ut av disse. For å gi et nyansert bilde av dette, vil jeg ta for meg episode 5, 6 og 7.

Episode 5

K.1 Lærer: Det er visst flere ulike metoder vi kan bruke til å finne ut hvor mange ruter det er i den oransje rammer. Er det noen som har brukt en annen metode for å løse rammeproblemet?

K.2 Meryem: Man kan også tenke ti ganger ti delt på åtte ganger åtte, og da er åtte ganger åtte i parentes.

K.3 Lærer: Okei, hvordan har du tenkt her?

K.4 Meryem: Rammen rundt er ti ganger ti, eller egentlig så er det hele figuren som er ti ganger ti. Også har du det hvite inni rammen som er åtte ganger åtte, og da tar du hundre delt på åtte ganger åtte.

K.5 Lærer: Delt på?

K.6 Meryem: Nei, jeg mener ikke delt på, jeg mener minus. Og da får man trettiseks, fordi åtte ganger åtte er sekstifire.

K.7 Lærer: Skjønte dere andre hvordan hun har tenkt? Kan noen andre forklare Meryem sin metode?

K.8 Simen: Det er ti ruter vannrett og ti ruter loddrett, det er en ti ganger ti figur og da er det hundre ruter til sammen i hele figuren. Så tenkte Meryem at de hvite rutene som er inni den oransje rammen er åtte ganger åtte, som er sekstifire. Så tok hun da hundre minus sekstifire, som blir trettiseks, som er rammen.

K.9 Lærer: Ja, det stemmer det, Meryem?

K.10 Meryem: Ja.

Denne episoden begynner med at læreren stiller et spørsmål som etterspør elevenes tenkning, da han lurer på om det er noen som har brukt en metode, som ikke allerede har blitt nevnt, for å løse rammeproblemet (linje K.1). Dette er et spørsmål som klassifiseres innenfor område C i Solem og Ulleberg (2015) sin modell. Det er spørsmål læreren ikke kjenner svaret på, og som krever forklaring og begrunnelse fra elevene. Slike spørsmål kategoriseres innenfor nivå 2 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Dette spørsmålet fører til at Meryem forteller klassen om en helt ny løsningsmetode, og læreren følger opp med utforske hennes metode (linje K.2 til linje K.6). Videre i linje K.7 tar Egil i bruk samtaletrekket Chapin et al. (2009) beskriver som å repetere. Han spør om noen andre kan forklare Meryem sin metode, og Simen repeterer metoden hennes (linje K.8). Deretter følger læreren opp med å få en bekreftelse av Meryem på at Simen sin gjengivelse stemmer (linje K.9 til linje K.10). På denne måten får læreren bekreftet at medelevene har forstått Meryem sin idé, samtidig som han viser at ideen hennes er viktig. I lys av IC-modellen er det elementet som handler om å *reformulere* som oppstår i denne situasjonen, og dette er med på å skape en gjensidig forståelse av det matematiske problemet.

I denne episoden gir elevene matematiske forklaringer på hvordan rammeproblemet kan løses, og begrunner hvorfor og hvordan denne løsningsmetoden fungerer. Slike forklaringer er karakteristiske innenfor nivå 2 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Det kan se ut til at åpne spørsmål som undersøker elevenes metoder og utforsker deres tenkning, bidrar til å endre nivået på elevenes matematiske forklaringer. Jeg vil vise til episode 6, som bidrar til å illustrere dette ytterligere.

Episode 6
K.1 Lærer: Nå vil jeg at dere skal se for dere den samme rammen som vi jobbet med hele timen, men hva skjer hvis vi nå krymper den ned til en seks ganger seks ramme? Hvordan kan vi nå finne ut hvor mange ruter det vil være i den ytterste rammen til denne figuren?
K.2 Jonas: Istad var det jo ti på hver side, og nå er det seks, så seks ganger fire er tjuefire.
K.3 Nora: Men det blir vel ikke helt riktig.
K.4 Jonas: Hvorfor ikke?
K.5 Nora: For hvis det er samme som den forrige, så teller du jo hjørnene to ganger nå?
K.6 Jonas: Ja, det er kanskje sant.
K.7 Nora: For denne figuren deler jo fortsatt de samme hjørnene som den forrige.
K.8 Erik: Så da må vi trekke fra fire igjen da?
K.9 Jonas: Ja, det må vi, så det blir seks ganger fire som blir tjuefire, så minus fire og da blir det tjue.
K.10 Nora: Ja, sånn må det være.

Egil innleder denne episoden ved å stille et hypotetisk hva-hvis spørsmål, som vil utfordre elevenes tenkning uten å styre den i en bestemt retning (linje K.1). Slike spørsmål kan klassifiseres innenfor område D i modellen til Solem og Ulleberg (2015). Spørsmålet har som hensikt å stimulere elevene til refleksjon, og lar dem ta selvstendige valg knyttet til videre utforskning. Denne spørsmålstypen beskriver Solem og Ulleberg (2015) som et karakteristisk trekk ved undersøkende matematikkundervisning. På denne måten setter lærerens spørsmål i gang en diskusjon blant elevene, som kan analyseres i lys av IC-modellen. Jonas *advokerer* sitt forslag til hvordan det nye rammeproblemet kan løses, men Nora stiller seg kritisk til dette, og hun må forklare hvorfor hun mener Jonas sitt løsningsforslag ikke er korrekt (linje K.3 til linje K.7). Videre i linje K.8 ser vi at Erik også kaster seg inn i dialogen, og deler sine tanker. Slik kommer det til syne at elevene *tenker høyt*, og på denne måten gjør de tankene sine tilgjengelige som en ressurs i helklassesamtalen. Dette fører til at de sammen klarer å resonnere seg frem til en ny løsningsmetode for den hypotetiske rammen.

I episode 6 stiller læreren et hypotetisk hva-hvis spørsmål som utfordrer elevene faglig. Her styrer ikke læreren dialogen, og han vet ikke hvilken retning elevene vil styre samtalen. Dette spørsmålet bidrar til å stimulere elevenes utforskertrang, og som vi ser setter det deres kritiske sans på prøve. Elev-elev samtaler settes i gang på eget initiativ, og elevene har en spørrende holdning til hverandres bidrag. Dette fører til at elevene må forklare og forsvare sine tanker og forslag for hverandre. Dermed kan både spørsmålsstillingen og elevenes forklaringer i denne episoden kategoriseres på nivå 3 ut i fra rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004).

De overnevnte episodene viser at spørsmålene læreren stiller er avgjørende for bidragene elevene kommer med i undervisningen, og hvilke nivå helklassesamtalen ligger på. Det ser ut til at spørsmål av åpen karakter, og spørsmål som krever forklaring og begrunnelse kan bidra til å endre nivået på helklassesamtalen. Episoden som følger understreker dette ytterligere.

Episode 7

K.1 Lærer: Nå har dere sett for dere hvordan det hadde vært hvis dere skulle forminsket rammen, men denne gangen så vil jeg dere skal forstørre den. Hva hvis det hadde vært en femten ganger femten ramme?
K.2 Meryem: Jeg tenker sånn jeg gjorde på den første rammen.
K.3 Lærer: Hvordan blir det nå da?
K.4 Meryem: Jeg tenker først femten ganger femten minus tretten ganger tretten i parentes. Femten ganger femten det er, vent litt...
[Meryem gjør utregninger i boka si]

K.5 Meryem: Femten ganger femten blir tohundreogtjuefem, og tretten ganger tretten det er hundreogsekstini. Da blir det tohundreogtjuefem minus hundreogsekstini, og det blir femtiseks.
K.6 Lars: Jeg synes at det er en litt avanserte måte å gjøre det på, når man bare kan ta femten ganger fire som er lik seksti, og så fjerne fire på grunn av de fire hjørne som deles. Så finner man svaret som er femtiseks. Det synes jeg er enklere.
K.7 Meryem: Ja, men jeg er glad i avanserte metoder.
K.8 Lærer: Men det er ikke noe som er for avansert eller for enkelt her, men det er forskjellige metoder man foretrekker å bruke.

Denne helklassesamtalen innledes med at læreren igjen tar i bruk et hva-hvis spørsmål, som klassifiseres innenfor område D i Solem og Ulleberg (2015) sin modell (linje K.1). Meryem følger opp med å fortelle at hun ville brukt samme strategien som hun gjorde på den første rammen. Egil stiller et oppfølgingsspørsmål, som viser at han følger elevens forklaringer nøye, og som bidrar til at eleven må tydeliggjøre sin løsningsmetode for den nye rammen (linje K.2 til linje K5). I denne sekvensen kommer det også til syne at Meryem får tid til å fullføre sin resonnering. Læreren står stille og venter uten å si noe, mens hun skal gjøre utregninger for å finne en løsning. Slik tar læreren i bruk samtaletrekket Chapin et al. (2009) beskriver som ventetid. Dermed får eleven tid til å organisere tankene sine og fullføre resonnementet sitt.

Videre i den overnevnte episoden er Lars kritisk til Meryem sin metode, da han syntes den er avansert. Han mener man enkelt og raskt kan løse problemet ved hjelp av en annen løsningsmetode, og Meryem følger opp ved å si at hun foretrekker avanserte metoder (linje K.6 til linje K.7). I denne dialogen forsvarer og forklarer elevene sine svar og matematiske tanker, samtidig som de sammenligner strategier og løsningsmetoder opp mot hverandre, uten oppfordring fra læreren. Dersom en analyserer denne sekvensen ut i fra IC-modellen innleder læreren med å stille et hypotetisk spørsmål, som bidrar til at elevene utforsker alternative muligheter til å løse problemet, samtidig som de *utfordrer* hverandres løsningsmetoder. Slike kjennetegn ved kommunikasjonen gjør at både spørsmålsstillingen og elevenes matematiske forklaringer kan kategoriseres innenfor nivå 3 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004).

Episode 5, 6 og 7 viser at Egil stiller åpne, undersøkende og hypotetiske spørsmål som utfordrer elevenes tenkning, uten å styre den i en bestemt retning. Slike spørsmål har som hensikt å bidra til refleksjon blant elevene, og lar dem ta selvstendige valg knyttet til videre utforskning. Dette er spørsmål som er med på å stimulere elevenes utforskertrang, og setter deres kritiske sans på prøve. Denne spørsmålstypen beskriver Solem og Ulleberg (2015) som et karakteristisk trekk ved undersøkende matematikkundervisning. I dialoger som baseres på slike spørsmål settes elev-elev samtaler i gang på eget initiativ, og elevene har en spørrende og utforskende holdning til hverandres bidrag. Dette fører til at elevene må forklare og forsvare sine løsningsforslag for hverandre, og dette med liten assistanse fra læreren. Hufferd-Ackles et al. (2004) beskriver disse trekkene ved kommunikasjonen som kjennetegn på en helklassesamtale som ligger på nivå 2 og 3. I slike dialoger kommer samtaletrekkene beskrevet av Chapin et al. (2009) til syne, og når en analyserer episodene i lys av IC-modellen er flere av elementene fremtredende.

Disse episodene kan også indikere på at spørsmålene læreren stiller er avgjørende for bidragene elevene kommer med i undervisningen, og hvilke nivå helklassesamtalen ligger på. Når læreren stiller spørsmål som åpner for diskusjon som krever matematisk forklaring og begrunnelse, kan dette bidra til å endre nivået på helklassesamtalen. Slike spørsmål og den utforskende karakteren de bringer med seg, er karakteristiske innenfor det Alrø og Skovsmose (2005) beskriver som undersøkende matematikkundervisning. Det kan dermed se ut til at oppgaver som gir rom for utforskende aktivitet kan bidra til å endre nivået på helklassesamtalen.

