OSLO METROPOLIAN UNIVERSITY

Sosiomatematiske normer og betydningen av lærerens spørsmål

Materoppgave i skolerettet utdanninsvitenskap med fordypning i matematikk

SKUT5910
Kanditatnummer: 944

Linn-Silje Kristin Nesdal

Fakultet for Lærerutdanning og internasjonale studier

Institutt for lærerutdanning

OsloMet Storbyuniversitetet

15.mai.2018

Veildere: Hilja Lisa Huru (hovedveileder) og Bodil Kleve (biveileder)

Korrektur: Arild Nesdal og Kai-Henning Larsen Nesdal

Forord

Etter å ha gått tre år på grunnskolelærerutdanningen ved Høgskolen i Oslo og ytterligere to år på masterprogrammet, må jeg si at jeg er veldig fornøyd. Fornøyd med alt jeg har lært, erfaringer jeg har fått gjennom praksis og jobb, og fornøyd med at jeg uten tvil har valgt riktig yrke!

Jeg er også takknemlig for mine ulike lærere som har gitt meg en unik innsikt i hvert fag. En spesiell takk til Bodil Kleve som har motivert og inspirert meg til å alltid være oppdatert på siste forskning innenfor matematikkdidaktikk.

Jeg må også takke min hovedveileder Hilja Lisa Huru for å ha stått i det sammen med meg, vært tilgjengelig, muntret meg opp og vært en god støtte gjennom gode og dårlige dager.

Stor takk til læreren og elvene som lot seg observeres og intervjues av meg! Takk til skolen for at jeg fikk mulighet til å gjennomføre min studie.

Takk til mamma og pappa for gode ord, min bror Kai-Henning for deling av erfaring og støtte rundt min oppgave og samboer Knut Axel for forståelse av min prioritering av HiOA fra morgen til kveld.

Linn-Silje Kristin Nesdal

Oslo, mai 2018

Sammendrag

Formålet med denne masteroppgaven er å undersøke ulike sosiomatematiske normer og om disse er forskjellig fra klasse til klasse med en og samme lærer. Studien tar utgangspunkt i to klasser på videregående skole; teoretisk matematikk 1T og praktisk yrkesrettet matematikk 1PY. Oppgavens overordnede forskningsspørsmål er:
Hvilke sosiomatematiske normer kommer til syne i ulike grupper, og hvilken rolle har lærerens spørsmål her?

Det er Yackel & Cobbs (1996) definisjon av sosiomatematiske normer som blir brukt i oppgaven. Dette handler kort sagt om hva som blir sett på som en elegant, annerledes eller effektiv løsning i matematikkundervisningen. En slik felles oppfatning eller forståelse rundt matematikk innad i en gruppe, er det som kalles for en sosiomatematisk norm.

Sammenlignet med andre land har norsk skole i større grad hatt mer tradisjonell undervisning, elevene får mindre tid på oppgaver og lærere stiller færre oppfølgingsspørsmål (Klette, 2013). Den gjennomsnittlige ventetiden mange lærere bruker er under ett sekund (Streitlien, 2009).

Med denne studien ønsket jeg å undersøke hvilke spørsmål som stilles av læreren i to ulike matematikkgrupper, og hvilken virkning dette kan ha på undervisningen. Det har også vært interessant å se hvilke sosiomatematiske normer som mulig ble avdekket.

Lærerens spørsmål er i oppgaven knyttet opp mot spørsmålsmodellen til Solem & Ulleberg (2013), rammeverket til Drageset (2014), Mortimer & Scotts(2013) dimensjoner av kommunikasjon og de ulike lærerorienteringene til Askew, Rhodes, Brown, William & Johnson (1997).

I studien blir det brukt kvalitative forskningsmetoder, i form av observasjon og intervju av lærer i etterkant. Innhentingen av datamateriale har forgått over tre uker, hvor observasjon ble gjennomført i 10 undervisningstimer i 1T og 5 undervisningstimer i 1PY.

Resultater fra studien indikerer at det er en sammenheng mellom lærerens undervisningsstil og spørsmål, og sosiomatematiske normer som er blitt etablert i en elevgruppe. Gjennom en tilnærmet tradisjonell undervisning, her en lærebok- og oppgavestyrt undervisning, stiller lærer i større grad spørsmål som er ute etter svaret, og ikke på hvordan oppgaven skal løses eller om det finnes andre løsningsmetoder. En slik form for undervisning kan fremme

elevenes instrumentelle forståelse framfor en relasjonell forståelse, siden fokuset er på regler og prosedyrer for utregning. Konklusjonen av analysen er at det var vanskelig å se noen eksplisitte sosiomatematiske normer, men ved flere anledninger var det potensial for utvikling av sosiomatematiske normer.

Innhold

Forord II

Sammendrag III

1.0 Innledning **1**

1.1 Bakgrunn for valg av tema 1

1.2 Problemstilling 2

1.3 Oppgavens oppbygging 3

2.0 Teori **4**

2.1 Sosiomatematiske normer 4

2.2 Den didaktiske kontrakt 6

2.3 Matematikkundervisning da og nå – Hvordan undervise i matematikk? 6

Undervisningens utvikling 6

Undervisningform nasjonalt 8

Klettes inndeling av undervisningsformer 9

Undervisningsformer internasjonalt 10

2.4 Lærerens klasseromspraksis 11

Klasserommet og lærerens innstilling 11

Arbeidsplassen 12

Kulturelt betinget 13

Individuelle forskjeller 13

2.5 Hva er god undervisning? 14

Hva er en matematisk forståelse? 15

Matematisk kompetanse 16

Matematisk diskurs 17

Dialog 18

2.6 Lærerens kompetanse i undervisning 19

2.7 Spørsmålenes formål 20

Spørsmålsmodellen 21

2.8 Rammeverket til Ove Drageset 25

Retningsforandring 26

Framdrift 26

Fokusering 27

3.0 Metode **29**

3.1 Utvalg 29

3.2 Observasjon 30

3.3 Intervju 30

3.4 Fokusgrupper 31
3.5 Induktiv eller deduktiv? 31
3.6 Gjennomføring 32
3.7 Matematiske temaer som ble gjennomgått 33
3.8 Etiske dilemmaer og utfordringer med observasjonen 33
3.9 Validitet og relabilitet 34
4.0 Analyse 36
4.1 Analyse av observasjon fra 1T og 1PY 37
Framdrift, fokusering og retningsforandring i 1T 37
Oppsummering av utdrag 1 – 5 46
Framdrift, fokusering og retningsforandring i 1PY 48
Oppsummering av utdrag 1 – 6 57
4.2 Fellesstrekk for lærerens undervisning i 1T og 1PY 58
Tid som blir brukt 58
Planleggingstid av undervisning 58
Kommunikasjon 58
Jobbe med sidemann 60
Gruppearbeid 60
Undervisningsperspektiv for den matematiske forståelsen 60
4.3 Spørsmål som ble stilt i undervisning 62
4.4 Hvem er læreren, og har dette noe å si for de sosiomatematiske normene? 66
Hva mente læreren selv om sin undervisning? 66
4.5 Sosiomatematiske normer i de ulike elevgruppene 76
Potensial til utvikling av sosiomatematiske normer 76
4.6 Diskusjon på lærerværelset: Hvorfor ble det undervist om denne formelen? 79
5.0 Avslutning 81
5.1 Avsluttende kommentarer 82
Dragesets rammeverk 82
Observasjonsperioden 83
6.0 Litteraturliste 84
Vedlegg 90

1.0 Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Matematikk har lenge vært et viktig fag i skolen, både for eleven og for samfunnet. Selv om hver enkelt elev har ulike forutsetninger for læring og mestring i faget, så tenker jeg at det er i stor grad læreren som har mye å si for elevenes utvikling av matematiske kunnskaper. Hvis en ser på matematikk i skolen ut fra et historisk perspektiv, har vi hatt ulike grunner for hvorfor vi skal lære matematikk med tanke på både innhold og hvilke metoder som skal brukes. Selv om det har vært mange endringer i læreplanen for matematikkfaget, så er faget likevel dypt forankret i normer og oppfatninger av hvilke måter matematikk skal læres på.

En rekke undersøkelser viser at norske skoleelevers undervisning er i stor grad preget av å være en tradisjonell undervisning (Klette, 2012). Her arbeider ofte elevene individuelt med oppgavene. Det er få retningslinjer eller råd til lærere som ønsker å gå bort fra tradisjonell undervisning, til en mer reformbasert undervisning (Stigler & Hiebert, 1999).

Mange ulike faktorer kan spille inn på hvilken kunnskap elevene sitter igjen med etter endt skolegang. Dette kan være faktorer som hvilke undervisningsformer som blir brukt, hvilke teoretisk læringssyn læreren har, hvilke spørsmål lærer stiller og hva som blir akseptert som gode elevsvar av læreren.

Disse faktorene overfor kan også påvirke samtalen som holdes i undervisningen. Drageset (2016) har tatt for seg ulike grep som lærere kan bruke i styringen av den matematiske samtalen. Ved å bruke de ulike tiltakene kan en gi elevene ulike muligheter for læring. Drageset (2016) poengterer hvorfor den matematiske samtalen er så viktig:

Evna til å leie ei matematisk samtale er ein viktig del av ein lærar sin undervisningskunnskap i matematikk. Viss ein ikkje er bevisst på korleis ulike grep verkar på elevane si læring og tenking, kan dette redusere elevane sine moglegheiter til å utvikle matematisk kompetanse. (Drageset, 2016, s. 178)

Det å kunne føre en matematisk samtale hvor en som lærer og elev kan vurdere, undre, avgjøre og spørre, er med på øke elevenes muligheter for utvikling av matematisk kompetanse. Men Klettes (2013) studier av norske klasserom beskriver at det er sjeldent at det er lagt til rette for at elevene kan utveksle sine meninger og diskutere hverandres innspill. I læreplan for matematikk fellesfag står det at den matematiske kompetansen går ut på at elevene skal kunne bidra med i samtaler om matematiske idéer og resonnere rundt disse (Utdanningsdirektoratet, 2006). Dessuten skal også elevene bli utfordret når det kommer til å kommunisere matematikk gjennom argumentasjon, uformelt og formelt språk ved hjelp av ulike begreper (Utdanningsdirektoratet, 2006). Derfor bør det å holde matematiske samtaler være en stor del av lærerens fokus i matematikkundervisningen.

Likevel må en være bevisst på at det er en forskjell mellom å holde en dialog og undervisning på et generelt grunnlag og gjøre dette spesifikt i en matematikkundervisning. Her er det naturlig å skille mellom sosiale normer og normer som er spesifikke for matematikkundervisningen, også kjent som de sosiomatematiske normene.

Sosiomatematiske normer er et begrep som betyr å snakke om og analysere rundt lærerens og elevenes aktivitet i klasserommet (Yackel & Cobb, 1996). Det dreier seg om delt kunnskap og oppfatninger rundt hva som kan regnes som matematisk elegant, matematisk sofistikert og/eller matematisk effektivt, og hva som sees på som et matematisk argument og hva som gjør den annerledes fra andre. Kunnskapen og oppfatningene rundt dette er noe som skapes gjennom interaksjon mellom lærer og elev, fra klasse til klasse.

1.2 Problemstilling

Det er ikke nødvendigvis slik at en matematikklærer bare må kunne faget sitt, men også det å kunne legge opp til matematiske samtaler slik at elevene blir utfordret til å bruke det matematiske språket og å bygge argumenter som senere kan bli brukt til å overbevise andre. Hensikten med denne masteroppgaven er å få økt innsikt rundt denne tematikken og hvordan lærere kan bruke forskjellige grep for styring av den matematiske samtalen i ulike grupper. Her er det også naturlig å se på typer respons og hvilke spørsmål som bør stilles for å skape en god dialog matematikkundervisningen. Forskningsspørsmålet i denne oppgaven er dermed:

> *Hvilke sosiomatematiske normer kommer til syne i ulike grupper, og hvilken rolle har lærerens spørsmål her?*

1.3 Oppgavens oppbygging

Den andre delen i denne oppgaven kan ses både som et bakgrunns- og teorikapittel. Det er dette som er min ramme for min undersøkelse og senere analyse og drøfting. Mitt hovedfokus er på sosiomatematiske normer og kommunikasjon. Årsaken til dette er at det er interessant for meg å se på hvilken innvirkning dette kan ha på undervisningen. Videre går jeg inn på hvilke ulike grep lærere gjør for å skape framdrift, skifte retning eller fokusere på viktige detaljer i undervisningen. Dette gjøres fordi jeg mener at disse grepene i stor grad kan ha en betydning for undervisningen. Det kan også tydeliggjøre lærerens spesifikke mål for undervisningen. Her vil det også være naturlig å se på hvilke spørsmål lærere typisk kan stille i en matematikktime og hvilken innvirkning dette kan ha på den matematiske samtalen. Dette skal brukes i oppgavens tredje del som handler om analyse av observasjonsperiode og refleksjon rundt intervju gjort med lærer.

2.0 Teori

2.1 Sosiomatematiske normer

Når jeg i observasjonsperioden skal se på hva som regulerer klasseromsdiskursen i de ulike matematikktimene, så må jeg skille mellom de sosiale og de sosiomatematiske normene. Sosiale normer er et begrep som refererer til den generelle deltakelsesstrukturen i klasserommet (Gravemeijer & Cobb, 2006). Dette kan være alt fra hvordan elevene pleier å sitte i klasserommet, hvem som rekker opp hånda oftest, om elevene kun lytter eller skriver av det som står på tavla. Forventningen om at elevene skal kunne forklare og begrunne sine svar i en matematikktime er en sosial norm. Sosiale normer hører til hvilket som helst fag i skolen, mens de sosiomatematiske normene er spesielle for matematikkundervisningen (Yackel og Cobb, 1996). Det var opprinnelig Yackel og Cobb (1996) som utviklet begrepet sosiomatematiske normer. De eksemplifiserer begrepet slik:

…. normative understanding of what counts as mathematically different, mathematically sophisticated, mathematically efficient, and mathematically elegant in a classroom are sociomathematical norms. Similarly, what counts as an acceptable mathematical explanation and justification is a sociomathematical norm (Yackel & Cobb, 1996, s. 461).

Hvordan deltakerne snakker sammen i matematikktimen, bruker språket for å argumentere i matematikk, og hvordan de evaluerer hva som blir sett på som en god/mindre god, effektiv eller en elegant løsning, er knyttet til deltakernes sosiomatematiske normer og utvikles gjennom deltakelse (Yackel og Cobb, 1996). En sosiomatematisk norm handler altså om de normative aspektene ved klassediskusjoner som er spesifikke for de matematiske aktivitetene (Gravemeijer & Cobb, 2006).

Det å forstå hvilke typer argumentasjon som skal godkjennes i undervisningen, kan være komplisert. Yackel og Cobb (1996) mener at oppfatningen av hva som utgjør en akseptabel argumentasjon er noe som utvikles i interaksjon mellom lærer og elever i undervisningssituasjonen. Gjennom dialog i klasserommet om matematikkoppgaver, er det vanligvis læreren som har ansvaret for å evaluere i hvilken grad det skapes en forståelse. Her må det også vurderes om kommunikasjon skal legges til rette for videre forklaring (Yackel & Cobb, 1996)

Ut fra hva som er satt som en akseptabel begrunnelse i matematikktimen, hjelper det ikke at elevene bare forklarer sine egne tanker, men at de på forhånd har tenkt ut hvordan de skal forklare seg slik at andre medelever forstår. Her skjer et skifte mellom det å kun delta i samtalen med sin forklaring (som prosess), til å reflektere om forklaring er god nok (som objekt) for de andre medelevene. Dette skiftet mellom forklaring som prosess og forklaring sett objektivt, er det Sfard (gjengitt i Yackel & Cobb, 1996) beskriver som «mathematical conceptions». Det å kunne se matematikk som et objekt så vel som en prosess, er med på å skape en dypere forståelse for elevene, og gir et helhetlig bilde av matematikken.

Hvilke løsninger blir vurdert som ulike, mest effektive eller best forklart? Slike diskusjoner fører til nye sosiomatematiske normer i klassen (Kleve & Ånestad, 2016). Læreren bør kjenne til elevgruppen og mulig forutse hvordan elevene tenker, hvilke spørsmål elevene kan komme til å stille, og eventuelle misoppfatninger elevene kan ha eller som kan oppstå i det spesifikke matematiske temaet. Gjennom slike diskusjoner er en dermed avhengig av at læreren har både kunnskap om matematikk og elever, og kunnskap om matematikk og undervisning, for at det skal skje en utvikling av sosiomatematiske normer (Yackel & Cobb, 1996).

Siden de sosiomatematiske normene er noe som forhandles i interaksjon mellom lærer og elever, kan disse normene variere fra klasse til klasse (Yackel & Cobb, 1996). Siden jeg observerte samme lærers matematikkundervisning i to ulike klasser, kan det her bli spennende å se om mulige sosiomatematiske normer er forskjellige. Gjennom Yackel & Cobbs (1996) forskning på sosiomatematiske normer, så hevder de at lærere har en viktig rolle når det handler om å skape et godt klassemiljø og utvikle normer som støtter opp om elevers matematiske forståelse.

De sosiomatematiske normene er et nokså vidt begrep. Derfor er det hensiktsmessig for min senere analyse å ta for meg ulike sider ved undervisningen. Hvordan læreren underviser, stiller spørsmål og hvordan en oppgave gjennomgås, kan ha mye å si for hvilke sosiomatematiske normer som kommer til syne. For å avdekke hvilke sosiomatematiske normer det er i undervisningen til den læreren jeg observerte, vil jeg se på dette i lys av teori rundt undervisningsform, læringssyn og kommunikasjon. Ved å gå inn på disse temaene vil ulike aspekter ved sosiomatematiske normer kunne avdekkes.

2.2 Den didaktiske kontrakt

Klasserommets underliggende sosioale- og sosiomatematiske normer kan knyttes til Balacheffs (1990) beskrivelse av begrepet *didaktiske kontrakt:*

> *The rules of social interaction in the mathematics classroom include such issues as the legitimacy of the problem, its connection with the current classroom activity, and the responsibilities of both the teacher and pupils with respect to what constitutes a solution or to what is true. We call this set of rules a didactical contract. A rule belongs to the set, if it plays a role in the pupils' understanding of the related problem and thus in the constitution of the knowledge they construct.* (Balacheff, 1990, s. 260).

Mengden av regler som utgjør interaksjonen mellom elevene og lærer, er den *didaktiske kontrakt*. Dette gjelder alt fra hva som sees på og konstrueres som en løsning, et problem eller en strategi, til hvilken forbindelse dette har til klasseromsaktiviteten. Brousseau (1997) beskrev begrepet didaktisk kontrakt som et sett av spilleregler, som oppstår i undervisnning mellom lærer og elever. Kontrakten er regulert av deltakerne og setter noen premisser for hvordan fellesskapet skaper mening til matematikken. Lærerens og elevenes rolle i undervisning og deres ulike forventninger til hverandre, gjør at en er avhengig av hverandre for at undervisningene skal kunne gjennomføres. For å leve opp til de ulike forventningene både elever og lærer har, så ligger det altså en fordeling av ansvar på hos hver part av undervisningen (Brousseau, 1997).

En didaktisk kontrakt som bygger på en tradisjonell undervisning fører til at undervisningen er preget av et fast mønster, der oppgaver og prosedyrer fra lærerboka blir gjennomgått, og elevene deretter blir satt til å gjøre tilhørende oppgaver (Blomhøj, 1995).

2.3 Matematikkundervisning da og nå – Hvordan undervise i matematikk?

Undervisningens utvikling

For at jeg skal forstå hvorfor den observerte læreren gjør som den gjør i sin undervisning, så bør jeg først gå inn på skolehistoriens didaktiske utvikling. For læreren jeg observerer kan være preget av tidsperioden han har tatt sin utdanning på, og hvilke undervisningssyn som lå til grunn her.

Gjennom skolehistorien har det vært ulike oppfatninger rundt hva som er god undervisning. De ulike undervisningsformene bør sees ut fra to viktige retninger innenfor didaktikken. Den akademiske læretradisjonen, tradisjonalisme, legger vekt på faginnholdet i skolen og at kunnskap har en verdi i seg selv. Her er lærerrollen faglig sterk som skal formidle sin kunnskap til elevene (Opdal, 2000). Det er den faglige kompetansen som er forutsetningen for å virkeligjøre diaktisk kompetanse (Gundem, 2008). Progressivisme, også kalt reformpedadogikken, legger vekt på å sette elevers behov og interesser først, og dermed blir det mindre vekt på faglig kunnskap og mer vekt på forskjellig/tilpasset lærestoff (Opdal, 2000).

Fram til 1970-årene var den norske skolen i stor grad preget av et tradisjonelt syn på kunnskap, og det var preget av et behavioristisk syn på opplæringen (Skagen, 2012). Kunnskap ble sett på som et bredt spekter av ferdigheter og faktakunnskaper. Læring var noe som kunne overføres fra lærer til elev. Skolematematikken var fast definert og øving/pugging sto sentralt. Det var læreren som hadde ansvaret for læringen og elevene skulle arbeide individuelt (Alseth et al., 2003).

Fra 1980-årene har det vært et stort fokus på problemløsning i skolen. Samfunnet har et behov for mennesker som kan løse problemer, og dermed ble dette et fokusområde i skolen (Alseth et al., 2003).

Progressivisme kom fram som et nytt perspektiv innenfor pedagogikken etter R74 og R94. Her var eleven i sentrum og faget kom i andre rekke. Læreren skulle kun fungere som en veileder underveis i prosessen. I denne perioden kom det konstruktivistiske synet på læring for fullt. Elevene skulle selv ha ansvaret for læringen, og de konstruerte sin egen kunnskap. Undervisningen skulle bygge videre på det elevenes forkunnskaper. Kunnskap ut fra det konstruktivistiske synet betyr å ha dybdeforståelse og en god utviklet begrepsstruktur (Alseth et al., 2003).

Det kom et radikalt syn på opplæring på 90-tallet, også kalt det sosiokulturelle læringssynet. Her lå ansvaret for læring på alle deltagerne i prosessen og opplæringen hadde som mål å utvikle et læringsfellesskap. Læring i denne sammenhengen er da noe som skjer gjennom aktivitet og samhandling med andre. Undervisningen skulle i større grad være preget av elevdeltagelse og mindre styrt av lærerens forelesingsbaserte undervisning (Alseth et al., 2003).

Fra L97 til LK06 skjedde det mange store endringer. Kunnskapsløftet var et motsvar på tidligere reformers fokus på pedosentrisme, hvor pedagogikken stod i sentrum. Kunnskap skulle nå settes på dagsorden, og pedagogikken skulle kun brukes som støtte for formidling av kunnskap (Engelsen og Karseth, 2007). Kunnskapsløftet førte også til mer metodefrihet blant lærer, og differensieringen av den enkelte elev. En kunne altså som lærer velge selv hvilken undervisningsmetode en ville bruke, men målet for elevene var å arbeide med komptetansemålene (ibid). Den lokale friheten økte med tanke på læremidler, undervisningsform og organisering. LK06 hadde også som mål å styrke de grunnleggende ferdighetene innen lesing, regning, digital kompetanse og muntlige ferdigheter (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Alerø og Skovmose (2002) definerer tradisjonell matematikkundervisning som en undervisningsform hvor gjennomgang på tavla og rutineoppgaver i matteboka står sentralt. Undervisningen kjennetegnes med at læreren presenterer nytt stoff, et matematisk tema i form av ny algoritme, nye metoder eller matematikkoppgaver. Det som læreren presenterer er gjerne svært likt som det som står i matematikkboka. Siden boka har en sentral rolle i denne typen undervisning, kan denne tradisjonelle undervisningen kalles for en lærerbok- og oppgavestyrt undervisning (Wæge, 2007).

I dag ser det ut til at vi ikke har en slik dikotomisk forståelse av formidling av kunnskap som det har vært opp gjennom historien, men en mer blanding av begge deler. Synet på læring har også forandret seg gjennom skolehistorien; fra å ha et behavioristisk- og konstruktivistisk læringssyn til et mer kognitiv konstruktivistisk- og sosiokulturelt læringssyn (Stigler & Hiebert, 1999).

Undervisningform nasjonalt

Etter TIMSS-undersøkelsen i 2008 kom det fram at norske skoler hovedsakelig vektlegger individuelle arbeidsmåter, blant annet å arbeide med oppgaver, i større grad enn andre land. Dette beskrives som en mulig årsak til de norske elevenes svake prestasjoner i matematikk. Trening på å automatisere viktige ferdigheter, diskusjon og refleksjon rundt svar og løsningsmetoder blir mindre vektlagt i Norge enn i mange andre land. Refleksjon og diskusjon er viktige aktiviteter for å øke elevers forståelse i matematikk (Kjærnsli & Olsen, 2013).

Alseth et al. (2003) gjorde en evaluering av matematikkfaget etter L97. Det viste seg at matematikkundervisningen fortsatt var preget av at læreren foreleste eller hadde en dialog med klassen. Deretter var det individuelt arbeid med lærebøker. I introduksjonen av nytt matematisk emne brukte ofte læreren å forklare hvilken måte bestemte typer oppgaver skulle løses. Matematikkfaget ble framstilt svært oppstykket, hvor enkelte spesifikke ferdigheter ble vektlagt. Disse ble ofte presentert uten å se det i sammenheng med de faglige strukturene som de inngikk i. Faget ble dermed en samling av kunnskapsbiter som ble utdelt til elevene en for en. Her skulle ferdighetene pugges heller enn å forstås.

Klettes inndeling av undervisningsformer

I følge Klette (2013) har norske klasserom en overbruk av helklasseundervsining og individuelt arbeid i matematikk. Det brukes dermed lite gruppearbeid. Helklasseundervisning betyr i denne sammenhengen introduksjon av lærer med mulighet for elevinnspill. Det er sjeldent at det er lagt til rette for at elevene kan utveksle sine meninger og diskutere hverandres innspill (Klette, 2013). Videre påpekes det at undervisning som ikke er variert og som stort sett er preget av ensidig bruk av en undervisningsmetode, har en negativ innvirkning på elevenes læring.
Klette (2013) viser til tre ulike former for og undervisning i sin artikkel *Hva vet vi om god undervisning?:* tilegnelsessituasjoner, utprøvingssituasjoner og konsolideringssituasjoner.

Tilegnelsessituasjoner handler om at elevene tilegner seg nytt fagstoff gjennom for eksempel introduksjon på tavla, film og liknende. Situasjonene er ofte monologiske og lærerstyrte. Det er noen som oppfatter dette som antitesen til læring (Klette, 2013). Men det har vist seg at også slike undervisningsformer bør inkluderes fordi elever har behov for gjentatte tilegnelser for at læring skal skje (ibid). Denne formen for undervisning forstår jeg som tradisjonell undervisning jf. Alerø og Skovmoses (2002) definisjon.

For at elevene skal oppleve mestringsfølelse, skal elevene selv utforske oppgaver enten ved å jobbe individuelt, parvis eller i grupper. Det å bli kjent med aktiviteten eller lærestoffet ved hjelp at utforskning med oppgaver, kaller Klette (2013) for *utpøvingssituasjoner*. Her er det viktig at læreren kun skal fungere som en veileder, og at oppgavene dermed skal være mulig å løse på egenhånd.