4.2.3 Matematiske representasjoner

I dette kapittelet vil jeg se nærmere på de matematiske representasjonene som kom til syne denne leksjonen. Når Hufferd-Ackles et al. (2004) diskuterer matematiske representasjoner, som beskrevet i delkapittel 4.1.3, tar de ikke utgangspunkt i tallsymboler. De diskuterer i hovedsak hvordan visuelle representasjoner og konkreter brukes som støtte i undervisningen. I denne leksjonen fikk elevene i oppgave å illustrere løsningsmetodene sine i forbindelse med den første 10 ganger 10 rammen, og en av episodene gikk som følger.

Episode 8

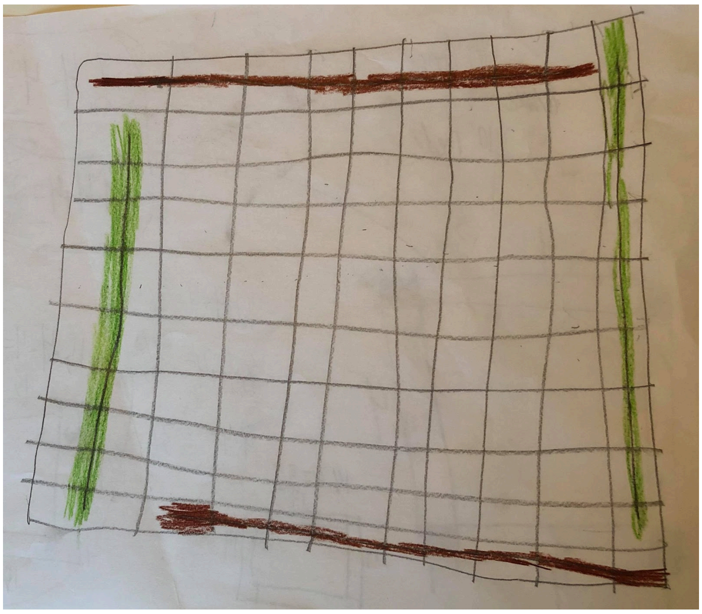
K.1 Lærer: Nå skal dere velge en av regnemetodene som har vært brukt til å løse rammeproblemet, så skal du vise den regnemetoden du velger ved å illustrere den, ved å tegne altså. Du skal tegne den sånn at en annen elev her, skjønner hvilken metode du har tegnet uten at du sier det.

[15 minutter senere]

K.2 Lærer: Da lurer jeg på om noen vil komme opp her å vise frem illustrasjonen sin?

K.3 Markus: Jeg kan vise min.

[Markus går frem og viser illustrasjonen sin]



Figur 11: Markus sin løsningsstrategi illustrert i figuren.

K.4 Markus: Hvis du ser her så er det ni nedover på den ene siden, ni bortover, ni oppover og ni bortover her oppe igjen. Det blir da ni ganger fire som da blir trettiseks.

K.5 Lærer: Veldig bra. Nå glemte jeg å si det da, men det er nesten en annen elev som burde forklare hvilken regnemetode han har brukt.

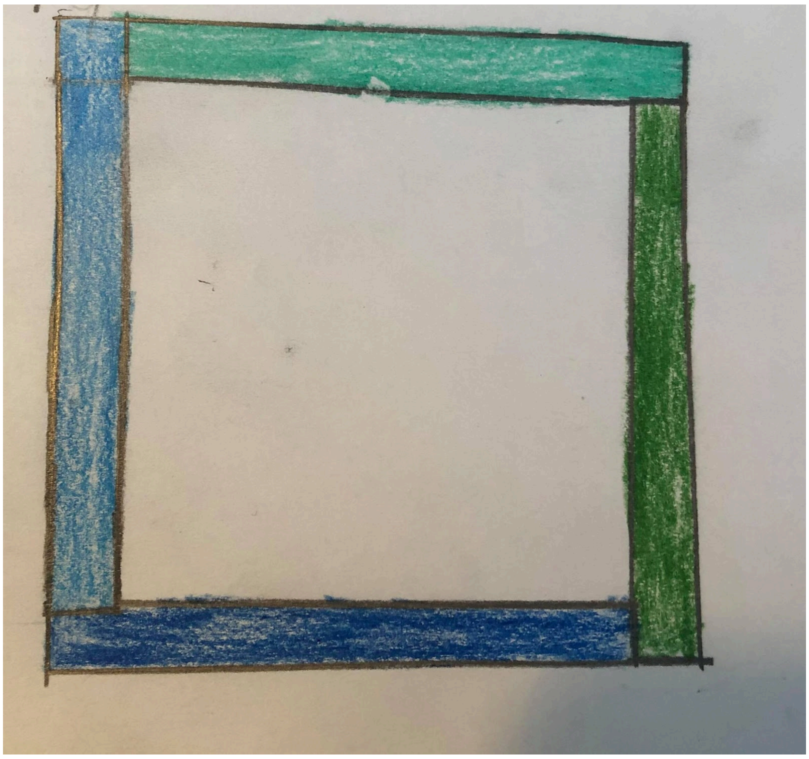
I denne episoden har Markus illustrert sin løsningsmetode, og han forklarer sin matematiske tenkning ut i fra illustrasjonen (linje K.4). En slik bruk av matematiske representasjoner er karakteristisk innenfor nivå 1 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Videre i dialogen sier Egil at en annen elev heller burde forklare hvilke regnemetode som er illustrert (linje K.5). Dermed kommer det til syne at læreren nøye følger undervisningsopplegget til Boaler og Humphreys (2005). Det er slik de beskriver at oppgaven skal gjennomføres, og det er denne fremgangsmåten som kommer til syne i videoopptaket da Humphreys gjennomførte opplegget med sin egen klasse (dette ble beskrevet i kapittel 3.5.4). Dette fører til en endring i helklassesamtalen, og episoden som følger viser hva som skjer videre.

Episode 9

K.1 Erik: Noen kan prøve å se hvilken metode jeg har brukt!

K.2 Lærer: Ja, det kan vi gjøre.

[Erik går frem og viser illustrasjonen sin]



Figur 12: Erik sin løsningsstrategi illustrert i figuren.

K.3 Erik: Ser dere hvilken metode det er?

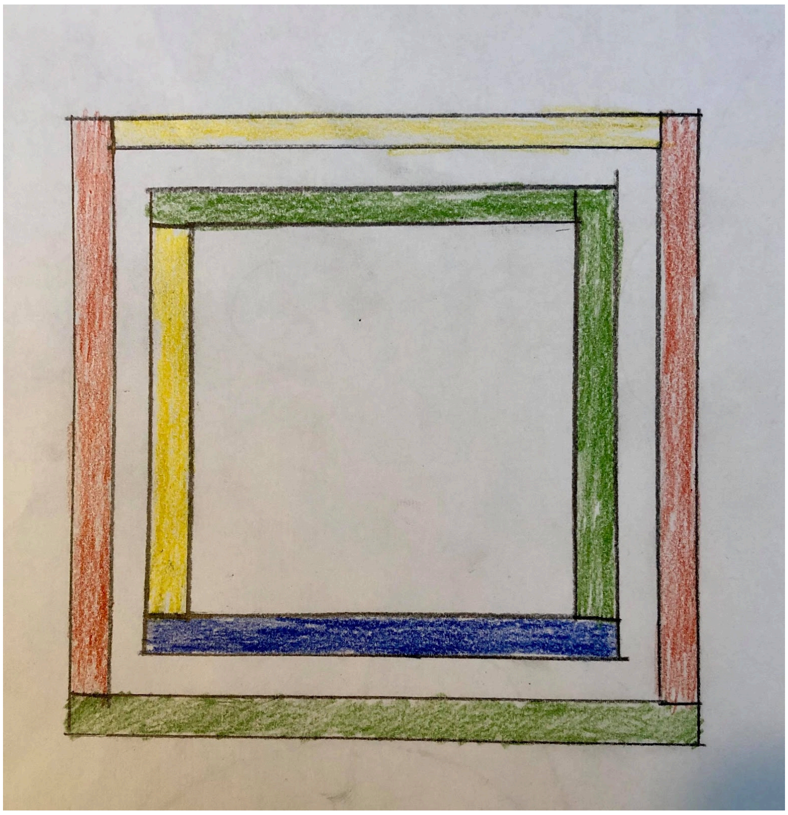
K.4 Marte: Det er ni pluss ni pluss ni pluss ni.

K.5 Erik: Ja, riktig.

K.6 Lærer: Kan vi prøve oss på din, Marte?

K.7 Marte: Ja.

[Marte går frem og viser illustrasjonen sin]



Figur 13: Marte sin løsningsstrategi illustrert i figuren. Den ytterste rammen i illustrasjonen.

K.8 Lærer: Hvilken metode tror dere Marte har brukt?

K.9 Erik: Hm, samme som meg, pluss, pluss, pluss.

K.10 Meryem: Nei, det er ikke samme som deg.

K.11 Erik: Jeg mener samme som Markus.

K.12 Markus: Nei, det der er ikke samme som meg. Er det ikke samme som Erik?

K.13 Erik: Nei, det kan det ikke være.

K.14 Meryem: Hvis man ser nøye på den, så må det være ti pluss ni pluss ni pluss åtte.

K.15 Kari: Ja, det må være den hun har brukt.

K.16 Erik: Ja, for hun har brukt forskjellige farger! Grønn er lik ti, de to røde er lik ni og gul er lik åtte.

K.17 Lærer: Da spør vi Marte, hva er det du har brukt?

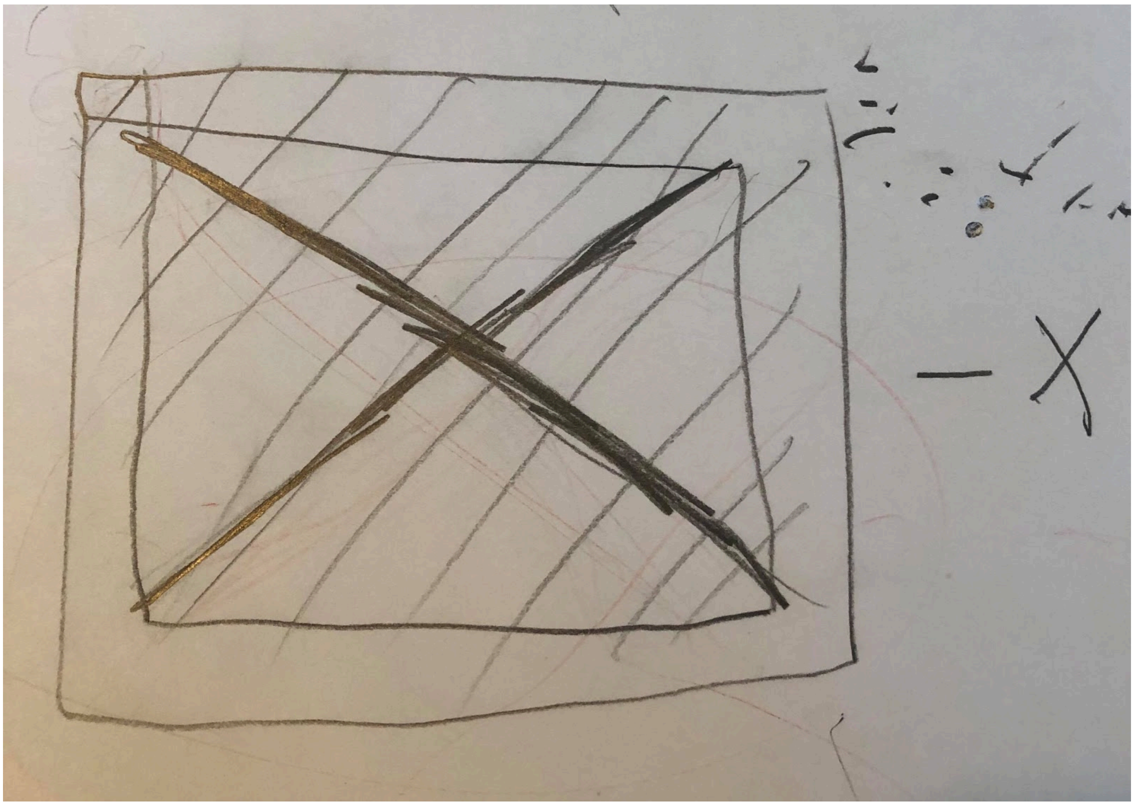
K.18 Marte: Det er ti pluss ni pluss ni pluss åtte.