Konsolideringssituasjoner går ut på at elevene inntar et metakognitiv perspektiv. Elevene blir bevisst på hvorfor de tenker som de tenker i selve læringsprosessen som er knyttet til aktiviteten. Dette kalles for metakognisjon. Det har vist seg at arbeidsformer som er tilrettelagt for dette, har god innvirkning på elevenes læring (Klette, 2013).

Undervisningsformer internasjonalt

Stigler og Hiebert (1999) gjennomførte en undersøkelse i samarbeid med TIMSS på undervisningssituasjoner i Japan, Tyskland og USA. De tok videoopptak av ulike undervisningssituasjoner i 8.klasse i de tre ulike landene. Etter en grundig analyse av videoopptakene viste det seg at de tre landene skilte seg fra hverandre når det kom til undervisning og undervisningsmetode. Det kom fram typiske trekk for hver av de tre landene, selv om variasjonene innad i landene var mange. Disse beskrivelsene av de ulike landenes lærere og læringssituasjoner er generelle, og går dermed ikke inn på en spesifikk lærer.

En typisk undervisning i Japan var preget av at læreren støttet elevene og ga tips og råd, mens elevene fikk finne egne strategier for å løse oppgavene som blir gitt. Oppgavene er utforskende og krevende, og læreren veileder timene slik at elevene mest sannsynlig bruker strategier som er blitt ”oppdaget” av klassen tidligere. Matematikken er likestilt mellom matematikkfaget på en side og elevene på den andre siden. Elevene tar fatt på matematikken, og lærerens oppgave er å jobbe mellom de to for å bringe dem sammen. Denne måten å undervise på ble kalt ”strukturert problemløsning”.

I Tyskland var det læreren som eide matematikkunnskapen. Hans/hennes oppgave var å fordele den ut til elevene i passende deler/biter. Dette ble gjort ved at læreren oppga fakta og forklaringer på riktige tidspunkt. Læreren hadde total styring på matematikken og ledet elevene gjennom oppdagelse og utvikling av strategier for å løse generelle matematikkoppgaver. Undervisningsmetoden ble kalt ”utvikling av avanserte prosedyrer”. Matematikken var preget av at det var læreren som gikk i dybden av de matematiske ideene. Dette minner om Klettes tilegnelsessituasjon hvor undervisningen i hovedsak er lærerstyrt.

Det var et mindre avansert nivå på matematikken i USA enn i de andre landene. Dette førte til at elevene resonnerte i mindre grad. Læreren passet på å presentere definisjoner og betingelser for at elevene seinere skulle kunne tilhørende oppgaver. Elevene ble også bedt om å memorere definisjonene og prosedyrene. Her ble undervisningsmetoden kalt "læreforutsetninger og praktiske prosedyrer" (Stigler & Hiebert, 1999). I motsetning til Japan, hvor matematikken og elevene var likestilte og sammensmeltet, var fordelingen i USA helt forskjellig. Her var det fokus på interaksjonen mellom elevene på den siden og læreren på den andre siden. Men selve matematikken uteble fordi regelhusking og prosedyrer stod sentralt. Da gikk også elevenes helhetlige forståelse av matematikk tapt, jf. Sfards *mathematical conceptions*.

2.4 Lærerens klasseromspraksis

Klasserommet og lærerens innstilling

Hva er det som skal til for at lærere får endre sin klasseromspraksis jf. reformer og lærerplanendringer? Dette har Kleve (2007) sett på gjennom en kasusstudie av tre lærere, og hvordan de tolket og implementerte lærerplanen etter at L97 ble innført. Her kom hun fram til tre ulike årsaker til at lærere ikke implementerer de nye ideene som kommer i en ny reform.

1. Hvis læreren ikke har tro på/overbevist om at reformen er den beste for elevenes læring, så vil det heller ikke skje en endring av lærerens praksis.
2. Hvis læreren derimot er enig med den nye reformen og ønsker å undervise etter dette, så kan det likevel hende læreren ikke underviser i samsvar med den nye læreplanen. Grunnen til dette kan være påvirkning fra ytre faktorer som tidspress i planleggingstiden, forventninger fra foreldre og elevers krav til undervisning.
3. Hvis læreren er enig med den nye reformen og ønsker å undervise etter dette, kan det likevel forekomme at undervisningen fortsatt er stort sett er preget av den uendrede tradisjonelle undervisningen. Her ligger føringene i klasserommet, i klasserommets kompleksitet, gjennom samhandling mellom lærer og elever, og undervisningsmateriellet som blir brukt.

Så selv om både læreren tror på og er villig til å endre sin praksis, er det ikke sikkert at den lykkes i å endre sin klasseromspraksis (Kleve, 2007).

Det har blitt dokumentert at lærere som blir spurt om å endre sin undervisningspraksis utfra ny forskning/reform/læreplan, justerer denne informasjonen slik at det stemmer med deres eksisterende klasseromspraksis (Stigler & Hiebert, 1999). Dermed vil det ikke nødvendigvis skje en endring i deres måte å undervise på, men bare en justering i forhold til innholdet i undervisningen.

Arbeidsplassen

En annen årsak til at lærere har vanskeligheter med å endre eller videreutvikle sin praksis, kan være avhengig av hvilken holdning skolen og arbeidsplassen har til ny forskning eller nye ideer innenfor fagdidaktikken. Wenger (1998) mener blant annet at en ikke er ferdig utlært når en er ferdig utdannet, men fortsetter å lære ute i arbeid. En skal sette seg inn i hvilke normer og regler som finnes på arbeidsplassen, ulike rutiner og ikke minst bli kjent med kollegaer (ibid). Dette kaller Wenger for «The social theory of Learning».

For en nyutdannet lærer, som har lest seg opp på nyere forskning og lært seg nye metoder for undervisning gjennom sitt studieløp, kan det være vanskelig å komme til eller overbevise andre om dette på sin nye arbeidsplass. Kulturen og holdningene fra kollegaene kan føre til at de nye ideene som kan påvirke deres egen undervisning til det bedre, ikke når fram. Et eksempel kan være bruk av relativt nye undervisningsmetoder som undersøkende virksomhet og undervisning gjennom problemløsning (Alerø og Skovsmose, 2002). Skeptiske erfarne kollegaer kan gjøre terskelen høyere for at en slik undervisning blir en del av deres undervisningspraksis.

På en annen side kan læreren være alene om hvordan de selv skal undervise i sitt eget klasserom. Men uten innspill fra andre, kan det være vanskelig å videreutvikle sin egen praksis. Selv som lærer er en avhengige av hverandre for å opptre optimalt (Wenger, 1998). Det å få tilbakemeldinger fra kolleger på egen undervisning, kan bidra til at undervisningspraksisen blir endret.

En kan bli lett påvirket av holdninger på arbeidsplassen, enten om disse holdningene er positive eller negative. For både nyutdannede og erfarne arbeidstakere er det derfor viktig å stille seg spørsmålet: "Hvem er jeg som en del av dette fellesskapet og hva kan jeg bidra med?" (Wenger, 1998).

Kulturelt betinget

En annen forklaring på hvorfor det er vanskelig å endre klasseromspraksis, er at den er kulturelt betinget. I Stigler & Hieberts (1999) sammenligning mellom de tre landene Japan, USA og Tyskland, kom det fram at matematikkundervisningen er vanskelig å endre på, fordi dette blir sett på en kulturell aktivitet. Dette innebærer at matematikkfaget blir oppfattet svært forskjellig i de ulike landene, ut fra hvilket fagsyn og læringssyn de har. Lærere har sin egen kulturelle forståelse når de blir introdusert for en ny reform. Den nye reformen blir tolket ut fra denne forståelsen, og det kan hende at de kun endrer enkelte detaljer av sin undervisning, uten helt å forstå reformen i sin helhet. Dermed blir reformens intensjon i seg selv, ikke oppnådd (Stigler & Hiebert, 1999).

Det kan hende at dette også var en medvirkende faktor til hvorfor de norske lærerne ikke klarte å endre sin praksis etter L97 i Kleves kasusstudie (2012). Det er heller ikke gitt at det er lærerplanreformer eller andre reformer som resulterer til et mer læringseffektivt klasserom (Boaler, 2003). For å finne ut av dette må en se mer på selve undervisningen, og ikke bare reformene i seg selv.

Individuelle forskjeller

Hvem du er og hva du har lyst til å bidra med på jobben, har som sagt mye å si for ditt potensiale for videre utvikling og/eller endring (Wenger, 1998). Det kan hende at du selv, miljøet i klasserommet, arbeidsplassen og kulturen kan være positive til å endre undervisningsform og læringssyn i skolen. Men selv om alle disse faktorene ligger til rette for at endring og videreutvikling skal skje, vil det fortsatt være vanskelig å få til på grunn av individuelle forskjeller. Gjennom studien til Boaler (2003) gjort i ulike klasser på en og samme skole, hvor elevene skulle gjennom det samme pensumet, var det store forskjeller i undervisningspraksisen blant lærerne i disse klassene. Det ble undervist ut fra en tradisjonell tilnærming til matematikk eller en tilnærmet reformbasert undervisning i matematikk. Det viste seg at de ulike tilnærmingsmåtene hadde ingen innvirkning på elevenes resultater (Boaler, 2003).

I studien blir det nevnt tre typer lærere som har helt ulik undervisning; Mr. Life, Mr. Freedom og Ms. Conceptual. Kort fortalt var Mr.Life en populær lærer som ga elevene løsningsstrategier og oppskrifter på hvordan de skulle løse oppgavene. Mr. Freedom ga elevene stor frihet til å finne sin egen måte å løse oppgavene på og ville ikke gi råd underveis. Ms. Conceptual ga motspørsmål tilbake da elevene spurte om utregningene deres var riktige; Har du prøvd om det stemmer med andre tall også? Hos sistnevnte var det matematikken som hadde autoriteten. Det er dette Boaler (2003) kaller for *Dance of Agency.*

Selv om de også, etter å ha sett på videoer av hverandre, hadde lyst til å endre sin egen undervisningspraksis, resulterte ikke dette nødvendigvis til en bedre undervisning. Personlig egenhet og deres egen tolkning av videoene, spilte en stor rolle i deres forsøk på å endre sin undervisningspraksis (ibid). Klasserommets kompleksitet er også viktig en faktor her, jf. årsak 3 i tidligere avsnitt om klasserom og lærerens innstilling (Boaler, 2003; Kleve, 2012). Faktorer som elevgruppe, forventninger, rom og utstyr, er noe som inngår i klasserommets kompleksitet.

2.5 Hva er god undervisning?

Vi har nå sett på noen typiske trekk ved undervisning både nasjonalt og internasjonalt, og hvilke faktorer som spiller inn på eventuell endring av undervisningspraksis. For å få en dypere forståelse av hvem læreren er, kan dette være vesentlig i mitt analysearbeid senere. Dessuten kan dette også være grunnleggende for hvilke sosiomatematiske normer som kommer til syne i lærerens undervisning. Siden det er store forskjeller i læreres undervisningspraksis, vil jeg nå se på hva teorien sier om hva som egentlig gjør at en undervisning er god.

Det finnes ingen universell definisjon på god matematikkundervisning, til tross for at kjennetegn ved dette lenge har vært sentralt i matematikkdidaktisk forskning (Askew, Brown, Rhodes, Wiliam & Johnson, 1997). Hvilke forventninger og tanker lærere har rundt egen undervisning, er avgjørende for hvordan undervisningen blir (Imsen, 2005). Faktorer som hvilken utdanning og hvilke tidsrom utdanningen er tatt på, ut fra hva samfunnet og utdanningsinstitusjonen mener er «den gode undervisning», er også avgjørende faktorer som kan spille inn på læreres oppfatning av hva god undervisning er. Men de ulike formene for undervisning har alle en intensjon om å bygge opp eleveres matematiske kunnskaper.

Hva er en matematisk forståelse?

Det at elevene skal utvikle matematisk forståelse bør være et mål for alle matematikklærere. Men det er en ulik oppfatning av hva matematisk forståelse egentlig er (Skott, Hansen, & Jess, 2008). For å lettere kunne tyde hvilken matematisk forståelse læreren legger vekt på i sin undervisning, er det viktig å sette seg inn i de ulike oppfatningene rundt matematisk forståelse.

I matematikk så er det vanlig å skille mellom matematiske ferdigheter og matematisk forståelse. De matematiske ferdighetene er ofte beskrevet som mekaniske. Dette kan for eksempel være å kunne gangetabellen og å løse likninger gjennom å slavisk følge regler. Det kreves kognitive mentale prosesser på et høyere nivå hvis en skal få en matematisk forståelse. For å forstå et matematisk problem, vet en hvordan en kan komme fram til en løsning og hvorfor den valgte framgangsmåten virker (Skott et al., 2008).

Den matematiske forståelsen kan deles i to; den instrumentelle og den relasjonelle (Skemp, 1979). Den instrumentelle forståelsen handler om at man igjennom ett sett med regler forstår hvordan en skal løse en oppgave. Den relasjonelle forståelsen går ut på å kunne se sammenhenger mellom begreper og matematiske ideer.

For å forstå lærerens undervisning i denne studien, er det viktig for meg å se på ulike former for læring. Lærerens syn på læring kan komme fram i hans undervisning, og kan være avgjørende for hvordan han tror elevene lærer best.

1. *Læring som tilegnelse.*

Utgangspunktet for definisjonen rundt læring som tilegnelse, er at kunnskap kan videreformidles i sin rene form (Skott et al., 2008). Med dette menes at lærerens oppgave er å gi bort denne kunnskapen, som er noe objektivt eksisterende utenfor hvert individ, til elevene for at de skal være nye eiere av den gitte kunnskapen. Dette er i stor grad forenelig med en ikke-konstruktivistiske grunntanke rundt læring.

Skott et al. (2008) har også valgt å beskrive den i relasjon med radikal konstruktivisme. Dette er fordi en ikke kan se på kunnskap som kommer i en gitt form, men noe som formes ettersom ny kunnskap blir tilgengelig. Dette vil si at elevene kan resonnere seg fram til, bygge på tidligere kunnskap, endre forståelser/ferdigheter en har lært seg tidligere. Et eksempel her kan være at tilegnelse av kunnskap styrker forståelsen rundt å se sammenhenger mellom de ulike regneartene (Skott et al., 2008). Denne formen for læring kalles innenfor pedagogikken for et kognitiv konstruktivistisk læringssyn.

På bakgrunn av studiens fokus og valg av type datamaterialet, er det vanskelig for meg å se hvilke kunnskap elevene sitter med og hvilke endringer som skjer i deres eksisterende kunnskaper. Derfor vil jeg bruke definisjonen rundt læring som tilegnelse ut fra et ikke-konstruktivistisk læringssyn.

2. *Læring som deltagelse.*

Her ses læring som en del av en sosial praksis. Egenskapene en bør inneha er å kunne lytte, lage seg en hypotese og argumentere/begrunne hvorfor en mener det man mener. Det kreves også at du kan kunne forklare din eller andre medelevers tankegang forståelig i plenum (Skott et al., 2008). De nevnte egenskapene ovenfor også blir lagt vekt på i de grunnleggende ferdighetene i matematikk i LK06. Det er viktig å kunne *"gjere seg opp ei meining, stille spørsmål, og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrebsbruk"* (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 4).

Disse to synene på læring, læring som tilegnelse og læring som deltagelse, kan vi assosiere med Skemps (1979) instrumentelle og relasjonelle forståelse. Ved at elever har en relasjonell forståelse, øker også motivasjonen i faget (Skemp, 1979). Elevenes følelse av kompetanse er større når de opplever at de utvikler relasjonell forståelse i matematikk, enn når de føler at de utvikler instrumentell forståelse i faget (Wæge, 2007). Elevene som hovedsakelig har jobbet med lærebøker, har vanskeligheter med å bruke kunnskapen i nye sammenhenger (Boaler & Greeno, 2000). Derfor bør læreren tilrettelegge undervisningen slik at elevenes relasjonelle forståelse i faget blir bygget opp.

Matematisk kompetanse

Hvilke kunnskaper er det undervisningen skal fremme? Dette er vidt spørsmål som kan ha mange svar. For å ha noen konkrete holdepunkter når jeg skal se på lærerens undervisning i begge klassene, vil jeg bruke Niss & Jensens 8 kompetanser i matematikk. Mogens Niss og Thomas Jensen skrev en KOM-rapport som kom i 2002. Der formulerte de 8 matematiske kompetanser (Skott et al., 2008). Hver av kompetansene var unike i sitt innhold, sånn at de ikke kunne brytes ned og overlappes av de gjenværende andre. PISAs teoridel, Udir sine siste vurderingsveiledninger og de siste åras eksamener, kan spores tilbake til Niss og Jensens 8 kompetanser. Kort fortalt kan disse kompetansene deles i to hovedgrupper:

1. Å kunne spørre og svare i, med og om matematikk	2. Å omgås språk og redskaper i matematikk
▪ Tankegangskompetanse ▪ Problembehandlingskompetanse ▪ Modelleringskompetanse ▪ Resonnementskompetanse	▪ Representasjonskompetanse ▪ Symbol- og formaliseringskompetanse ▪ Kommunikasjonskompetanse ▪ Hjelpemiddelkompetanse

Disse kompetansene ble utarbeidet av Niss & Jensen (2008) som et motsvar til at innholdet i en tradisjonell undervisning bestemmes ut fra et overordnet mål, som fagets pensum, delmål og hva som kommer på eksamen. Problemet med dette er at faget i seg selv blir identifisert med det som er pensum. Etter at elevene har lært seg de ulike delmålene ut fra hva som er pensum, er det likevel ikke sikkert de har en større innsikt eller forståelse enn før de startet med denne matematikken (Skott et al., 2008). Det eneste elevene oppnår med dette, mener Niss & Jensen (2008), er å komme seg gjennom pensum og klare eksamen. Dette gjøres gjennom å følge regler som ligner det Skemp (1978) beskriver som den instrumentelle forståelsen.

Matematisk diskurs

Matematiske diskurser er nøkkelen for å få til en effektiv matematikk undervisning (Stein, Engle, Smith, og Hughes, 2008). I flere land har forventningen om at det er læreren som eier matematikkunnskapen og tilgjengeligjør denne til elevene porsjonsvis, utviklet seg til at læreren kun skal være en veileder og matematikken i seg selv er noe som alltid er tilgjengelig for elevene gjennom blant annet problemløsningsoppgaver. Som tidligere nevnt har det gått fra å være en tradisjonell undervisning hvor læreren er sentral, til å bli en reformorientert undervisning hvor det er matematikken som er i sentrum (Stigler & Hiebert, 1999). Her er det fokus på at elevene skal utvikle og lage seg personlige meninger, men samtidig være en del av et felleskap.

Det å kunne snakke, evaluere, argumentere og redegjøre i matematikken kalles for å ha en matematisk diskurs (Stein et al., 2008). En diskurs er en form for meningsfellesskap. Det skal gi mening, følelse av inkludering og identitet. I en slik helklassediskurs er det ønsket å lage normer som gjør at elever føler at deres bidrag blir lyttet til og vurdert, og at spørsmålenes som stilles fra læreren, tvinger elevene til å måtte forklare sine tanker. Det er liten forskning på hva læreren aktivt kan gjøre for å veilede helklassediskusjonen til å få til en viktig og meningsfull matematisk diskurs (Stigler & Hiebert, 1999). Men gjennom innsikt rundt hvordan en skal holde en dialog og hvilke spørsmål en bør stille som lærer, kan det hende at det skjer en utvikling av den matematiske diskursen.

Dialog

Mortimer & Scott (2003) mener at det er dialogen i undervisningen som gjør at en forstår og skaper mening. Linken mellom det å snakke sammen, skape mening og læring, er noe av det viktigste i det sosiokulturelle læringssynet (ibid). All læring skjer hovedsakelig gjennom samtale. Ved å kunne lytte, dele og vurdere sine matematiske ideer høyt med andre medelever, er en meningsskapende aktivitet for elevene (Imsen, 2005). Dessuten blir språket som blir brukt, et viktig og nødvendig redskap for den individuelle tenkingen (Mortimer & Scott, 2003).

Det er få som ikke er enige om at dialogen mellom læreren og elevene er noe av det viktigste som skjer i klasserommet. Likevel har dialogen fått relativt liten oppmerksomhet i matematikk- og naturfagsfagene ved lærerutdanningene (Mortimer & Scott, 2003). Da Mortimer & Scott (2003) dro ut for å observere skoler i Storbritannia og Brasil, oppdaget de at det var store forskjeller i hvordan lærere kommuniserte med elevene. Noen lærere stilte spørsmål som bidro til å engasjere og utfordret elevene til å tenke og fortelle om sine ideer og metoder. Enkelte ganger var det vanskelig å se hvem som var læreren i klasserommet fordi samtalen fløt mellom elevene hele tiden. Andre lærere stilte ledende spørsmål hvor elevene svarte i korte setninger eller ord, ut fra det de trodde læreren ville at de skulle svare. Selv om dette er en ganske så dikotomisk oppfatning av lærere, er det spennende å se på hvordan lærere gjennom ulike spørsmål former den matematiske samtalen i klasserommet. Likevel er denne kunnskapen om dialogbasert undervisning ved mange skoler lite praktisert og utviklet (Botten-Verboven, 2010).

Way (2008) poengterer at det er elevers og læreres mangel på kjennskap med arbeidsmåten som årsaker til at lærere ofte blir skuffet når de bruker utforskende aktiviteter i matematikkundervisningen. De må også innse at en løsning burde vurderes i forhold til i hvilken grad den virker og gir mening, ikke i forhold til deres egen eller lærebokas oppfatning av ett riktig svar (Lloyd, 2003). Spesielt lærere fra videregående skole, har i tillegg til manglende kjennskap til utforskningsbasert undervisning, vært noe kritiske på grunn av manglende tid og ressurser (Carlsen & Fuglestad, 2010). Lærere liker å ha oversikt over hva som skjer i klasserommet, og ha mulighet til å kontrollere elevenes læring (Hundeland, 2011).

2.6 Lærerens kompetanse i undervisning

I læreplanen for matematikk fellesfag står det at den matematiske kompetansen innebærer bruk av det matematiske språket, evnen til å resonnere og kunne kommunisere i faget (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Kunnskapskvartetten er et teoretisk rammeverk som klassifiserer situasjonene der lærerens matematiske kunnskap kommer til syne i undervisningen (Turner & Rowland, 2008). Dette er et nyttig redskap for å forstå min erfarne læreres undervisningspraksis. Dessuten kan bruken av kunnskapskvartetten som et refleksjonsverktøy, gi refleksjonen et sterkt matematikkfaglig fokus (Kleve, 2007). Kunnskapskvartetten består av fire kategorier*: foundation, transformation, connection* og *contingency*. Disse ble utviklet gjennom en studie gjennomført av Rowland, Huckstep & Thwaites (2005). 24 matematikktimer ble filmet og sammenlignet.

Foundation innebærer lærerens grunnleggende teoretiske forståelse av faget. Det handler også om lærerens holdning og forhold til faget, begrunnelsene læreren gjør for undervisningen, vektlegging av ulike temaer og hva læreren tror er det beste for undervisningen av matematikk (Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2005). Lærerens evne til å formidle sin kunnskap til elevene, er det Rowland, Huckstep & Thwaites (2005) kaller for *transformation*. Dette kan gjøres ved hjelp av ulike pedagogiske virkemidler som for eksempel illustrasjoner, forklaringer, representasjoner og eksempler (Rowland et al., 2005). For å kunne synliggjøre sammenhengene innenfor matematikkfaget, må læreren ha evnen til *connection*. Dette gjelder også hvordan læreren deler opp emnene og de instruksene som blir gitt til elevene (Rowland et al., 2005). Gjennom å ha alle tre nevnte evner, så bør læreren være godt rustet til å svare på elevinnspill. Det er viktig at læreren kan ta tak i disse, og kunne gå utenfor sin planlagte undervisning for å kunne forklare og svare på disse uforutsette elevinnspillene (ibid). Denne evnen kalles for *contingency*, og må sees i sammenheng med lærerens *foundation, tranformation* og *connection*.

Kunnskapskvartetten kan blant annet komme til syne gjennom dialogen i klasserommene, hvilke spørsmål lærer stiller og hvilken respons lærer gir på elevinnspill. Videre vil jeg nå gå inn på hvilke bidrag læreren kan gjøre i møte med den matematiske samtalen i faget, med hovedvekt på hvilke spørsmål som kan/bør stilles. Dette kan hjelpe meg i å senere kunne tolke lærerens handlinger og valg.

2.7 Spørsmålenes formål

Forskning har vist at mange lærere etter å ha stilt et spørsmål, gir elevene under ett sekund til å svare på spørsmålet (Streitlien, 2009). Ved å ha en slik kort «ventetid», kan slike type spørsmål bare handle om memorering av kunnskap. Dialogen vil dermed være på et overflatisk kunnskapsnivå. Slike spørsmål gir verken kognitive utfordringer eller inviterer til begrunnelse og argumentasjon for elevene (Solem & Ulleberg, 2013). En slik type samtale mellom elev og lærer kan også ses på som en behavioristisk tilnærmingsmåte for overføring av kunnskap. Hvis lærerens fokus er stort sett rettet mot det matematiske svaret, kan elevene gå glipp av medelevers gode ideer, vurdere disse og inkluderes i andres løsningsmetoder (Kleve & Ånestad, 2016).

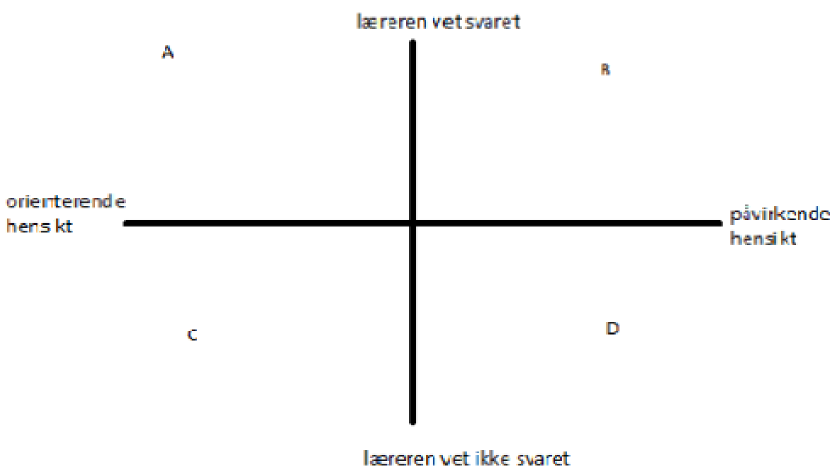
En måte å utfordre denne tradisjonelle deltakerstrukturen i skolematematikken er å bli mer klar over hvilke spørsmål som stilles, fordi det er dette som avgjør hvilken matematisk retning undervisningen tar (Lampert, 1990). Lærerens spørsmål er også avgjørende for hvilke bidrag elevene kommer med i undervisningen (Solem & Ulleberg, 2013).

I følge Roheler og Cantlon (1997) kan læreren kan gjennom sine spørsmålsstillinger legge opp til ulike former for elevdeltagelse. Ved å si at elevene skal komme med egne eksempler som kan danne utgangspunkt for oppgaveløsning, får de bruke språket på en annen måte enn hvis en ber om benevning eller beregningssvar. Men det er viktig å merke seg at elever som er faglige usikre, kan tape på en undervisning som legger stor vekt på diskusjoner og som åpner opp for varierte løsningsmetoder. Forutsetningen for læring gjennom slike diskusjoner er at de må ha en viss mulighet til å øve og trene opp slike ferdigheter (Streitlien, 2009). Det er ikke sikkert at elevene forstår hva det innebærer å kunne argumentere i matematikken, hvis ikke læreren først veileder dem.

For å kunne analysere lærerens spørsmål og i hvor stor grad han veileder elevene, vil jeg først ta for meg spørsmålsmodellen til Solem og Ulleberg (2013). Denne ses i sammenheng med Askew et al. (1997) ulike lærerorienteringer og Mortimer & Scotts (2013) ulike dimensjoner av kommunikasjon.

Spørsmålsmodellen

En modell som kan brukes i observasjonen er spørsmålsmodellen til Ulleberg og Solem. Forskning viser at hvilke spørsmål læreren stiller er vesentlig for hvilke utfordringer elevene møter (Ulleberg & Solem, 2013). For å få fram elevers tanker matematikk, er det viktig å kunne stille de riktige spørsmålene. Her er modellen Ulleberg og Solem (2013) har utviklet for spørsmål:



Modellen er utformet som et aksekors der den horisontale aksen representerer hensikten med spørsmålet læreren stiller. Til venstre står «orienterende hensikt» og til høyre står «påvirkende hensikt». Den vertikale aksen viser om læreren på forhånd vet hva elevene kan svare på spørsmålet. Denne aksen har «læreren vet svaret» øverst og «læreren vet ikke svaret» nederst. Med aksene lages det fire områder som blir kalt A, B, C og D. Det er tenkt en glidende overgang mellom områdene (Solem & Ulleberg, 2013).

Område A

I område A vet læreren svaret, og spørsmålet har en orienterende hensikt. Et typisk A-spørsmål vil være «Hva fikk du som svar på denne oppgaven?». Læreren orienterer seg om hvilket svar eleven har fått. En undervisning som i stor grad er preget av disse typer spørsmål, tyder på at det er en overføringsorientert lærer, også kalt transmission (Askew et al., 2000: Solem & Ulleberg, 2013). En overføringsorientert lærer legger stor vekt på regler, rutiner og prosedyrer. Ulike typer oppgaver har en egen prosedyre som må følges. Lærer forklarer og ønsker at elevene velger og bruker riktig prosedyre. Undervisning er hovedfokuset, og læring kommer i andre rekke.

Mortimer & Scott (2003) har sett på ulike kommunikasjonsformer i klasserommet som handler om elevene får delta i samtalen eller ikke, og hvem som sitter med autoriteten. Disse kommunikasjonsformene er: *interactive/dialogic, non-interactive/dialogic, interactive/authoritative* og *non-interactive/authoritative*. I en undervisning hvor det er hovedsakelig spørsmål som omfatter område A, er kommunikasjon preget av enkle spørsmål og svar. Ved å kun spørre etter hva som blir svaret, ser det ut til at autoriteten ligger hos læreren. Dette stemmer med Mortimer & Scott`s (2013) tredje dimensjon i kommunikasjonen mellom lærer og elev. Den handler om den interaktive og autoritative kommunikasjonen. Her får elevene lov til å delta med bare fokus på et syn/en mening/en side av diskusjonen.

Område B

Et typisk B-spørsmål vil være «Kan du begrunne hvorfor det blir riktig svar?». Her er læreren ute etter å påvirke eleven til å sette ord på hva han tenker og hvordan han har løst oppgaven. Læreren vet fremdeles svaret ved å ha kjennskap til hvordan elever vanligvis regner slike oppgaver (Solem & Ulleberg, 2013).

Spørsmål som handler om hvorfor og om det finnes andre måter, bidrar til at elevene må svare mer utdypende her enn i område A. Kommunikasjonen er preget av at læreren fortsatt vet svarene elevene kommer til å gi, men åpner opp for elevene kan bruke ulike strategier og begrunnelser. Likevel er det læreren som påvirker og bestemmer samtalens gang gjennom for eksempel andre spørsmål som også faller innenfor kategori B: «Hva skjer med arealet dersom sidelengdene dobles?» «Hva skjer med det algebraiske uttrykket hvis Nina ikke var halvparten så gammel som Ola, men tre ganger så gammel som han?». Denne balansen mellom dialog og autoritet hos læreren stemmer også her med den tredje dimensjonen til Mortimer & Scott (2013).

Område C

I område C har læreren en orienterende hensikt og vet ikke svaret. Et spørsmål som kan tilhøre her er «Hvordan tenkte du?». Her er læreren ute etter å orientere seg om hvordan eleven har kommet fram til løsningen, men vet ikke hva eleven kommer til å svare (Solem & Ulleberg, 2013). Læreren ønsker gjerne å koble seg på elevens forståelsesverden i matematikk.

Her skal elevene oppfordres til å tørre og komme med sine forslag, uten å nødvendigvis vite hva utfallet/konsekvensen blir. Dette blir kalt for *Running a risk* (Alerø og Skovsmose, 2012). Tradisjonelt sett blir dette sett på som negativt fordi det kan være ubehagelig hvis forslaget blir avslått eller ikke forstått. Men risikoen kan også kobles til noe positivt fordi det kan være spennende for en deltager hvis forslaget blir sett på som betydningsfullt og blir tatt med videre i dialogen. Siden det for enkelte kan være skummelt å komme med forslag i klassen, er det viktig at læreren veileder og utfordrer dem, men samtidig tar vare på dem, slik at de tør å komme med forslag neste gang også (Alerø og Skovsmose, 2012).

Siden læreren her ikke vet på forhånd hva elevene kommer til å svare, kan det hende at autoriteten mellom lærer og elev er likestilt, og det dermed matematikken som «eier» autoriteten. Derfor vil jeg si at dette stemmer med Mortimer & Scotts første dimensjon *interactive/dialogic* som er både dialogisk og interaktiv. En slik kommunikasjon inkluderer ulike syn og meninger, og medlemmene i en slik samtale er aktivt deltagende. En slik dialogisk samtale sees som et middel som fremmer læring, hvor interaksjonen mellom deltagerne er sentralt. Det skjer en høyere verdsetting i den dialogiske samtalen fordi elevenes utsagn har betydning på samtalen, som igjen er med på å styre samtalens forløp. Læreren bør altså spille på elevenes utsagn, planlegge og legge til rette for en slik utveksling av tanker og ideer i klassen (Dysthe, 1995).

I både område B og C kan læreren ha en connectionist - orientering (Askew et al., 1997). Gjennom slike type spørsmål legger læreren opp til at elevene skal kunne argumentere for sine løsningsstrategier. Det er samtidig ønskelig at elevene skal ha kjennskap til ulike utregningsmetoder og at elevene selv skal kunne velge den strategien som passer best til de ulike oppgavetypene. Læreren ønsker her å få innsikt i elevenes tanker. Dessuten vil den connectionst-orienterte læreren at elevene skal se sammenhenger mellom ulike regnearter eller strategier som de bruker i oppgaveløsingen (Askew et al., 1997).

Område D

Det siste området er D. Her blir det ofte stilt spørsmål av typen «Hvilke andre strategier kan du bruke for å løse denne oppgaven?» og «Hva hvis du hadde brukt andre tall?». Læreren er ute etter å påvirke eleven ved å utfordre tankegangen, men i dette området vites ikke svaret. Disse spørsmålene er autentiske og fører til læring for alle, inkludert læreren (Solem & Ulleberg, 2013). Kommunikasjonen er her likestilt mellom lærer og elev, og også her er det matematikken som er autoriteten jf. Mortimer & Scotts (2013) første dimensjon *interactive/dialogic.* Prinsippet om likestilling, *Maintaining equality,* er svært viktig for dialogen (Alerø og Skovmose, 2012). Selv om relasjonen mellom lærer og elev er asymmetrisk, skal det likevel ikke hindre deltagerne i dialogen i å være likestilt. En skal ikke som lærer prøve å tvinge en elev inn i samtalen, men eleven må selv takke «ja» på invitasjonen til å bli med i samtalen, jf. den didaktiske kontrakt (Alerø og Skovsmose, 2012: Balacheff, 1990). Til tross for sin posisjon som klassens leder, skal læreren sørge for at det er likestilling på det mellommenneskelige nivået. Tvang fører ikke til en slik likestilling.

Her tilrettelegges det for at eleven selv skal oppdage matematikken og bruke hvilken som helst løsningsmetoder så lenge svaret blir riktig til slutt. Dette stemmer med enkelte deler av det Askew et al. (1997) beskriver som den oppdagelsesorienterte læreren, men også med beskrivelsen av den connectionst-orienterte læreren. Dette er fordi det i område D kan stilles spørsmål om hvorfor en kan bruke en bestemt regnestrategi, hvorfor det blir slik og hvilke andre måter kan vi gjøre det på (Solem & Ulleberg, 2013). Slike spørsmål kan føre til at elevene lettere kan se en sammenheng mellom de matematiske temaene, samtidig som spørsmålene også kan virke utforskende.

Lærerens utforskning av elevers ulike perspektiver blir sett på som en måte å hjelpe eleven til å uttrykke sin tause kunnskap på. Det er dette Alerø og Skovmose (2002) kaller for *Making an inquiry.* Dette innebærer at en beveger seg fra en sikker tilstand til en tilstand av nysgjerrighet (Alerø og Skovsmose, 2002). Deltakerene i dialogen får dermed ny kunnskap og ny erfaring. Dialogen er derfor en uforutsigbar prosess hvor svarene skapes gjennom kollektiv refleksjon (Alerø og Skovsmose, 2012).

Ønsket om at elevene skal få en helthetlig forståelse av matematikk stemmer med Sfards *mathematical conceptions.* Av de tre idealtypene var det lærere med en connectionist-orientering som hadde elever med størst faglig framgang gjennom studieperioden (Askew et al., 1997).

2.8 Rammeverket til Ove Drageset

Drageset (2014) har gjort en studie av fem barneskolelærere på mellomtrinnet, hvor målet var å se på hvordan de brukte elevenes bidrag i arbeid med matematikkfaget. Siden det er liten forskning og veiledning til lærere på hvordan en skal kunne lede den matematiske samtalen, har Drageset gjennom sin studie laget et rammeverk. Rammeverket består av 13 kategorier som beskriver hvilke grep lærerne gjør, og disse kategoriene kan deles inn i tre grupper: retningsforandring, framdrift og fokusering (Drageset, 2014).

1. Redirecting actions (Retningsforandring)
    a. Put aside
    b. Advising new strategy
    c. Correcting questions
2. Progressing actions (Framdrift)
    a. Demonstration
    b. Simplification
    c. Closed progress details
    d. Open progress initiatives
3. Focusing actions (Fokusering)
    a. Request for student input
        i. Enlighten details
        ii. Justification
        iii. Apply to similar problems
        iv. Request assessment from other students
    b. Pointing out
        i. Recap
        ii. Notice

(Drageset, 2014, s. 302).

Jeg vil nå gå nærmere innpå hver kategori og hvilke tiltak lærere kan bruke i møte med den matematiske samtalen.

Retningsforandring

Noen ganger vil læreren få eleven til å endre strategi fordi den selvvalgte strategien er tungvint, vanskelig og kan fører til feil. For å endre strategi hos eleven kan dette gjøres på tre ulike måter. Den første måten å gjøre dett på er å enten avise eller overse forslaget til eleven, si at det er feil og heller slippe andre elever til. En annen måte å bare si rett fra, at eleven bør bruke en annen strategi. Som et siste alternativ for endring av strategier hos elever er å bruke korrigerende spørsmål. Dette kan være spørsmål av typen: «Jeg ser at du bruker den metoden, men hva hvis du bruker blokkmetoden? Jeg ser du prøver å løse likningssettet ved å tegne, men hva med å løse likningssettet grafisk?» Her aksepteres elevens forslag av læreren samtidig som at det blir uttrykt at forslaget ikke er godt nok. Dette var den mest brukte måten å få til en retningsforandring på i Dragesets (2014) studie. Vi kan her se en sammenheng mellom denne kategorien og område B i spørsmålsmodellen til Solem & Ulleberg (2013), som også blant annet handler om å påvirke eleven til å bruke andre ønskede strategier gjennom å stille slike spørsmål.

Framdrift

Det er ønskelig i matematikkfaget at en kommer fram til hvert fall èn eller flere løsninger, og for å få til dette trengs det en viss framdrift. Drageset (2014) observerte at det var fire ulike virkemidler som lærerne brukte for å få framdrift i samtale med elevene. Disse var å enten demonstrere, forenkle, gjøre en lukket framdrift eller gjøre en åpen framdrift. Gjennom å demonstrere forteller/viser læreren en strategi for hvordan oppgaven skal løses, uten at elevene får komme med bidrag eller innspill i prosessen. Her vil det stort sett foregå en monolog fra læreren, avbrutt av spørsmål om elvene har skjønt det. Det er dette Dysthe (1995) kaller for en monologisk samtale, og er sentral i den tradisjonelle undervisningen. Kjennetegnene ved en slik samtale er reproduksjon, formidling og ikke minst testing av kunnskap. Dette minner i stor grad om Mortimer & Scotts (2013) fjerde dimensjon av kommunikasjon: *non-interactive/authoritative.* Den handler om at læreren bare fokuserer på å presentere et syn/en mening uten at elevene får komme med innspill/delta i samtalen.

En annen mye brukt metode går ut på å forenkle oppgaven. Her er læreren så opptatt i å få rett svar, at lærere gir mer informasjon eller endre litt på oppgaven slik at elevene enklere kan løse den. Det å forenkle oppgaven for å få elevene til og løse den, var dette Brousauss (1997) kalte for Topaze-effekten. Det kan også forekomme hint fra lærerens side om elevene er på riktig vei eller hva som skal til for at de får løst oppgaven. Dette kalles for en lukket framdrift, og er det mest brukte virkemiddelet for framdrift. En kan også her dele opp oppgaven og stille spørsmål for hvert steg. Felles for kategoriene forenkling og lukket framdrift er at læreren endrer på kompleksiteten for oppgaven slik at det skal bli enklere for elevene å løse den. En slik forenkling av oppgaven kan føre til at spørsmålene i større grad havner innenfor område A og B jf. spørsmålsmodellen til Solem & Ulleberg (2013). Dette kan være på grunn av at selve forenklingen av oppgaven også kan gjøre at spørsmålene forenkles til hvert steg i regneprosessen, samtidig som at læreren hele tiden er klar over typiske elevsvar.

Et fjerde virkemiddel er å bruke åpne spørsmål underveis i oppgaven, uten å gi noen form for hint for hvordan oppgaven skulle løses (Drageset, 2014). Her ble det brukt spørsmål som for eksempel «Hva kan vi gjøre her?». Her vet ikke læreren nødvendigvis hva elevene kommer til å svare, og er åpen for ulike tankemønstre. Hensikten kan her være å orientere seg og få innsikt i elevers ulike tanker. Dette samsvarer med område C i spørsmålsmodellen, og åpner samtidig opp for en *interactive/dialogic* kommunikasjon.

Fokusering

Den siste gruppen handler om det å fokusere. Ved at læreren får elevene til å stoppe opp for å se på en detalj i regneprosessen, blir elevene bevisst på hvorfor de gjør som de gjør eller om det er en detalj som er spesielt for oppgavens betydning (Drageset, 2014). Dette kan være et hjelpemiddel for læreren, slik at han får avdekket hva og hvor mye elevene har skjønt. En slik orienterende hensikt med tilhørende spørsmål faller under område A og C i spørsmålsmodellen (Solem & Ulleberg, 2013). Men det kan også være et hjelpemiddel for elevene, fordi de selv kan se hvor i prosessen de har falt av, om de har spørsmål eller kan begrunne strategiene sine (Drageset, 2014).

To andre grep som var viktig når det gjaldt fokusering, handlet om at det var læreren som sa noe viktig. Her kunne læreren poengtere noe, for å enten påpeke noe viktig for elevene eller for å få dem inn på rett spor. Læreren kunne også oppsummere i gjennomgangen etterpå hva som var viktig og lurt å gjøre i løsningsprosessen.

De fire andre virkemidlene i denne gruppa handler om at læreren stopper framdriften til elevene for at de selv skal forklare, begrunne, anvende og vurdere. Det mest brukte virkemiddelet er det at elevene skal kunne forklare hvordan de har tenkt og gjort gjennom oppgaveløsinga. Hvorfor elevene har gjort som de har gjort, er viktige spørsmål som er med på å utvikle elevers kompetanser i argumentasjon i matematikken (Drageset, 2014). Disse viktige spørsmålene kan ha både en orienterende hensikt hvor læreren vet eller ikke vet hva elevene vil svare (område A og C) eller at spørsmålene i seg selv er påvirkende for å få elevene til å tenke etter, selv om lærer her kanskje vet hva de vil svare (område B).

3.0 Metode

For å undersøke hvilke sosiomatematiske normer som kommer til syne i ulike klasser med samme lærer, gjennomførte jeg en kvalitativ studie. Det var hensiktsmessig å velge kvalitativ metode, siden dette er en passende metode når en vil skaffe seg dybdeinformasjon og arbeide med data i form av avskrift av det som ble sagt i timen, framfor å samle inn data i form av tall (Thagaard, 2009). Gjennom en kvalitativ studie får en studert mennesker i sine naturlige omgivelser (ibid). Det er nettopp dette som var ønskelig for min masteroppgave.

3.1 Utvalg

For å se om det var ulike sosiomatematiske normer i forskjellige elevgrupper, var det ønskelig å observere en lærer som underviste elever med samme alder, men som hadde valgt ulik retning i matematikk. For å få fram ulike aspekter ved undervisningen var tanken å se på de sosiomatematiske normene i de to ulike matematikkfagene 1T og 1PY, som er fag på 1. vgs. Disse to fagene ble valgt fordi det hørte til lærerens fagkrets og dessuten var elevene her jevngamle. Selv om han også underviste i andre matematikkfag, var det ønskelig å observere to klasser som var kommet likt i sitt utdanningsløp. 1T står for teoretisk matematikk, mens 1PY er praktisk yrkesfagmatematikk. Det var også ønskelig å observere en og samme lærer for å se på hvordan undervisningen var i de to ulike matematikklassene, om det var noen forskjeller eller likheter på selve undervisningen. Hvilke sosiomatematiske og sosiale normer som ligger til grunn i to forskjellige klasser, er ikke nødvendigvis de samme.

På forhånd ble jeg informert om at elevgruppene i disse to klassene var helt ulike nivåmessig. Elevene på yrkesfaglinjen hadde gjennomført en kartleggingstest, hvor alle fikk karakteren 2 utenom èn elev som fikk stryk. I den teoretiske matematikklassen var elevene mer blandet, men med flere elever på et høyere nivå.

Det var ikke hensiktsmessig å fortelle læreren hva jeg skulle spesifikt skulle forske på. Dette var fordi jeg ville observere læreren i en mest mulig naturlig undervisning, uten at han var påvirket til å undervise på en annen måte. Eneste jeg opplyste om var at jeg skulle skrive en master om sosiomatematiske normer i klasserommet.

3.2 Observasjon

Jeg ville se på hva en lærer faktisk gjør i en undervisningsøkt framfor å fokusere på hva læreren mener det er lurt å gjøre. Ved å bruke observasjon som metode kan man studere det folk praktiserer, men hvis en er ute etter å høre hva de sier at de gjør, kan intervju være mer passende (Kvale & Brinkmann, 2009).

En fordel med observasjon som metode er at en ikke trenger å ta noen ut fra undervisningen for å gjennomføre undersøkelsen (Kvale & Brinkmann, 2009). Det optimale hadde vært å tatt lydopptak eller gjort en videostudie i tillegg til observasjonen, slik at jeg kunne ha spilt av materiellet flere ganger og avdekket mulig flere momenter. Jeg søkte om tillatelse om bruk av lydopptak til NSD (Norsk senter for forskningsdata) og fikk dette godkjent. Men siden skoleledelsen hadde et sterkt ønske om at jeg ikke skulle ta lydopptak, skrev jeg heller ned alt som ble sagt i timen. Ulempen med å bare skrive ned det som blir sagt, er at setningene ikke blir helt autentiske og at tonefall uteblir (Thargaard, 2009).

Dette var jeg bevisst på i min observasjonsperiode. Derfor skrev jeg så godt som mulig det som ble sagt ordrett rett inn i notatene mine. Enkelte ganger var det noe jeg ikke fikk med meg, og der har jeg skrevet «….» for å markere dette tydelig. Dette gjorde jeg fordi jeg ikke ville rekonstruere hva læreren eller en elev hadde sagt. På denne måten ble transkripsjonen av timene minst mulig påvirket av oppfatningene mine (Thagaard, 2009).

3.3 Intervju

For å få et bedre bilde av læreren og innsyn i hans tanker rundt egen undervisning, syntes jeg det var nødvendig å intervjue læreren i etterkant av fullført observasjon. Et slikt kvalitativt intervju kan karakteriseres som en samtale mellom intervjuer og informant. Denne formen for intervju har et spesifikt formål, og målet mitt var å få innsikt i informantens egen forståelse rundt sin undervisning. Ved å gjennomføre et slikt intervju, har en et godt utgangspunkt for å få kunnskap om hvordan informanten opplever og reflekterer over egen situasjon (Thagaard, 2003).

Kvalitative intervju kan utformes i forskjellig grad av struktur. Jeg har valgt å ha et semistrukturert intervju i etterkant av observasjonsperioden min. Selv om det semistrukturerte intervjuet er mer strukturert enn et åpent intervju, er det likevel en mulighet for en viss grad av fleksibilitet i intervjuet. Dermed kan data som produseres underveis være styrende for de spørsmål som etter hvert stilles (Thagaard, 2003).

Gjennom semistrukturert intervju har jeg mulighet til å fange opp konteksten til det som blir fortalt, og få en bedre forståelse av den meningen som informanten tillegger rundt de ulike emnene. En annen fordel ved semistrukturert intervju er at en kan få en dyp og mer nyansert kunnskap om det enkelte tema enn ved strukturerte intervjuformer, der en bare kan få kunnskap om det en spør om (Thagaard, 2003).

3.4 Fokusgrupper

For å få et lite innblikk i hva elevene tenkte om lærerens undervisning, hadde jeg fokusgrupper i de ulike klassene. Fokusgruppene var på 4-5 elever. Barbour & Kitzinger (1999) sier at fokusgrupper er en ideell metode for å undersøke personers erfaringer, meninger, ønsker og bekymringer. Metoden er spesielt egnet til å undersøke holdninger. Dette ble gjennomført helt i slutten av observasjonsperioden, i begge klassene. Her brukte jeg heller ikke lydopptak, og skrev bare stikkord av det elevene sa. Dette ble gjort fordi jeg så langt som mulig ville ha naturlig samtale med elevene.

3.5 Induktiv eller deduktiv?

Dersom forskeren tar i bruk en deduktiv tilnærming, vet vedkommende hva som skal ses etter og har et rammeverk eller variabler å ta utgangspunkt i før innsamlingen (Postholm, 2010). Rammeverket eller variablene er dermed upåvirkelig fra selve forskningsarbeidet og forblir det samme. Ved å bruke en induktiv tilnærming derimot, har en ikke laget variabler i forkant av innsamlingen (Postholm, 2010).

I forkant av observasjonen så jeg på spørsmålsmodellen til Solem & Ulleberg (2013), som handler om hvilke type spørsmål som kan stilles i en matematikktime. Rammeverket til Scott og Mortimer (2003) handler om hvordan spørsmål kan forme og bestemme dialogen i klasserommet. Det var også noe jeg så på i forkant av min observasjonsperiode. Da jeg så hvilken rolle spørsmål har i undervisningen ut fra et teoretisk perspektiv, hadde jeg bestemt meg for å se ekstra på dette i observasjonsperioden. Ved å ha denne modellen og rammeverket i bakhodet, har det blitt tatt i bruk en deduktiv tilnærming i observasjonen.

Likevel er det verdt å nevne at det var de sosiomatematiske normene som det skulle forskes på, og ikke bare spørsmålene som blir stilt i klasserommet. Her hadde jeg ikke noe spesifikt rammeverk som jeg hadde i forkant av observasjonen. Dermed kan min observasjon ha en deduktiv og induktiv tilnærming, ettersom jeg hadde flere faktorer å se etter og ikke et spesielt rammeverk for alt som skulle observeres.

I utførelsen av den kvalitative forskningen, trekker Postholm (2010) fram at det som deltakerne sier eller gjør, kan føre til at forskeren endrer sitt syn på temaet. Forskeren kan altså få avkreftet eller bekreftet de synspunktene som han har i forkant av forskningen, eller oppdage noe som ikke har blitt tenkt på tidligere, som han ser på som relevant å ta med i arbeidet videre (Postholm, 2010). Derfor hevder Postholm (2010) at kvalitativ forskning innebærer verken bruk av induksjon eller deduksjon, men at det er en interaksjon mellom dem.

3.6 Gjennomføring

Jeg tok kontakt med læreren som gjerne ville bli observert under forutsetning om at ledelsen ville samtykke dette. Siden ledelsen ikke ville at eg skulle ta lydopptak av elevene eller undervisningen, måtte jeg endre min planlagte gjennomføring med lydopptak til å heller fokusere på observasjon og notere underveis hva som ble sagt.

De ville også at jeg skulle levere ut et informasjonsskriv til elevene, som elevene selv kunne velge å ta med hjem eller lese for seg selv. Dette ble gitt ut første dagen jeg var med i klasserommet. Tilsynelatende var det ingen som brydde seg noe særlig om at jeg var der, og svar på eventuelle spørsmål som de kunne ha stilt, stod forklart i informasjonsskrivet.

Til læreren fortalte jeg at jeg skulle se på de ulike sosiomatematiske normene i klasserommet, uten å nevne temaene spørsmålstyper og kommunikasjon spesifikt. Jeg nevnte også at jeg ikke ville legge bestemte føringer for undervisningen hans, og det ble gjort klart at jeg bare skulle sitte bakerst i klasserommet å observere og notere på en mini-pc. Det var ønskelig at undervisningen foregikk så naturlig som mulig, til tross for at jeg satt der. Jeg skulle ikke ha innvirkning på undervisningen. Dermed kan jeg si at jeg hadde en ikke-deltakende observasjon. Ved systematisk ikke-deltakende observasjon blir observasjonen alltid skrevet ned (Gjøsund og Huseby, 2005).

Observasjonen varte over 3 uker og var gjennom totalt 15 undervisningsøkter. Jeg har ikke medberegnet økter hvor det var prøver. 10 av undervisningsøktene var i 1T-gruppa, mens 1PY-gruppa hadde 5 undervisningsøkter. Dette var fordi de hadde færre undervisningsøkter i uka, enn det 1T-gruppa hadde.