I denne episoden følger elevene hverandres illustrasjoner og ut i fra disse forklarer de hverandres matematiske tankegang. Martes illustrasjon setter til og med i gang en diskusjon, der elevene sammenligner de visuelle representasjonene med ulike løsningsmetoder, som tidligere har blitt vist. Dette fører til at elev-elev samtaler blir satt i gang på eget initiativ, som bidrar til at elevene sammen klarer å resonnere seg frem til hvilken regnemetode Marte har brukt. Disse trekkene kan kategoriseres innenfor nivå 2 i rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004). Dermed kommer det til syne at en aktiv bruk av matematiske representasjoner, der elevene kan følge og diskutere hverandres illustrasjoner, kan bidra til å endre nivået på helklassesamtalen. Episoden som følger illustrerer dette ytterligere.

Episode 10

K.1 Meryem: Hvis noen klarer å gjette min blir jeg veldig overraska.

[Meryem går frem og viser illustrasjonen sin]



Figur 14: Meryem sin løsningsstrategi illustrert i figuren.

K.2 Mari: Siden hun har tatt streker over hele, så tror jeg det var den greia hun tok tidligere, med den der hundre minus åtte ganger åtte i parentes.

K.3 Lene: Ja, også har hun satt en minus x ved siden av der.

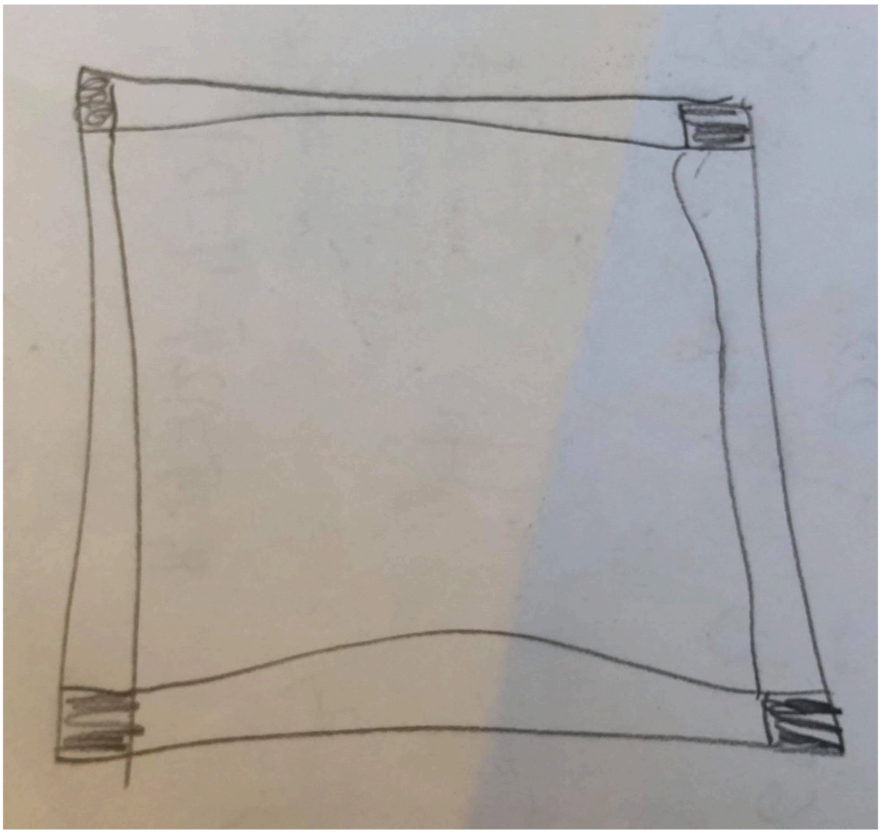
K.4 Joakim: Det er jo minus det i midten, liksom det hun ganget sammen.

K.5 Mari: Så du må ha tenkt hele figuren ganga sammen, minus x-en, som du har vist i midten der.

K.6 Meryem: Det er riktig.

K.7 Lærer: Veldig bra, er det noen som kan se hva Jonas har tenkt da?

[Jonas går frem og viser illustrasjonen sin]



Figur 15: Jonas sin løsningsstrategi illustrert i figuren.

K.8 Tina: Ti pluss ti pluss åtte pluss åtte?

K.9 Jonas: Nei, ikke egentlig.

K.10 Maria: Han prøvde Maria-strategien.

K.11 Jonas: Maria-strategien, og det er?

K.12 Maria: Det er det jeg forklarte istad, åtte ganger fire pluss fire, på grunn av at du ikke tar med hjørnene, du plusser de på etterpå (forklart i episode 4).

K.13 Lærer: Stemmer det, Jonas?

K.14 Jonas: Det stemmer.

I episode 10 har elevene en utforskende holdning til hverandres illustrasjoner. Elevene diskuterer hvilke løsningsmetode de ulike visuelle representasjonene representerer, og med utgangspunkt i disse illustrasjonene og ved hjelp av dialog og diskusjon, beskriver de hverandres matematiske tankegang. En slik bruk av matematiske representasjoner kan ut i fra rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004) kategoriseres innenfor nivå 2.

Episode 9 og 10 viser hvordan elevene kan ha en utforskende holdning til hverandres representasjoner, og med utgangspunkt i disse forklare og følge hverandres matematiske tankegang. En slik bruk av representasjoner kan bidra til å skape dialog og diskusjon omkring elevenes matematiske tenkning, der elev-elev samtaler blir satt i gang på eget initiativ, samtidig som det har et faglig fokus. Ut i fra Hufferd-Ackles et al. (2004) er dette karakteristiske trekk som kjennetegner en helklassesamtale som ligger på nivå 2. Det kan dermed se ut til at utforsking ved hjelp av matematiske representasjoner kan bidra til å endre nivået på helklassesamtalen.

4.2.4 Ansvaret elevene har for læring i klasserommet

I dette kapittelet skal jeg se nærmere på hvordan elevene får ta del i egen læringsprosess under denne leksjonen. I de overnevnte kategoriene kommer det til syne at Egil tar på seg rollen som veileder i helklassesamtalen. Han stiller åpne, undersøkende og hypotetiske spørsmål som utfordrer elevenes matematiske tenkning, uten å styre den i bestemt retning. Han får elevene til å lage matematiske representasjoner til sine løsningsmetoder, samtidig som de har en utforskende holdning til hverandres illustrasjoner. I lys av disse kategoriene kommer det frem at undervisningen denne leksjonen er undersøkende, og dette spiller en betydelig rolle for ansvaret elevene blir tildelt under denne undervisningsøkten. Jeg vil vise til episode 11, som vil bidra til å illustrere dette. I denne episoden er vi tilbake til starten av leksjonen, og elevene skal finne ut hvor mange ruter det er i den ytterste rammen til 10 ganger 10 figuren. Episoden går som følger.

Episode 11

K.1 Lærer: Her er det mange spennende meninger om hvor mange ruter det er i den oransje rammen. Nå vil jeg at dere skal diskutere med læringspartner: hva tror du er riktig, og hvorfor? Dere skal ikke bare si jeg tror det er riktig, men dere skal også ha en forklaring.

[5 minutter senere]

K.2 Lærer: Da spør jeg læringspar, hva tror dere er det riktige og hvorfor? Daniel?

K.3 Daniel: Eeeh.

K.4 Lærer: Hva snakket du og Marte om da?

K.5 Daniel: Vi trodde først at det var førti ruter i rammen, men så skjønte vi at det er trettiseks på grunn av hjørnene.

K.6 Lærer: På grunn av hjørnene ja, vil du forklare meg litt hva du mener med hjørnene?
K.7 Daniel: Det er jo ikke en rekke med ti, så er det en rekke til med ti over den. De har jo et felles hjørne som deles, og det er fire sånne hjørner, så da blir det trettiseks minus fire, eller vent litt. For åssen skal det egentlig fungere da?
K.8 Marte: Ja, det er riktig, men du kan bare telle dem en gang.
K.9 Leona: Og de blir telt to ganger hvis du tar ti ganger fire.
K.10 Stian: Da kan vi jo bare ta minus fire da, for å fjerne de ekstra gangene vi har telt hjørnene.
K.11 Daniel: Ja, for da blir det førti minus fire, og da blir det trettiseks ruter som er riktig.

I denne kommunikasjonssekvensen tar læreren i bruk samtaletrekket Kazemi og Hintz (2014) beskriver som snu og snakk. Han ber elevene snu seg til sidemannen og diskutere hvor mange ruter det er i den oransje rammen, og hvorfor svaret deres er rett (linje K.1). Videre spør han Daniel om hva han tror er riktig og hvorfor, men Daniel er nølende (linje K.2 til linje K.3). Læreren omformulerer spørsmålet sitt, han spør heller om hva Daniel og Marte snakket om, og Daniel forteller (linje K.3 til linje K.4). Her ser det ut til at dette samtaletrekket har bidratt til å skape en trygghet hos eleven, som gjør at eleven har mot til å fronte sine ideer, da læreren omformulerer seg og "ufarliggjør" spørsmålet, ved å spørre om hva han og læringspartneren snakket om. Dermed kan det se ut til at dette trekket bidro til at Daniel delte sine tanker, samt hans og læringspartnerens synspunkt i dialogen.

Videre i samtalen virker Daniel noe usikker på hvorfor det er 36 ruter i den ytterste rammen, og stiller spørsmålstegn ved hvordan dette egentlig fungerer (linje K.7). Her hjelper de andre elevene han med resonnere seg frem til hvorfor dette kan være riktig (linje K.8 til linje K.11). Slik forsøker elevene ved hjelp av egne tanker og ideer å løse det matematiske problemet, samtidig som de hjelper til med å utfylle og forme hverandres tankegang i et støttende miljø. I et slikt læringsmiljø får elevene aktivt ta ansvar for egen læringsprosess, og ut i fra Hufferd-Ackles et al. (2004) sitt rammeverk kan slike trekk ved helklassesamtalen kategoriseres på nivå 3. Elevene blir satt i en posisjon hvor de får bruke egne resonnementer og løsningsmetoder, og slik får de en aktiv rolle i undervisningen. Dette er karakteristisk for det Alrø og Skovsmose (2002) beskriver som undersøkende matematikkundervisning. Jeg vil også vise til episode 12, som vil illustrere dette ytterlige.

Episode 12

K.1 Lærer: Okei, Andreas og Grethe hva tenker dere om det de andre sier? Er dere enig eller ikke?

K.2 Andreas: Jeg tror også trettiseks er riktig.

K.3 Lærer: Hvorfor?

K.4 Andreas: Fordi hjørnene kan ikke telles to ganger, det skal bare telles en gang.

K.5 Grethe: For hvis man tar ti ganger fire, så teller man at det er ti ruter på hver side, og det er det ikke. Det er bare ni ruter på hver side.

K.6 Andreas: Ikke sant, da hadde man telt alle hjørnene to ganger, altså det dobbelte enn det faktisk er, og det blir feil. Så da kan man gjøre sånn som de andre sier, at man tar ti ganger fire minus fire.