3.7 Matematiske temaer som ble gjennomgått

Det var svært forskjellig hva som ble gått igjennom i matematikkundervisningen i observasjonsperioden. Elevene som hadde 1T-matematikk hadde om emnet «Tall og algebra», og jobbet med faktorisering av uttrykk og å kunne lage fullstendige kvadrat. Elevene i 1PY hadde om emnet «Tall og mengder», og jobbet med grunnleggende tallforståelse innenfor måleenheter og brøkregning.

3.8 Etiske dilemmaer og utfordringer med observasjonen

Hvis jeg ikke hadde vært til stede, ville elevene og læreren oppført seg annerledes? Dette er et viktig spørsmål å stille seg selv som forsker (Brinkman & Kvale, 2009). Gjennom observasjonsstudier, bidrar en til at det oppstår en forskningseffekt. Dette vil si at de som blir observert handler annerledes enn det de ville ha gjort hvis de ikke hadde blitt observert (ibid). Jeg vil tro at det skjedde en mer naturlig undervisning ved at jeg satt bakerst og observerte, enn hvis jeg hadde brukt for eksempel video.

Ledelsen hadde et sterkt ønske om at jeg ikke skulle bruke lydopptak fordi de var redd for at elevene ikke skulle være like aktive. Som nevnt hadde jeg alt fått dette godkjent fra NSD (Norsk Senter for Forskningsdata). Selv om jeg prøvde å overbevise ledelsen og viste til min godkjenning fra NSD, stod de såpass på sitt at jeg heller droppet lydopptak. På en side kunne lydopptak gjort at sitatene fra elever og lærer vært mer presise. På en annen side kunne lydopptaket preget undervisningen mer enn det bare observasjon gjorde. Hvis jeg hadde hatt lydopptak, kan jeg se for meg at elevene kunne vært mer nervøse eller ikke turt å si like mye i timene, eller at læreren vil formulert seg på en annen måte enn det han gjorde til vanlig. Men over en lengre tidsperiode, tror jeg at dette hadde gått over og undervisningen gått ¨tilbake¨ til det naturlige igjen. Dette kunne kanskje vært en fordel for meg i mitt analysearbeid.

Det er viktig å nevne at elevene og læreren ble opplyst om at deres identitet skulle ivaretas, og de dermed ble anonymisert allerede i transkripsjonen/mine notater av hva som ble sagt i klassen, i fokusgruppene eller i intervju av læreren i etterkant. Jeg skrev «lærer», «elev», «han» og «hun» framfor å bruke navn. Det kom dermed ingen personopplysninger fram i innhentningen av data. Det ble heller ikke brukt senere i oppgaven.

Etter første undervisningstime i 1T-gruppa sa læreren til meg at han ble overraska hvor stille elevene var. Han trodde det var fordi jeg var der. Men i de senere undervisningsøktene var elevene like aktive som de pleide, sa læreren. Jo lenger en forsker blant informantene, jo enklere er det for dem å være tilfreds med at det er en observatør der, skriver Thagaard (2009). Det at jeg var der over en periode på tre uker, jo mindre ble altså forskningseffekten for hver uke. 1PY gruppa derimot, var fra dag 1 ikke i noen særlig grad preget at jeg var der, følte læreren.

Det som var utfordrende ved å kun bruke observasjon som metode, var å få skrevet ned alt som ble sagt og ikke minst legge merke til tonefall og antall sekunder som ble brukt i for eksempel ventetid fra et stilt spørsmål til at noen svarte. Dessuten er det ikke like lett å få uttrykt når han tuller eller er ironisk gjennom bare å skrive av det som blir sagt.

3.9 Validitet og relabilitet

Høy grad av validitet er veldig viktig. Dersom forskningen ikke er valid har den ikke noen verdi (Cohen et al., 2000). Validitet handler om gyldighet i data og Nyeng (2012) beskriver validitet slik:

«Det finnes flere former for validitet, men den mest grunnleggende er det vi kaller begrepsvaliditet. Begrepsvaliditet handler, kort sagt, om at man måler det man ønsker å måle – eller mer generelt: at man undersøker det fenomenet man ønsker å undersøke - og ikke noe annet». (s.109)

Det er altså ikke opplagt at det man finner ut i forskningen gir svar på det en egentlig vil finne ut. I min masteroppgave hvor kvalitativ metode blir brukt kan validiteten måles ut fra flere faktorer (Winter, 2000). De ulike faktorene handler om ærlighet i arbeidet, hvor dyptgående arbeidet er, objektivitet i prosessen, datamaterialets omfang, hvor rikt det er og kontaktpersonen for undersøkelsen. Jeg har vært åpen med alt som har blitt gjort hele veien, og må derfor si at mitt arbeid er basert på ærlighet. Ved å observere og notere hva som har vært sagt i min observasjonsperiode på tre uker, har jeg klart å gå i dybden på hvilke spørsmål som ble stilt og hvilke sosiomatematiske normer så lå til grunn for undervisningen.

Hensikten med min oppgave var å se på om det var ulike sosiomatematiske normer i to ulike klasser med samme lærer. Derfor var det viktig for meg å finne en lærer som nettopp underviste i to ulike matematiske fag på samme trinn. Dette var svært vanskelig å finne i og med at ofte fagene er lagt opp parallelt og lærerene ikke kan undervise to klasser samtidig. Likevel fant jeg en skole hvor timeplanen og fagene gikk opp.

Det å være objektiv i forskningsprosessen handler om at man er åpen om sin egen subjektivitet og hvordan det kan påvirke arbeidet man gjør (Dalland, 2012). Åpenhet rundt hvordan min subjektivitet kan påvirke forskningsarbeidet er viktig. Derfor er det avgjørende at det er et klart skille mellom datamateriale, teoridel, drøftinger mellom disse og hva som er mine egne tolkninger og meninger.

Reliabilitet beskrives av Thagaard (2009, s.198) på følgende måte: «Begrepet reliabilitet refererer i utgangspunktet til spørsmålet om en annen forsker som anvender de samme metodene, ville komme frem til samme resultat». I arbeid med kvalitativ forskning kan en ikke forvente at en forsker får de samme resultatene flere ganger. Det dreier seg heller om at framgangsmåten i forskningen beskrives nøye (Thagaard, 2009). I mitt forarbeid var en viktig faktor hvor mye informasjon informanten min skulle få på forhånd av observasjonen. Hvor troverdig masteroppgaven blir, er avhengig av nettopp hvilken informasjon som har blitt gitt på forhånd til læreren som skal observeres. Det kan hende dataene hadde blitt annerledes dersom læreren hadde visst at mitt fokus skulle være på spørsmål som ble stilt i klassen og spesifikke sosiomatematiske normer. Derfor kan oppgaven være mer troverdig ut fra at det ikke ble gitt slik informasjon. Slik fikk jeg observert læreren i sitt naturlige habitat.

Arbeidet må også ha et klart skille mellom hvilken informasjon jeg har fått inn i min undersøkelse, og hva som er egne vurderinger av denne informasjonen. Dette er også en viktig del av reliabiliteten (Thagaard, 2009). I analysekapittelet er det tydelig skille mellom transkripsjon og mine tolkninger/vurderinger gjort ut fra disse.

4.0 Analyse

Min analysedel er delt inn i tre deler. Den første delen skal jeg analysere flere utdrag fra 1T- og 1PY-undervisningen. Disse skal analyseres i lys av Dragesets (2014) kategorier, Mortimer & Scots (2003) ulike former for kommunikasjon og Askews et al. (1997) ulike læreroriteringer. Jeg vil også trekke fram ulike sosiomatematiske normer som kommer til syne i hver av klassene. I den andre delen av analysearbeidet vil jeg se på spørsmålene læreren har stilt under observasjonsperioden og kategorisere disse inn i spørsmålsmodellen til Solem og Ulleberg (2013). Dette gjøres for å skape en større oversikt og for at jeg senere kan se på forskjeller og likheter mellom de to elevgruppene med tanke på undervisning og de sosiomatematiske normene. I siste del analyseres læreren i lys av utdanning, hans og elevens tanker om matematikkundervisningen og konteksten matematikken blir undervist i.

Noen av utdragene i analysens første del, får fram andre tiltak som læreren gjør som ikke direkte kan kobles til Dragesets kategorier. Dette tiltaket har jeg kalt for *selvsvar* og er hensiktsmessige å ta med i lys av forskningsspørsmålene mine. Selv om dette ikke er nevnt som et egent tiltak jf. Drageset sin modell, så passer dette som et ekstra punkt under kategorien *framdrift*.

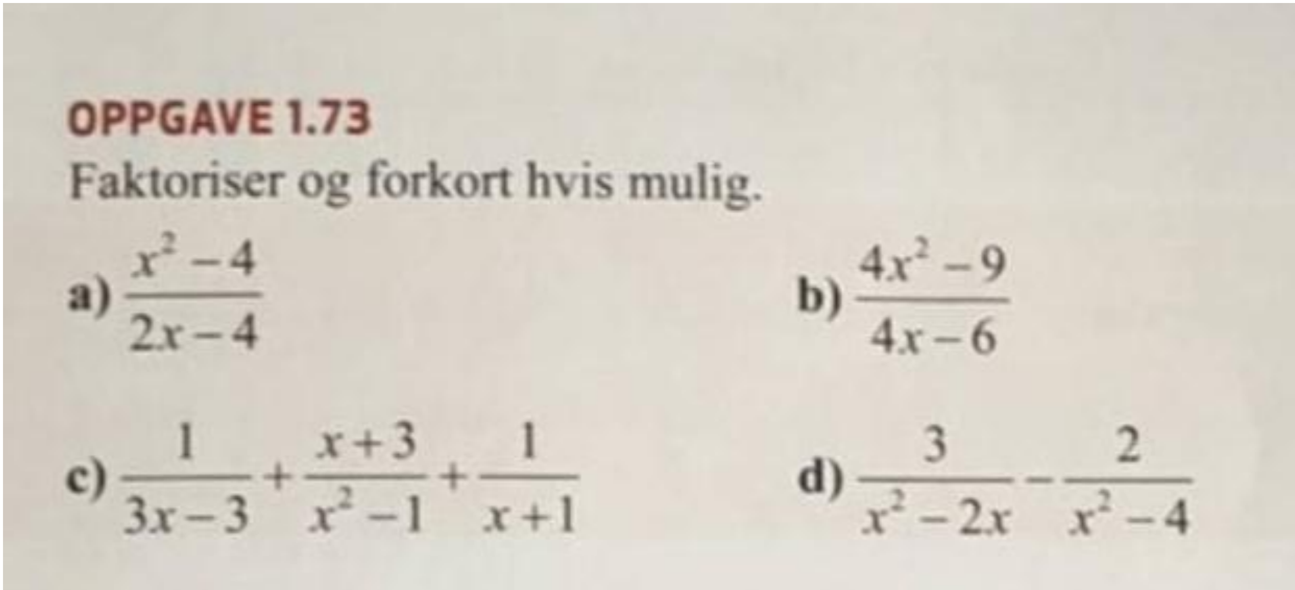
4.1 Analyse av observasjon fra 1T og 1PY

Framdrift, fokusering og retningsforandring i 1T

I observasjonsperioden holdt 1T-klassen på med kapittelet om «Tall og algebra». Her handlet undervisningen i stor grad om faktorisering av uttrykk og lage fullstendige kvadrat. I hver undervisningstime gjennomgikk lærer dagens «tema/delkapittel». Men undervisningstimene begynte ofte med at læreren gikk gjennom leksa som elevene skulle ha gjort til den timen, før dagens «tema/delkapittel» ble gjennomgått. Her var undervisningen ofte monologisk, med ingen eller få spørsmål fra elevene. Læreren holdt dermed en uavbrutt undervisning og fikk demonstrert hvordan oppgaven skulle løses. Elevene fikk andre del av undervisningsøkten til å jobbe med oppgaver sammen med læringspartner.

1.utdrag

I dette utdraget tar læreren for seg en lekse som handler om å trekke sammen brøk med ulike nevnere.



OPPGAVE 1.73

Faktoriser og forkort hvis mulig.

a) $\dfrac{x^2-4}{2x-4}$ **b)** $\dfrac{4x^2-9}{4x-6}$

c) $\dfrac{1}{3x-3}+\dfrac{x+3}{x^2-1}+\dfrac{1}{x+1}$ **d)** $\dfrac{3}{x^2-2x}-\dfrac{2}{x^2-4}$

Lærer: Vi må se litt på oppgave 1.72. Er det noe dere skulle ønske vi gikk gjennom i den oppgaven? Ingen som ønsker å gå gjennom den? Enn på 1.73?

Elev: Ja!

Lærer: Flott! Da skal vi gå gjennom 1.73 c). Det første vi gjør her, før vi begynner på, det er å faktorisere nevneren. x^2 -1, hva kan vi gjøre her?

Elev: Konjugatsetningen

Lærer: Ja konjugatsetningen. Hva blir fellesnevneren her? (Peker på 2. og 3. ledd)

Elev: 3 og x-1 (…)

Lærer: *Ja, og hva må jeg gjøre på den første her da? Jo da må jeg gange med x+1 her. Neste må jeg gange med 3 i teller og nevner. Og på sisten må jeg gange med 3 og x-1. Var dere med på det? Sånn, så jeg gjøre det for å løse det. (Her ganger han ut parentesene muntlig og viser med tusjen). Stemmer dette? Nå må dere se over. Kanskje jeg har lagt inn en liten feil her*

Elev: *Det stemmer.*

Lærer: *Javel, da er det din feil hvis det ikke stemmer... Heheh. La oss sjekke her. Vi trekker sammen utrykket nå. Hva står det i fasiten? Ja. Husk på at det er lurt å spørre etterpå for dem som ikke var med på dette.*

Her legger han allerede i sitt første spørsmål hint om hva som skal gjøres, nemlig ved å si *«Det første vi gjør her, før vi begynner på, det er å faktorisere nevneren».* Her gir han mer informasjon, kanskje for at elevene kan enklere løse den. Dette kan indikere en Topaze-effekt (Brousseau, 1997). Læreren har forenklet oppgaven ved å si hva som skal gjøres først, og denne forenklingen/hintingen er et virkemiddel som også kan kalles for en lukket framdrift (Drageset, 2014). Samtidig er «Hva kan vi gjøre her?», som kommer rett etter forenklingen av oppgaven, et åpent spørsmål. Dette er også et virkemiddel for å oppnå framdrift og kalles for åpen framdrift (Drageset, 2014).

Spørsmålene som stilles av læreren, er bare for å få fram svaret som læreren trenger i stegene mot å løse oppgaven foran elevene. Slike spørsmål som bare er ute etter svaret, får ikke elevene til å se sammenhenger mellom ulike regneoperasjoner eller hvorfor det kan løses på den spesifikke måten (Lampert, 1990).

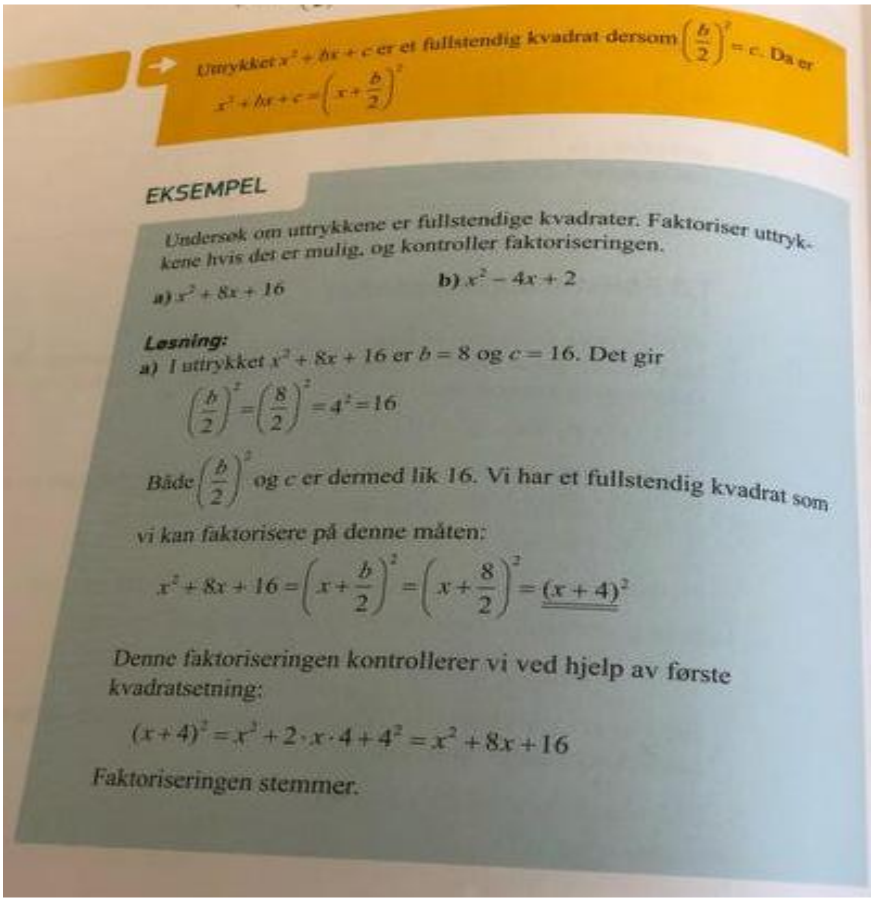
Eleven svarer at fellesnevneren er 3 og x-1, men i dette øyeblikket var det vanskelig å få med hele elevsvaret, og derfor står det skrevet (…). Ut fra oppgaven ser det ut som at eleven kan ha svart at fellesnevneren var 3, x-1 og x+1.

Etter hvert har læreren en monologisk samtale med seg selv, hvor han svarer på sine egne spørsmål. Her skjer en demonstrering av hvordan en skal løse oppgaven. En slik demonstrering er et typisk virkemiddel for å oppnå framdrift i undervisningen (Drageset, 2014). Det å svare på egne stilte spørsmål er ikke noe Drageset har ikke skrevet om i sitt rammeverk, men jeg velger å bruke denne formen for respons, *selvsvar*, som et tiltak for lærere innunder kategorien *framdrift* hos Drageset (2014). Det at han svarer på sine egne spørsmål, kan tyde på at han har et ønske om en viss kontinuitet og framdrift i undervisningen.

Etter sin monologiske samtale spør han om hans egen utregning stemmer ut fra hva som står i fasiten. Her har han forventet at elevene har gjort oppgaven (siden det var lekse) eller at de har fulgt med på hans gjennomgang på tavla. Det høres også ut som han ikke spør av usikkerhet rundt sin egen regning, men bare for å sjekke om elevene har svart det samme som han. Dette til tross for at han sier at han kan ha lagt inn en feil i oppgaveløsingen sin. Ut fra hvordan jeg tolket situasjonen der og da, ble dette sagt på en slik måte at han virket sikker og hadde et smil om munnen. Dette tyder på at han viser selvsikkerhet rundt dette matematiske emnet. Hans henvisning til fasiten i boka kan enten være for å få elevene aktive ved å måtte slå opp boka, eller påpeke at det han har gjort på tavla stemmer helt med hva som står i fasiten.

2.utdrag

I samme undervisningssøkt, etter at han har tatt for seg leksa, gjennomgås et nytt delkapittel hvor han i stor grad underviser uten avbrudd fra elever, og med unntak stiller spørsmål ut fra trinnvise utregninger underveis. Lærer bruker denne eksempeloppgaven fra boka:



Uttrykket $x^2 + bx + c$ er et fullstendig kvadrat dersom $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = c$. Da er

$$x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

EKSEMPEL

Undersøk om uttrykkene er fullstendige kvadrater. Faktoriser uttrykkene hvis det er mulig, og kontroller faktoriseringen.

a) $x^2 + 8x + 16$ **b)** $x^2 - 4x + 2$

Løsning:

a) I uttrykket $x^2 + 8x + 16$ er $b = 8$ og $c = 16$. Det gir

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 4^2 = 16$$

Både $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ og c er dermed lik 16. Vi har et fullstendig kvadrat som vi kan faktorisere på denne måten:

$$x^2 + 8x + 16 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{8}{2}\right)^2 = \underline{\underline{(x + 4)^2}}$$

Denne faktoriseringen kontrollerer vi ved hjelp av første kvadratsetning:

$$(x + 4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$$

Faktoriseringen stemmer.

Lærer: Da prøver vi oss på neste delkapittel 1.8 Fullstendige kvadrater.

(Bruker eksempeloppgave fra boka)

1) *Utrykket* $x^2 + bx + c$ *er et fullstendig kvadrat dersom* $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ *= c.*
   Da er $x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$
2) *Eks. Undersøk om uttrykkene nedenfor er fullstendige kvadrater. Faktoriser hvis det er mulig. a)* $x^2 + 8x + 16$.

Når vi ser på denne formelen så er b et utrykk for det som står foran x, mens c står for konstanten som er til slutt. Hva vil b være her?

Elev: 8

Lærer: Ja riktig, og 16 er konstanten her. Da bruker jeg formelen for å sjekke om utrykket er et fullstendig kvadrat. (skriver opp) Ja dette stemte!

Har dere brukt en sånn pil før? Det betyr «Fører til». Bruk dette på prøver så ser det ut som dere har peiling hehehe. Her kan vi skrive pil og skrive at dette er et fullstendig kvadrat.

(Mer gjennomgang av fullstendig kvadrat, stiller ingen spørsmål foreløpig og elevene skriver av tavla)

Gjennomgangen er i stor grad preget av at læreren demonstrerer hvordan oppgaven skal løses, slik at elevene kan ¨herme¨ etterpå. Dette tyder på en ren instrumentell framgangsmåte, fordi bokas beskrevne formler brukes, og de følger disse slavisk. Å bli presentert/gitt en formel er ingen garanti for forståelse hos elevene, og det er vanskelig å si om elevene skjønner hvorfor formelen er om den er. Læreren tar ikke for seg beviset/forklaringen for formelen for fullstendig kvadrat. Det er dermed usikkert om eleven får «tilgang» til matematikken. En slik type matematikk stemmer med det Skemp (1978) beskriver som instrumentell forståelse.

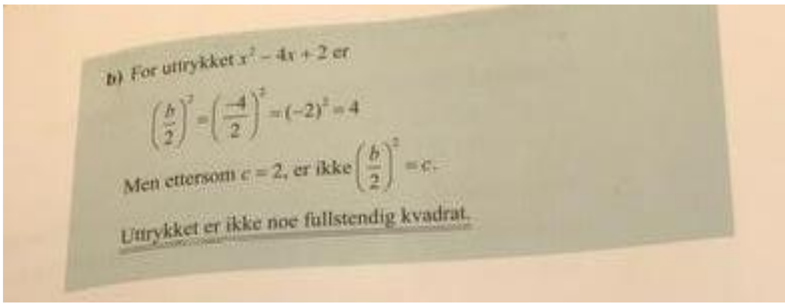
En slik demonstrering av hvordan oppgaven skal løses er et virkemiddel for *framdrift* som går igjen i undervisningen hans i 1T-klassen. Spørsmålet som stilles her er forholdsvis enkelt å besvare, fordi han på forhånd har gitt mye informasjon om uttrykket: *Når vi ser på denne formelen så er b et utrykk for det som står foran x, mens c står for konstanten som er til slutt. Hva vil b være her?* Det er heller ikke behov for at eleven trenger å svare i hele setninger, men kun si svaret 8. Resten av oppgaven gjør læreren selv, og elevene skriver av løsningen/utregningen. Dette fører til at gjennomgangen er monologisk og at læreren dermed rekker å gå gjennom det som kanskje er planlagt for timen, uten noe avbrudd.

En slik form for undervisningen som er gjort i utdrag 1 og 2 hvor det er læreren som «deler» ut matematikken porsjonsvis til elevene, minner om Mortimer & Scotts (2013) fjerde dimensjon for kommunikasjon: *Non – interactive/authoritative.* Men innimellom stiller læreren spørsmål som handler om svar på hvert steg i regneprosessen. Det at elevene får svare i den trinnvise utregningen på tavla, gjør at elevene ikke kan være helt passive. Derfor kan kommunikasjonen også være *interactive/authoritative.* Det er spesielt i gjennomgang av nye oppgaver/delkapitler disse to kommunikasjonsformene brukes.

En slik type undervisning hvor læreren forsøker å overføre sin kunnskap til elevene gjennom å demonstrere prosedyrer og regler, tyder på at det er en overføringsorientert lærer, en transmissionist (Askew et al., 1997). Dette avspeiler det Klette (2013) beskriver som tilegnelsessituasjoner, hvor elevene skal tilegne seg nytt fagstoff gjennom for eksempel her introduksjon på tavla.

3.utdrag

Det tredje utdraget som er plukket ut, er også et typisk eksempel fra undervisningen. I dette utdraget tar læreren for seg oppgaven om $x^2 - 4x + 2$ er et fullstendig kvadrat. Etter gjennomgang av temaet «Fullstendig kvadrat», og elevene har fått skrevet ned hva som blir skrevet på tavla, tar læreren for seg denne eksempeloppgaven fra boka for å se om elevene skjønte det som nettopp hadde blitt gjennomgått.


b) For uttrykket $x^2 - 4x + 2$ er

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{-4}{2}\right)^2 = (-2)^2 = 4$$

Men ettersom $c = 2$, er ikke $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = c$.

Uttrykket er ikke noe fullstendig kvadrat.

Lærer: Nå skal vi se på b) $x^2 - 4x + 2$*. Hva er b her og hva er c?*

Elev: b er 4

Lærer: Er det 4 eller minus 4?

Elev: b er minus 4.

Lærer: Men hva er minus 4 delt på 2?

Elev: Ehh der kollapsa hjernen min

(Lærer hvisker minus 2)

Elev: Ehh ja det er minus 2. (Latter i klasserommet).

Lærer: Derfor ble det ikke et fullstendig kvadrat fordi konstanten ble annerledes.

Her forgår det en dialog mellom lærer og en elev. Spørsmålene som blir stilt her faller innunder kategorien A, hvor læreren er ute etter svaret på oppgaven (Solem & Ulleberg, 2013). Etter at eleven svarer at b er 4, er responsen til læreren et korrigerende spørsmål med to svaralternativer hvor det ene er nettopp det eleven svarte og det andre alternativet er lagt til av læreren. Korrigerende spørsmål er et virkemiddel som faller innunder kategorien retningsforandring (Drageset, 2014). Ut fra tidligere respons som læreren har gitt på riktige svar, vet eleven at det han nettopp sa måtte være feil, og derfor sier han minus 4 i neste omgang. Det kan hende at eleven oppdaget feilen selv, men en skal ikke se bort i fra at det var lærerens korrigerende spørsmål som gjorde at han endret mening og ble klar over fortegnet for 4-tallet.

Det at læreren her responderer gjennom å stille spørsmål tilbake med to svaralternativer, hvor det ene var elevens svar og det andre er tilføyd av læreren, kan også tolkes som å gi et hint til eleven. Dermed kan dette virkemiddelet faller innunder kategorien lukket *framdrift* (Drageset, 2014). Dette ser vi også da læreren hvisker svaret til eleven som ikke klarer oppgaven $-\frac{4}{2}$. Her gir læreren svaret på sitt eget spørsmål, *selvsvar*, noe som gjenspeiler en ønsket framdrift i undervisningen.

I gjennomgangen tidligere så blir det sagt at formelen for c i et fullstendig kvadrat er å ta $\left(\frac{b}{2}\right)^2$, her bare $\left(-\frac{4}{2}\right)$ som blir -2. Men her går ikke læreren videre inn på hva $(-2)^2$ er. Læreren oppsummerer: «Derfor ble det ikke et fullstendig kvadrat fordi konstanten ble annerledes». Gjennom å ha en slik oppsummering, får læreren fram hva som var avgjørende for om uttrykket var et fullstendig kvadrat eller ikke. Dette passer med det Dragset (2014) skriver om *fokusering*. Ved å poengtere noe viktig i regneprossessen, kan elevene bli mer bevisste nettopp dette.

Den instrumentelle framgangsmåten blir også i dette utdraget vektlagt. Det tas utgangspunkt i bokas framgangsmåte for løsing av oppgaven, som her er regelen for fullstendig kvadrat.

4. utdrag

Læreren fortsetter med en oppfølgende oppgave fra boka, for å sjekke om elevene har skjønt formelen til c. Denne formelen brukes for å kunne finne ut om uttrykk er fullstendige kvadrat eller ikke.

Lærer: *Finn tallet c slik at uttrykket blir ett fullstendig kvadrat.* $x^2 - 6x + c$. *Hva må c være her for at det skal være et fullstendig kvadrat?*

Elev: *9.*

Lærer: *Ja, hvorfor?*

Elev: *Jo fordi* $\frac{b}{2}$ *blir her 3, og 3 opphøyd i 2 er 9.*

Lærer: *Ja, helt riktig fra mannen bakerst i klasserommet. Han brukte formelen til å finne hva C er. Da skal dere få prøve dere litt på noen oppgaver i boka.*

Denne dialogen foregår mellom læreren og en annen elev. Her ser det ut til at læreren ønsker å få en bekreftelse på at klassen har fått med seg formelen som kan brukes for å finne konstanten c, og stiller spørsmålet både muntlig og skriftlig på tavla. Det kan virke som at undervisningsøkten skal oppsummeres ved å stille dette spørsmålet, siden det er dette læreren har tatt for seg i undervisning.

I denne oppgaven er verdien av b = - 6. Eleven som svarer, tar utgangspunkt i at b er 6, og får derfor 3. $(3)^2$ *og* $(-3)^2$ får samme svar, 9. Det er tydelig at læreren ikke legger merke til dette da eleven forklarer sin framgangsmåte.

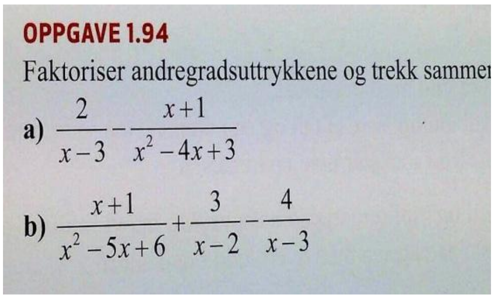
Her nøyer ikke læreren seg med å bare få elevsvaret 9, men vil også vite hvorfor det blir 9. Dette faller innunder kategorien *fokusering*, hvor læreren krever en *justification* (begrunnelse) jf. rammeverket til Drageset (2014). Ved å stille hvorfor-spørsmålet vil også læreren kunne rette fokuset mot den vesentlige detaljen i regneprossessen, nemlig formelen for konstanten c. Dette er et typisk B-spørsmål, jf. Solem & Ullebergs (2013) spørsmålsmodell, hvor læreren er ute etter å påvirke eleven til å sette ord på hva han tenker og hvordan han har løst oppgaven. Spørsmålet her gjør at elevene må svare mer utdypende enn de de har gjort tidligere (Solem & Ulleberg, 2013).

Svaret som eleven gir, blir også gjentatt av læreren. Dette gjøres kanskje for å nettopp få fram og oppsummere for alle elever at en må bruke formelen for c for å kunne finne ut om det er fullstendig kvadrat eller ikke. Ved å gjenta elevsvaret, poengterer læreren hva som er viktig, og dette stemmer med kategorien *fokusering* jf. Dragesets rammeverk (2014).

En slik form for kommunikasjon er preget av å være både dialogisk og interaktiv, jf. Mortimer & Scotts (2013) første dimensjon; *interactive/dialogic.* Dette fremmer prinsippet om likestilling mellom partene i dialogen og at det er matematikken som er autoriteten. Det er dette Alerø og Skovmose (2012) kaller for *maintaining equality*.

5.utdrag

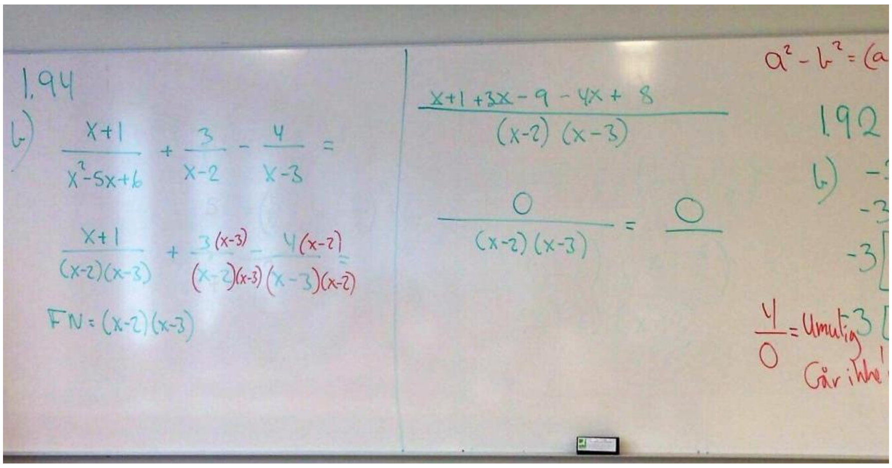
Dette utdraget handler om temaet faktorisering av andregradsuttrykk som har ulike uttrykk i nevneren. Læreren tar for seg oppgaven 1.94 b) og begynner å regne denne ut for elevene. For å tydeliggjøre hva læreren faktisk gjør når han snakker, har jeg lagt ved et bilde som er tatt av tavla.


OPPGAVE 1.94

Faktoriser andregradsuttrykkene og trekk sammen

a) $\frac{2}{x-3} - \frac{x+1}{x^2-4x+3}$

b) $\frac{x+1}{x^2-5x+6} + \frac{3}{x-2} - \frac{4}{x-3}$



Lærer: *Sånn står det. Hva starter vi på med denne her nå? Jo, vi må faktorisere. Dette her er det samme som (x – 2) (x – 3) for å sjekke om det stemmer, ellers kunne jeg ha brukt minstekvadraters metode, men nå prøver jeg heller å sjekke… dette stemte! Var dere med på den store brøkstreken?*

Elev: *Mhmm*

Lærer: *Ja og da blir det her 0 delt på (x – 2) (x – 3). Og hva er svaret da?*

Elev: *0*

Lærer:	*Ja, helt riktig. 0 pizzaer delt på alle oss, det blir jo 0 pizzaer det. Hva hvis det hadde vært 4 delt på 0 da?*
Elev:	*4*
Lærer:	*Nei*
Elev:	*0*
Lærer:	*Nei*
Elev:	*Det er umulig*
Lærer:	*Nettopp, sjekk på kalkulatoren, da vil det stå error. Men dette kommer vi tilbake til senere en gang, men det er altså umulig å dele et tall på 0.*

I første del av dette utdraget starter læreren med å stille spørsmålet om hva en kan gjøre for å løse oppgaven. Dette er ikke nødvendigvis et spørsmål som gis til elevene, for han svarer på sitt spørsmål rett etter at han har gitt det. Her svarer han på sitt eget spørsmål, jf. *selsvar* i kategorien *framdrift.* Det er mulig at dette gjøres fordi læreren kan ha et ønske om kontinuitet og mulig et ønske om ha en effektiv undervisning rundt denne oppgaven.
Det neste spørsmålet går på om elevene følger med på prosedyren hans og om de har en forståelse for hvorfor det ble en stor og sammenhengene brøkstrek. Spørsmålet har da en grad av orienterende hensikt, men hvor læreren vet svaret jf. kategori A i Solem & Ulleberg-modellen.

Det som skjer videre kan være av større interesse. Han spør om hva som skjer hvis han tar en teller som her er 0 og deler på (x – 2)(x – 3). Elevene svarer 0, noe han svarer er helt riktig. Deretter poengterer han at det er riktig ved å vise til et praktisk eksempel som ”0 pizzaer delt på alle oss, det bli jo 0 pizzaer det”. Men så kommer sekvensen hvor det er flere elever som blir muntlige aktive. Spørsmålet som lærer stiller, har i utgangspunktet ikke noe med den opprinnelige oppgaven å gjøre, men stilles kanskje for at elevene skal sette ord på hva de tenker om hva som skjer hvis det er en teller av verdi som deles på en nevner som ikke har noen verdi. Læreren vet selv svaret her, og responderer med ”Nei” når de ulike elevene kommer med forslag. Kommunikasjonen kan samsvare med det Mortimer & Scott (2013) beskriver om den tredje formen for kommunikasjon: *interactive/authoritative*. Til slutt svarer en elev at ”det er umulig”. Da viser lærer til kalkulator og at de vil lære om dette senere. Han gjentar det eleven sier med at det er umulig å dele et tall på 0. Å gjenta det eleven sier, kan her være et virkemiddel innenfor kategorien *Fokusering.*

Oppsummering av utdrag 1 – 5

På bakgrunn av analysen over ser det ut som at det er læreren som eier matematikken. Flere av elevene er passive tilhørere, og flere ganger svarer han på sine egne spørsmål. Derfor kan det virke som elevene har forventninger om at han sitter med fasiten på hvordan oppgaven skal løses. Sammen med fasiten i matematikkboka er det læreren som avgjør om et svar er riktig eller ikke. Selv om han stiller noen spørsmål underveis i sin demonstrasjon, er ikke læreren avhengig av elevenes innspill for løsing av oppgaven.

Ut fra utdragene og min observasjonsperiode ser det ut til at læreren godtar at flere av elevene er passive. Han stiller test-spørsmål og har flere ganger nesten en monologisk undervisning. Dette kan tyde på at både elevene og læreren har innarbeidet en norm for hvordan oppgaveløsningen på tavla skal gjennomgås. Lærer går gjennom oppgaven steg for steg. Elevene følger med og får innsyn i hvordan oppgavene skal løses. Fasiten blir gitt av læreren og kontrolleres etterpå av hva det står i fasiten i boka. Dette ser ut til å være en akseptert måte å argumentere for riktig svar og forklare matematikk på. Denne forventningen om hvordan lærer og elever forholder seg til gjennomgangen, kan her betraktes på en sosiomatematisk norm (Yackel & Cobb, 1996).

En annen sosiomatematisk norm en kan se ut fra disse utdragene, er hva som blir godtatt som et elevsvar i matematikkundervisningen. Her kreves ikke lange forklaringer av elevene, og læreren bruker heller ikke spørsmål som legger opp til dette heller. Korte setninger som svarer på det læreren spør om, er normen her. Det ser ut til at begge parter er inneforstått med at dette er greit i undervisningen. Dette kan være fordi ofte læreren responderer på elevenes svar ved å selv komme med en begrunnelse eller underviser videre om temaet. Unntaket er når læreren stiller spørsmål om begrunnelse fra elevene (Yackel & Cobb, 1996).

Det at elevene svarer i korte setninger/et ord/tall er ikke nødvendigvis spesielt for matematikkundervisningen. Dermed kan dette ses på en sosial norm. Det er ikke sikkert at elevene får svare på samme måte i andre fag. Derfor kan dette på en annen side sees som en sosiomatematisk norm. De korte setningene er aksepterte som et gode nok svar i matematikkundervisningen, men dette er også fordi læreren her ikke stiller spørsmål som oppfordrer til mer utfyllende svar fra elevene. På grunn av spørsmål og svar i denne typen matematikkundervisning, kan dermed elevsvarene ses på som en sosiomatematisk norm. De har en felles oppfatning om hvilke spørsmål som kommer og hvilke svar som er godkjente som matematiske svar.

Elevene som blir tatt til å svare, er ofte de samme elevene. Dette er ikke en sosiomatematisk norm, men en sosial norm i og med at dette har noe med den generelle deltakerstrukturen å gjøre (Yackel & Cobb, 1996).

Det at det ofte er de samme elevene som blir tatt til å svare, handler også om hvor lenge læreren venter fra å ha stilt spørsmålet til han tar en elev. Ventetiden som blir brukt fra stilt spørsmål fra lærer og til elevsvar, er mellom 0,5 – 1 sekund. Dette stemmer med det Streitlien (2009) beskriver om at den gjennomsnittlige ventetiden mange lærere bruker er under 1 sekund. Dette kan være grunnen til at det er de samme elevene som svarer. Den korte ventetiden fra stilt spørsmål til å måtte svare, kan bidra til at andre elever ikke melder seg på i samtalen fordi tenketiden er for kort.

Framdrift, fokusering og retningsforandring i 1PY

Her var det totalt 11 elever som gikk yrkesfaglinja byggfag, som var samlet i en klasse. Undervisningen var delt inn i oppstart, gjennomgang og oppgaveløsing. Læreren tok for seg noen oppgaver på tavla og stilte spørsmål til elevene ut fra disse oppgavene i første del av timen. Dermed var undervisningen her mer dialogisk i og med at elevene kom/tok ofte til orde. Etter at dialogdelen var ferdig, fikk elevene jobbe med liknende oppgaver i boka.

1.utdrag

Første utdraget her er i første del av undervisningen der læreren stiller spørsmål til temaet tall og målenheter.

Lærer: Når vi tenker på formen.. Hvis en sånn mann som deg hadde gått på butikken for å kjøpe godteri, og han kjøper 3 hg, hvor mange gram er det?

Elev: 3000 gram

Lærer: er det det?

Elev: Nei, 300 gram.

Lærer: Hva med 1,5 kg godteri?

Elev: 1500 gram

Lærer: Ja, dette stemmer, helt korrekt.

Dette utdraget viser tydelig at spørsmålene som blir stilt fra lærer, går bare på hva svaret skal være. Likevel er denne type oppgave mer rettet mot det dagligdagse, da oppgaven handler om å gå på butikken å kjøpe godteri.

Responsen læreren gir til eleven som svarer 3000 gram, er: «er det det?». Fordi elevene kanskje er vant med at læreren svarer «Ja, det stemmer» når elevene har svart riktig, så vet de at denne responsen tyder på at eleven har svart feil. Derfor endrer eleven svaret sitt til 300 gram. En slik respons kan en ut fra Dragesets (2014) kategorier tolke som et korrigerende spørsmål, hvor det er ønskelig at eleven endrer sitt svar til det riktige svaret. Drageset (2014) skriver at det noen ganger kan hende at disse korrigerende spørsmålene også kommer uten at eleven får tilbakemelding på sin respons først (s. 290). Det var dette som skjedde her, og dette er et virkemiddel innenfor kategorien *retningsforandring.* Her vil jeg si at lærerens spørsmåls-respons også kan tolkes som et hint, noe som faller innunder kategorien *framdrift.*

Men etter at eleven har rettet på sitt svar, får han ikke noen respons på om det nye svaret er det riktige. Likevel kan lærerens ikke-respons også tolkes av eleven som at det var riktig, og at han bare gikk videre med en ny oppgave. Her kan det tyde på at læreren overså det nye forslaget til eleven, for å gå videre med undervisningen. Dette stemmer med det Drageset(2014) beskriver som retningsforandring. I neste oppgave gis det en tydelig respons på at elevsvaret er korrekt. En kan her se at læreren ikke er konsekvent på sin evaluering av elevsvarene.

2.utdrag

Neste utdrag handler også om målenheter. Læreren har skrevet opp: «l dl cl ml» og noen tilhørende oppgaver på tavla.

Lærer: Ja helt rett!

Det vi satt opp forrige gang for dere som ikke var her, så satt vi opp en tabell sånn her: l dl cl ml

Elev: Ja da ganger vi med ti den ene veien og deler med ti jo større benevning vi skal ha.

Lærer: Ja helt korrekt, her har det en som har full kontroll!

Gjør om disse oppgavene:

a) *160 cl = _________ dl*
b) *1000ml= _________l*
c) *150 dl= __________l*
d) *1,5 dl = __________cl*

Når vi har 160 cl, har vi noen forslag på hvor mange dl vi har?

Elev*: Jeg vet ikke!*

Lærer: 160 delt på ti, da har vi 16 dl.

1000 ml?

Elev: 1 liter

Lærer: Ja, bra. Hva med 150 dl?

Elev: 15 l

Lærer: 1,5 dl?

(Stille)

Lærer: Ja den ganger vi med ti, til cl, og da får vi?

Elev: 15 cl.

I dette utdraget ser vi at det er en elev som svarer uoppfordret på hva hensikten er ved å bruke en slik tabell. Her brukes ordet benevning helt riktig, og eleven viser gjennom sin forklaring at han har forståelse for dette matematiske begrepet.

Når læreren spør om det er noen forslag på hvor mye 160 cl er i desiliter, og elevene svarer vet ikke, så svarer læreren på sitt eget spørsmål og løser oppgaven, jf. *selvsvar* i Dragesets (2014) kategori *fokusering*. Selv om en av elevene nettopp hadde forklart betydningen av tabellen og at en kan dele med ti jo større benevning en skal ha, så klarte verken denne eleven eller de andre elevene å løse oppgaven. Dette tyder på at elevene ikke har forstått forklaringen til medeleven eller ikke har en forståelse for hvor mye de ulike måleenhetene faktisk er. Dette forsterkes da elevene heller ikke klarer å svare på hvor mange centiliter 1,5 dl er. Overgangen mellom dl til cl og cl til dl er noe de ikke klarer her, og læreren sier svaret gjennom å si hvordan den skal løses. Han *forenkler* dermed oppgaven for elevene, og dette er et virkemiddel innenfor kategorien *framdrift.*

3.utdrag

Neste utdrag er fra samme time. Her er det interessant å se på oppgaveformen og hvilke muligheter han gir til elevene i selve oppgaveløsingen.

Lærer: Okei, nye oppgave. Hva må vi gjøre hvis vi skulle ha lagt sammen 1,5 l + 16 dl + 150cl?

To elever i munnen på hverandre: Vi må gjøre om benevningen

Lærer: Ja helt korrekt. Hørte dere det? Som de to sa så må vi gjøre om benevningen. Hvis vi gjør om til dl.

(Han spør om svar, de svarer, og så blir det lagt sammen til 46 d l, som han gjør om til 4,6 l)

I sitt første spørsmål her er læreren ute etter en løsningsstrategi og ikke bare et svaret på oppgaven med en gang. På denne måten ser det ut som at han *forenkler* oppgaven, jf. Dragesets kategori *framdrift.* Etter at elevene har svart at benevningen bør gjøres om for å løse oppgaven, er det læreren som foreslår/bestemmer hvilken benevning elevene skal regne med. Dette er også en del av *forenklingen* av oppgaven. Elevene får dermed ikke vurdere selv hvilke benevning de har lyst til å legge vekt på eller vurdere hvilke benevning det er lurest å bruke i denne oppgaven. Ved å stille denne typen spørsmål og også forenkle oppgaven ved å bestemme hvilken benevning utregningen skulle ha, ser det ut til at autoriteten ligger hos læreren. Dette beskriver Mortimer & Scott (2013) som den tredje formen for kommunikasjon, den *interactive/authoritative* kommunikasjonen. Denne formen for kommunikasjon er også gjennomgående i utdrag 1 og 2.

4.utdrag

Neste utdrag er fra andre delen av undervisningen, når elevene sitter og jobber med oppgaver i boka.

Elev sliter med en oppgave som går på å finne hva $\frac{1}{2}$ er i desimaltall.

Lærer: *Ja hva er 1 delt på 2?*

Elev: *er det 1,2 eller 0,1?*

Lærer: *Nei nå er det lurt at du tar kalkulatoren.*

(2 minutter jobbing, så er det en annen elev som lurer på det samme)

Elev: *Hvordan skal jeg finne ut hva ½ er?*

Lærer: *Da kan du ta teller delt på nevner, sånn her (viser på kalkulator).*

Elev: *Åja, det blir 0,5 det ja.*

Lærer: *Ja, så når du kommer fram til en sånn brøk så skriver du teller delt på nevner inn i kalkulatoren, så blir det bra vet du.*

Det er to elever som sliter med å finne desimaltallet til den samme brøken $\frac{1}{2}$. De jobber individuelt og stiller spørsmålet på forskjellig tidspunkt. Læreren svarer det samme til begge; om at det er lurt å bruke kalkulatoren til å finne ut hva $\frac{1}{2}$ er i desimaltall. Til den siste eleven demonstrerer læreren hvordan en skal taste inn regnestykket på kalkulatoren for å "finne svaret". Dette virkemiddelet stemmer overens med kategorien *framdrift* hos Drageset (2014). Det å kunne vite hvordan en skal taste inn et regnestykke på kalkulatoren kan være en matematisk ferdighet, men gir ikke nødvendigvis en bedre matematisk forståelse. Det eleven kan oppnå gjennom en slik innføring med kalkulator, er å få en hjelpemiddelkompetanse jf. Niss & Jensen kompetanser i matematikk (Skott et al., 2008).

5.utdrag

Her er annet eksempel på at elevene hadde tydelige hull i sine kunnskaper rundt brøk.

Lærer: Husker dere at dere holdt på med brøkregning på ungdomsskolen?

Elever: Ikke så mye

Elev: Jeg var der knapt

Lærer: $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$. *Hvordan gjør dere dette?*

Elev: 1 + 3 og 2+ 4

Lærer: Første vi må gjøre er å ….?

Elev: Finne fellesnevner

Lærer: Vi ganger opp med 2 i nevneren.

Elev: Det blir 5/4 deler

Lærer: Kunne vi skrevet det på en annen måte

Elev: Ja 1 og ¼

I oppgaven om addisjon av de to brøkene over, så svarer en elev at en kan legge sammen 1 og 3, og 2 og 4. Dette er en vanlig misoppfatning innenfor brøkregning (Gustavsen et al., 2012). Elevene ser på teller og nevner som to uavhengige tall. De overgeneraliserer kunnskap fra heltallene, som resulterer i at eleven adderer/subtraherer teller med teller, og nevner med nevner.

Her er det tydelig at læreren overser eller ikke tar tak i dette elevsvaret. Dette er et virkemiddel som læreren kan bruke når han ønsker å få elevene inn på en annen strategi/annet svar enn det som har blitt sagt. Det å overse et elevsvar er et virkemiddel innenfor kategorien *retningsforandring* jf. Dragesets rammeverk (2014). Men å ta tak i elevinnspill som dette, viser lærerens evne til *contingency,* jf. kunnskapskvartetten (Rowland et al., 2005). Selv om han kanskje ikke hadde hatt problemer med å ha tatt tak i dette elevinnspillet, så valgte han å fortsette undervisningen.

Han retter heller på eleven ved å fokusere på hva som er regelen for addisjon og subtrahering av brøk, og får en annen elev til å svare. I tillegg gir han informasjon med å si hva de skal gange med for å få fellesnevner. Det å gi tilleggsinformasjon for oppgaven kan karakteriseres som et virkemiddel for *framdrift* (Drageset, 2014). Igjen kan vi se at læreren har en regelstyrt instrumentell tilnærming, da fokuset ligger på å huske og kunne bruke regler for brøkregning med ulike regnearter.

Neste del av utdraget underbygger elevenes svake kunnskaper rundt brøk. Her kan en også se hvordan læreren bruker et praktisk eksempel for at elevene skal forstå bedre.

(fortsettelse i samtalen fra forrige utdrag)

Lærer: Helt rett

Hvordan gjør vi det hvis det står sånn da?

3 x 1/2

Elev: Blir svaret 3/6?

Lærer: Nei.. (går bort til en elev og tar brusflaska) Hvis han har 3 sånne flasker med brus, da har han tre halvlitere med brus, og hvor mange liter har han da?

Elev: 1,5 liter

Lærer: Ja bra, så vi kan ta 3 x 1 / 2 = 1,5

Hva gjør vi hvis det er to brøker som skal ganges sammen?

$\frac{2}{3}\ x \frac{1}{5} =$

Hva er regelen da?

Elev: Fellesnevner?

Lærer: Nei det er bare på pluss og minus vi må finne fellesnevner

Elev: Du må vende om?

Lærer: Nei det er på deling, så det kan du ta etterpå

Elev: Kan vi gange det rett ut?

Lærer: Ja, så da gjør vi det sånn (viser på tavla)

Så har vi ett eksempel til

$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} =$

Hva gjør vi her?

Elev: Snu en av dem, så her snur jeg $\frac{4}{3}\ x \frac{2}{3}$

Lærer: Hvilken av dem sa du at du snudde? (Hvisker bakerst)

Elev: Bakerste, så jeg må snu $\frac{2}{3}$ *til* $\frac{3}{2}$.

Lærer: Ja helt riktig. Og da er det bare å gange de sammen.

Her er det mange elementer som kan trekkes fram. Første del av utdraget handler om oppgaven 3 x $\frac{1}{2}$. Når eleven svarer 3/6 som svar så blir responsen til læreren et kontant «Nei». Deretter stilles spørsmålet på nytt, etter at læreren bruker brusflaska til en medelev som et eksempel. Her lager læreren en link mellom matematikken og brusflaska som representerer 0,5 liter, her brøken $\frac{1}{2}$. Det er dette Cooper (2001) påpeker som svært viktig for å gjøre matematikken meningsfull. For å skape mening bør elevene få sette seg inn i matematikken ut fra en situasjon som de er kjent med fra før av, nemlig det å for eksempel handle i butikken eller det å telle antall halvliters brusflasker.

Det skjer også en *retningsforandring* i dette øyeblikket. Læreren avviser svaret $\frac{3}{6}$ og stiller spørsmålet på nytt, med nye opplysninger for at elevene skal forstå regnestykket bedre. Dette kan også kobles til tiltaket om *framdrift,* fordi læreren forenkler oppgaven gjennom å bruke halvlitersflasker som illustrasjon av oppgaven.

Når det gås videre etter at elevene svarer 1,5 liter, er den neste delen av utdraget preget av spørsmål som går på hva elevene husker av regler. Her vektlegges altså den instrumentelle forståelsen hos elevene (Wæge, 2007). Ved å stille spørsmålene som læreren gjør her, forsterker inntrykket av at læreren er ute etter ett sett med regler for å kunne klare å løse oppgaven. Læreren demonstrerer også hvordan en skal løse de ulike brøkoppgavene. Og som tidligere nevnt er det et virkemiddel innenfor kategorien *framdrift* (Drageset, 20014).

Siden spørsmålene som blir stilt ovenfor, ikke omhandler relasjonell forståelse, får elevene ikke en dypere forståelse om hvorfor oppgavene skal løses på den måten ved hjelp av en gitt regel (Wæge, 2007). Unntaket er når han bruker brusflasker som eksempel til elevene for utregning av 3 x $\frac{1}{2}$. Innlæring av regneregler alene vil ikke være tilstrekkelig. Det vil kunne føre til mangel på forståelse, som igjen vil kunne føre til misoppfatninger hvor elevene blander sammen reglene (Birkeland et al., 2011).