K.7 Grethe: Eller hvis man hadde tenkt ni pluss ni pluss ni pluss ni, så hadde det også blitt riktig, for da hadde man bare telt hvert hjørne en gang, og derfor må trettiseks være riktig.

I denne kommunikasjonssekvensen spør læreren elevene om de er enig eller uenig med påstanden fra episode 11 (linje K.1). Andreas svarer at han er enig, og læreren ber han om å forklare hvorfor han er enig (linje K.2 til linke K.3). Slik innleder læreren dialogen ved å ta i bruk samtaletrekket Chapin et al. (2009) beskriver som å resonnere. Dette setter i gang en dialog mellom Andreas og Grethe, der de bygger på hverandres tanker og forklaringer, samtidig som ulike løsningsmetoder kommer til syne (linje K.4 til linje K.7). Dermed fungerer resonnere-trekket som en inngangsdør til elevenes matematiske tanker. Det bidrar til at de engasjerer seg i hverandres tenkemåter, og som illustrert i episoden ovenfor, fører det til at elevene må bruke egne refleksjoner på medelevenes resonnering. Slik utfyller elevene hverandres matematiske tankegang, og den matematiske kunnskapen ligger ikke lenger kun hos læreren. Elevene skal forsøke å finne egne løsningsmetoder ved hjelp av deres tidligere kunnskaper og ferdigheter i faget, og dette i et støttende læringsmiljø. Slik får elevene ansvar for egen læring og disse trekkene ved kommunikasjonen kategoriserer helklassesamtalen på nivå 3 ut i fra Hufferd-Ackles et al. (2004) sitt rammeverk.

Disse episodene, inkludert de foregående, viser at elevene i denne leksjonen blir invitert til å utforske matematiske problemer som kan løses på ulike måter. Elevene får ikke en bestemt fremgangsmåte de skal kopiere, men de skal heller undersøke og diskutere seg frem til ulike løsningsmetoder. Det blir gjort sammenligninger av disse løsningsmetodene, de skal overføres til hypotetiske rammer (kapittel 4.2.2) og de blir illustrert av elevene (kapittel 4.2.3). Dette fører til at elevene må bruke deres matematiske ferdigheter produktivt og fleksibelt. De får bruke egne tanker og ideer, samt resonnementer de enten kommer frem til på egen hånd eller gjennom dialog og diskusjon med andre. Slik kommer det til syne at elevene får en aktiv rolle i egen læringsprosess. Disse faktorene er karakteristiske for det Alrø og Skovsmose (2005) beskriver som undersøkende matematikkundervisning.

Når undervisningen baseres på de strukturene som fremkommer i undersøkende matematikkundervisning, ser det ut til at det kan bidra til å endre nivået på helklassesamtalen. Slik kommer flere aspekter ved rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004) til syne i undervisningen. Analysen viser at det på nivå 2 og 3 ikke vil være nok å finne svaret på en oppgave, læreren vil ha en detaljert besvarelse på hvorfor det er riktig og hvorfor løsningsmetoden fungerer. Dermed må elevene være i stand til å forklare sine løsningsmetoder og svar med liten assistanse fra læreren. Slik får elevene en mer aktiv og selvstendig rolle i klasserommet.

I det følgende diskusjonskapittelet vil jeg oppsummere hovedfunnene fra analysen, og videre diskutere disse funnene i lys av teori og tidligere forskning.

5.0 Diskusjon

I denne masteravhandlingen har jeg fokus på kommunikasjonen mellom lærer og elev i matematikkundervisningen. Dette fokuset illustreres i problemstillingen for prosjektet: *Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet?* Observasjonene som ble gjort i den ordinære og arrangerte matematikkundervisningen har bidratt til å besvare dette.

I denne delen av oppgaven vil jeg oppsummere resultatene fra studien (kapittel 5.1), og se nærmere på lærerens fokus (kapittel 5.2). Videre vil jeg løfte oppgaven som helhet ut av dens sammenheng, og opp på et mer generelt nivå. Det vil jeg gjøre ved å se på kommunikasjonens betydning for matematikkundervisningen (kapittel 5.3). I kapittel 5.4 gir jeg noen refleksjoner rundt resultatene i studien. Avslutningsvis i kapittel 5.5 vil jeg presentere et kritisk blikk på studien, og diskutere potensiale for videre forskning.

5.1 Resultatene i studien

I kapittel 4.1 ble dialoger som var generelt gjennomgående for hvordan læreren og elevene kommuniserte i den ordinære matematikkundervisningen presentert og analysert. I kapittel 4.2 presenterte jeg episoder som oppstod i den arrangerte matematikkundervisningen, og analyserte karakteristiske trekk ved kommunikasjonen i denne leksjonen. Gjennom analysen har jeg undersøkt og identifisert kjennetegn ved kommunikasjonen i ordinær matematikkundervisning. Deretter har jeg også analysert kommunikasjonen i en arrangert undervisning, der læreren gjennomførte et undervisningsopplegg som ga rom for utforskende aktivitet. Jeg vil kort oppsummere kjennetegnene ved kommunikasjonen, og diskutere disse i lys av teori og tidligere forskning.

5.1.1 Kommunikasjonsmønsteret i den ordinære matematikkundervisningen

I den ordinære matematikkundervisningen kom det til syne at læreren hadde kontrollen og dominerte helklassesamtalen. Kommunikasjonen i undervisningen fulgte stadig et IRE-mønster, der læreren stilte presise og lukkede spørsmål. En slik spørsmålsstilling gjør at elevenes bidrag begrenses, og det etterspør i liten grad elevenes matematiske tenkning. Topaze-effekten var fremtredende i kommunikasjonen mellom læreren og elevene. Matematiske representasjoner ble i liten grad brukt, og dersom de var til stede, var det læreren som demonstrerte hvordan disse skulle brukes. I disse timene var det læreren som hadde eierskap til den matematiske kunnskapen, og han porsjonerte ut matematikken til elevene. Dette førte til liten grad av elevaktivitet, og det oppstod sjeldent dialoger med matematisk fokus mellom elevene. Det kan dermed sies at matematikkundervisningen hadde et tradisjonelt preg over seg (Alrø & Skovsmose, 2005).

Både tidligere og nyere studier viser at læreren har ordet to tredjedeler av tiden i et tradisjonelt klasserom, og mesteparten av denne tiden struktureres kommunikasjonen etter et IRE-mønster (Alrø & Skovsmose, 2005; Boaler, 2002; Skott et al. 2008; Solem & Ulleberg, 2015;Wells, 1999). I tillegg viser studiene at lærerens spørsmålsstilling i faglige samtaler karakteriseres ved at de ikke etterspør "ekte" informasjon, eller handler om genuin interesse for eller nysgjerrighet på svarene. Tilsvarende viste seg også i den ordinære undervisningen i denne studien. Læreren hadde ordet store deler av tiden i helklassesamtalen, og spørsmålene han stilte kan kategoriseres som pseudospørsmål, ledende spørsmål og testspørsmål (Solem & Ulleberg, 2015). Slike spørsmål kan bli besvart med et enkelt ord eller en setning. Dersom læreren opplevde at elevene ga feil svar, forenklet han spørsmålet og ga mer og mer informasjon, for å hjelpe elevene med å komme frem til svaret. En slik kommunikasjon bidrar i liten grad til kognitive utfordringer hos elevene, og det inviterer verken til argumentasjon eller begrunnelse (Brousseau, 1997; Skott et al., 2008).

Likevel kom det til syne at læreren gjennom IRE-mønsteret utdypet, generaliserte og pekte på det som var viktig ved elevbidragene (Wells, 1999). En slik struktur gir læreren god kontroll over helklassesamtalen. Spørsmålene læreren stiller kjenner han selv svaret på, og slik blir ikke læreren satt fast av vanskelige eller uforutsette elevinnspill. Dette kan fungere positivt for læreren. Ved å ta i bruk et slikt kommunikasjonsmønster kan læreren holde samtalen til det emnet undervisningsøkten omhandler, og slik få frem det han ønsker. Det kan være til fordel som et styringsredskap i en urolig klasse, da det fort blir velkjent hos elevene, og på denne måten kan det skape trygghet og forutsigbarhet i klasserommet (Alrø & Skovsmose, 2005).

Imidlertid er det viktig å være oppmerksom på at er læreren som styrer dialogen ved en slik kommunikasjonsform, og elevene har få muligheter til å bidra, ut over det å komme med korrekt svar. I stedet for at elevene resonnerer og drøfter rundt matematikk, blir de opptatt av å finne svar på kunnskapen læreren etterspør. Dette kan føre til mindre produktive matematikksamtaler. Når undervisningen baseres på slike strukturer fremtrer det Magdalene Lampert betegner som skolematematikk, på følgende vis: «doing mathematics means following rules laid down by the teacher: knowing mathematics means remembering and applying the correct rule when the teacher asks a question; and mathematical truth is determined when the answer is ratified by the teacher» (Lampert, 1990, s. 32). I en slik beskrivelse får lærer og elev roller i tråd med IRE-mønsteret. Læreren presenterer innhold og stiller lukkede faktaspørsmål. Elevene gir korte og entydige svar, som respons på lærerens spørsmål. Denne strukturen bidrar til at elevene får tildelt rollen som det Boaler (2002) karakteriserer som *received knowers*. I et slikt klasserom ligger den matematiske kunnskapen og autoriteten hos læreren, og elevene er helt avhengige av læreren for å motta kunnskapen. Elevene blir satt i en posisjon der de kun er mottakere av kunnskap. De får ikke mulighet til bruke egne ideer eller tanker, og det blir ikke lagt til rette for diskusjon og dialog mellom elevene.

5.1.2 Kommunikasjonsmønsteret i den arrangerte matematikkundervisningen

I den arrangerte matematikkundervisningen til læreren kom det til syne at han satte scenen som gjorde elevene nysgjerrige, og de valgte sin vei inn i undersøkelseslandskapet. Læreren tok på seg rollen som veileder i helklassesamtalen. Han stilte åpne, undersøkende og hypotetiske spørsmål som utfordret elevenes tenkning, uten å styre den i en bestemt retning. Elevene lagde matematiske representasjoner til sine løsningsmetoder, samtidig som de hadde en utforskende holdning til hverandres illustrasjoner. Elevene førte uoppfordret samtaler mellom hverandre, og hadde en spørrende holdning til hverandres bidrag. Slik måtte de være i stand til å forklare og forsvare sine løsningsforslag på en selvstendig måte. Elevene ble satt i en posisjon der de fikk bruke egne resonnementer og metoder til å løse matematiske problemer. Disse trekkene er karakteristiske for det Alrø og Skovsmose (2005) beskriver som undersøkende matematikkundervisning.

I matematikkundervisning som baseres på undersøkende virksomhet, er et overordnet mål å gi åpne, problemløsende og utforskende oppgaver. Samtidig skal elevers egen tenkning, resonnementer og begrunnelser anses som verdifulle. Elevene skal oppmuntres til å bruke og dele ulike løsningsmetoder (Boaler, 2002). Elevene skal ikke bare forklare prosessen bak eget svar, men de skal også ta utgangspunkt i andres svar og forklare resonnementet bak tankegangen (Kværnes, 2013). Tilsvarende trekk var fremtredende i den arrangerte matematikkundervisningen. Læreren satt opp læringsmålet for økten, og elevene utforsket problemene, slik at de selv kunne finne mønstre og systemer i matematikken. I denne undervisningen ble feil betraktet som en naturlig del av læringsprosessen, og slik drev elevene aktivt med matematisk utforskning. Dette kan en se igjen i Boalers (2002) forskning, som viser til tilfeller der elevene får en aktiv rolle i egen læringsprosess ved reformorientert matematikkundervisning. En slik tilnærming kan bidra til at elevene oppdager at matematikk ikke er et fag der det handler om å huske hva læreren har sagt, i stedet ser de hvordan matematikk er et spennende og utforskende fag.

Det er også verdt å merke seg at alle samtaletrekkene Chapin et al. (2009) og Kazemi og Hintz (2014) beskriver som produktive for matematiske diskusjoner, kom til syne under den arrangerte matematikkundervisningen. Disse samtaletrekkene var lite fremtredende i de ti leksjonene fra den ordinære undervisningen. Dette var ikke noe som hadde blitt diskutert på forhånd med læreren, men likevel ser det ut til at undervisningsopplegget til Boaler og Humphreys (2005) utløste slike samtaletrekk. I denne studien bidro disse samtaletrekkene til at elevene aktivt deltok i helklassesamtalen i matematikkundervisningen. Aktiv deltagelse er ifølge Alrø og Skovsmose (2002) en forutsetning for at IC-modellen skal fungere som kommunikasjonsform. Elementene i modellen opptrer ikke i en bestemt rekkefølge, men de kan forekomme i ulike kombinasjoner eller mønstre. Alle elementene er nødvendigvis ikke til stede i en undervisningstime, men det er ofte vanlig å se en liten versjon av IC-modell i praksis. Slik kom den til syne i den arrangerte undervisningen. Et slikt kommunikasjonsmønster bidrar til at flere elever får mulighet til å dele sine meninger, og deres tenkning blir ansett som verdsatte kunnskapskilder i samtalen.

I den arrangerte undervisningen stilte læreren spørsmål som hadde en mer åpen karakter, noe som bidro til at elevenes mulighet til respons endret seg. Mine funn viser at spørsmålene læreren stiller er avgjørende for bidragene elevene kommer med i undervisningen. Læreren kan utfordre den tradisjonelle deltakerstrukturen i matematikkundervisningen ved å fokusere på spørsmålene som blir stilt. Både Lampert (1990) og Solem og Ulleberg (2015) identifiserer hvilken spørsmålsform og spørsmålstype læreren velger, som en kritisk faktor for hvilken matematisk retning undervisningen tar. Spørsmål som krever at elevene forklarer, begrunner eller argumenterer viser å ha en positiv påvirkning på den kommunikative kompetansen. Ved å vie oppmerksomhet til hvilken type spørsmål læreren stiller, kan vi stimulere kommunikasjonen i en mer dialogisk retning. Dermed kan vi påvirke utviklingen av elevenes bevissthet om matematisk tenkning, og deres evne til å matematisere (Solem & Ulleberg, 2015).

5.2 Lærerens fokus

Kommunikasjonen endret seg i den arrangerte matematikkundervisningen. Det er interessant å se at det kan være store forskjeller i kommunikasjonsmønsteret i en og samme klasse. I den arrangerte undervisningen tok læreren i bruk oppgaver som ga rom for utforskende aktivitet, og dette førte ikke bare til at kommunikasjonen endret seg, men det gjorde også lærerens fokus. I den ordinære matematikkundervisningen kom det til syne at læreren hadde fokus på å vise elevene spesifikke løsningsmetoder eller algoritmer, som de kunne bruke i konkrete situasjoner eller oppgaver. Alternative løsningsmetoder som for eksempel kunne vært basert på elevenes ideer og tanker, ble ikke utforsket. Kommunikasjonen mellom læreren og elev gikk hovedsakelig ut på spørsmål og svar, for å sjekke om eleven hadde fått med seg den informasjonen som hadde blitt introdusert for dem. En lærer med et slikt fokus kan bli sett i lys av den lærerorienteringen Askew (2001) kaller *transmissionist*, og er fremtredende i undervisning som er tradisjonell.

I den arrangerte matematikkundervisningen endret lærerens fokus seg, læreren satt eleven i sentrum og de skulle selv undersøke matematiske problemer. Elevene skulle oppdage matematikken, og læreren skulle fungere som en veileder i denne prosessen. I denne leksjonen ble elevenes evne til å utforske og finne egne metoder verdsatt. Dette er sentrale verdier hos en lærer som vektlegger *discovery* (Askew, 2001). I tillegg fikk elevene mulighet til å resonnere seg frem til løsningsmetoder enten på egen hånd eller i fellesskap, samtidig som de måtte argumentere og begrunne for disse metodene. Læreren la vekt på å skape matematisk dialog og diskusjon. En lærer med et slikt fokus kan bli sett i forhold til den lærerorienteringen Askew (2001) kaller *connectionist*. Verdier som kommer til syne hos slike lærere er at læring skjer gjennom samhandling med andre, at elevene skal ha kjennskap til ulike løsningsstrategier og kunne velge den som er best egnet til de ulike oppgavetypene, og at elevene skal se sammenhengene i de ulike kunnskapsområdene. Disse kvalitetene var fremtredende i den arrangerte undervisningen.

Denne forskningsstudien viser at lærerens fokus er en viktig faktor for kommunikasjonen i undervisningen. Stiller læreren lukkede spørsmål som han vet svaret på selv? Eller utforsker han elevenes tanker? Jobber læreren aktivt for å engasjere elevene i dialogen, og skape matematiske diskusjoner mellom dem? En sentral kilde som kan bidra til å belyse disse spørsmålene er lærerens fokus, og dette kan være av stor betydning for kommunikasjonen som foregår i matematikkundervisningen. I denne studien ser det ut til at lærerorienteringen som vektlegger *discovery* og *connections,* kan bidra til at flere aspekter av rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004) kommer til syne i kommunikasjonen.

Rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004) beskriver hvilke nivå helklassesamtalen ligger på, og hva som kjennetegner de ulike nivåene. Dermed er dette et godt rammeverk for både analyse og refleksjon av kommunikasjonen som foregår i matematikkundervisning. Ut i fra dette rammeverket kan kommunikasjonen i den ordinære matematikkundervisningen klassifiseres på nivå 0. Dette representerer et tradisjonelt og lærerstyrt klasserom, der læreren legger føringer for elevenes tenkning. Mens kommunikasjonen som kom til syne i den arrangerte matematikkundervisningen, kan ut i fra rammeverket plasseres på nivå 2 og 3. På et slikt nivå er det ikke nok å finne svaret på en oppgave, læreren vil ha en detaljert besvarelse på hvorfor det er riktig og hvorfor løsningsmetoden fungerer. I en slik samtale må elevene være i stand til å forklare og forsvare sine løsningsmetoder og svar, og dette med liten assistanse fra læreren. Elevene får stille hverandre spørsmål, kommunisere ideer, argumentere og drøfte matematikk. Slik får elevene en mer aktiv og selvstendig rolle i klasserommet. En slik kommunikasjon i undervisningen kan bidra til at elevene ikke bare tilegner seg matematiske ferdigheter, men de lærer også å kritisk reflektere rundt hvordan disse bør og kan brukes. Dette definerer Skovsmose (1998) som *mathemacy*, en slags matematisk literacy.

5.3 Kommunikasjonens betydning for matematikkundervisningen

Kommunikasjon og språk har stor betydning når en skal lære matematikk, samt når en skal bruke faget. Kommunikasjonen kan bidra til å skape bedre forståelse for faget, større engasjement i læringsprosessen, og derved et bedre læringsresultat (Botten & Torkildsen, 2015). Intervensjonsstudien viste at læreren la opp til læringssituasjoner der elevene fikk være aktive språkbrukere, der de lærte å bruke begreper innenfor matematikkfeltet, og de fikk trent på å kommunisere med læreren og medelever. I et slikt klasserom vil kunnskapen i langt større grad bli elevenes egen, og ikke bare kunnskap som en forsøker å overføre fra læreren til elevene. I denne type undervisning bruker ikke elevene tid på å memorere én riktig løsningsmetode, men de skal utforske ulike fremgangsmåter og argumentere for disse. På denne måten bidrar kommunikasjonsformen til å bygge begrepsmessige sammenhenger hos elevene, og dermed kan det være med på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse og begrepskunnskap (Hiebert og Lefevre,1989; Skemp, 1976). En slik forståelse for matematikkfaget kan bidra til at elevene ikke er avhengige av ferdige oppskrifter presentert av læreren for å klare å løse en oppgave. Eleven vet hvorfor en matematisk algoritme fungerer, og hva som ligger til grunn for den. Dette bidrar til å bygge mentale strukturer hos eleven, som gjør at han kan bruke sine matematiske ferdigheter fleksibelt. Kommunikasjonen i den arrangerte undervisningen viser hvordan matematiske dialoger kan være et nyttig bidrag for læring og inkludering i matematikkundervisningen.

I LK06 er det betinget at skolen har et klart oppdrag om å utvikle samtaler som har en spesiell kvalitet for å fremme de verdiene og målene som er nevnt i læreplanen. Det kommer tydelig frem at skolen er forpliktet til å skape samtaler som bidrar til at elevene skal gjøre seg opp meninger, stille spørsmål, argumentere, kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer (Utdanningsdirektoratet, 2006). På bakgrunn av disse målene kan en hevde at lærerens arbeid i matematikk også skal omfatte samtaler av undersøkende og utforskende karakter. Det å kunne kommunisere matematikk er et læringsmål i seg selv - elevene skal ikke bare *lære matematikk ved å argumentere*, de skal også *lære å argumentere i matematikk* (Cramer, 2011). Dette forutsetter at det må skapes rom og kultur for å kommunisere i matematikkundervisningen. Forskning viser at slike dialogiske samtaler i mange tilfeller er mangelvare i skolen, og at samtalene ofte er monologiske og lærerstyrte (Dysthe 2003; Alexander, 2008). Tilsvarende viste seg også i den ordinære undervisningen i denne studien.

Det er viktig at det utvikles en kommunikasjon i matematikkundervisningen der oppmerksomheten ikke bare er rettet mot svaret, om det er rett eller galt, men at det handler om å undersøke elevenes tankeprosesser og argumenter (Solem & Ulleberg, 2015). En visjon kan være at samtalen i matematikkundervisningen også skal være en arena der elevene blir engasjert i meningsfulle og interessante situasjoner med tid til å utforske. Med utgangspunkt i en slik kommunikasjon kan vi tilstrebe en holdning hvor feilsvar kan være springbrett for undersøkelse av argumenter og matematisk tenkning, slik at alles forståelse kan utvikles videre, og der alternative løsninger blir akseptert og diskutert. Denne visjonen står i stor motsetning til den praksisen vi kan se igjen i mange klasserom (Alrø & Skovsmose, 2005; Boaler, 2002; Skott et al. 2008; Solem & Ulleberg, 2015;Wells, 1999).

Skolen skal fremme elevenes demokratiske deltakelse og danning, og dette må være elementer i hvert enkelt fag. Ved å bryte den lærerstyrte kommunikasjonsformen, som dominerer mange klasserom, og fremme elevenes deltakelse i undervisningen, kan skolen bidra til å utvikle elevene til aktive og kritiske samfunnsborgere, som er en forutsetning for et levende demokrati. I LK06 er det fastsatt at gjennom arbeid med matematikkfaget skal elevene gjennomgå en danningsprosess der «faget spelar ei sentral rolle i den allmenne danninga ved å påverke identitet, tenkjemåte og sjølvforståing» (Utdanningsdirektoratet, 2006). Dersom en følger denne visjonen kan matematikkundervisningen være et sted der elevene får mulighet til å diskutere, gjøre rede for egne synspunkter og lytte til andres, og slik lærer elevene å drøfte løsningsstrategier sammen. På denne måten kan de matematiske dialogene i undervisningen være et nyttig bidrag til å strekke oss nærmere idealene i formålsparagrafen.

5.4 Refleksjon rundt resultatene

Boaler (2003) testet elevers kunnskap i matematikk gjennom en felles test i klasserom som både drev med tradisjonell og reformbasert undervisning. Ut i fra hennes forskning kom hun frem til følgende: «our data set showed that the teacher was the only significant variable in the achievement of students» (Boaler, 2003, s. 6). Dermed hevder hun at det ikke er de overordnede målene, eller ideene bak de ulike tilnærmingene til matematikkundervisning, som er avgjørende for elevenes kunnskapsutvikling. Det er heller lærerens fortolkninger og faktiske handlinger som er den kritiske faktoren. Dette illustrerer hun nærmere gjennom studier av tre lærere innen reformklasser. Til tross for at alle tre bekjente seg til overordnede mål og ideer for reformundervisning, ble likevel klasseromspraksisen forskjellig fra lærer til lærer. Slik viser hennes forskning at transformasjonene av de generelle ideene bak reformundervisning til lærerens faktiske handlinger, kan i høyeste grad bli ulik (Boaler, 2003; Kværnes, 2013).

Dette bidrar til å reise spørsmålet om hva som egentlig skjedde i den arrangerte matematikkundervisningen til læreren i denne studien? Hva førte til at denne lærerens transformasjoner endret både fokuset og kommunikasjonen i klasserommet? Det kan være kompleks og krevende for en lærer å utvikle undervisning som er preget av produktive diskusjoner med klare faglige fokus, og som bygger på idealene bak reformbasert matematikkundervisning. Ifølge Boaler (2003) er en av forskeres og lærerutdannerens oppgave å hjelpe fremtidige lærere med å utvikle en slik undervisningspraksis. For å kunne strebe etter dette trenger lærere tilrettelagt øvelse, og dette skjer ved at lærere blant annet presenteres for denne type undervisning. Boken til Boaler og Humphreys (2005) kan sees på som et hjelpemiddel i formidlingen av en slik undervisningsform. Boken beskriver og begrunner nøye hvordan undervisningsopplegget skal gjennomføres, hva som er målene for økten og hvilke oppgaver læreren skal ta i bruk. Ved siden av boken følger det med et videoopptak, der Humphreys gjennomfører undervisningsopplegget med sin egen klasse. En kan sette dette på spissen og si at boken fungerer som et ”manus” for hvordan læreren skal drive undersøkende matematikkundervisning.

Læreren i min studie hadde på forhånd fått en nøye gjennomgang av hvordan dette opplegget skulle gjennomføres, hvilke oppgaver han skulle bruke og hva han skulle ha fokus på under denne leksjonen (dette ble beskrevet i kapittel 3.5.4). Han hadde også sett videoopptaket, og gjennom analysen av denne leksjonen kan en se at læreren nøye følger opplegget til Boaler og Humphreys (2005). Dette kommer spesielt til syne i for eksempel episode 8 (side 70). Her glemmer læreren seg, og lar eleven selv forklare hvilken regnemetode han har illustrert. Læreren henter seg da inn igjen, ved å si at en annen elev skal forklare hvilken regnemetode medeleven har illustrert. Slik ser vi at læreren “holder seg til manus” gjennom den arrangerte undervisningen, og dette er med på å endre lærerens fokus og kommunikasjonen fra det som har vært generelt gjennomgående i den ordinære undervisningen. Dermed kan Boaler og Humphreys (2005) verktøy fungere som et nyttig tillegg i matematikkundervisningen. Dette er et viktig verktøy som bidrar til å utvikle undervisningen, slik at flere aspekter av rammeverket til Hufferd-Ackles et al. (2004) blir fremtredende i kommunikasjonen.

5.5 Kritiske bemerkninger og potensiale for videre forskning

I etterkant av en studie er det tid for å se den utenfra: hvor gyldig er egentlig resultatene, og kunne jeg gjort noe annerledes? Knyttet til studiens troverdighet er noen kommentarer gitt i kapittel 3.7. Likevel kom en potensiell feilkilde som studien kan kritiseres for til syne i den arrangerte matematikkundervisningen. Denne leksjonen startet med at læreren introduserte økten ved å si at undervisningen kom til å være annerledes fra den vanlige matematikkundervisningen. Dette kan ha påvirket hvordan elevene jobbet og kommuniserte denne timen, da læreren på forhånd ga en forventning om at ting skulle være annerledes denne leksjonen. Dette kan ha hatt innvirkning på resultatene fra intervensjonsstudien. En annen kritisk kommentar, er at resultatene fra den ordinære undervisningen kan ha vært avhengig av hvilke situasjoner som oppstod i akkurat de timene jeg observerte. Dagsformen til læreren og elevene kan for eksempel ha påvirket matematikkundervisningen. Samtidig kan jeg som forsker legge for stor vekt på enkeltepisoder eller spesielle hendelser. Et tiltak som kan bidratt til å øke troverdigheten, er at jeg gjennom analysen (kapittel 4.1) viser til tilsvarende hendelser fra ulike leksjoner, slik får jeg et bedre innblikk i hvilke trekk ved kommunikasjonen som var gjennomgående. Det kunne også vært nyttig å intervjue læreren og noen av elevene, for å få en dypere innsikt og et metaperspektiv ved kommunikasjonen. Slik kunne jeg også styrket validiteten. Tidsperspektivet ved studien gjorde det vanskelig å ta i bruk dette tiltaket.

I kvalitativ forskning er det begrenset hvor mye som kan generaliseres (Robson, 2002; Mertens, 2005). Det er viktig å understreke at funnene i denne studien ikke gjelder for all matematikkundervisning, da disse resultatene kun representerer en liten del av et helhetlig bilde. Likevel har dette studiet gitt et innblikk i hva som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisning, og hva som skjer med denne kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir rom for utforskende aktivitet. Studien har vist at kommunikasjonen kan ha ulik retning og form, og at samtaler av undersøkende og utforskende karakter vil være et nyttig bidrag og et tillegg i matematikkundervisningen. Hensikten har ikke vært å generalisere funnene til all undervisning i matematikk, men å få innsikt i kommunikasjonen mellom lærer og elev. I tillegg kan denne studien være relevant for andre matematikklærere. Dersom en lærer leser denne oppgaven, kan vedkommende avgjøre hvorvidt hun kjenner seg igjen i kommunikasjonsformene som kommer til syne, og eventuelt dra nytte av dette i egen matematikkundervisning.

Denne masteroppgaven illustrerer noe av kompleksiteten ved matematikk som et undervisningsfag. På grunn av oppgavens omfang og tidsperspektivet har ikke alle sidene ved matematikkundervisning blitt belyst. I et videre arbeid med studien kunne jeg tenkt meg å gå i dybden og intervjue læreren. Det ville vært interessant å finne ut hvordan denne læreren oppfattet den arrangerte undervisningen i forhold til den ordinære matematikkundervisningen. Samtidig ville det vært spennende å undersøke hvilken av de tre lærerorienteringene, beskrevet av Askew (2001), læreren identifiserer seg selv som, eller hvilken han kjenner seg mest igjen i. De ulike orienteringene kommer til uttrykk i hvordan læreren tenker omkring matematikkunnskap, og hva læreren velger å legge fokus på i undervisningen. Har læreren tatt et standpunkt med tanke på hvilken lærerorientering han ønsker å ha? Og står dette i samsvar med det han faktisk gjør i undervisningen? Disse spørsmålene impliserer at videre forskning kan undersøke nærmere hvilke forestillinger lærere har om god matematikkundervisning, og hvordan dette samsvarer med deres egen undervisningspraksis. Forskningen kan da undersøke mer av årsaker, og forsøke å identifisere føringer som påvirker lærerens undervisning og kommunikasjonen. Denne studien har stilt noen spørsmål og forsøkt å belyse disse, men den har også gitt flere spørsmål. Fremtidig forskning kan bidra til å gi bedre forståelse av disse nye spørsmålene.

6.0 Avslutning

Studien har undersøkt problemstillingen: *Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren gjennomfører et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktivitet?* For å belyse dette har jeg gjennomført en kasusstudie av en lærer på 7. trinn. Studiens problemstilling er todelt, og for å besvare det første forskningsspørsmålet har jeg observert matematikkundervisningen til denne læreren, for å kunne identifisere kjennetegn ved kommunikasjonen. For å besvare det andre forskningsspørsmålet har jeg gjennomført en intervensjonsstudie. Slik har jeg undersøkt hva som skjedde med kommunikasjonen når denne læreren gjennomførte et undervisningsopplegg som ga rom for utforskende aktivitet. Undervisningsopplegget læreren gjennomførte var *The border problem,* eller rammeproblemet, som er utviklet av Jo Boaler og Cathy Humphreys (2005). Studien har gitt funn som er oppsummert i kapittel 5.1.1 og 5.1.2. Disse oppsummeres i to punkter:

1. I den ordinære matematikkundervisningen kom det til syne at læreren dominerte og kontrollerte helklassesamtalen. Kommunikasjonen i undervisningen fulgte stadig et IRE-mønster, der læreren stilte presise og lukkede spørsmål. I disse timene var det læreren som hadde eierskap til den matematiske kunnskapen, og han porsjonerte ut matematikken til elevene. Dette førte til liten grad av elevaktivitet, og det oppstod sjeldent dialoger med matematisk fokus mellom elevene. Det kan dermed sies at matematikkundervisningen hadde et tradisjonelt preg over seg.

2. I den arrangerte matematikkundervisningen til læreren kom det til syne at han satte scenen som gjorde elevene nysgjerrige, og de valgte sin vei inn i undersøkelseslandskapet. Det var ikke lenger læreren som dominerte helklassesamtalen, han tok heller på seg rollen som veileder i dialogen. Elevene førte på eget initiativ matematiske samtaler mellom hverandre, og hadde en spørrende holdning til hverandres bidrag. Slik måtte de være i stand til å forklare og forsvare sine løsningsforslag på en selvstendig måte. Elevene ble satt i en posisjon der de fikk bruke egne resonnementer og metoder til å løse matematiske problemer.

Hensikten med studien har ikke vært å generalisere funnene til all undervisning i matematikk, men å få innsikt i kommunikasjonen mellom lærer og elev. Studien har vist at kommunikasjonen kan ha ulik retning og form, og at samtaler av undersøkende og utforskende karakter vil være et nyttig tillegg i matematikkundervisningen. Resultatene fra studien har også vist at Boaler og Humphreys (2005) undervisningsopplegg er et verktøy som implementerer slike samtaler i undervisningen. Funnene fra den arrangerte undervisningen viser at elevene får stille hverandre spørsmål, kommunisere ideer, argumentere og drøfte matematikk ved hjelp av dette undervisningsopplegget. Slik brytes den lærerstyrte kommunikasjonsformen, som dominerer mange klasserom, og elevene får en mer aktiv og selvstendig rolle i klasserommet.

Oppgavens tittel; *«Det er gjerne et fokus på om ting er rett eller galt i matematikk»,* som er et sitat av læreren i studien, viser at det er svaret med to streker under, som ofte er i fokus i undervisningen. Men slavisk regelbruk og repetitiv oppgaveløsning omfavner ikke essensen i matematikkfaget. Mine funn, gjennom analyse og drøfting i lys av teori og tidligere forskning, viser viktigheten ved at det utvikles en kommunikasjon i undervisningen der oppmerksomheten ikke bare er rettet mot svaret, om det er rett eller galt, men at det handler om å undersøke elevenes tankeprosesser og argumenter. En visjon kan være at samtalen i matematikkundervisningen også skal være en arena, der elevene blir engasjert i meningsfulle og interessante situasjoner, der de får tid til å utforske. Med utgangspunkt i en slik kommunikasjonsform kan vi tilstrebe en holdning hvor feilsvar kan være springbrett for undersøkelse av argumenter og matematiske tenkning, slik at alles forståelse kan utvikles videre, og der alternative løsninger blir akseptert og diskutert. Slik kan matematiske samtaler kan være et nyttig bidrag for læring og inkludering i matematikkundervisningen.

Arbeidet med denne studien har gitt meg bedre forståelse for hvilke kommunikasjonsmønstre som kan oppstå i matematikkundervisningen. Dette er et tema som er viktig å ha kunnskap om for meg, som fremtidig matematikklærer. Slik vil jeg kunne legge opp til varierte undervisningsformer, der elevene også blir sett, deres innspill blir hørt, og de får utfordringer og den tilretteleggingen de trenger. Med utgangspunkt i dette vil jeg avslutte med et sitat fra Boaler: «a teacher's role includes valuing and encouraging students ideas, while also guiding students towards important mathematical goals» (Boaler og Humphrey, 2005, s. 87). Som matematikklærer er en viktig del av yrket å vise elevene at dette ikke bare er et fag der det handler om å huske hva læreren har sagt. Alt for mange elever har et anstrengt forhold til matematikkfaget. Læreren må vise elevene alle sidene ved faget. Elever er ulike, og trenger ulike metoder og tilpasninger. Elevene må få muligheten til å se at matematikk er et spennende og utforskende fag.

7.0 Litteraturliste

Alexander, R. (2008). *Towards dialogic teaching. Rethinking classrom talk.* Cambridge: Dialogos.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education - Intention, reflection, critique.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2005) *Undersøgende samarbejde i matematikundervisningen - udvikling af IC-Modellen*. Institut for Uddannelse, Læring og Filosofi, Aalborg Universitet.

Alseth, B., Breiteg, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering.* Notodden: Telemarksforskning.

Askew, M. (2001). Policy, practices and principles in teaching numeracy - what makes a differnce? I P. Gates, *Issues in mathematics teaching* (s. 105-120). London: RoutledgeFalmer.

Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction, and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. I D. A. Grouws, T. J. Cooney & D. Jones (Eds.), *Effective mathematics teaching* (s. 27-46). Reston, VA: NCTM & Lawrence Erlbaum.

Bergem, O. K., Kaarstein, H., & Nilsen, T. (2016). TIMMS 2015. I O. K. Bergem, H. Kaarstein, & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag - Resultater og analyser fra TIMMS 2015* (s. 11-20). Oslo: Universitetsforlaget.

Bergesen, O. H. (2006). *Kampen om kunnskapsskolen.* Oslo: Universitetsforlaget.

Bjørndal, Cato R. P. (2017). *Det vurderende øyet. Observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis (3 Utg).* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Boaler, J. (2003) Studying and capturing the complexity of practice – the case of the 'Dance of Agency'. I Pateman, N., Dougherty, B. and Zilliox, J. (Eds. 2003) *Proceedings of the 27th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics education.* (Vol. 1, s. 3-16) Honolulu, HI: PME.

Boaler, J. (2002) The development of disciplinary relationships: knowledge, practice, and identity in mathematics classrooms. *For the Learning of Mathematics,* 22 (1), 42-47.

Boaler, J. og Humphreys, C. (2005*). Connecting mathematical ideas. Middle School video cases to support teaching and learning*. Pourtmouth, NH. Heinemann.

Botten, G., & Torkildsen, H. A. (2015). Språk og kommunikasjon i matematikk. *Tangenten, 26*(2), 28-31.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics 1970-1990*. Edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bryman, A. (2008). *Social research methods*. Oxford; New York: Oxford University Press.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. (2009). *Classroom Discussions: Using math talk to help students learn* (2. Utg.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). *Research methods in education* (5 ed). London, New York: Routledge Falmer.

Cramer, J. (2011). *Everyday argumentation and knowledge construction in mathematical tasks.* Hentet 12. november, 2018 fra http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/1/CERME7_WG1_Cramer.pdf

Dalland, O. (2012). *Metode og oppgaveskriving* (5. Utg). Oslo: Gyldendal Akademiske.

Dysthe, O. (2003). *Det flerstemmige klasserommet.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel og læring* (s. 33-72). Oslo: Abstrakt forlag.

Fangen, K. (2010). *Deltagende observasjon*. Bergen: Fagbokforlaget.

Grønmo, S. (2015). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I Hiebert, J. (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. C., & Sherin, M. G. (2004). Describing Levels and Components of a Math-Talk Learning Community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(2), 81-116.

Johannessen, A., Tufte, P. A., & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abstrakt.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions.* Portland: Stenhouse Publishers.

Kleve, B. (2012). Fra læreplanreform og matematikklæreres forestillinger til praksis i klasserommet. In T. Hopfenbeck, M. Kjærnsli & R. V. Olsen (Eds.), *Kvalitet i norsk skole: Internasjonale og nasjonale undersøkelser av læringsutbytte og undervisning* Oslo: Universitetsforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2016). *Fag – Fordypning – Forståelse — En fornyelse av Kunnskapsløftet*. (St. Meld. Nr. 28 (2015–2016)). Hentet 25. oktober, 2018 fra http://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det Kvalitative forskningsintervju* (3. Utg). Oslo: Gyldendal Akademiske.

Kværnes, L. (2013). Utvikling av læreres undervisningspraksis i matematikk som en utforskende og reflekterende virksomhet. En teoretisk og empirisk grunnet drøfting. *Acta Didactica Norge, 7*(1), art. 7.

Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal, 27*(1), 29-63.

Larsen, A. K. (2017). *En enklere metode – veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode (2. Utg)*. Bergen: Fagbokforlaget.

Lund, T. & Haugen, R. (2006). *Forskningsprosessen*. Oslo: Unipub.

Mehan, H. (1979). Learning Lessons, Social Organization in the Classroom.

Mertens, D. M. (2005). *Research and evaluation in education and psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods* (2 ed.). Thousand Oaks: Sage Publications, Inc.

NOU 2014:7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole – Et kunnskskapsgrunnlag.* Hentet 11. oktober, 2018 fra http://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/

OsloMet. (2014). *Etiske retningslinjer for forskning ved OsloMet - storbyuniversitetet (OsloMet)*. Hentet 14. oktober, 2018 fra https://tilsatt.hioa.no/documents/585743/53632647/Etiske+retningslinjer+for+forskning+ved+ OsloMet/ca69e77b-fba1-b4f5-340e-b2e8127f464c

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode – en innføring med fokus på fenemenologi, etnografi og kasusstudier (2.Utg).* Oslo: Universitetsforlaget.

Robson, C. (2002). Real world research (2 ed.). Oxford: Blackwell Publishing.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), 20-26.

Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2008). *Delta, matematikk for lærerstuderende, fagdidaktikk.* Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaber. I T. Dalvang & V. Rohde (Red.), *Matematikk for alle: Rapport fra LAMIS 1. sommerkurs, Trondheim 6.-9. aug 1998* (s. 24-37): Landslaget for matematikk i skolen.

Solem, I. H., & Ulleberg, I. (2015). *Hva spør læreren om?* Samtalens didaktiske muligheter. Christensen & Stokke (red). Gyldendal akademiske.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom.* New York: Free Press.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse – en innføring i kvalitative metoder* (5.Utg). Bergen: Fagbokforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2006). *www.udir.no*. Hentet 22. januar, 2019 fra Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal

Utdanningsdirektoratet. (2006). *www.udir.no*. Hentet 10. januar, 2019 fra Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): https://www.udir.no/kl06/mat1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter/?lplang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2006). *www.udir.no*. Hentet 22. januar, 2019 fra Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-7.-arssteget

Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 26,* 275-298.

Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice & theory of education.* Port Chester, NY: Cambridge University Press.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten, 26*(2), 22-27.

8.0 Vedlegg

Vedlegg 1: Vurdering fra NSD

NSD NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Kommunikasjonen mellom lærer og elev i et tradisjonelt og reformbasert klasserom

Referansenummer

793195

Registrert

06.09.2018 av Camilla Beigi - s196963@stud.hioa.no

Behandlingsansvarlig institusjon

OsloMet - storbyuniversitetet / Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier / Institutt for grunnskole- og faglærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Bodil Kleve, [redacted]

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Camilla Beigi, [redacted]

Prosjektperiode

06.09.2018 - 15.05.2019

Status

14.11.2018 - Vurdert

Vurdering (1)

14.11.2018 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 14.11.2018, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD ENDRINGER
Dersom behandlingen av personopplysninger endrer seg, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. På våre nettsider informerer vi om hvilke endringer som må meldes. Vent på svar før endringer gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 15.05.2019.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD finner at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:
- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20). NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).
For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp behandlingen underveis (hvert annet år) og ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet/pågår i tråd med det som er dokumentert.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Marianne Høgetveit Myhren
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 2: Informasjonsbrev med samtykkeerklæring til lærer

Vil du delta i forskningsprosjektet *"Kommunikasjonen i matematikkundervisningen"* ?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se nærmere på kommunikasjonen i matematikkundervisningen. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet med prosjektet er å undersøke kommunikasjonen mellom lærer og elev i matematikkundervisningen. Problemstilling som til prosjektet lyder som følgende: "Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren skal gjennomføre et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktiviteter?"

Jeg vil ta i bruk kvalitativ metode for å undersøke denne problemstillingen. Jeg vil observere kommunikasjonen matematikkundervisningen, og gjennomføre et intervensjonsstudie i denne klassen. Forskningsprosjektet er en masteroppgave.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

OsloMet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Utvalget er trukket ut ved bekjentskap i Osloskolen, og dette er en matematikklærer på grunnskolen som bidra til formålet til prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Ved å delta i prosjektet vil du, din undervisning og elevene i klasserommet bli observert. Det vil også være aktuelt å gjøre bilde- og lydopptak av undervisningen. Det kan eventuelt være aktuelt å foreta intervju i etterkant av observasjonene, her vil det også bli foretatt lydopptak.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Student og veiledere vil ha tilgang til datamaterialet, og dette vil oppbevares trygt på en ekstern harddisk som vil være innelåst på eget rom. Navn og opplysninger vil også erstattes med koder, og deltakelse vil ikke kunne gjenkjennes i masteroppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes ved innlevering av masteroppgaven 15. mai 2019. Når prosjektet avsluttes vil all video- og lydopptak bli slettet, og det som blir lagret av studien er anonymisert datamateriale som blir lagret på fakultet for lærerutdanningen og internasjonale studier på OsloMet.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra OsloMet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Camilla Beigi ved e-post[redacted]
- Bodil Kleve ved e-post[redacted]
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig (Forsker/veileder) Eventuelt student

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *"Kommunikasjonen mellom lærer og elev i et tradisjonelt og reformbasert klasserom"*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i observasjon, bilde- og lydopptak.
☐ å delta i intervju – hvis aktuelt.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, 15. mai 2019.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3: Informasjonsbrev med samtykkeerklæring til foresatte og elever

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Kommunikasjonen i matematikkundervisningen" ?

Dette er et spørsmål til foresatte og elev om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se nærmere på kommunikasjonen i matematikkundervisningen. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med prosjektet er å undersøke kommunikasjonen mellom lærer og elev i matematikkundervisningen. Problemstilling som til prosjektet lyder som følgende: "Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elev i matematikkundervisningen? Hva skjer med denne kommunikasjonen når læreren skal gjennomføre et undervisningsopplegg som gir mulighet til utforskende aktiviteter?"

Jeg vil ta i bruk kvalitativ metode for å undersøke denne problemstillingen. Jeg vil observere matematikkundervisningen for å besvare forskningsspørsmålet. Forskningsprosjektet er en masteroppgave.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
OsloMet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Utvalget er trukket ut ved bekjentskap i Osloskolen, og dette er matematikkundervisning på grunnskolen som bidra til formålet til prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?
Ved å delta i prosjektet vil elevene i klasserommet bli observert, og det vil samles inn opplysninger gjennom feltnotater. Det vil også være aktuelt å gjøre video- og lydopptak av undervisningen.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Dersom du ikke ønsker å være med i studien, kan du følge tilsvarende undervisning i parallellklassen, de timene jeg er til stede for å observere.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Student og veiledere vil ha tilgang til datamaterialet, og dette vil oppbevares trygt på en ekstern harddisk som vil være innelåst på eget rom. Navn og opplysninger vil også erstattes med koder, og deltakelse vil ikke kunne gjenkjennes i masteroppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes ved innlevering av masteroppgaven 15. mai 2019. Når prosjektet avsluttes vil all video- og lydopptak bli slettet, og det som blir lagret av studien er

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra OsloMet har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Camilla Beigi ved e-post: [redacted]
- Bodil Kleve ved e-post: [redacted]
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig (Forsker/veileder) Eventuelt student

Svarslipp med samtykkeerklæring

Jeg har mottatt informasjon om studien som skal gjennomføres, og ønsker å delta i forskningsprosjektet. Foresatte gir herved samtykke til at Camilla Beigi kan være med i klassen til mitt barn og observere undervisningen.

Navn på barnet som ønsker å delta i forskningsprosjektet:____

Underskrift av foresatte:____

Vedlegg 4: Observasjonsskjema

Leksjon nummer Dato	Tema	Kommentarer
Leksjon nummer 1 21/9 - 2018	Grubliser.	Første observasjon – uten video- og lydopptak for at elevene skal vende seg til meg. Kun feltnotater. IRE-mønster i kommunikasjonen. Kun en samtale mellom læreren og de sterkeste elevene. Flere elever forlater klasserommet frustrert over at de ikke har forstått grublisen.
Leksjon nummer 2 28/9 - 2018	• Matteprøve, matteinnføring, grubliser. • Måleenheter	Ingen kommunikasjon ved matteprøve og matteinnføring. Grubliser: Elevene jobber individuelt. Utnytter ikke bruken av læringspartner. Mange elever sitter og rekker opp hånda og bare venter, bruker ikke hverandre. Samtale om ulike type måleenheter, da det har vært mye av dette i matteinnføringene.
Leksjon nummer 3 9/10 - 2018	1. Elevene jobber med matteoppgaver i matteheftet 2. Sortere data i en tabell, og vise resultatene ved hjelp av søylediagram.	1. Elevene jobber individuelt med oppgaver, lærer går rundt og hjelper. Når elevene står fast rekker de opp hånda og venter på hjelp, her sitter de og snakker om andre ting med hverandre når de venter. Når læreren skal hjelpe elevene forsøker han først å omformulere oppgaven og gi hint, dersom dette ikke er til hjelp forteller han elevene hva de skal gjøre for å finne svaret. 2. Tydelige eksempler på at

		kommunikasjonen er preget av et IRE-mønster ved spørsmål om hva data er, hva søylediagram er. Viser rad, kolonne og celle på excel. Løser en oppgave felles, her forklarer lærer steg for steg hvordan den skal løses. Elevene følger stegene læreren forklarer, følger instruksene de får beskjed om. Her stiller læreren flere ganger spørsmål som han svarer på selv. Det er heller ingen matematisk utfordring denne timen, kun instrukser gitt av læreren som elevene skal følge. Etter en lang gjennomgang får elevene en tilsvarende oppgave de skal løse på egen hånd, men lærer går gjennom hvordan denne oppgaven også skal løses. Ingen matematisk utfordring i denne oppgaven heller, elevene jobber individuelt og lærer går rundt og hjelper.
Leksjon nummer 4 11/10 - 2018	Sortere data i en tabell og vise resultatene ved hjelp av søylediagram.	Lærermonolog ved felles gjennomgang av celle, kolonne, rad (excel) – trekker ikke inn elevene selv om dette er gjennomgått tidligere. Elevene jobber med oppgaver på iPad. Mye instrukser fra lærer om hvordan oppgavene skal løses. Elevene har fått i oppgave å lage oversikt + diagram av terningkast de gjør selv, her trekker læreren

		inn sannsynlighet på slutten av timen. Dette ender også i en monolog, hvor elevenes tanker ikke utforskes. Tapt sjanse.
Leksjon nummer 5 18/10 - 2018	• Sortere data i en tabell og vise resultatene ved hjelp av søylediagram. • Sette opp reisebudsjett i excel.	Starter økten med ved å fortsette temaene data, tabell og søylediagram. Tur til London skal settes opp i reisebudsjett på elevenes iPad. Lite matematikk. Omtrent all tiden går til at elevene skal søke opp priser til flytog, flybilletter, hotell, hvor mye elevene skal bruke på klær, mat, severdigheter, buss/tog og annet. Konkurranse om å finne billigst flybilletter. Budsjettet fylles inn i excel. Mot slutten av timen spør læreren hva poenget er med å sette opp et budsjett, en elev gir et kortfattet svar og resten av tiden går til at læreren svarer selv på hva fordelen ved et budsjett er.
Leksjon nummer 6 19/10 - 2018	• Matteinnføring. Dersom eleven er fort ferdig skal vedkommende fortsette med oppgaven fra sist (reisebudsjett på excel). • Gjennomsnitt, typetall og median.	Ferdig med reisebudsjett til London, får elevene ny oppgave om å planlegge reise til Berlin. Samme dato, for å sammenligne pris. Når elevene lurer på hvordan de skal legge sammen alle prisene for å finne summen, gir læreren instrukser til en og en om hva de skal trykke på for å finne svaret. Lite bruk av excel eller generelt matematikk, elevene lærer å planlegge en reise på nett. Ved oppsummering tar læreren igjen opp fordelene ved excel, og her blir det en samtale mellom læreren og et par elever. Kommunikasjonen er i stor grad preget av et IRE-mønster. Timen starter med gjennomgang av

		gjennomsnitt, typetall og median. Læreren dominerer samtalen.
Leksjon nummer 7 8/11 - 2018	Gjennomsnitt, typetall og median.	Kommunikasjonen er i stor grad preget av et IRE-mønster. Timen starter med gjennomgang av gjennomsnitt, typetall og median. Læreren stiller spørsmål som krever "enkle" svar av elevene, lærer bekrefter/avkrefter og viser hvordan man regner gjennomsnitt, typetall og median. Trekker inn elevenes noen av elevenes tanker ved hvordan man finner gjennomsnitt (liten grad), forklarer selv hvordan man regner typetall og median. Resten av timen går til at elevene jobber individuelt med oppgaver til emnet. Lærer går rundt og hjelper, omformulerer, gir hint eller sier hva elevene skal gjøre for å finne svaret. Elevene bruker ikke læringspartner, mye tid går til at de rekker opp hånda og venter på hjelp. Lite engasjement blant elevene, mye uro og mange som snakker om andre ting, mange som syntes det er kjedelig?
Leksjon nummer 8 15/11 - 2018	Måling: jeg kan bruke hensiktsmessige måleenheter	Klassesamtale om måleenheter: elevene noterer individuelt måleenhetene de kjenner til. Felles gjennomgang: elev tar favn, tomme osv – lærer forklarer hva dette er, bruker ikke elevene som nevnte dette. IRE-preget samtale. Elevene får oppgaver de skal gjøre med læringspartner, men ingen bruker partneren sin. Klare eksempler hvor lærer går rundt hjelper elever, hinter, omformulerer

		oppgaven og ender til slutt med å gi svaret til elevene.
Leksjon nummer 9 16/11 - 2018	Måling: jeg kan bruke hensiktsmessige måleenheter	Læreren går gjennom de ulike måleenhetene og i hvilken sammenheng disse brukes (lærermonolog). Deretter går læreren gjennom oppgavene elevene skal jobbe med denne timen, leser opp oppgaven og gir eksempler på hvordan disse skal løses. Deretter får elevene i beskjed om at de skal jobbe med disse oppgavene individuelt resten av timen. Klassisk eksempel på en time med felles gjennomgang av læreren, hvor læreren forklarer hvordan oppgavene skal løses og resten av timene går til at elevene skal side opp og ned med oppgaver. Lærer går rundt og hjelper elevene, og ser tydelig eksempel på at lærer prøver å hjelpe elevene ved å omformulere oppgaven og gi hint, og ender opp med å gi svaret til elevene.
Leksjon nummer 10 22/11 - 2018	Problemløsningsoppgaver Mål: Jeg kan tegne hensiktsmessige modeller når jeg regner med tekstoppgaver	Begynner med gjennomgang av en oppgave felles, her viser læreren eksempel på hvordan man kan lage en modell til en problemløsningsoppgave. Trekker delvis med elevene i prosessen, men lager sin egen modell. Læreren viser så en oppgave på tavla, denne oppgaven skal elevene løse individuelt og lage en modell hver. Deretter sier læreren at klassen skal ha felles gjennomgang av denne oppgaven, hvor elevene skal vise hva de har tenkt og sine modeller. Ender med at bare et elev forklarer delvis hvordan hun har tenkt, og hun forklarer kun utregningen hennes, vi får ikke se noen

		modell. Ender med at læreren forklarer fullstendig utregning, og tegner sin egen lager en egen modell. Ser flere ganger at læreren forenkler spørsmålene slik at flere får deltatt. Han lager modellene, og forklarer løsningsstrategien og inkluderer elevene ved å kun stille regnespørsmål, som han har kommet frem til. Læreren har kunnskapen han skal gi til elevene, og de må basere seg på hans tankegang, får ikke brukt seg selv. Kunne vært unngått ved en inkluderende klassesamtale i starten, hvor elevene fikk vist sine modeller og forklart sine tanker/løsningsmetoder.

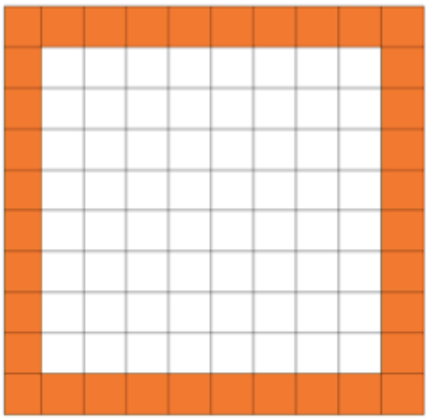
Vedlegg 5: Powerpoint som støtte til rammeproblemet

Slide 1

Mål for timen:
Jeg kan utforske og beskrive strukturer og forandringer i geometriske mønstre

Slide 2

Hvor mange ruter er det i den oransje rammen til denne 10x10 figuren? Uten å telle, prate eller skrive



Slide 3

Rammeproblemet

- Skriv ned minst seks ulike måter å regne deg frem til at det er 36 ruter i den oransje rammen i 10x10 figuren.
- Du skal kunne forklare regnemetoden du skriver ned.

Slide 4

Rammeproblemet

- Nå skal dere velge en av regnemetodene dere har skrevet ned, så skal du vise den regnemetoden du velger, ved å tegne den.
- Du skal tegne den sånn at en annen elev skjønner hvilken metode du har tegnet uten at du sier det.

Slide 5

Rammeproblemet

- Se for dere 10x10 rammen fra figuren istad i hodet.
- Krymp den ned til en 6x6 ramme.
- Hvor mange ruter vil det være i den ytterste rammen til denne figuren?

Slide 6

Rammeproblemet

- Se for dere en 15x15 ramme denne gangen.
- Hvor mange ruter vil det være i den ytterste rammen til denne figuren?

Slide 7

Rammeproblemet

- Ser dere et mønster ved regnemetodene?
- Hva gjør vi igjen og igjen, for å finne hvor mange ruter det er i den ytterste rammen?
- Kan dere forsøke å lage en regnemetode, som vil gjelde for alle rammer jeg hadde gitt dere?