Det er også tydelig her at elevene gjetter seg fram til hva en skal gjøre når en skal multiplisere to brøker sammen. Først tar de for seg regelen for addisjon og subtrahering av brøk. Så gjetter de videre ved å foreslå «å vende om» brøken med tanke på regelen for divisjon. Til slutt har de bare et svaralternativ igjen, og det er «å gange ut». Det er dermed tydelig at elevene her også viser liten eller ingen kunnskap og forståelse for brøkregning. Dette bekreftes i siste del av utdraget da eleven husker feil ved å si at det er den første brøken en må vende om i divisjonsutregningen av brøkene. Det ser ut til at dialogen er preget av regelhusking og i liten grad handler om relasjonell matematisk forståelse. Dessuten fremmer læreren framgangsmåten til elevene med at de får gjette seg fram til svaret.

Et slikt fokus på regellæring stemmer med hva den typiske læreren i USA gjør i sin undervisning (Stigler & Hiebert, 1999). Ved at læreren presenterer og gjennomgår de ulike regneoperasjonene for utregning av brøk, ser det ut til at elevene må memorere dette for å selv kunne gjøre tilhørende oppgaver senere. Det ser ut til at regelhusking og prosedyrer stod sentralt i denne timen. Dette kan føre til at elevenes helhetlige forståelse av brøk uteblir, jf. Sfards *mathematical conceptions*. Som i USA, passet læreren på å presentere definisjoner og betingelser for elevene, og de ble avhengige av denne informasjonen for å kunne få til oppgavene selv etterpå.

6.utdrag

I det neste utdraget var flere elever aktive og pratet i munnen på hverandre. Nå skal vi se på hva grunnen er til det store engasjementet til elevene.

Lærer: Hvor lang er målestokkene deres?

Elev: 5? Vent jeg må sjekke…..2 meter

Lærer: Ja og hvis vi skal brekke av 2/3

Hvordan gjør vi det?

Elevene gjetter seg fram

Elev: Ca. 120

Elev: Nei, Ca. 135

Lærer: Hvordan kom du fram til det da?

Elev: Jeg tenkte bare omtrent

Lærer: Det jeg gjør er å ta 200 x 2 = 400

400 / 3 = 133,333

Elev: Jeg knakk den på 121

Lærer: Ja hvor stor del er det av 200

Elev: Vet ikke

Lærer: Ja da kan du dele den på hele, så hadde du funnet hvor stor del det var

Hva er 1/3 av 1500?

Elev: 600?

Elever: Nei, 500

Lærer: Ja! Da kan vi skrive det sånn 1500 x 1/3 = 500

I dette undervisningsøyeblikket var elevene veldig engasjerte. Flere tok opp målestokken sin for å finne ut hvor lang den var. Her ble det en diskusjon rundt lengden. En av elevene melder seg på i diskusjonen og svarer at 2/3 av målestokken er ca.135 cm. Denne eleven hadde ikke vært den mest deltagende eleven i observasjonsperioden. Derfor var det ekstra spennende da han meldte seg på i den matematiske diskusjonen. Her er det naturlig å trekke inn Alerø & Skovmoses (2012) *running a risk*, hvor eleven selv tør å komme med forslaget uten helt å vite konsekvensen av sitt avgitte svar. Men når læreren spør om hvordan han kom fram til dette, klarer han ikke å forklare i plenum hvordan han tenkte annet enn at han «tenkte bare omtrent». Eleven kan her ha gjort et overslag, og om læreren hadde gått inn på dette, kunne de fått en flott samtale.

Det var ikke nødvendigvis slik at læreren på forhånd visste hvordan eleven hadde tenkt. Det at læreren stilte et oppfølgingsspørsmål; «Hvordan kom du fram til det?» åpner for at eleven blir invitert til å forklare seg plenum. Lærerens utforskning på elevens tanker er dette Alerø og Skovmose (2002) kaller for *making an inquiry*. En slik form for kommunikasjon som både er dialogisk og interaktiv, stemmer med det Mortimer & Scott (2013) beskriver som første dimensjon av kommunikasjon; *Interactive/Dialogic*.

Lærerens respons på elevsvaret om at han kun «tenkte omtrent», er å si hvordan han selv som lærer tenker. Ved å si sin utregning til elevene, får han fram hva som skal gjøres i regning med brøk av en helhet. Gjennom å poengtere dette bruker læreren seg av Dragesets (2014) tiltak om *fokusering*.

Dette poenget har ikke nådd fram da en annen elev etterpå blir spurt om hvor mye 121 cm utgjør av 200 cm. Eleven vet ikke hvordan han kan finne det ut, og læreren sier hva som skal gjøres for å regne dette ut. Ut fra situasjonen så det ut som at det var tilfeldig at eleven klarte å knekke den på 121 cm, men det kan hende han trodde dette hadde noe å gjøre med $\frac{2}{3} av\ 200$. Det kan hende eleven prøver å åpne for en diskusjon og for å diskutere sin løsning. Læreren svarer kontant med å si hva som skal gjøres for å finne hvor mye 121 cm utgjør av 200 cm. Dette kan være for å skape *framdrift* i undervisningen, slik at de kan gå videre med det læreren har planlagt. Etter en rask forklaring går han rett videre med med oppgaven 1/3 av 1500. Det kan virke som læreren nesten avfeier eleven som knakk tommestokken sin på 121, ved å gå rett videre på ny oppgave. I så fall stemmer dette med det Drageset (2014) kategori *retningsforandring.*

Her ser det ut til at kommunikasjonen går over fra å være en *interactive/dialogic* – kommunikasjon til å bli mer en *interactive/authoritaive* - kommunikasjon. Dette kan en se ut fra hvordan spørsmålene i starten er preget av å være utforskende, mens spørsmålene etter hvert blir mer test-spørsmål.

Oppsummering av utdrag 1 – 6

Disse timene var preget av tavleundervisning med interaksjon mellom lærer og elevene. Matematikken som læreren hadde gått gjennom i undervisningsdelen, ble stående på tavla slik at elevene kunne kikke på dette og bruke det som hjelp i sin oppgaveløsing senere. Dette var et bevisst valg fra læreren. Elevene brukte aktivt tavla som hjelp i sin oppgaveløsing eller valgte å skrive av reglene som stod på tavla. Læreren kjente til elevgruppa, hvilke behov de hadde i matematikk og brukte dette som et hjelpemiddel for å skape forståelse for elevene. Hvis elevene hadde en forventning til at læreren skulle bruke tavla på denne måten, og læreren også hadde en forventning til at elevene skulle bruke det han hadde skrevet, så kan det ses på som en sosiomatematisk norm. En slik felles forventning til hvordan matamatikken framstilles og mulig forklares, er en sosiomatematisk norm (Yackel & Cobb, 1996).

En annen norm er at elevene ofte kom uten skrivesaker og enkelte uten mattebok. Lærer pleide å ha med seg ekstra blyanter, penner og ark slik at alle skulle få mulighet til å regne noe i løpet av timen. Dette kan ikke sees på en sosiomatematisk norm, men en sosial norm da dette beskriver den generelle deltakerstrukturen i klasserommet (Yackel & Cobb, 1996).

Andre generelle deltagerstrukturer i klasserommet var at elevene satt seg hver for seg, de gikk ofte på do, ble borte eller kom for seint. Enkelte av elevene la seg også over pultene og «sov».

4.2 Fellesstrekk for lærerens undervisning i 1T og 1PY

Tid som blir brukt

Elevene som blir spurt/tatt er elever som ofte er de første til å rekke opp hånda, og ofte også de eneste. For det går mellom 0,5 sekunder til 1 sekund på det meste mellom stilt spørsmål fra lærer og til en elev får svare. Dette stemmer overens med tidligere forskning som viser at mange lærere etter å ha stilt et spørsmål, gir elevene under ett sekund til å svare på spørsmålet (Streitlien, 2009). Derfor kan det være mange som ikke gidder å melde seg på den matematiske samtalen, men bare følger med og noterer matematikken i boka si. De blir på en måte observatører i sin egen matematikkundervisning.

Planleggingstid av undervisning

Tiden som ble brukt til å planlegge undervisningen i begge klassene var mellom 3 minutter og 1 minutt. Dette var en erfaren lærer og som han sa selv: *«Jeg har holdt på i så mange år nå at det da ikke er vits å sitte og se på det grunnleggende for meg (…) etter snart 50 år med undervisning, så føler jeg at jeg begynner å ha kontroll på lærestoffet (….)».* I denne planleggingstiden så han på eksempeloppgavene som skulle bli gjennomgått av han i øktas matematiske emne. For hvert nye kapittelemne hørte det til eksempeloppgaver hvor selve utregningene også stod beskrevet i boka. Likevel gikk læreren gjennom de samme oppgavene i sin undervisning av temaet. Enkelte ganger hadde han flere mellomregningsledd i sin gjennomgang på tavla enn det som ble presentert i boka, men dette var spesielt for 1T.

Kommunikasjon

Kommunikasjonen i de to klassene var preget av å være enten monologisk eller en lærer-elev-dialog. Det at læreren ofte holdt en form for enveiskommunikasjon stemmer med det Dysthe (1995) poengterer som en sentral del av den tradisjonelle undervisningen. Den monologiske samtalen bar preg av å være reproduserende fra hva det som læreboka sa, formidlene og testende i form av spørsmålene som ble stilt av lærer.

Det virket som at det var flere muntlig aktive elever i 1PY-gruppa. Det kan være flere grunner til dette. For det første ble det stilt flere spørsmål i disse timene fra lærerens side. Dette gås nærmere inn på senere i analysedelen. For det andre var det en mindre gruppe, hvor elevene i større grad kjente alle fra før av. Dermed var det kanskje tryggere å «ta ordet» i klassen. For det tredje kan elevene her ha hatt en annen relasjon eller innstilling til læreren enn det de andre elevene i 1T-gruppa hadde. Siden læreren ikke ga noen anmerkninger, ikke slo så mye ned på bråk og tullet for å få elevene til å følge med, kan elevene ha følt en god relasjon med læreren, om mulig en kompis-relasjon. På grunn av dette kan det ha vært lettere å dele sine egne tanker. En siste grunn kan også være den kollektive holdningen hos elevene. Det virket som at elevene her ikke var så opptatt om å si feil, fordi de visste at alle i klassen hadde svake kunnskaper i matematikk. Dermed kan terskelen være lav på å svare på lærerens spørsmål.

Spørsmål som ble stilt

I begge elevgruppene stilte læreren spørsmål som handlet om hva svaret var. Det er denne type spørsmål Lampert (1990) beskriver som «Testspørsmål». Disse spørsmålene faller også innunder kategorien A i Solem & Ulleberg-modellen, hvor læreren vet selv svaret og stiller spørsmålene for å orientere/forhøre seg om elevene kan det (Solem & Ulleberg, 2013). Dette går jeg mer inn på i neste del som handler om analyse av spørsmål som ble stilt.

Ut fra hvilke type spørsmål som blir stilt, ser det ut til at autoriteten ligger hos læreren. Dette er fordi mange av spørsmålene faller innunder Mortimer & Scott (2013) sin *interactive/authoritative* - kommunikasjonen og *non-interactive/authoritative-* kommunikasjon. En slik form for undervisning kan assosieres med det Stigler & Hiebert (1999) skriver om den tyske læreren. Matematikken deles ut porsjonsvis, og det er læreren som gir oppskriften på hvordan en skal regne ut de ulike oppgavene. Det er altså læreren som eier matematikken, og elevene som får tilgang på den gjennom læreren.

Svar som ble gitt

Elevene svarte ofte med ett ord/tall eller en kort setning på spørsmål som ble stilt av lærer. Dette stemmer med det Mortimer & Scott (2013) observerte i sin studie av undervisning gjort i Brasil og Storbritannia. Der hvor undervisningen var preget av å ha en tradisjonell undervisning, svarte ofte elevene enkeltord eller tall. Men de gangene det ble stilt hvorfor-spørsmål, så svarer elevene i lengre og mer forklarende setninger.

Jobbe med sidemann

Som jeg nevnte i teoridelen, viser forskning at store deler av matematikkundervisningen i Norge består av selvstendig oppgaveløsning og at medelever som læringsressurs sjeldent blir lagt til rette for (Klette, 2013). I min observasjonsperiode var det tydelig at læreren la opp til at elevene kunne samarbeide når de skulle jobbe med oppgavene i etterkant av lærerens undervisning. Likevel var ikke oppgavene lagt opp til at en var avhengig av å samarbeide for å løse oppgaven. Det var mange som jobbet individuelt.

Her var det forskjell i de ulike klassene. Men dette kan være avhengig av hvordan de satt i klasserommene. 1T-elevene var flere og var nødt til å sette seg slik at de satt ved siden av hverandre. Derfor var det heller ingen som satt alene. Dermed var det naturlig lagt opp til at de kunne sitte og samarbeide når de skulle jobbe med oppgaver.

I 1PY var det langt færre elever, og det var ingen som satt seg ved siden av hverandre. Selv om de her var bedre kjent med hverandre grunnet like fag og var på lik yrkesfaglinje, spredde de seg over hele klasserommet med noen pulter imellom. Det ble da ikke like naturlig å snakke matematikk sammen i oppgaveløsingen i 2.del av timen.

Gruppearbeid

I intervjuet i etterkant av observasjonen fortalte han at han brukte å ha gruppearbeid før prøver. Hver gruppe fikk sitt matematiske tema som de skulle sette seg inn i, for å så bli spredt til andre grupper og dermed måtte fortelle andre medelever om sitt eget tema. Her handler det om å kunne lytte, sette seg inn i matematikken og mulig lage seg en hypotese og argumentere/begrunne hvorfor en mener det en mener. Det kreves også at du kan kunne forklare din eller andre medelevers tankegang forståelig i plenum. Disse egenskapene er forenlig med det sosiokulturellet synet som handler om at læring skjer i samhandling med andre, jf. punkt *2. Læring som deltagelse* (Skott et al., 2008).

Undervisningsperspektiv for den matematiske forståelsen

1T klassen samarbeidet i større grad enn hva 1PY gjorde i den delen av undervisningen som handlet om oppgaveløsing. Ut fra det sosiokulturelle læringssynet, kan et slikt samarbeid med læringspartner føre til at elevene lærer gjennom deltagelse. Hver enkelt elev har mulighet til å delta aktivt i faglige diskusjoner og få tilbakemeldinger på hva de har gjort (Kleve & Ånestad, 2016).

Hvis vi tar utgangspunktet til Niss & Jensen (2008) kompetanser, så kan elevene gjennom samarbeid utvikle tankegangskompetanse, resonnementskompetanse og kommunikasjonskompetanse. Det å kunne tenke matematisk gjennom bruk av begreper, abstraksjon og generalisering, er det som definerer tankegangskompetanse (ibid). Resonnementskompetanse handler om å kunne forstå og selv tenke ut matematiske resonnementer. Den mest åpenlyse kompetansen en kan utvikle gjennom samarbeid med læringspartner, er det å kunne sette seg inn i og fortolke matematikk framstilt av andre og selv kunne formidle dette (ibid). Det er dette Niss & Jensen (2008) kaller for kommunikasjonskompetansen. Det å kunne bidra i samtaler om matematikk, kommunisere og resonnere rundt dette, er noe om også som står uttrykt i LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Men det er umulig for meg å si om elevene i 1T utviklet alle disse kompetansene. Men så kan det hende at en har større mulighet for utvikling av disse kompetansene ved bruk av læringspartner enn ved å kun sitte individuelt og jobbe som elevene i 1PY gjorde.

Foruten samarbeidstiden for 1T-gruppa, så var undervisningen i de to matematikklassene relativ lik. Det var læreren som forklarte og underviste i første delen av timene. Elevene var enten passiv lyttere eller aktive gjennom å svare på spørsmål gitt av lærer. Spørsmålene handlet i større grad om memorering av kunnskap eller var ute etter svaret jf. kategori A i spørsmålsmodellen til Solem & Ulleberg (2013). Ut fra dette så det ut som undervisningen handlet om læring som tilegnelse og den instrumentelle forståelsen hos elevene.

En kan se tegn av *connectionist* da læreren enkelte ganger viser et ønske om å få innsikt i hva elevene tenker. Men han er gjennomgående en *transmissionist* jf. Askew et al.(1997) da han hovedsakelig overfører sin kunnskap til elevene i sin undervisning.

4.3 Spørsmål som ble stilt i undervisning

Her er oversikten over hvilke spørsmålstyper som ble stilt i begge klassene. Jeg har bare tatt med spørsmål som handler om det matematiske og ikke om andre trivielle spørsmål. Det ble stilt til sammen 86 spørsmål i min observasjonsperiode av 15 undervisningstimer.

Elevgruppa som gikk 1vgs med praktisk yrkesfagsmatematikk, ble observert i totalt 5 undervisningstimer. Her ble registrert totalt 47 spørsmål som handlet om matematikk. Det vil si at det ble stilt i overkant av ca 9 spørsmål hver undervisningstime.

Elevgruppa som gikk 1vgs med teoretisk matematikk ble observert 10 undervisningstimer. Her ble det registrert totalt 39 spørsmål som handler om matematikk. Det vil si at det ble stilt i underkant ca. 4 spørsmål hver undervisningstime.

Det er tydelig at det er overveiende stor grad av kategori A spørsmål i undervisningstimene. Her vet læreren svaret og har en orienterende hensikt bak spørsmålet. Det ser ut til at læreren stiller spørsmål ut fra hvordan han vil at undervisningen skal gå videre, bestemt og systematisk. Spørsmålene som stilles er av typen test-spørsmål, ledende spørsmål og spørsmål hvor elevene kun svarer med et enkelt ord eller en kort setning. Det stemmer overens med tidligere studier av læreres spørsmålsstillinger og det stemmer med det

Lampert betegnet som skolematematikk (Lampert 1990, Solem & Ulleberg 2013). Elevene får liten erfaring med å «gjøre seg opp mening, stille spørsmål, argumentere, forklare en tankegang ved hjelp av matematikk» (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Unntaket kan være da læreren stiller spørsmålet «Stemmer dette?». Gjennom dette spørsmålet kan læreren ha en intensjon å åpne opp for diskusjon i elevgruppa eller bare stille spørsmålet for at elevene skal svare «ja» slik at han kan gå videre med sin planlagte undervisning. Hvis intensjonen er å åpne for diskusjon, så kan dette falle innunder kategori B, hvor enten læreren påvirker elevene til å ta et standpunkt, eller kategori C hvor læreren har en orienterende hensikt og ikke nødvendigvis vet hva elevene kommer til å svare. Men hvis intensjonen er det siste, for å få elevene til å bare svare «ja», faller også dette spørsmålet innunder kategori A.

Eksempler på spørsmål som ble stilt og som passer inn under kategori A:

Hva skal jeg gange med 2 for å få -4?
Hva kan vi gjøre med dette uttrykket?
Er det noe mer vi kan forkorte?
Hva blir fellesnevneren her?
Hva er 7^2?

I denne kategorien A er det tydelig at læreren vet svaret på sine egne spørsmål og ønsker å orientere seg om hvilke svar elevene sitter med (Solem & Ulleberg, 2013). Denne type spørsmål er knyttet opp til prosedyre/regel-regning eller test-spørsmål. Det ser ut til at slike spørsmål også er med på å rette fokuset på hva neste trinn i utregningen vil være. Dette kan være med på å skape den instrumentelle forståelsen i matematikken (Skemp, 1979).

Siden lærerens spørsmål bestemmer veien videre i undervisningen, kan undervisningen her være preget av at elevene lærer gjennom tilegnelse. Læring som tilegnelse handler om å bygge videre på tidligere kjent kunnskap for å styrke forståelsen av de ulike regneartene (Skott et al., 2008). Dette stemmer med det Klette (2013) beskriver som tilegnelsessituasjoner, hvor elevene tilegner seg nytt fagstoff gjennom introduksjon på tavla.

En undervisning som i stor grad er preget av denne type spørsmål, tyder på at det er en overføringsorientert lærer (Askew et al., 1997).

Det var langt færre spørsmål som passet inn i kategori B. Her er læreren hovedsakelig ute etter å påvirke eleven til å sette ord på hva han tenker og hvordan han har løst oppgaven. Til forskjell fra kategori A åpnes det her opp for at elevene kan bruke flere måter å løse oppgaven på. Eksempler på spørsmål av type kategori B som ble gitt i observasjonsperioden:

Hvordan tenkte du det?
Hva hvis det hadde vært 4 delt på 0?
Hvordan kom du fram til det da?

Likt som i kategori A er det læreren som påvirker og bestemmer samtalens gang. Likevel kan samtalen gjennom disse spørsmålene virke mer dialogisk fordi det blir åpnet opp for at elevene får fortelle om sin tankegang og sine metoder. Ved å spørre om elevens tankegang i oppgaveløsingen, får de brukt språket på en annen måte enn hvis en ber om benevning- eller beregningssvar (Roheler & Cantlon, 1997). Spørsmålet «Hvordan tenkte du det?» ble stilt i 1PY gruppa. Eleven viste ingen tegn til å forklare hvorfor han tenkte slik han gjorde, men heller bare forklarte det han tenkte. Hvis elevene hadde kunne forklart hvorfor de tenkte som de gjorde, hadde elevene inntatt et metakognintivt perspektiv jf. Klettes konsolideringssituasjoner (Klette, 2013). Men siden elevene ikke klarte dette, ble det heller ikke noe slikt perspektiv.

Av de totalt 86 spørsmålene som ble stilt i observasjonsperioden, var det 4 spørsmål som kan passe innunder kategori C i spørsmålsmodellen. I denne kategorien vet ikke læreren nødvendigvis hva elevene kommer til å svare og har en orienterende hensikt bak spørsmålene sine. Her er noen eksempler på spørsmål i denne kategorien, som ble stilt i observasjonsperioden:

Hvordan kom du fram til det?
Har dere vært borti toppvinkler før?
Var dere borti sånn formlikhet på ungdomsskolen?

Hvorfor elevene har gjort som de har gjort, er viktige spørsmål som er med på å utvikle elevers kompetanser i argumentasjon i matematikken (Drageset, 2014). Slike spørsmål ble stilt i liten grad i observasjonsperioden. To av de nevnte eksemplene overfor går ikke på en spesifikk regneprosess, men er mer ment som orienterende og få innsikt om elevenes tidligere kunnskaper rundt toppvinkler og formlikhet.

En kan se her at spørsmålet i B-kategorien «Hvordan tenkte du det?» og spørsmålet her i C-kategorien «Hvordan kom du fram til det?» er svært like i spørsmålsformen. Det er vanskelig å plassere spørsmålene innunder en passende kategori, så her måtte jeg vurdere spørsmålet ut fra hva elevene hadde svart både før og etter stilt spørsmål. Oppgaven som spørsmålet i B-kategorien handlet om var da eleven svarte $\frac{1}{3}$ da læreren hadde spurt om en kunne forkorte $\frac{6}{18}$. Oppfølgingsspørsmålet til læreren var da: «Hvordan tenkte du det?». Her vet læreren selv svaret om at eleven har delt teller og nevner på 6. Oppgaven som spørsmålet i C-kategorien handlet om, var å regne $\frac{2}{3}$ av 200 cm. Eleven svarte ca. 135. Læreren stilte oppfølgingsspørsmålet «Hvordan kom du fram til det?». Her vet læreren svaret på selve regneoppgaven, men ikke hva eleven tenkte for å komme fram til svaret. Gjennom å stille dette spørsmålet kan læreren ha et ønske om å orientere seg om hva eleven har tenkt. Det at læreren her ikke vet hvordan eleven har tenkt og har lyst til å vite det, passer med spørsmålskategori C.

Det ble ikke registrert noen spørsmål som kunne havne innunder kategori D, hvor læreren ikke vet svaret og har lyst til å påvirke elevene til å komme på/se etter andre ukjente metoder for løsing av oppgaver.

4.4 Hvem er læreren, og har dette noe å si for de sosiomatematiske normene?

Hva mente læreren selv om sin undervisning?

Tradisjonell undervisning

I intervjuet i etterkant av observasjonsperioden ble det stilt spørsmål om hva den typiske undervisningen var for han. Han svarte at det var sånn som jeg hadde observert hvor det ble undervist litt på tavla, først om leksa til timen og så dagens tema, for å så få elevene til å gjøre en del oppgaver. På spørsmål om hva han tenkte var den beste undervisningen svarte han: «*Jeg tror dem lærer best matematikk etter en kort gjennomgang fra læreren, der dem så får arbeide med oppgaver, konkrete oppgaver som da dem kjenner igjen fra gjennomgangen. Det tror jeg er mest effektivt.(….)».*
Her er det tydelig at læreren er bevisst på hva han tenker er den beste og den mest effektive undervisningen for elevene. Men det er ikke bare hans egne tanker som påvirker hvordan han underviser, men også elevenes: «*Med min erfaring er nå at både flinke og svake elever ofte ønsker en sånn tradisjonell måte å undervise på, der ting blir gått gjennom, så får dem jobbe med oppgaver. Mange elever sier selv at dette er den mest effektive måten».*

Observasjonsperioden var preget av denne type undervisning som han beskriver her. Undervisningsøktene startet med tavleundervisning, hvor læreren gikk gjennom dagens tema og viste deretter hvordan ulike oppgaver skulle løses. I andre del av timen gjorde elevene tilsvarende oppgaver i boka si. Både gjennomgang på tavla og rutineoppgaver stemmer overens med det Alerø & Skovmose (2012) definerer som tradisjonell undervisning. Betegnelsen "tradisjonell undervisning" er også noe han bruker selv i intervjuet. Siden boka står så sentralt i undervisningen, både i gjennomgang av eksempeloppgaver og rutineoppgaver etterpå, kan en si at undervisningen også er en lærerbok- og oppgavestyrt undervisning (Wæge, 2007).

Læreren pleide å gi et spørreskjema til elevene, en på starten av skoleåret og en på slutten. Dette gjorde han for å gi elevene mulighet til og gi beskjed om hvilke forventninger de hadde til undervisningen hans eller at de kunne gi tilbakemelding på undervisning de allerede hadde hatt. På disse spørreskjemaene kommer det fram at de «*fleste elevene ønsker uten tvil en gjennomgang først av læreren».*

Det er tydelig at det ikke er bare læreren som bestemmer hvordan undervisning skal være, men at også elevenes meninger blir hørt gjennom disse spørreskjemaene. På spørsmål om hvorfor han tror elevene svarer som de gjør, så svarer læreren: *«Det er fordi at dem føler at den er mest effektiv og at det blir.. og at det er litt enkelt for da får dem jo det servert stoffet da. Det blir som om du lager mat det.. De fleste vil ha det ferdig, for da slipper dem å stå og lage det selv ».*

Det ser ut til at det er en korrelasjon mellom det han sier her om elevenes ønsker rundt hans egen undervisning og den faktiske undervisningen som blir observert. Hvorfor elevene ønsker en tilnærmet form for tradisjonell undervisning og hva teorien sier om denne type undervisning, skal jeg se nærmere på nå.

Hvorfor er det slik at det er akkurat denne undervisningen elevene ønsker?

Som det ble sagt ovenfor, har elevene gitt uttrykk for at de ønsker en slik undervisning hvor læreren først demonstrerer regneprosedyren for dagens tema først for å så jobbe med oppgaver etterpå. Men hvorfor ønsket elevene å ha akkurat denne undervisningen? Læreren selv trodde det var fordi det kan være enkelt for dem å få stoffet *"servert*". I fokusgruppesamtalen så ble det sagt i begge elevgruppene at det var en slik undervisning de var vant med fra barne- og ungdomsskolen, og derfor syntes de det var veldig greit å ha samme type undervisning. Dette stemmer med den læreren Boaler (2003) observerte i sin studie, som ble kalt for Mr. Life. Dette var en svært populær lærer som ga elevene løsningsstrategier og oppskrifter på hvordan de skulle løse oppgavene.

Men som Boaler (2003) poengterer, er det viktig å tenke på hvem eller hvor autoriteten i matematikken ligger; hos lærer, eleven eller faget i seg selv? I dette tilfellet var det læreren som «eide» matematikken og porsjonerte dette i passelige deler til elevene. Likt som Mr.Life ligger dermed den matematiske autoriteten hos læreren, og ikke i faget alene. Dette kan en se i for eksempel utdrag nr 2. i 1T undervisningen hvor det skulle undervises om fullstendig kvadrat, og elevene fikk tildelt regelen for c.

Internasjonalt minner en slik undervisning om det som ble observert av Stigler & Hiebert (1999) i Tyskland. Her ga læreren fakta og forklaringer på riktige tidspunkt, samtidig som han hadde stålkontroll på undervisningen. Men dette stemmer også med det som ble observert i USA. Her ble definisjoner og prosedyrer presentert av læreren, hvor elevene i etterkant skulle regne tilhørende oppgaver. En slik totalstyring av undervisningen stemmer med hva min observerte lærer gjorde. Det var han som bestemte hvilken matematikk og hvilke metoder som skulle gås inn på og som var ønskelig å bruke. Det avspeiler det Askew et al. (1997) beskriver som en overføringsorientert lærer, hvor det legges stor vekt på regler, rutiner og prosedyrer.

Det kan ses som en fordel ha en slik monologisk tavlegjennomgang fordi læreren selv føler å ha full kontroll og styring (Skott et al., 2008). Ved at læreren føler kontroll og styring, kan det argumenteres for at tradisjonsbaserte arbeidsformer er hensiktsmessige når læreren har et ønske om at elevene skal tilegne seg den grunnleggende forståelsen. Oppgavetradisjonen som en del av den didaktiske kontrakten, gir elevene og lærer en komfortsone og gjør undervisningen forutsigbar. Hvis en forlater slik tradisjonell undervisning, kan en komme over i en risikosone hvor begge parter kan bli usikre på sine roller og hverandres reaksjoner (Alerø & Skovmose, 2003). Det kan hende elevene kan bli umotiverte eller ikke engasjerte, hvis det plutselig skjer en forandring i deres vanlige undervisning. På en annen side kan en forandring av undervisning tilby elevene mer enn bare prosedyreregning, men de kan samtidig oppleve at lærer motsetter seg i møte med den undersøkende samtalen.

I Klettes (2013) beskrivelse av tilegnelsessituasjoner blir det trukket fram studier som viser at elever har behov for gjentatte introduksjoner: *«... de fleste elever trenger mellom tre og fire gjennomganger/eksplisitte eksponeringer – tilegnelsessituasjoner – vis-á-vis et tema, og helst over flere dager, dersom læring faktisk skal skje»* (ibid., s. 180). Ut fra denne forskningen kan man derfor argumentere for at tilegnelsessituasjoner som arbeidsform fortsatt bør få sin plass i undervisningen. Dette kan sees i sammenheng med Dysthes (1995) inndeling av monologiske og dialogiske samtaleformer. Det er hensiktsmessig å inkludere tilegnelsessituasjoner i undervisning, men også å variere mellom dette og utprøvings- og konsolideringssituasjoner som arbeidsformer i undervisningen (Klette, 2013).

I Skott et. al (2008) sine to perspektiver på læring, så er tilegnelsesmetaforen typisk for den tradisjonelle undervisningen. Ut fra observert undervisning og hvilke spørsmål læreren stiller, virker det som at det er et større fokus på å huske en regel og hvordan en løser oppgaver, istedenfor å vite hvorfor en kan bruke disse reglene eller strategiene. Dermed fremmes en mer instrumentell forståelse i matematikk, med lite fokus på den relasjonelle forståelsen. Dette samsvarer med det ikke-konstruktivistiske synet på læring; som tilegnelse.

Imidlertid kan en sterk lærerstyrt undervisning på sikt føre til at elevene blir avhengige av lærerens gjennomgang, og at de dermed ikke utvikler sine kreative, utforskende og selvregulerte evner i matematikk (Streitlien, 2009).

Videre sa han at han hadde prøvd mange forskjellige måter som for eksempel at elevene skulle sette seg inn på stoffet på forhånd, altså omvendt undervisning hvor de eventuelt bare har noe spørsmål når de kommer til timen for å så starte rett på oppgaveløsing. Men dette blir ikke like effektiv, mente han.

Refleksjon av egne stilte spørsmål i undervisning

Gjennom å bli bevisst på hvilke spørsmål som en stiller i klasserommet og hvor lang tid elevene får til å tenke på et spørsmål, kan en påvirke undervisningen i en annen retning (Streitlien, 2008; Solem & Ulleberg, 2013). Flere elever kan bli inkludert i undervisningen, og det kan hende at det vil bli en større vekt på den matematiske diskursen i form av spørsmål som i større grad faller innunder kategori B, C og D.

På spørsmål om det er ulike typer spørsmål som han stiller i klassene, så svarer han:
«Ja, det vil jo variere litt det. Og 1T går det til etter hvert at elevene får tid til å tenke på en del ting, hvordan kan du gjøre det, har vi alternativer, har vi flere måter å gjøre dette på (…)».

Denne typen spørsmål ble ikke stilt i observasjonsperioden, men som han sier så vil elevene «etter hvert» få slike type spørsmål. Disse spørsmålene samsvarer med kategori B, C og mulig D. Dermed kan også kommunikasjonen i større grad innta en *interactive/dialogic*-kommunikasjon jf. Mortimer & Scott (2013).

Jeg spurte videre om han føler han har gjort dette fram til nå i begge klassene. Da svarte han: *«Ja, men vi har jo egentlig ikke, sånn som på 1T, kommet så langt enda, så nå har vi bare holdt på med bare sånn grunnleggende, delvis repetisjon fra ungdomsskolen og så litt nytt da. Når vi kommer til temaer som er litt nytt for dem, så er det mer naturlig at det er litt sånn: Hvordan kan vi regne ut det? Når vi begynner med trigonometrien, så er det jo sånn at mye kan vi regne på ulike måter, og da er det lettere at elevene får bruke litt tid på å få se at det kan løses på forskjellige måter. Det er litt viktig».* Ved å si dette er det tydelig at hans undervisning har båret preg av repetisjon fra ungdomsskolen og på den måten har blitt stilt spørsmål med en orienterende hensikt; Hva kan elevene mine?

Temaet han viser til som repetisjon fra ungdomsskolen, var da de for eksempel skulle legge sammen brøker med ulike nevnere. Spørsmålene som ble stilt i dette temaet i 1T, var blant annet «Kan vi forkorte noe mer her?» eller «Hva blir fellesnevneren her?», og disse havnet som tidligere nevnt innenfor kategori A i Solem & Ullebergs (2013) spørsmålsmodell. Her vet læreren selv svaret og har en orienterende hensikt ved å stille slike spørsmål. En kan kanskje si her at det er naturlig å stille slike spørsmål i et tema som elevene skal ha vært kjent med fra ungdomsskolen, men læreren stiller flere A-spørsmål da nytt tema også skal gjennomgås.

Men hos 1PY-elevene virket det som at de ikke husket noe særlig brøkregning fra ungdomsskolen. Så selv om det kanskje var et repetisjonstema fra lærerens side, kunne det virke som et "nytt" tema for elevene da de ikke viste noen betydelig forståelse av brøkregning generelt. Fordi læreren oppfattet temaet som repeterende, kan det hende at hans spørsmål, hvor flesteparten av spørsmålene var av typen kategori A, også her var preget av å bare se hva elevene husket fra ungdomsskolen.

Spørsmålene som blir stilt kan sees i sammenheng med at han bryter ned temaene gjennom å forenkle oppgavene. Ved at han fokuserer på hvert regnetrinn i prosessen kan det hende at dette har en innvirkning på hvilke spørsmål som han stiller. Hva som blir svaret i hvert regnetrinn, kan også være enklere å svare på for elevene enn å svare på hvilke metoder som kan brukes for å regne ut hele oppgaven. Sånn sett kan vi også se at en slik forenkling av oppgavene og slike spørsmål samsvarer med den forståelsen elevene kan sitte igjen med, nemlig den instrumentelle forståelsen.

I andre del av utdraget over sier han: *«Når vi kommer til temaer som er litt nytt for dem, så er det mer naturlig at det er litt sånn: Hvordan kan vi regne ut det? Når vi begynner med trigonometrien, så er det jo sånn at mye kan vi regne på ulike måter, og da er det lettere at elevene får bruke litt tid på å få se at det kan løses på forskjellige måter. Det er litt viktig».* En slik form for undervisning og eventuelle spørsmål som kan bli stilt her i utdraget, ser ut til i større grad handle kategori B, C og mulig D. Dessuten kan en slik undervisning hvor elevenes ulike metoder står i sentrum, også støtte oppunder det Mortimer & Scott (2003) beskriver som *interactive/dialogic* kommunikasjon. Hvis også elevene opplever å se sammenhenger mellom de ulike metodene kan det hende de får en mer relasjonell forståelse av matematikken. For å få elevene til å se slike sammenhenger, må læreren ha en evne til å formidle, vise og knytte opp de ulike matematiske temaene med hverandre. Denne evnen blir beskrevet i kunnskapskvartetten som *connection* (Rowland et al., 2005).

Men hvis de nye temaene, som her for eksempel trigonometri, gjennomgås av læreren ved at han viser de ulike løsningsmetodene for elevene og de skal skrive av disse, vil det ligne mer på en undervisning som er preget av A-kategori spørsmål og en *authorititativ/interactive* - kommunikasjon. Hvis elevene ikke får sett sammenhengen mellom de ulike metodene, men kun lærer seg reglene for hver metode, kan de sitte igjen med en instrumentell forståelse (Skemp, 1978).

Det å regne ut mellomregningene underveis er noe han sier han bruker for å skape engasjement hos elevene: *«Ja, det er jo det at en stopper opp og spør… og det ene knepet som vi bruker etter hvert er når vi regner oppgaver på tavla, da tar en gjerne noen andre oppgaver enn oppgavene i eksemplene i boka, så må de være med på å regne ut mellomregningene underveis. Det skaper litt engasjement(…)»*.

Her ser det ut til at han tar for seg andre oppgaver enn det som står som eksempeloppgaver i boka, og på den måten får elevene til å regne ut oppgavene med mellomregninger på egenhånd først, før svaralternativene tas i plenum. På den måten mener han at elevene blir mer engasjerte og mer muntlige.

«At hva blir det her? Så er det noen som må slå det inn på en kalkulator da. Var det flere som fikk det samme? Så kanskje noen fikk et annet svar, så må vi se her hva var det… Spesielt viktig med utrykk som har noen parenteser, sånn at dem lærer hvordan en skal regne det på kalkulatoren».

Her det tydelig at de første spørsmålene han stiller her faller innunder kategori A, hvor han er ute etter å se på svaret til elevene. Dette kan også ses på som test-spørsmål fra læreren sin side. Han poengterer også viktigheten av å lære og kunne bruke kalkulatoren riktig. Sånn sett stemmer et slikt fokus på kalkulatoren med det Niss og Jensen (2008) beskriver som hjelpemiddelkompetanse. Kalkulator som hjelpemiddel i matematikk ble innført i M87 på ungdomsskole og senere L97 for hele grunnskolen (Alseth, et al. 2003).

Men ved å se på elevenes feilsvar og hvorfor de har kommet fram til disse, kan lærerens spørsmål bevege seg over i kategori B eller C. Dette er fordi læreren enten har en påvirkende hensikt bak oppfølgingsspørsmålene som kan bli stilt rundt feilsvaret (kategori B), som for eksempel gi alternativer eller hint om hva som har blitt gjort feil, eller det kan være at læreren ikke skjønner hvordan elevene har tenkt for å komme fram til feilsvaret og har en orienterende hensikt bak sine spørsmål (kategori C).

Viktigheten av å kunne bruke digitale hjelpemidler blir uttrykt også på et senere tidspunkt i intervjuet. Det var rundt temaet om sin tid i skolen og om han hadde gjort noen forandringer i sin undervisningsstil. Dette svarte han:

«Forskjellen der er at det i mange mattefag nå, så er det jo mye mer bruk av digitale verktøy. Og det gjør jo blant annet at en del elever klarer plutselig å lykkes med en del oppgaver som dem ikke har fått til før (…)».

Her svarer han ikke på selve spørsmålet om hans undervisningsstil, men forandringene som har skjedd med tanke på flere verktøy som kan brukes i matematikkfaget. For elevene har det blitt lettere å regne ut lånebergeninger og større oppgaver som kan regnes med ferdige Excel-modeller. En slik tilføying av digitale verktøy inn i matematikkfaget de senere årene tyder på at læreren kan ha et økt fokus på digitale ferdigheter, jf. Niss hjelpemiddelskompetanse og modelleringskompetanse.

Svake sider

Her nevner han en svak side ved hans undervisning og som han prøver å være ekstra oppmerksom på:

«Men nå etter snart 50 år med undervisning, så føler jeg at jeg begynner å ha kontroll på lærestoffet, men da er det ekstra viktig for meg at jeg klarer å gå igjennom og undervise like sakte hele tiden og ikke ta noen snarveier på tavla. Holde meg også til de metodene som er vist i boka, til å ta på tavla, for ellers kan elevene fort bli forvirra. Men det er veldig viktig at en klarer, når vi har holdt med noe mange ganger, å gjøre det sakte hele tiden. Det er utfordringa mi lite grann.. at det kan gå for fort».

Først må det poengteres at han ikke har jobbet i 50 år i skolen, da dette var ment som tull fra hans side. Det er ingen tvil i observasjonsperioden om at han har kontroll på lærestoffet og metodene som skal brukes, noe som samsvarer med det som er beskrevet om kategorien *foundation* i kunnskapskvartetten (Rowland et al., 2005). På en annen side har han ikke hatt så gode erfaringer med andre metoder, og en del av *foundation* er å kunne drive med utforskende virksomhet (ibid). Som det blir sagt her, mener han at elevene kan bli forvirret hvis en skal benytte seg av andre metoder enn de som er vist i boka. Dette kan også være grunnen til at han ikke var positiv til å ta for seg andre metoder for utregning av fullstendig kvadrat, jf. diskusjonen på lærerværelset, se s.82. Dette forsterker også hvilken betydning matematikkboka har for hans undervisning.

Det at det til tider går litt fort i undervisningen, kan en se på tiden fra når det blir stilt et spørsmål til elevene får svare. Men selve forklaringene hans og hastigheten på det han sier går relativt sakte. Dermed kan det hende at han her viser at han er bevisst på å snakke sakte når han selv har ordet, men glemmer dette aspektet når det kommer til spørsmål som stilles til elevene. Det kan også hende at han ikke er klar over hvor liten tid elevene får på å tenke før han tar en av de samme elevene som alltid er først oppe med hånda.

Hvordan har undervisningen forandret seg gjennom hans tid i skolen?

For å forstå hvorfor han underviser som han gjør, kan vi også se på hva han tenker om sin egen undervisning og hvordan/om den har forandret seg i løpet av sin lærertid i skolen. På spørsmål om hans undervisning har forandret seg gjennom hans tid som lærer i skolen, så svarer han blant annet at det nå er flere elever med spesialbehov og han derfor må stille andre forventninger til elevene:

«Ja, det har forandra seg veldig, for i starten hadde du ikke så mange elever med spesielle behov som i dag. Da var det mer liksom vanlig undervisning vi holdt på med. Nå har vi jo så mange elever som har med seg så mye ballast fra før, som vi må ta hensyn til. Det gjør at undervisninga blir annerledes».

Ut fra hva som blir sagt her, må det tolkes som han i større grad snakker om 1PY-gruppa enn 1T undervisningen. Det var mer synlig i observasjonsperioden at elevene i denne gruppa hadde store kunnskapshull og viste liten grad av forståelse på enkelte av emnene. Denne antakelsen om hvilke elever han snakker om forsterker når han fortsetter etter et nytt stilt spørsmål fra meg: *«På hvilken måte?»*

«Før kunne vi stille flere krav til gruppa, enn det vi kunne gjøre nå. Nå har vi elever der det primære er at de er på skolen, og at de kanskje får gjennomført skoleåret her. Da er det også elever som har vært… eller har hatt så mange nederlag tidligere at vi må ta hensyn til det, sånn at de kanskje får litt positive opplevelser (….)».

Det virker som at skolens funksjon for disse elevene er å være et oppholdssted, som et bedre alternativ til å være hjemme. Dette kan også være grunnen til at han ikke setter anmerkninger disse timene. I stedet for å snakke til elevene eller sette anmerkninger grunnet manglende utstyr, tok læreren med ekstra materiell til klassen som for eksempel ekstra blyanter, papir, linjaler, kalkulatorer og matematikkbøker. Det kan hende at disse elevene kanskje ikke hadde fått noe utbytte av tilsnakk eller anmerkninger, og det kan hende at elevene heller hadde skulket hvis de hadde visst de skulle få anmerkning i timen grunnet glemt utstyr.

Det at læreren skulle prøve å holde elevene på skolen, var noe som også ledelsen hadde sagt fra om til denne læreren. Han fortsetter:

«Noen har nesten ikke vært de siste årene på ungdomsskolen og det er så mange andre hensyn og ta her, også er det jo viktig at dem går på skolen, for det er ikke noe annet alternativ for dem ellers(…) Men her har de jo gjort det sånn at dem egentlig har tatt med dem som er aller mest… eller har spesielle behov i en egen klasse… om det er rett eller galt, det vet jeg ikke».

Grunnet store kunnskapshull og generelt lite motivasjon er det heller ikke rart at disse elevene scorer lavt på 10. klasse nasjonale prøver. På grunn av personvern gikk han ikke inn i detaljer på hvorfor elevene hadde vært mye borte fra ungdomsskolen, men nevnte at for flere av elevene var det av personlige eller familiære årsaker.

Det at han stiller omtrent dobbelt så mange spørsmål i denne klassen 1PY enn i 1Tklassen, kan være fordi han ser dette er nødvendig for å få elevene til å følge med i timene. Det er en mer dialogisk samtale i disse timene, hvor flere av elevene enkelte ganger kan snakke i munnen på hverandre da de skal svare. Gjennom flere spørsmål, selv om de fleste havner innunder kategori A, kan det hende at elevene lettere følger med eller er med på lærerens gjennomgang. Hvis det hadde vært færre spørsmål og en mer monologisk samtale, kan det hende at elevene i større grad hadde falt av eller ikke orket å følge med. Det å ha en undervisning som er tradisjonell og lærerstyrt, mener Klette (2013) er bra fordi elever har behov for gjentatte tilegnelser for at læring kan skje.

Har det skjedd en forandring i hans undervisningspraksis?

Han går ikke konkret inn på om han selv har forandret sin undervisningsstil gjennom hans tid som lærer. I samtale på lærerværelse så kom det fram at han hadde tatt lærerutdanning fra 1984 til 1990. Lærerskolen han hadde gått på, var den vanskeligste i landet å komme inn på.

Ut fra hvordan læreren selv underviser, kan lærerutdanningen på denne tiden fortsatt ha vært preget av et tradisjonelt syn på kunnskap og et behavioristisk syn på opplæringen. Hvis dette var tilfelle, så ble kunnskap her sett på som et bredt spekter av ferdigheter og faktakunnskaper, og noe som kunne overføres fra lærer til elev (Alseth et al., 2003, Skagen, 2012).

En annen viktig faktor som kan ha en innvirkning på hvordan læreren underviser, er foreldrene. Foreldre forventer en tradisjonell matematikkundervisning, med regler og øvelser (Kleve, 2007). Det kan være at de fleste foreldre er vant med en slik undervisning selv, fra barndommen av. Da kan det være vanskelig for en lærer å implementere nye og utforskende metoder i undervisning av deres barn. Min observerte lærer opplevde ofte at foreldre til barn som gikk i andre matematikklasser kom med forespørsel til ledelsen om å få bytte til hans klasser. Enkelte av foreldrene hadde vært hans elever selv eller kjente elever han hadde hatt tidligere. Dermed kan de ha vært kjent med hans måte å undervise på, og mente ut fra deres egne erfaringer at dette også var best for deres egne barn.

Her kan en også si at denne oppfatningen om hvordan elever lærer best, er noe som er kulturelt betinget (Stigler & Hiebert, 1999). Disse foreldrene har vokst opp med samme undervisning, og kan dermed ha en formening om at det er slik undervisningen skal være. En slik anerkjennelse min observerte lærer får gjennom slike ønsker fra foreldre, kan også bevisstgjøre ledelsen på at det er en sånn undervisning de fleste vil ha og hvor en lærer best. Mennesker innenfor samme kultur kan dele samme oppfatning av læreres matematikkundervisning, fordi de selv har hatt lærere som er lært opp og utdannet ut ifra et og samme læringsperspektiv (ibid).

De som selv gikk på skolen på 1970-1990-tallet og fikk en slik form for tradisjonell undervisning og var fornøyd med dette, kan videreføre den undervisningen som var da, til å bli gjeldene for undervisningen i dag. Det er slik det ser ut på min observerte skole med tanke på alle henvendelsene og tilbakemeldinger både læreren og ledelsen får. Det er slike tilfeller som dette som gjør at kan det gå lang tid før implementeringen av L97 eller LK06 blir gjeldene for alt av undervisning i Norge (Kleve, 2007). Det å bryte med både foreldres, elevers og ledelsens forventninger til undervisning, kan oppleves som vanskelig. En slik kulturell betinget undervisningspraksis kan derfor bli vanskelig for en lærer å endre.

En annen grunn kan også være betydningen av den didaktiske kontrakten i klasserommet. Forventningene som partene har rundt hvordan undervisningen skal foregå, kan styre deltakerne måter. Denne didaktiske kontrakten kan gjøre at lærer ikke i stor nok grad reflekterer over om ting kunne vært gjort på en annen måte. Fordi elevene uttrykker at de er fornøyd med undervsiningen slik den er, ser kanskje ikke læreren behov for å gjøre noe annerledes heller. Den didaktiske kontrakten mellom deltakerne er dermed satt, og brytes ikke.

4.5 Sosiomatematiske normer i de ulike elevgruppene

Potensial til utvikling av sosiomatematiske normer

Selv om det i begge klasser kommer fram få eller ingen sosiomatematiske normer, har jeg ved flere anledninger sett situasjoner hvor eventuelle sosiomatematiske normer har hatt potensiale til å bli utviklet.

Det første eksemplet er da læreren spør klassen om hva 4 delt på 0 er og elevene gjetter seg fram med 4 og 0 før en elev til slutt sier at det er umulig. I observasjonen bidro dette spørsmålet til mer elevaktivitet. Læreren får det siste ordet ved å si: *«Nettopp, sjekk på kalkulatoren, da vil det stå error. Men dette kommer vi tilbake til senere en gang, men det er altså umulig å dele et tall på 0» (s.46).* I en slik situasjon kunne det ha hendt at flere elever hadde meldt seg på, hvis læreren hadde tillatt å snakke mer rundt temaet. I så fall kan det hende at elevene kunne ha sammenlignet de ulike forslagene og argumentene for hva 4 dividert med 0 var. Det å kunne vurdere ulike løsninger i matematikk opp mot hverandre er en del av det Yackel & Cobb (1996) beskriver som sosiomatematiske normer. Ved å legge til rette for en slik diskusjon i undervisningen, kan det skje en utvikling av sosiomatematiske normer.

Et annet eksempel på en situasjon som hadde potensial til utvikling av sosiomatematiske normer, er når elevene i 1PY skal legge sammen 1,5 l + 16 dl + 150 cl, og læreren forenkler oppgaven ved å si hvilken benevning de skal bruke. Her kunne det også ha vært en mulighet for at elevene selv kunne fått velge hvilken benevning de ville bruke og fått forskjellig svar. På denne måten kunne de kanskje ha sett sammenhengen mellom de ulike målebenevningene. Det er da mulig at kommunikasjonsformen hadde endret seg fra den *interactive/authoritative* til en mer *interactive/dialogic* - kommunikasjon. Dette er fordi elevene her kan utforske på egenhånd og diskutere med ulike synspunkter på oppgaven. Læreren vil her ikke «eie» matematikken, men fungere som en veileder for å få fram elevenes ulike vurderinger. Gjennom en slik utforskning hvor de får vurdert de ulike løsningsforslagene og se hvilken av de som er mest hensiktsmessige, kan det utvikles en sosiomatematiske norm for å nettopp gjøre det på den måten. Denne metoden kan da bli brukt automatisk for lignende oppgaver i framtida.

Det å bruke hjelpemidler i undervisningen for å underbygge matematikken som blir gjennomgått, kan mulig sees på som en sosiomatematisk norm. Hvis elever blir engasjerte og vil diskutere matematikken hjelpemiddelet representerer gjennom matematisk argumentasjon eller bevis, vil jeg si at dette samsvarer med Yackel & Cobbs (1996) definisjon av sosiomatematiske normer. I observasjonsperioden var det et tilfelle hvor læreren brukte konkreter og hjelpemidler der det skjedde en diskusjon i klasserommet. Det var da læreren spurte hvor mye 2/3 var av målestokken deres. En av elevene svarer ca. 135 cm og klarer ikke å forklare hvordan han kom fram til det etter oppfølgingsspørsmål fra læreren. Her hadde det vært spennende å se om noen andre medelever hadde klart å sette deg inn i tankegangen hans, og klart å komme med forslag til forklaring rundt 135 cm. Gjennom å legge til rette for eller prøve å påvirke flere elever til å svare kan bare sees på som en utvikling av sosiale normer. Men hvis det senere blir en norm å diskutere rundt ulike løsningsforslag, så kan det potensielt utvikles til å bli sosiomatematisk norm.

Det virker som at læreren har prøvd ut ulike metoder for sin undervisning:

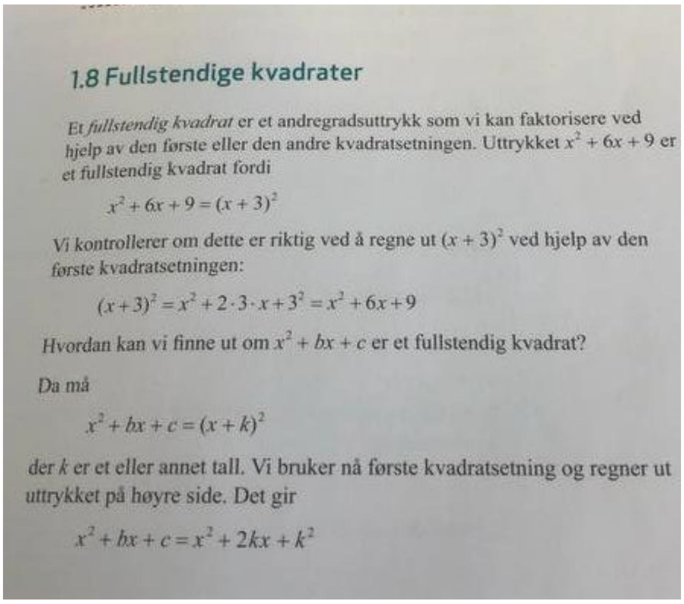
«Jeg har prøvd veldig mange forskjellige måter, prøvd på at dem skulle satt seg inn i stoff på egenhånd, omvendt undervisning da, at dem gjerne skulle ha satt seg inn i noe på forhånd og så skal dem eventuelt bare stilt spørsmål og dem skal bare begynne med å arbeide med oppgaver etter det da (….) Andre måter jeg har prøvd på er gruppearbeid der dem har hatt hvert sitt tema de skal sette seg inn i liksom, og skal presentere dette for andre i gruppa(….)».

Ut fra hva læreren sier her, ser det ut til at han prøvd ulike undervisningsmetoder som blant annet er omvendt undervisning og gruppearbeid. Likevel er det den tradisjonelle undervisningen han faller tilbake på, fordi det er dette elevene selv ønsker jf. tidligere utdrag. Bruken av gruppearbeid pleide han å bruke før prøver, for at elevene kunne repetere de ulike temaene de skulle ha prøve om: *«(…) Men det er en veldig fin måte å repetere til prøver og sånn på. Det bruker jeg fortsatt da».* Det at elevene setter seg inn i hvert sitt tema på forhånd for å så kunne forklare dette til medelever i grupper, kan øke deres kommunikasjonskompetanse i Niss & Jensens (2008) åtte kompetanser. Gjennom denne formen for gruppearbeid, kan det hende at elevene blir utfordret når det kommer til å kommunisere matematikk gjennom argumentasjon, uformelt og formelt språk ved hjelp av ulike begreper (Utdanningsdirektoratet, 2006). Det er dette som også går igjen i beskrivelsen av læring som deltagelse (Skott et al., 2008).

Det at læreren pleier å ha en slik form for undervisning hver gang før prøver, er her en sosial norm fordi dette går på den generelle deltakerstrukturen i klasserommet (Yackel & Cobb, 1996). Men hvis elevene og læreren har èn og samme forventning om hvilke forklaringer som blir sett på som gode, hva som er utfyllende begrunnelser og/eller hva som er akseptable argumenter, så er dette en sosiomatematisk norm (Yackel & Cobb, 1996).

Men det er forståelig at læreren faller tilbake på den tradisjonelle undervisningen, da han følger elevenes ønsker jf. tidligere utdrag. Det er liten forskning på læreren aktiv kan gjøre for å veilede helklassediskusjonen til å få en meningsfull matematisk diskurs og det er også få retningslinjer til lærere som ønsker å gå bort fra tradisjonell undervisning, til en mer reformbasert undervisning (Stigler & Hiebert, 1999).

4.6 Diskusjon på lærerværelset: Hvorfor ble det undervist om denne formelen?



1.8 Fullstendige kvadrater

Et *fullstendig kvadrat* er et andregradsuttrykk som vi kan faktorisere ved hjelp av den første eller den andre kvadratsetningen. Uttrykket $x^2 + 6x + 9$ er et fullstendig kvadrat fordi

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Vi kontrollerer om dette er riktig ved å regne ut $(x + 3)^2$ ved hjelp av den første kvadratsetningen:

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

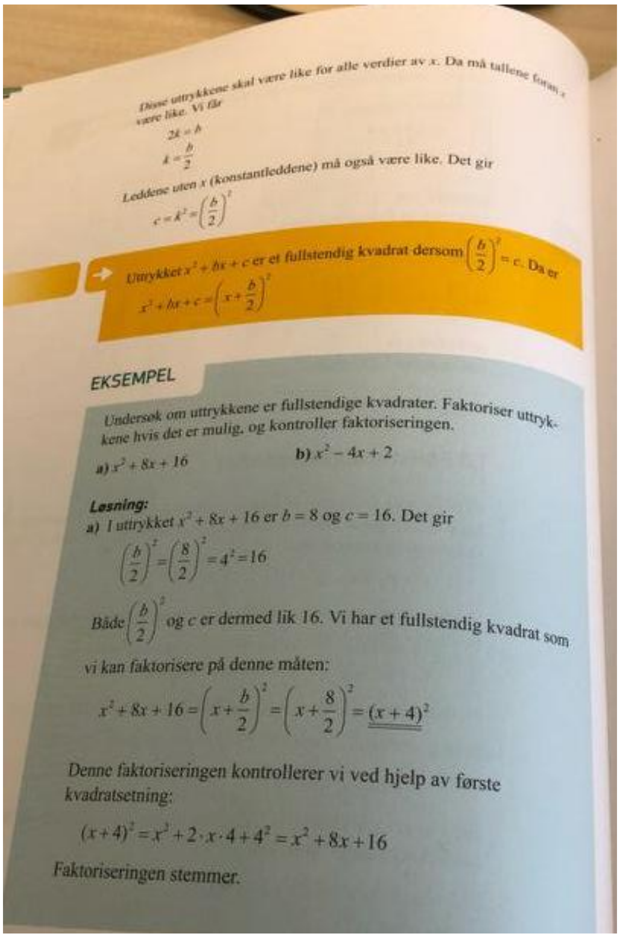
Hvordan kan vi finne ut om $x^2 + bx + c$ er et fullstendig kvadrat?

Da må

$$x^2 + bx + c = (x + k)^2$$

der k er et eller annet tall. Vi bruker nå første kvadratsetning og regner ut uttrykket på høyre side. Det gir

$$x^2 + bx + c = x^2 + 2kx + k^2$$



Disse uttrykkene skal være like for alle verdier av x. Da må tallene foran x være like. Vi får

$$2k = b$$

$$k = \frac{b}{2}$$

Leddene uten x (konstantleddene) må også være like. Det gir

$$c = k^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

Uttrykket $x^2 + bx + c$ er et fullstendig kvadrat dersom $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = c$. Da er

$$x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

EKSEMPEL

Undersøk om uttrykkene er fullstendige kvadrater. Faktoriser uttrykkene hvis det er mulig, og kontroller faktoriseringen.

a) $x^2 + 8x + 16$ **b)** $x^2 - 4x + 2$

Løsning:

a) I uttrykket $x^2 + 8x + 16$ er $b = 8$ og $c = 16$. Det gir

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 4^2 = 16$$

Både $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ og c er dermed lik 16. Vi har et fullstendig kvadrat som vi kan faktorisere på denne måten:

$$x^2 + 8x + 16 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{8}{2}\right)^2 = \underline{\underline{(x+4)^2}}$$

Denne faktoriseringen kontrollerer vi ved hjelp av første kvadratsetning:

$$(x+4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$$

Faktoriseringen stemmer.

På forhånd av denne undervisningstimen var det en diskusjon på lærerkontoret blant matematikklærerne som handlet om hvorfor elevene absolutt måtte lære denne formelen for fullstendig kvadrat. Her var matematikklærerne tydelig delte i sine meninger etter hvor lang erfaring de hadde. De eldre matematikklærerne mente at dette kunne komme på eksamen til våren og at elevene derfor hadde rett på å få undervisning som var forberedende til eksamen. De yngre lærerne argumenterte med at elevene heller kunne lære det på en annen måte enn akkurat den formelen. De så heller ikke poenget av å lære bort en formel som de ikke trengte å bruke i senere kapitler. De så altså ikke sammenhengen mellom den spesifikke formelen og det elevene skulle lære senere i læren om funksjoner og derivasjon, jf. *connection* i kunnskapskvartetten (Rowland m. fl., 2005). De eldre lærerne brukte da sitt siste argument og sa at elevene kunne bli spurt om å bruke formelen i en eksamensoppgave for å finne ut om et uttrykk var et fullstendig kvadrat eller ikke. Hvis de ikke klarte å gjøre det oppgaven spurte om, nemlig å bruke formelen, kunne de bli trukket i poeng. De som kom til å få skylda for dette var da lærerne. Dermed fikk de eldre lærerne det siste ordet i diskusjonen, og det ble bestemt at alle skulle undervise om formelen, men kunne velge å ta for seg en annen metode også.

I intervjuet stilte jeg spørsmålet om at lærerne diskuterte hvorvidt det var viktig å gjennomgå formelen for fullstendig kvadrat og hans tanker rundt denne diskusjonen. Da svarte han*: «Ja, så lenge det er eksamen eller heldagsprøve, så må vi gjennomgå det. Vi kan jo liksom ikke bare kutte det ut. (…..), men så lenge de kan få det til eksamen, så må vi jo gå igjennom det og det står som sagt i læreplanen at de skal kunne det.»* Dette er eksempel på teaching-to-test holdning, hvor lærere underviser for å forberede elevene mest mulig til eksamen. Å undervise for at de skal kunne anvende en formel uten at de nødvendigvis forstår den, bidrar til at elevene får en instrumentell forståelse (Skemp,1979: Askew et al., 1997: Skott et al. 2008). De klarer å bruke formelen til de spesifikke oppgavene hvor det kreves, uten å ha en helhetlig forståelse av hvorfor formelen er som den er og hvorfor den kan brukes. Det virket som de yngre lærerne brydde seg mer om å skape forståelse hos elevene og at de skulle se en sammenheng mellom det de lærer, har lært og skal lære. Det ser ut til at de ville skape en relasjonell forståelse hos elevene**.**

Det var stor forskjell mellom hva de nyutdannede og de mer erfarne lærerne mente om dette temaet. For en nyutdannet lærer, som har lest seg opp på nyere forskning og lært seg flere metoder for undervisning gjennom sitt studieløp, kan det være vanskelig å komme til eller overbevise andre om dette på sin nye arbeidsplass (Wenger, 1998). Skeptiske erfarne kollegaer kan gjøre terskelen høyere for at en slik undervisning blir en del av deres undervisningspraksis. I intervjuet fortsetter læreren med å si: *«Jeg ville jo gjerne ha vist dem en annen måte med en gang og faktorisere dette på, men i det første kapittelet, så er det et eget delkapittel med det».* Fordi det var et eget delkapittel som handlet om denne instrumentelle utregningen, mente han at det var viktig at elevene lærte denne måten først. Dette til tross for at han gjerne ville ha lært dem en annen måte å regne på først, som han sier selv.

5.0 Avslutning

Studien har undersøkt hvilke mulige sosiomatematiske normer som har kommet til syne i to ulike elevgrupper i 1. klasse i den videregående skolen. Målet med studien var å få innsikt i om lærerens spørsmål hadde innvirkning på samtalen i klasserommet og om dette påvirket de sosiomatematiske normene.

For å svare på problemstillingen: *Hvilke sosiomatematiske normer kommer til syne i ulike grupper, og hvilken rolle har lærerens spørsmål her?* ble det gjennomført en kvalitativ studie. Utvalget bestod av èn matematikklærers undervisning i to ulike matematikklassser i den videregående skolen. Data ble samlet inn gjennom observasjon og notater av det som ble sagt i 15 undervisningstimer, hvor 10 av timene var i 1T mens 5 ble gjort i 1PY. Det ble også gjort et intervju av lærer i etterkant av observasjonsperioden. Observasjonsnotatene av klasserommenes dialog ble i etterkant koblet opp mot Dragesets rammeverk (2014), spørsmålsmodellen til Solem & Ulleberg (2013) og Mortimer & Scotts (2003) ulike former for kommunikasjon. Askews et al. (1997) lærerorienteringer og Klettes (2013) inndeling av undervisningsformer, samt kunnskapskvartetten (Rowland et al., 2005) er også en del av analyseverktøyet.

Resultatene viser at begge klassene hadde mer eller mindre en lærebok- og oppgavestyrt undervisning, hvor læreren gjennomgikk oppgaver på tavla og elevene gjorde liknende oppgaver etterpå. Det kommer fram at lærerens undervisningspraksis i stor grad ikke har endret seg i hans tid i skolen. Dette skyldes flere faktorer: kolleger med samme utdanningsperiode, elevenes ønsker, foreldrenes tilbakemeldinger og ledelsens forventninger til ham som lærer. Dessuten er få retningslinjer og liten forskning på hvordan lærere kan gå fra en tradisjonell form for undervisning til en mer reformbasert undervisning (Stigler & Hiebert, 1999).

Spørsmålene som ble stilt, passet i stor grad med kategori A i spørsmålsmodellen, hvor læreren visste svaret og ønsket å orientere seg om elevene kunne det også. På denne måten kunne det også virke som at det var læreren som ”eide” matematikken, og delte ut matematikken porsjonsvis ettersom hvilke tema som skulle gjengomgås for timen. Internasjonalt stemmer dette med den tyske læreren, men også læreren fra USA som hadde et større fokus på regelhusking og prosedyrelæring.

Spørsmålene som stilles i undervisning, har betydning for hvilke type læring det legges opp til. Spørsmål som går på memorering av regler eller test-spørsmål (kategori A) eller spørsmål hvor lærer påvirker elevene til å bruke en løsningsstrategi (kategori B), kan være med på å bygge opp elevenes instrumentelle forståelse. Mens spørsmål som er mer utforskende, som handler om å se sammenhenger og andre mulige løsninger (kategori C og D) kan være med på å bygge opp elevers relasjonelle forståelse i faget.

Det var vanskelig å tyde hvilke sosiomatematiske normer som kom fram i de ulike klassene. Det at klassen ikke diskuterer og har like forventninger rundt hva som er en elegant og effektiv løsning i matematikk, kan også være et tegn på en sosiomatematisk norm. Begge klassene og læreren har en felles oppfattelse av hva som blir godtatt som et matematisk svar i matematikkundervisningen. Det å kun svare i enstavelsesord eller tall er en felles oppfatning, er motstridene til Yackel & Cobbs (1996) definisjonen av en sosiomatematisk norm. Likevel vil jeg kalle dette for en sosiomatematisk norm, fordi det nettopp er en felles oppfatning om hva som blir godkjent som svar i denne formen for matematikkundervisning.

5.1 Avsluttende kommentarer

Dragesets rammeverk

Læreren stiller ofte spørsmål som han selv svarer på rett etterpå. Dette er ikke nødvendigvis noe uvanlig å gjøre. Jeg har selv observert andre lærere som gjør det samme, både i min egen praksis og gjennom jobb i skoleverket. Det kan være mange grunner til at lærere svarer på sine egne spørsmål. Uten at det er noe konkret teori på dette, er det likevel interessant å vite hvorfor lærere gjøre dette. Hvis vi tar utgangspunkt i det Dragset skriver om *framdrift,* så kan det hende at læreren svarer på sitt eget spørsmål for å fortsette undervisningen med en jevn flyt uavbrutt av elevinnspill.

Læreren kan ha et ønske om hvilken vei undervisningen skal gå, undervisningsmengden og tid som skal brukes på dette, og dette kan påvirke spørsmålene som stilles i undervisningen. Dette kan være grunnen til at læreren noen ganger svarer på sine egne spørsmål. Det å svare selv på sitt eget spørsmål er et valg læreren gjør ut fra noen her ukjente faktorer. Dette kan være et tiltak som læreren benytter seg av, og dette ser jeg mangler i Dragset sitt rammeverk.

Observasjonsperioden

Observasjonsperioden var om høsten, og klassene som ble observert hadde bare for noen uker siden startet i 1.klasse på denne videregående skolen. Det kan rettes kritikk til at jeg har sett på de sosiomatematiske normene såpass ”tidlig” i skoleåret. Sosiomatematiske normer er noe som utvikles over tid, og det kan være vanskelig å si at mine observasjoner avdekker alle de ulike sosiomatematiske normene og at disse er gjeldene for resten av skoleåret. Jeg valgte å gjennomføre observasjonen om høsten fordi det var da læreren hadde begge klassene; 1T og 1PY. Etter en periode skulle ikke læreren ha 1PY lenger, grunnet en lærer som kom tilbake fra permisjon. For min oppgave var det ønskelig å se på en lærers undervisning i to ulike klasser. Det var derfor jeg valgte å ta observasjonen om høsten, til tross for at dette var litt tidlig for utvikling av de sosiomatematiske normene.

6.0 Litteraturliste

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). Dialogue and learning in mathematics education : Intention, reflection, critique (Vol. V. 29, Mathematics education library). Dordrecht: Kluwer Academic.

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003) Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus. Notodden: Telemarksforsking Notodden

Askew, M., Rhodes, V., Brown, M., William, D. & Johnson, D. (1997) *Effective teachers of numeracy.* Report of a study carried out for the Teacher Training Agency by the School of Education, King's College, London http://mikeaskew.net/page3/page4/files/EffectiveTeachersofNumeracy.pdf

Balacheff, N. (1990). Towards a problématique for research on mathematics teaching. Journal for Research in Mathematics Education, 21(4), 258-272.

Barbour, R.S. & J. Kitzinger (1999). Developing Focus Groups Research: Politics, Theory and Practice. London: SAGE Publications

Birkeland, P.A., Breitteig, T. & Venheim, R. (2011). Matematikk for lærere 1 (5.utg.). Oslo: Universitetsforlaget

Blomhøj, M. (1995). Den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen. Kognition og pædagogik, 4(3), 16-25.

Boaler, J. (2003). Studying and capturing the case of the dance of agency. In N. Pateman, B. Dougherty & J. Zillox (Eds.), Proceedings of the 27th annual conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 3-16). Hawaii: PME.

Boaler, J. & Greeno, J. G. (2000) Identity, Agency and Knowing in Mathematical Worlds. In J. Boaler (Ed.) Multiple perspectives on mathematics teaching and learning (pp. 171-200), Westport, CT: Ablex.

Botten-Verboven, C., Aigeltinger, R., Bendiksen, V., Dalvang, T., Maugesten, M., Nilsen, G., Ødegaard, P. (2010). Matematikk for alle, ...men alle behøver ikke å kunne alt. (Idédokument). http://www.udir.no/Upload/Rapporter/2010/5/Matematikk_for_alle_2.pdf?esl anguage=o

Brinkmann, S & Kvale, S. (2009) Det kvalitative forskningsintervju. 2. Utgave. Oslo: Gyldendal Akademisk

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics. Dordrecht, Nederland: Kluwer. (Edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, and V. Warfield).

Carlsen, M., & Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry for matematikkundervisning. Tidsskriftet FoU i praksis, 4(3), 39-60.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). Research methods in education (5 ed). London, New York: Routledge Falmer

Cooper, B. (2001) *Social class and 'real-life' mathematics assessments*. Gates, P. (Ed.). (2001). Issues in mathematics teaching . Oxon: Routledge.

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. Educational Studies in Mathematics, 85(2), 281-304.

Drageset, O. G. (2016) Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. Caspar Forlag

Dysthe, O. (1995). Det flerstemmige klasserommet: Skriving og samtale for å lære. Oslo: Ad Notam Gyldendal.

Gjøsund, Peik og Roar Huseby (2005). *I fokus: observasjonsarbeid i skolen.* Oslo: Damm.

Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). *Design research from the learning design perspective*. In J. v. d. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.), Educational design research (pp. 17-51). London: Routledge.

Gundem, B. B. (2007). Pedagogikk – didaktikk - fagdidaktikk. Anstrengte eller fruktbare forhold? (s. 1-13)

Hinna, K., Gustavsen, T. S., & Rinvold, R. A. (2011). QED 5-10 : matematikk for grunnskolelærerutdanningen : B. 1. Kristiansand: Høyskoleforl.

Hundeland, P. S. (2011). Lærerens motiver og valg: En studie av matematikklærere på videregående skole. Kristiansand: Portal Forlag.

Imsen, G. (2005). Elevens verden: innføring i pedagogisk psykologi (4. utg. ed.). Oslo: Universitetsforlaget

Karseth, B. og Engelsen, B. U. (2007). *Læreplan for Kunnskapsløftet – et endret kunnskapssyn?* Ss 405-415 Norsk pedagogisk tidsskrift 05 / 2007: https://www.idunn.no/npt/2007/05/lereplan_for_kunnskapsloftet_-_et_endret_kunnskapssyn

Kjærnsli, M. og Olsen, R.V. (2013). PISA 2012 – noen sentrale funn. I Kjærnsli, M. og Olsen, R.V. Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012. Kapittel 1, s. 13 – 42. Oslo: Universitetsforlaget

Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning?: Rapport fra klasseromsforskningen. I Krumsvik, J. R. & Säljö, R. Praktisk-pedagogisk utdanning: En antologi. (s. 173-201). Bergen: Fagbokforlaget.

Kleve, B. (2007). *Mathematics teachers' interpretation of the curriculum reform, L97, in Norway.* Doctoral Thesis, Høgskolen i Agder, nr 5, Kristiansand. https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/2393987/Bodil%2bKleve_Doctoral%2bThesis_2007.pdf?sequence=3&isAllowed=y

Kleve, B. & Ånestad, G., (2016). Læringspartner og sosiomatematiske normer som potensial for elevers læring. Hovik, Ellen Konstanse Kleve, Bodil (Red.), *Undervisningskunnskap i matematikk. 2. s. 31-45.* Cappelen Damm Akademisk.

Laird, R.E., Marsden, E.L. & Petit, M.M. (2010). A focus on Fractions: Bringing research to the classroom. New York: Routledge.

Lampert, M. (1990): When the problem is not the question and the solution is not the answer: *Mathematical knowing and teaching*. American Educational Research Journal, vol. 27, no. 1, 29-63

Lloyd, G. (2003). Mathematics teachers` beliefs and experiences with innovative curriculum materials. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education? (pp. 149-159). Secaucus, NJ: Kluwer Academic Publishers

Nyeng, F. (2012). Nøkkelbegreper i forskningsmetode og vitenskapsteori. Bergen: Fagbokforlaget.

Mortimer, E. F., & Scott, P. (2003). *Meaning making in secondary science classrooms*. Buckingham: Open University Press.

Opdal, Paul M. (2000): Danning som initiering. I Danning som initiering (s. 77-100). Hamar: Oplandske Bokforlag

Postholm, M. (2010). Kvalitativ metode : En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier (2. utg.). Oslo: Universitetsforl.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: *The Knowledge Quartet and The Case of Naomi*. Journal of Mathematics Teacher Education, ss. 255-281.

Skagen, K. (2012): Neste time. Innføring i grunnskolepedagogikk. Fagbokforlaget:Bergen

Skott, J., Jess, K. & Hansen H. C. (2008). *Matematikk for lærerstuderende: Delta*. Fagdidaktik. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313–340.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Streitlien, Å. (2009). *Hvem får ordet og hvem får svaret?: Om elevmedvirkning i matematikkundervisningen*. Oslo: Universitetsforlaget.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode. (4. utg.)*. Bergen: Fagbokforlaget.

Turner, F., & Rowland, T. (2008). Hentet fra The Knowledge Quartet: *a Means of developing and deepening mathematical knowledge in teaching*. Hentet fra: http://www.mathsed.org.uk/mkit/MKiT5_Turner&Rowland.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2006). Den generelle delen av læreplanen. Hentet fra: https://www.udir.no/globalassets/upload/larerplaner/generell_del/generell_del_lareplanen_bm.pdf

Winter, G. (2000). A Comparative Discussion of the Notion of "Validity" in Qualitative and Quantitative Research. *The Qualitative Report*, 4(3), 1-14. Hentet fra: http://nsuworks.nova.edu/tqr/vol4/iss3/4/?utm_source=nsuworks.nova.edu%2Ftqr%2F%09vol4%2Fiss3%2F4&utm_medium=PDF&utm_campaign=PDFCoverPages

Way, J. (2008). *Using questioning to stimulate mathematical thinking.* Australian Primary Mathematics Classroom, 13(3), 22-27.

Wæge, K. (2007*). Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning*. (Doktorgradsavhandling). Lokalisert på https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/258129/123229_FULLTEXT01.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). *Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics.* Journal for Research in Mathematics Education, 27(4), 458-477.

Vedlegg

NSD

Hilja Lisa Huru
Postboks 4, St. Olavs plass
0130 OSLO

Vår dato: 04.09.2017	Vår ref: 55485 / 3 / AH	Deres dato:	Deres ref:

Tilbakemelding på melding om behandling av personopplysninger

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 25.08.2017.
Meldingen gjelder prosjektet:

55485	*Undersøkende arbeid rundt lærerens rolle i utvikling av de sosiomatematiske normene i klasserommet*
Behandlingsansvarlig	*Høgskolen i Oslo og Akershus, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Hilja Lisa Huru*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.10.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Dersom noe er uklart ta gjerne kontakt over telefon.

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 55485

Personvernombudet legger til grunn at involverte skoler godkjenner studien.

Utvalget består av lærere og elever 16 år eller eldre. Data samles inn ved lydopptak av skoletimer. identifiserende opplysninger om elevene anonymiseres når opptakene transkriberes. Fokus i prosjektet er på lærerne.

Ifølge prosjektmeldingen skal utvalget (elever og lærere) informeres muntlig om prosjektet og samtykke til deltakelse. For å tilfredsstille kravet om et informert samtykke etter loven, må utvalget informeres om følgende:

- hvilken institusjon som er ansvarlig (HiOA)
- prosjektets formål / problemstilling
- hvilke metoder som skal benyttes for datainnsamling
- hvilke typer opplysninger som samles inn
- at opplysningene behandles konfidensielt og hvem som vil ha tilgang
- at det er frivillig å delta og at man kan trekke seg når som helst uten begrunnelse
- dato for forventet prosjektslutt (31.10.2017)
- at data anonymiseres ved prosjektslutt
- hvorvidt enkeltpersoner vil kunne gjenkjennes i den ferdige oppgaven
- kontaktopplysninger til forsker, eller student/veileder.

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger Høgskolen i Oslo og Akershus sine interne rutiner for datasikkerhet.

Personvernombudet minner rutinemessig om at mens skole er en obligatorisk arena for ungdommer, skal deltagelse i forskning være frivillig. Forespørselen må derfor alltid rettes på en slik måte at de forespurte ikke opplever press om å delta, gjerne ved å understreke at det ikke vil påvirke forholdet til skole hvorvidt de ønsker å være med i studien eller ikke. Videre bør det planlegges et alternativt opplegg for de som ikke deltar. Dette er særlig relevant ved utfylling av spørreskjema i skoletiden, og ved lyd/filmopptak.

Når barn/unge deltar aktivt, er deltagelsen alltid frivillig for barnet. Det innebærer at ungdommene bør få tilpasset informasjon og at forsker må få barnets/ungdommens aksept under datainnsamlingen. I tråd med dette bør den som foretar datainnsamlingen ha tilstrekkelig kompetanse til å tilpasse fremgangsmåten slik at ungdommenes behov ivaretas.

Forventet prosjektslutt er 31.10.2017. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres.