Tre læreres bruk av dialogiske virkemidler som i følge forskning kan stimulere til elevers utvikling av relasjonell forståelse

HØGSKOLEN I OSLO OG AKERSHUS

Masteroppgave i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikkdidaktikk

SKUT5910

Alexander Eriksrud

Kand nr. 933

Fakultet for lærerutdanning og internasjonale studier

OsloMet storbyuniversitetet

15. Mai. 2018

Forord

Denne oppgaven er skrevet som en avslutning på det toårige masterprogrammet *Skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikkdidaktikk*. Utformingen av denne oppgaven har vært en lang og interessant prosess. Jeg har lært mye underveis av prosessen det har vært å skrive denne oppgaven og ikke minst om meg selv. Disse to årene har gitt meg mulighet til å reflektere over aspekter ved undervisningskunnskap i matematikk og problemstillinger knyttet til skole og utdanning. Av erfaring kan disse temaene til stadighet diskuteres i ulike sosiale sammenkomster. Etter å ha deltatt i noen av disse diskusjonene, ser jeg at den kompetansen jeg har opparbeidet meg i løpet av studiet kommer svært godt med. Jeg er også sikker på at kunnskapen jeg har opparbeidet meg vil ha stor nytteverdi for mitt arbeid som lærer.

Det er både med tungt hjerte og et stort smil at jeg nå skriver de siste ordene som skal med i denne oppgaven. Det er derfor på tide å rette en stor takk til alle de som har hjulpet og støttet meg underveis. Jeg ønsker først og fremst å takke min veileder, Annette Hessen Bjerke. Dine gode innspill har hjulpet meg til å ta valg, som har ført til at jeg nå sitter igjen med en svært god opplevelse av å ha skrevet denne masteroppgaven. En stor takk må også gå til min bi-veileder, Bodil Kleve, for dine kloke kommentarer underveis. Jeg ønsker også å takke Ida, Christian og Emilie for at dere åpnet klasserommene deres for meg. Å få lov til undersøke deres undervisning har vært svært lærerikt. En stor takk rettes også til Christine Fleischer og Mathilde Fleischer for at dere leste korrektur og kom med nyttige tilbakemeldinger. Oppgaven hadde ikke sett ut slik den gjør i dag, hadde det ikke vært for dere. Sist men ikke minst vil jeg takke alle som har måttet omgås med en masterstudent som har vært preget av både opp- og nedturer. Takk for at dere har vist interesse og støttet meg i mitt arbeid.

Oslo, 15. Mai 2018

Alexander Eriksrud

Sammendrag

Tittel: Tre læreres bruk av dialogiske virkemidler som i følge forskning kan stimulere til elevers utvikling av relasjonell forståelse.	
Forfatter: Alexander Eriksrud	
År: 2018	Tellende sider: 96
Emneord: Matematikkdidaktikk; Helklassesamtale; Dialogiske virkemidler; Relasjonell forståelse	

Sammendrag:

Formålet med denne oppgaven er å få innsikt i hvordan tre lærere tar i bruk syv dialogiske virkemidler som i følge forskning kan stimulere til å utvikle elevers relasjonelle forståelse. Oppgaven tar utgangspunkt i følgende forskningsspørsmål: *"Hvordan bruker tre lærere syv virkemidler som i følge forskning kan fremme elevers relasjonelle forståelse i helklassesamtalen?"* og *"Hvor ofte bruker de tre lærerne virkemidlene i helklassesamtalen?"*.

For å kunne svare på disse forskningsspørsmålene har jeg brukt den kvalitative forskningsmetoden, *observasjon.* Oppgavens datamateriale baserer seg på seks undervisningsøkter i matematikk og ble hentet frem gjennom observasjon i tre ulike klasserom. For å kunne analysere datamaterialet, har det blitt etablert et nytt analyseverktøy som baserer seg på flere forskningsbaserte ideer og rammeverk (Smith et al., 2009; Solem & Ulleberg, 2013; Kazemi & Hintz, 2014; Botten & Tronshart, 1999; Bishop, 2001; Chapin et al., 2009; Bjørkås & Bulien, 2010). Med utgangspunkt i disse består analyseverktøyet av syv virkemidler lærere kan ta i bruk i helklassesamtalen.

Oppgavens funn viser at de tre lærerne tar i bruk alle virkemidlene fra analyseverktøyet i helklassesamtalen, men på forskjellige måter. Forekomsten av virkemidlene varierer også mellom undervisningen til lærerne. I resultatene kommer det frem at de tre er opptatt av å lytte til elevers tenkemåter og fremhever disse i helklassesamtalen. De fremmer også verdier som kan knyttes til lærerorienteringen Askew et al. (1997) beskriver som *connectionist orientation.*

Summary

Title: Three teachers use of dialogical instruments that according to research can stimulate students development of relational understanding	
Author: Alexander Eriksrud	
Year: 2018	Pages: 96
Keywords: Educational science in mathematics; Whole-class discussions; Dialogical instruments; Relational understanding	

Summary:

The purpose of this study is to gain insight into how three teachers utilize seven dialogical instruments that according to research can stimulate the development of student's relational understanding. The thesis is based on the following research questions: *"How do three teachers use seven instruments, that according to research can promote pupils relational understanding in the whole-class discussion?"* and *"How often do the three teachers use the instruments in the whole-class discussion?"*.

In order to answer these research questions, the qualitative research method, observation, has been used. The study's data is based on six lessons in the subject of mathematics, and was obtained through observation in three different classrooms. In order to analyze the data, a new analytical tool has been established which is based on several research-grounded ideas and frameworks (Smith et al., 2009; Solem & Ulleberg, 2013; Kazemi & Hintz, 2014; Botten & Tronshart, 1999; Bishop, 2001; Chapin et al., 2009; Bjørkås & Bulien, 2010). Based on these, the analytical tool consists of seven instruments teachers can use in the whole-class discussion.

The findings of the study show that the three teachers use all the instruments from the analytical tool, but in different ways. The occurrence of instruments also varies between the teachers. The results show that they listen to pupils' mathematical thoughts and emphasize these in the whole-class discussion. They also promote values that can be linked to the teacher orientation Askew et al. (1997) describes as connectionist orientation.

Innholdsfortegnelse

Vedlegg

1 Innledning

1.1 Bakgrunn og motivasjon for valg av tema

Da jeg var elev i grunnskolen bestod ofte matematikkfaget av at læreren viste oss hvordan regler og algoritmer skulle brukes. Disse skulle vi øve på å anvende ved å løse oppgaver. Da læreren presenterte algoritmene vi skulle få bruk for senere i økten, var det få som stilte spørsmål til det som ble sagt. Matematikken tilhørte læreren og det var opp til hun å overføre kunnskapen til oss. Vi fikk sjeldent oppdage ting selv og det var lite fokus på problemløsning. Jeg husker godt at de som ble ansett for å være flinkest i matematikk, var de som klarte å huske alle reglene. Videre var det de som var dyktige til å huske reglene som fikk gode karakterer, fordi oppgavene vi løste i øktene lignet på de som kom på prøven. Til tider var det vanskelig å se nytten av det vi lærte, samt opprettholde motivasjonen når en ble bedt om å løse flere oppgaver. Til tross for dette, var jeg glad i matematikk og interessert i å lære mer. Jeg husker at jeg brukte mye tid på å lære meg formlene læreren presenterte, slik at jeg kunne gjøre det bra på prøvene. På den måten følte jeg at jeg mestret faget. Jeg var vel uvitende om at den dype matematiske forståelsen var manglende.

Da jeg begynte på lærerutdanningen fikk jeg oppleve en helt annen side av matematikkfaget. Fra dag en var det fokus på strategier, tenkemåter og bevisføring. Jeg ble dratt inn i en verden av matematiske sammenhenger og forklaringer som jeg aldri før hadde møtt. Fokuset lå ikke lenger på å pugge regler og algoritmer, men på å forstå hvorfor de fungerer. Motivasjonen og utforskertrangen for faget økte betraktelig i løpet av noen få uker, uten at jeg helt klarte å beskrive hvorfor. Interessen for matematikkdidaktikk motiverte meg derfor til å studere master i skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikk.

I følge Skemp (1976) finnes det to former for forståelse i matematikkfaget. Den ene formen for forståelse handler om å kunne regne ved hjelp av prosedyrer en har lært instrumentelt, uten å nødvendigvis ha noen forståelse for hvorfor den fungerer. Den andre formen for forståelse går mer ut på å se sammenhenger i matematikkfaget og forstå hvorfor metoder og matematiske begreper fungerer. Disse to formene for matematisk forståelse kalte han for henholdsvis instrumentell- og relasjonell forståelse. Skemp (1976) hevder at matematikk kan anses som to forskjellige fag dersom undervisningen kun legger opp til en av de to formene for forståelse. Dette kan forklare det store skiftet av fagets egenart som jeg opplevde da jeg begynte på lærerutdanningen. Opplevelsen av å ha ”oppdaget” matematikken har motivert meg til å gå dypere inn i emnet og til å skrive denne masteroppgaven.

Gjennom min utdannelse og arbeid med matematikkdidaktikk har jeg opparbeidet meg et inntrykk av at det kan gagne elever at det gjennom dialog og refleksjon blir sett på sammenhenger, strategier og tenkemåter i matematikkfaget. For å sette temaet på dagsorden ønsker jeg å referere til Stortingsmelding 28 (2015-2016) om Fag, Fordypning og Forståelse. Der kommer det frem at Norge er avhengig av samfunnsborgere med kunnskap og kompetanse for å løse fremtidens utfordringer. For at norske elever skal utvikle kompetanse og kunnskap som er mer levedyktig for fremtiden, blir det fremmet et forslag i stortingsmeldingen om en fagfornyelse fra Kunnskapsløftet (LK06). I forslaget blir det lagt stor vekt på begrepet dybdelæring i flere fag, blant annet i matematikk. Med dybdelæring menes:

> ”… at elevene gradvis og over tid utvikler sin forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fag. Overflatelæring, som legger vekt på innlæring av faktakunnskap uten at kunnskapen settes i sammenheng, står i kontrast til dybdelæring. Elevenes læringsutbytte øker når de gjennom dybdelæring utvikler en helhetlig forståelse av fag og ser sammenhengen mellom fag, samt greier å anvende det de har lært, til å løse problemer og oppgaver i nye sammenhenger” (Kunnskapsdepartementet , 2016, s. 14).

For å nå visjonen om dybdelæring i skolen kommer det frem at skolen må stimulere til et læringsmiljø der det er trygt å gjøre feil og hvor det er lov å være spørrende. Det kommer også frem at elever i stor grad lærer gjennom samhandling med andre mennesker. Det må gis rom for at elevene får tenke, argumentere og utforske. Meta-kognisjon, altså det at en lærer å lære, vil også få en stor plass i fagfornyelsen. Det samme vil det å kunne ta i bruk kunnskapen en har til å løse nye problemer. Matematikkfaget vil derfor etter fagfornyelsen i større grad handle om forståelse, refleksjon og å kunne løse ukjente problemer (Kunnskapsdepartementet, 2016). Jeg ser det derfor som relevant å studere hvordan lærere tar i bruk dialogiske virkemidler som kan fremme dette.

1.2 Forskningsspørsmål

Mitt mål med denne oppgaven er å finne ut av hvordan tre lærere tar i bruk syv dialogiske virkemidler, som i følge forskning kan fremme relasjonell forståelse hos elever i helklassesamtalen. Jeg ønsker å se på hvordan disse virkemidlene blir tatt i bruk av lærerne, samt hvor ofte de eventuelt blir tatt i bruk i helklassesamtalen. Oppgaven vil derfor ha to forskningsspørsmål (F1 og F2):

> **F1:** ”Hvordan bruker tre lærere syv virkemidler som i følge forskning kan fremme elevers relasjonelle forståelse i helklassesamtalen?”
>
> **F2:** ”Hvor ofte bruker de tre lærerne virkemidlene i helklassesamtalen?”

For å kunne svare på disse to forskningsspørsmålene, ser jeg på litteratur og tidligere studier om emnet. Jeg anvender også observasjon som forskningsmetode og analyserer datamaterialet ved hjelp av et valgt analyseverktøy, som beskrives nærmere i kapittel 3.7.

1.3 Kapitteloppbygging

Etter dette innledende kapittelet presenterer jeg tidligere studier og forskningslitteratur som er knyttet til forståelse og dialog i matematikk. I den første delen av kapittelet gjør jeg rede for hva som menes med forståelse i denne sammenheng, ulike måter lærere kan orientere seg til faget på og hvorfor det kan være fordelaktig å fokusere på relasjonell forståelse i undervisningen. Den andre delen tar for seg dialogens innvirkning på læring og virkemidler lærere kan ta i bruk i helklassesamtale med elever for å fremme relasjonell forståelse. I det tredje kapittelet redegjør jeg for mine metodiske- og analytiske valg og diskuterer oppgavens validitet og reliabilitet. Jeg diskuterer også de etiske valg og begrunnelser jeg har vært nødt til å reflektere over i løpet av den prosessen det har vært å skrive denne masteroppgaven. Avslutningsvis i metodekapittelet presenterer jeg analyseverktøyet, samt redegjør for mine valg i utarbeidelsen av det. Analyseverktøyet består av syv dialogiske virkemidler lærere kan ta i bruk i helklassesamtalen. Disse virkemidlene er satt sammen fra flere rammeverk som er utarbeidet av flere forskere (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014; Bjørkås & Bulien, 2010; Smith et al., 2009; Solem & Ulleberg, 2013).

I det fjerde kapittelet presenterer jeg datamaterialet og analyserer dette gjennom det valgte analyseverktøyet. Jeg knytter også noen av funnene opp mot forskningslitteratur. Avslutningsvis vil jeg diskutere mine funn fra analysen, samt komme med noen avsluttende ord om resultatene og veien videre.

2 Teori

I følge Christoffersen og Johannessen (2012) blir ord og begreper til daglig brukt uten noe særlig behov for å utdype hva de betyr. Som forsker må en derimot utdype og spesifisere begrepene som blir brukt fordi de ofte refererer til spesifikke fenomen. Disse fenomenene kan ha en annen betydning enn det ordet refererer til i det daglige språk, og kan derfor virke misvisende. Spesifisering av begreper er derfor med på å klargjøre begrepets betydning og rydde vekk uklarheter. I dette kapittelet ønsker jeg derfor å referere til forskningslitteratur som kan være med på å definere og presisere fenomener/begreper som jeg anser som relevante for å svare på mine to forskningsspørsmål. Jeg ønsker også å referere til tidligere studier som jeg mener kan kaste lys over mine funn.

2.1 Læringsteoretisk perspektiv

Et fenomen kan oppfattes ulikt ettersom hvilket perspektiv en forsker ser på fenomenet fra (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det teoretiske perspektivet jeg kommer til å studere undervisningen fra, vil i hovedsak bestå av min forståelse, samt litteraturen jeg velger å referere til i oppgaven. Selv om mesteparten av litteraturen jeg velger å bruke i hovedsak berører temaer som dialog og relasjonell forståelse, mener jeg det er relevant å nevne hvilket læringsteoretisk perspektiv jeg kommer til å ha under arbeidet med denne masteroppgaven. Med læringsteoretisk perspektiv menes teorier om hvordan læring skjer eller foregår (Manger et al., 2012). Siden det finnes en rekke ulike perspektiver en kan ha når en undersøker læring, var jeg nødt til å velge et perspektiv som kunne hjelpe til med å svare på mine forskningsspørsmål. Mitt valg falt på sosiokulturell læringsteori.

2.1.2 Sosiokulturell læringsteori

Har en et sosiokulturelt læringsperspektiv, vil det å lære være en prosess som foregår i alle praksiser mennesker deltar i. Både samtale, dialog og interaksjon er fundamentale begreper i den sosiokulturelle læringsteori (Manger et al. 2012). I følge Vygotsky (1978) er læring en todelt prosess. Han mente at vi først lærer gjennom sosial interaksjon og at vi deretter bearbeider det nye inntrykket vi fikk gjennom interaksjonen som en kognitiv prosess. Elevene i klasserommet vil derfor dra nytte av å ha samtaler og reflektere ut fra dette i matematikkundervisningen. Innledningsvis påpekte jeg at det i Stortingsmelding 28 (2015-2016) kommer frem at det må bli gitt rom for at elevene får tenke, argumentere og utforske i fremtiden. Jeg vil hevde at det som kommer frem i stortingsmeldingen har en rekke likhetstrekk med den sosiokulturelle læringsteori. Med utgangspunkt i at elever lærer gjennom samtale og interaksjon, ser jeg det både som aktuelt og relevant å ta i bruk dette læringsperspektivet når jeg studerer hvordan lærere legger opp til dette i undervisningen.

Læringsperspektivet vil i denne studien fungere som et teoretisk bakteppe. Det vil si at forutsetningen for at det som kommer frem i denne oppgaven skal være nyttig, er at læring skjer gjennom dialog og samhandling mellom mennesker. Jeg vil senere i kapittelet forsøke å argumentere for at dette er tilfellet ved å referere til litteratur innenfor undervisningskunnskap som støtter opp under dette (som eksempelvis i Boaler & Greeno, 2000; Boaler & Humphreys, 2015; Chapin et al., 2009; Melhus, 2015).

2.2 Hva vil det si å ha forståelse i matematikk?

I den uformelle dagligtalen blir begrepet *forståelse* tatt i bruk på flere måter. Det kan ha ulik betydning avhengig av hvilken sammenheng det blir brukt. For å kunne bruke dette begrepet i oppgaven trenger jeg derfor å definere hvilken betydning begrepet vil ha i denne oppgaven. I følge Sierpinska (1994) kan det å forstå noe ofte bli sett på som noe positivt, men kan ha ulik betydning i forskjellige situasjoner. En person kan for eksempel hevde at han/hun forstår en annen person sin håndskrift eller at en gruppe mennesker hevder å ha en felles forståelse. Begrepet blir ikke bare brukt forskjellig i dagligtalen, men har i følge Star og Stylianides (2012) lenge blitt brukt med ulik betydning på tvers av fagmiljøer. Begrepet har også vært diffust innad i undervisningsforskningen og har flere definisjoner. Med tanke på at begrepet har ulike betydninger og at det derfor kan tolkes forskjellig, ser jeg det nødvendig å spesifisere begrepet ytterligere.

2.2.1 To former for kunnskapssyn og forståelse i matematikk

En av de første som begynte å se på forståelsesbegrepet innenfor matematikk var Richard R. Skemp (1976). Han beskrev forståelsesbegrepet som todelt og at de to betydningene er svært atskillige. Begrepene omtalte han som *Instrumental understanding* og *Relational understanding.* På norsk blir begrepene omtalt som *instrumentell-* og *relasjonell forståelse*. Disse to formene for forståelse har i etterkant hatt betydelig innflytelse på undervisningsforskning i matematikk (Wæge & Nosrati, 2015). Skemp (1976) sin definisjon av begrepene er den jeg bruker under hele denne oppgaven. Jeg vil derfor gå i dybden på disse definisjonene.

I følge Skemp (1976) innebærer instrumentell forståelse at en vet *hvordan* et matematisk problem kan løses ved hjelp av en innøvd regel eller formel. En person som har instrumentell forståelse vil derfor ofte kunne klare å løse et matematisk problem og få et korrekt svar. Det som kan være et problem med denne formen for forståelse, er at personen ikke nødvendigvis vet hvorfor det innøvde fungerer og hvorfor det gir et korrekt svar. Ofte kan elever med denne forståelsen bli ansett som gode av andre elever og lærere (Boaler & Greeno, 2000). Relasjonell forståelse derimot, utvikler en når en ser sammenhenger mellom ulike matematiske begreper og ved hjelp av disse klarer å løse matematiske problemer. En person som har relasjonell forståelse kan derfor forklare *hvorfor* en metode eller en algoritme fungerer. Personen vil være i stand til å forklare dette ved hjelp av kunnskapen han/hun sitter inne med om ulike matematiske sammenhenger. I følge Skemp (1976) kan en person som innehar denne formen for forståelse være i stand til å løse nye oppgaver og problemer ved hjelp av tidligere kunnskap. Kunnskapen blir derfor overført til å handle om noe mer enn det som det opprinnelig var. En kan for eksempel løse et geometrisk problem ved å sette opp en likning, eller omvendt. Skemp (1976) argumenterte også for at denne formen for forståelse er enklere å huske, fordi en har en genuin forståelse for hvorfor matematikken er slik den er.

Skemp (1976) kommer med en metaforisk sammenligning om de to formene for forståelse ved å bruke en by som eksempel: To personer skal fra A til B i en by. Den ene personen har gått rundt i byen og blitt kjent med den ved å ha undersøkt landskapet grundig. Den andre er ikke så kjent i byen som den andre, men har fått konkrete instrukser om hvor han skal gå. Begge personene er forhåpentligvis i stand til å komme frem til målet, men personen som kjenner til byen best kan lage alternative ruter dersom han går seg vill. Dette vil være et problem for personen som ikke kjenner til byens landskap. For å øke relevansen, vil jeg forsøke å gjøre om konteksten i Skemp (1976) sitt eksempel til å handle om klasserommet: I noen klasserom kan elevene ha fått tydelige instrukser om hvordan de skal løse en oppgave og i andre klasserom klarer elevene å løse oppgaven selv, fordi de klarer å forstå hvilke matematiske begreper som er relevante for å løse den. En elev i klasserommet hvor det er gitt tydelige instrukser, kan hevde at han forstår fordi han fikk alle svarene på prøven rett, men det er ikke nødvendigvis slik at han innehar relasjonell forståelse.

Begrepene instrumentell- og relasjonell forståelse kan knyttes opp mot det flere kjenner til som *Procedural Knowledge* og *Conceptual Knowledge*. På norsk omtales begrepene som prosedyrekunnskap og begrepskunnskap. Hiebert og Lefevre (1986) deler prosedyrekunnskap i to komponenter. Den ene handler om å ha kunnskap om matematiske symboler og representasjoner, samt hvordan disse skal brukes korrekt. Den andre komponenten går ut på å ha kunnskap om regler og prosedyrer. Peled og Zaslavsky (2008) beskriver prosedyrekunnskap som en forståelse av lavere kvalitet enn begrepskunnskap. En person som innehar denne formen for forståelse vil kunne løse et regnestykke ved hjelp av en regel, uten å vite hvorfor regelen fungerer i praksis. Denne formen for kunnskap kan minne om Skemp´s (1976) *Instrumental Understanding*. Begrepskunnskap blir av Hiebert og Lefevre (1986) definert som en kunnskap som består av mange koblinger. Personer som innehar begrepskunnskap vil derfor være i stand til å koble sammen flere matematiske begreper som et nett, der alt hører sammen. Peled og Zaslavsky (2008) beskriver begrepskunnskap som evnen til å se sammenhenger og kunne forklare matematiske begreper. Begrepskunnskap blir sett på som kunnskap av høy kvalitet (Peled & Zaslavsky, 2008), og kan knyttes opp mot Skemp´s (1976) *Relational Understanding.*

De to ulike formene for forståelse er i følge Skemp (1976) så forskjellige at han går så langt som å hevde at matematikkfaget er to helt forskjellige fag, avhengig av om det blir undervist instrumentelt eller relasjonelt. Han forklarer at det er fristende å undervise instrumentelt fordi det noen ganger er vanskelig å oppnå relasjonell forståelse. Det kan være fort gjort som lærer å tenke at resultatene kommer raskere dersom en gir en formel som fører til rett svar (Skemp, 1976). De forskjellige tilnærmingene kan skape problemer for undervisningen fordi noen elever kan ha som mål å oppnå en instrumentell forståelse, men læreren har som mål at elevene skal oppnå relasjonell forståelse. Dette kan føre til at elevene ignorerer lærerens nøye planlagte forklaringer fordi de kun vil ha en metode som gir de et raskt svar på oppgaven de skal i gang med. Dersom læreren stiller elevene et spørsmål som ikke passer til regelen de har lært, vil ikke elevene klare å svare på spørsmålet. Det krever derfor mer enn å bare kunne en regel for å løse varierte oppgaver (Skemp, 1976).

I følge Stigler og Hiebert (1999) er det stor variasjon når det kommer til hvordan det blir undervist på tvers av ulike kulturer og landegrenser. Studerer en undervisningen i forskjellige land kan en se forskjeller når det kommer til om undervisningen har et relasjonelt- eller instrumentelt preg. I sin studie undersøkte Stigler og Hiebert (1999) video-observasjoner som har tilknytning til TIMSS-studien. Ved å studere videoopptakene grundig, så de klare tendenser i de ulike landene. De så at land som hadde undervisning der det ble fokusert på samarbeid og matematiske sammenhenger gjorde det bedre enn land som hadde en mer instrumentell undervisningsform. I TIMSS-undersøkelsen fra 2015 for 4. trinn lå Japan på 5. plass av alle deltakerlandene med 593 skalapoeng. Skalapoengene varierte fra laveste poengssum som var på 353 skalapoeng til høyeste som var på 618 skalapoeng. Japan blir av Stigler og Hiebert (1999) ansett for å ha en undervisning som bygger på rike sammenhenger og et lærer-elev samspill. USA derimot, lå på 14. plass med 539 skalapoeng og Tyskland på 24. plass med 522 skalapoeng (Mullins, Martin, Foy, & Hooper, 2015). Disse ble ansett for å ha en mer lærerstyrt undervisningsform, der elevene var mindre aktive. Selv om læring er svært komplekst og det kan være mange faktorer til at Japan scorer høyt på TIMSS, kan det fortsatt sees i sammenheng med observasjonene som ble gjort av Stigler og Hiebert (1999).

For å hjelpe elever med å utvikle tallforståelse kan læreren invitere eleven til å lage, dele og forbedre sine uformelle strategier. Det er verdt å merke seg at dette kan være en langvarig og tidkrevende prosess, men ifølge Baroody (2006) er dette en måte elever kan bygge opp et register med ideer som igjen bidrar til å utvikle deres tallforståelse. På den måten vil elevene være mer fleksible i metodevalg, noe han mener de burde bli oppmuntret til å være. Det er for eksempel ikke alltid det vil være hensiktsmessig å benytte seg av standardalgoritmen i multiplikasjon, dersom en skal løse et matematisk problem. Ofte kan det være mer effektivt å bruke en hoderegningsstrategi. Baroody (2006) hevder også at det er hensiktsmessig at elevene blir presentert for sammenhenger mellom matematiske begreper isteden for at de fremstilles som kun separate deler av matematikken. Det blir oppfordret til at lærere bør bygge på hva eleven kan fra før, slik at den nye kunnskapen får en sammenheng med tidligere kunnskap. Dette kan bidra til at matematikken blir mer meningsfull for den enkelte. Baroody (2006) bruker følgende eksempel til å forklare hvorfor:

> "… mastering subtraction combinations is easier if children understand that such combinations are related to complementary and previously learned addition combinations (e.g., 5 – 3 can be thought of as 3 + ? = 5). Children who have already learned the addition doubles by discovering, for example, that their sums are the even numbers from 2 to 18, can use this existing knowledge to readily master 2n combinations by recognizing that the latter is equal to the former (e.g., 2 x 7 = 7 + 7 = 14)" (Baroody, 2006, s. 29).

I eksempelet blir det illustrert hvordan matematiske begreper og ideer bygger på hverandre. Istedenfor å presentere subtraksjon og addisjon som to separate temaer, kan en heller fokusere på hvilke sammenhenger det er mellom dem. På denne måten kan en redusere tiden som blir brukt på å øve på hver og en av de matematiske begrepene. Likevel påpeker Baroody (2006) at det er viktig å la elevene få øve, men at en som lærer bør være oppmerksom på hvordan elever øver. Det vil være mer lønnsomt å la elevene få oppdage mønstre, oppdage sammenhenger og resonnere istedenfor å repetere isolerte matematiske fakta (Baroody, 2006). Chapin et al. (2009) foreslår å bruke godt planlagte klassediskusjoner som fokuserer på sammenhengen mellom de ulike begrepene i matematikkundervisningen. De hevder at de er særlig effektive når det kommer til å la elevene få utvikle relasjonell forståelse fordi en her har et fokus på koblinger mellom de ulike matematiske begrepene. Kapittel 2.3 tar for seg mer utfyllende om dialog som et verktøy for å stimulere til elevenes begrepskunnskap.

2.2.2 Læreres orienteringer til matematikkfaget

Siden det eksisterer ulike typer forståelse i matematikk, vil det være naturlig å tro at lærere også har ulike orienteringer til faget. I sin studie *Effective Teachers of Numeracy*, ønsket Askew et al. (1997) å undersøke hvilke nøkkelfaktorer som spilte inn i undervisningen til effektive matematikklærere. Med effektive lærere menes at deres undervisning legger opp til numeracy, som er:

> "Numeracy is the ability to process, communicate and interpret numerical information in a variety of contexts" (Askew et al., 1997, s. 6).

De ønsket å se på hvordan disse nøkkelfaktorene kunne bli tatt i bruk av andre lærere, slik at matematikkundervisning i England på sikt kunne bli bedre. Studien var meget omfattende og baserte seg på et datamateriale som ble fremskaffet gjennom observasjon, intervju og spørreskjema. Formålet med studien var å se hvor effektiv undervisningen til lærerne var, noe som vil si at det ikke bare var lærerens praksis som ble studert, men også hvordan elevene responderte på lærerens praksis (Askew et al., 1997). Funnene fra studien viser at det var tre hovedtendenser som gikk igjen når det kommer til lærernes orientering til matematikkfaget. Disse tendensene førte til at de kunne kategorisere lærernes verdisett i tre forskjellige lærertyper med ulik orientering. De tre idealtypene kalte de henholdsvis *Connectionist orientation*, *Transmissionist orientation* og *Discovery orientation*.

Lærere som har *Connectionist orientation* er opptatt av at elever skal kunne regne raskt og effektivt. Det er derfor viktig for en lærer med denne orienteringen at elevene er i stand til å kunne bruke forskjellige metoder, når de skal løse forskjellige matematiske problemer. Målet for denne lærertypen er at elevene skal velge den mest effektive metoden. Hvis en elev skal regne ut 2345 - 347, kan en effektiv metode være å dele opp stykket mentalt slik at det blir 2345 - 345 = 2000, for så å ta 2000 - 2 = 1998. Lærere med denne orienteringen er også svært opptatt av å se på sammenhenger mellom matematiske begreper og metoder. Han/hun kan for eksempel være opptatt av å diskutere med elevene sine om det er mer hensiktsmessig å gjøre om desimaltallene i en oppgave til brøk eller prosent. Det vil også være viktig for læreren å gi elevene ulike oppgaver slik at de får brukt kunnskapen de har på nye måter. En verdi som står sterkt hos slike lærere er at læring skjer gjennom samhandling med andre og at dialog mellom lærer og elever er sentralt. Alle elever blir her sett på som individer som kan lære og bli flinke i matematikk (Askew et al., 1997). I mitt arbeid vil jeg undersøke hvordan lærere bruker syv dialogiske virkemidler som i stor grad kunne knyttes til denne lærerorienteringen.

Transmissionist orientation består i hovedsak av verdier om at matematikk består av et sett med faste rutiner og prosedyrer som bør overføres til elevene. Denne orienteringen baserer seg på at elevene skal huske og repetere regler og metoder. Metoder elevene selv kommer frem til blir ikke verdsatt på samme måte som de som blir presentert i undervisningen. Undervisningen til lærere med denne orienteringen er ofte preget av at læreren stiller spørsmål og elevene svarer. Denne form for undervisning baserer seg derfor ofte på at det kun er et svar og en korrekt metode å bruke (Askew et al., 1997).

Den siste orienteringen er *Discovery orientation* og baserer seg på at elevene i all hovedsak skal oppdage matematikken selv og at læreren fungerer som en veileder i denne prosessen. I denne kategorien er det elevenes evne til å utforske og finne egne metoder som blir verdsatt av læreren. Læreren ser på elevene som ulike individer, og gir de derfor ulik tid på å løse oppgaver. Det blir ofte gitt praktiske oppgaver hvor elevene selv må finne måter å løse problemene på (Askew et al., 1997).

Det som gikk igjen hos de lærerne som ble oppfattet som svært effektive i Askew et al. (1997) sin studie, var at de så på faget som et nettverk med ideer som kunne kobles sammen. Lærere med en orientering som var sterkt tilknyttet *Connectionist orientation*, hadde elever med et større læringsutbytte. Disse lærerne så det som sin jobb å undersøke de matematiske koblingene sammen med elevene og finne ut av hvordan de kunne brukes til å løse utfordrende matematiske problemer. Funnene i studien viser at det i hovedsak var tanken og verdiene knyttet til matematikkfagets egenart som gjorde at lærerne hadde effektiv undervisning. Det var ikke lærernes undervisningskunnskap alene som førte til god undervisning (Askew et al., 1997). Jeg ønsker i forlengelsen av dette å undersøke hvilke verdier omkring fagets egenart lærere underviser. Jeg vil komme nærmere inn på dette i kapittel 2.4.

2.2.3 Hvorfor bør en fokusere mer på forståelse i undervisningen?

Boaler og Greeno (2000) ønsket å undersøke hvordan elever responderte på den undervisningen de var elever under. I sin studie fant de ut at elever som hadde vært elev i en undervisningsform der matematikk ble sett på som noe som skulle overføres, så på faget som lite diskuterbart og et svært lite muntlig fag. De som ble ansett for å være flinke i disse klassene var gode til å memorere formler. Mange av elevene utviklet holdninger som var svært negative til faget. Fremdeles viste det seg at mange av elevene ble sett på som talentfulle, men over halvparten sa de ikke var særlig glade i matematikk. Disse elevene hadde derfor en mer passiv rolle, sammenlignet med de andre elevene som deltok i studien.

Elever som befant seg i klasserom der det ble stimulert til samtale og samarbeid, hadde derimot en mer aktiv tilnærming til faget. I disse klasserommene var matematikk noe som skulle utforskes og diskuteres. Målet var å se sammenhenger og etablere relasjonell forståelse. Forståelsen ble skapt ved å snakke med andre og utrykke sine tanker i et fellesskap. De fleste av disse elevene sa at de likte matematikk og kunne tenke seg å fortsette med dette videre (Boaler & Greeno, 2000). Det tyder derfor på at elever i klasserom der læreren har en orientering knyttet til koblinger i matematikken, har sunnere holdninger til faget.

En annen studie jeg mener kan ha overføringsverdi til min studie er en som ble utført av Solomon og Croft (2015). De var interessert i å finne ut hvorfor flere studenter som har valgt å studere matematikk på universitetsnivå etablerer en uengasjert holdning til faget. Gjennom intervju av 15 matematikkstudenter, undersøkte de hvordan de beskrev matematikkfagets egenart. Under intervjuene forklarte de fleste av studentene at de hadde vært passive lærende før de begynte på universitetet. Noen forklarte at de ikke hadde fått tilgang på den matematiske tenkemåten som universitetsmatematikken hadde gitt dem og at de hadde forventet at faget skulle bli vanskeligere. Flere av studentene hadde imidlertid opplevd at fagets egenart hadde forandret seg. De forklarte at det var et større krav om forståelse og at en nå var nødt til å tenke mer kreativt enn før. Mange av studentene forklarte at de nå hadde fått et større eierskap til faget, til tross for at fagets natur hadde endret seg.

Solomon og Croft (2015) hevder at en av forklaringene til skiftet studentene opplevde kan være at det finnes flere måter å forstå matematikken på. En kan som nevnt tidligere velge å se på matematikken som et sett med prosedyrer og algoritmer som skal brukes til å løse oppgaver, eller en kan se på matematikk som et levende fag med mange deltakere som sammen er med på å utvikle det hver dag (Solomon & Croft, 2015; Skemp, 1976). Disse to beskrivelsene vil jeg hevde er tett knyttet til begrepene *Instrumental- and relational understanding* (Skemp, 1976) og *Transmissionist- and connectionist orientation* (Askew et al., 1997). Det gir mening å referere til Solomon og Croft (2015) sin studie, fordi deres studie er med på å bekrefte skillet som eksisterer i matematikkfaget. Ser en på Norge har i følge Haug (2003), læreren og læreboken hatt stor makt i norsk undervisning. I evalueringen av Reform 97 så en gjennom klasseromsobservasjon at det i matematikk ofte ble fokusert på aktiviteter der pugg og repetisjon var gjennomgående. Dette bekrefter også andre studier som ble gjennomført i forbindelse med prosjektet (Alseth et al., 2003; Imsen, 2003). Denne undervisningsformen gjør elever gode på å pugge formler, men stimulerer ikke til å tenke kreativt og se sammenhenger (Haug, 2003). Elever som har opplevd en undervisning der det har vært et mål å oppnå instrumentell forståelse, er særlig utsatt for å misforstå fagets egenart, dette fordi de i stor grad blir lært opp til å forstå faget som noe som allerede er skapt, og som ikke er under konstruksjon (Solomon & Croft, 2015). Med tanke på at Haug i 2003 så tendenser i norsk undervisning som minnet om en overføringsorientering, ser jeg et behov for å undersøke om dette har endret seg gjennom årene.

En nyere studie som er utført av Melhus (2015) kan være med på å gi et svar på hvordan en norsk skole stimulerer til tenking og samtale. Hun undersøker i sin studie matematikkundervisningen ved Smedheia skole, der det siden 2009 har vært et større fokus på undervisning som fremmer dialog, refleksjon og matematiske sammenhenger.

Undervisningsprosjektet er i stor grad inspirert av Vygotsky sitt arbeid (Melhus, 2015). I undervisningen blir det lagt vekt på å kunne se sammenhenger i lærestoffet, som i stor grad kan knyttes til Askew et al. (1997) sitt begrep *Connectionist orientation*. I 2013 lå 65% av alle elevene på Smedheia skole på øverste nivå og ingen på laveste nivå på de nasjonale prøvene i matematikk. Deres fokus har vært å se de ulike matematiske begrepene som en helhet, og reflektere rundt ulike strategier og løsningsmetoder (Melhus, 2015).

På Smedheia skole blir det i tillegg til å reflektere lagt opp til at elevene skal lære seg ulike metoder, slik at de kan bruke den metoden som er mest effektiv til de ulike situasjonene. Det blir også prioritert å bevisstgjøre elevene på sin egen læringsprosess, som kan gjøres ved å reflektere rundt sin egen læring. For at elevene skal få mulighet til å reflektere, er det nødvendig at de er klar over hva stoffet skal brukes til og kunne knytte det til virkeligheten. I følge Botten og Tronshart (1999) vil matematikk som kan knyttes til dagliglivet bli ansett som meningsfull. Elevene blir sett på som unike individer som kan gjøre at klasserommet blir et mangfold av deltakere som kan lære av hverandre. Elevene på Smedheia skole undervises derfor i et klasserom der alle får mulighet til å delta (Melhus, 2015). Det blir derfor i stor grad lagt opp til dialog og diskusjon, der det er fokus på ulike strategier og tankemønstre. Språket blir sett på som et viktig redskap for kognitiv utvikling, og for at alle skal kunne delta i klasseromsamtalen er det nødvendig at alle elevene forstår språket. Som lærer kan det derfor være hensiktsmessig å være tydelig på hvilke begreper som er ønsket i diskusjonen. Tilbakemeldingene fra elevene som deltok i prosjektet, viste at elevene i stor grad trivdes og så nytten av å samarbeide med andre og få utfordringer. Elevene satt også pris på å få varierte oppgaver og å få ha fokus på ulike metoder (Melhus, 2015). Basert på elevenes høye prestasjoner og entusiasme omkring denne formen for undervisning, ser jeg det derfor som relevant å undersøke om lærerne i min studie har et lignende fokus i helklassesamtalen og eventuelt hvordan dette gjøres.

2.3 Dialog og samtale i undervisningen

Mitt fokus ligger på hvordan lærere bruker dialogiske virkemidler i helklassesamtalen. Dialog og samtale er derfor sentrale begreper for denne oppgaven. Dialog kan i dagligtalen ha mange betydninger. Vi kan snakke om en dialog mellom to personer og vi kan snakke om dialog mellom to nasjoner. En kan også snakke om dialog med ulik kvalitet. Den siste tiden har det blitt mer vanlig å studere samtalestrukturer og dialog i matematikkundervisningen (Ulleberg

& Solem, 2015). I følge Boaler og Humphreys (2015) er matematiske diskusjoner svært viktige fordi de er med på å illustrere at faget ikke bare er et sett med regler og prosedyrer en kan finne i bøker. De hevder også at de er med på å vise at matematikk er noe elever kan ha en mening om. I mitt arbeid har jeg valgt å bruke definisjonen til Alrø og Skovsmose (2006). De definerer dialog som en samtale som blant annet har et undersøkende preg. De som deltar i dialogen kjennetegnes ved at de er interessert i samtalen og er villige til å bidra. I dette tilfellet kan altså dialogen ta nye, uforutsigbare retninger og har derfor ikke instruerende og overførbare kvaliteter. En slik dialog kan gjøre at en som deltaker kan bevege seg inn i et landskap en føler seg utrygg i (Alrø & Skovsmose, 2006). Et eksempel på dette kan være i en klassedialog hvor en av elevene kommer med et uforutsett innspill som læreren ikke kan svare på. Denne formen for dialog baserer seg på at deltakerne respekterer hverandre og er likeverdige, slik at alle skal ha en forutsetning for å kunne delta.

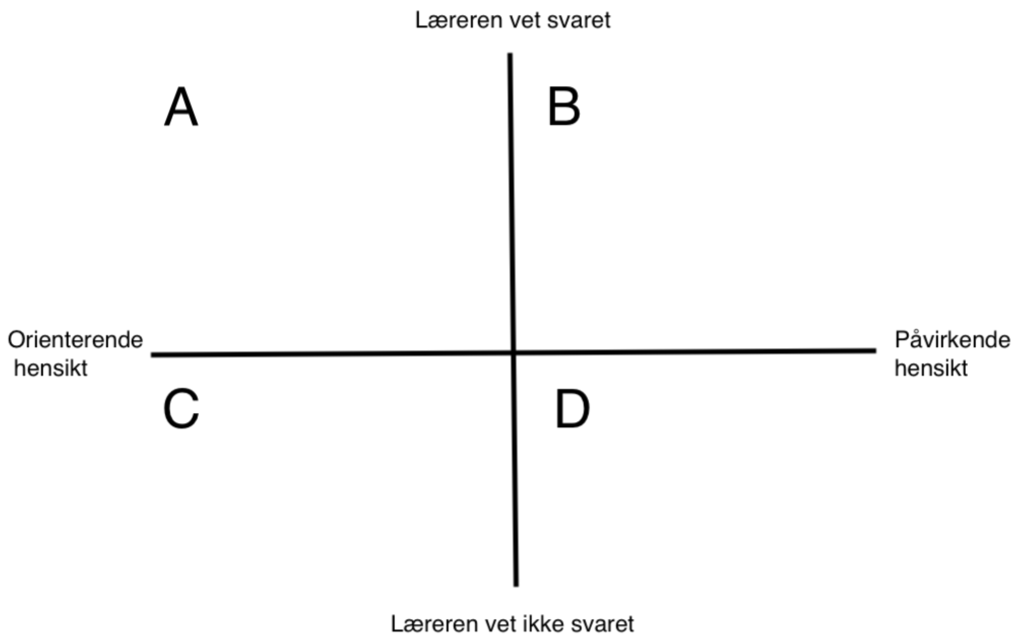
I en klassedialog er ofte forholdet mellom lærer og elev asymmetrisk når det kommer til kunnskapsnivå. Dette forholdet må skyves bort i dialog med elever, slik at lærer og elever oppleves som likeverdige i dialogen. Denne formen for dialog må derfor sees på som et samspill mellom deltakerne (Alrø & Skovsmose, 2006). I denne oppgaven undersøker jeg ikke all dialog som oppstår i klasserommene, men helklassesamtalen. I følge Boaler og Humphreys (2015) er en helklassesamtale en samtale der alle elevene deltar. Helklassesamtalen kan med fordel brukes til å la elevene få presentere sine tenkemåter og oppklare spørsmål som kan være gjennomgående i elevgruppen. I en dialog der mange elever deltar, er det naturlig at det er store variasjoner i deres kunnskapsnivå. Solem og Strand (2005) så i sin studie at det å la elever med ulikt faglig nivå få samtale, var en såkalt "vinn-vinn-situasjon" fordi alle elevene fikk en faglig utfordring i gruppen. For å få til et slikt samarbeid kreves det at læreren organiserer og fordeler arbeidsoppgaver (Solem & Strand, 2005; Smith et al., 2009). Skott et al. (2008) skriver om viktigheten av at en lærer forstår hvordan elevene tenker. De hevder at dette må til for at læreren skal kunne hjelpe elever videre i læringsprosessen. Dersom læreren driver undervisning som krever at elevene skal forsøke å se sammenhenger og sette seg inn i tenkemåter, vil jobben i følge Skott et al. (2008) bli enklere for læreren. For å få til dette, kreves det at det er blitt etablert en kultur for god kommunikasjon i klasserommet. Elevene vil ikke bare lære matematikk ved å kommunisere med andre, men også å kommunisere matematisk. På denne måten lærer elevene seg å uttrykke tenkemåter og vurdere matematiske argumenter (Kazemi & Hintz, 2014; Skott et al., 2008)

2.3.1 Ulike aspekter ved samtalen

I et klasserom kan det oppstå en rekke former for samtaler og samtalestrukturer. I følge Haug (2010) kan det se ut til at det ofte er læreren som snakker og at elevene jobber med individuelt arbeid under mesteparten av økten. Dette er typisk undervisningsform i Norge, men ikke nødvendigvis i andre land. Undervisning i land som blant annet Japan, ser ut til å stimulere til tenkning og resonnering (Stigler & Hiebert, 1999). Der fungerer læreren som en slags veileder, istedenfor å bli sett på som en som skal direkte overføre sin kunnskap over til elevene. Årsakene til dette kan ha med at læring er en kulturell aktivitet som det er vanskelig å endre på (Stigler & Hiebert, 1999). Til tross for at en del av den moderne forskningen viser viktigheten av at elever deltar i samtaler som stimulerer til tenking, kan det se ut til at det er vanskelig å endre på den praksisen som allerede eksisterer (Kazemi & Hintz, 2014; Chapin et al., 2009; Wæge, 2015). For at lærere skal bli mer bevisst sin undervisning har det blitt utviklet flere rammeverk lærere kan ta i bruk for å skape dialog i klasserommet. Disse kommer jeg tilbake til senere.

Selv om læreren skal fungere som en veileder, er det fortsatt lærerens oppgave å sørge for at samtalen dreier seg om det faglige og at elevene inkluderes (Kazemi & Hintz, 2014; Solem & Ulleberg, 2013). Noe som i stor grad vil påvirke hvordan helklassesamtalen utarter seg er hvordan læreren stiller spørsmålene. Læreren kan stille åpne spørsmål som stimulerer til å tenke, eller lukkede spørsmål som krever kun et rett svar. I følge Solem og Ulleberg (2013) har læreren ofte ordet i mesteparten av helklasseromsundervisningen. I denne formen for undervisning er samtalemønsteret ofte preget av en IRE-struktur. IRE står for *initiering-respons-evaluering* (Skott et al., 2008). I denne kommunikasjonsmodellen initierer læreren samtalen med å stille et spørsmål eller kommunisere med elevene. Elevene responderer på det læreren initierte med, etterfulgt av at læreren avslutter med å evaluere elevenes respons (Skott, Jess, & Hansen, 2008). Under IRE-strukturen er det læreren som har kontroll på hva som er sannheten i matematikken (Ulleberg & Solem, 2015). Elevene blir derfor ofte nødt til å godta det læreren sier, uten å få en sjanse til å utforske hvorfor det stemmer (Streitlien, 2009). I følge Lampert (1990) er matematikkens egenart utforskende og stiller krav til argumentering og bevisføring. Botten og Torkildsen (2015) mener at språk og kommunikasjon bør være en sentral del av faget når det undervises både i lærerutdanningene og i skolen. Siden IRE-modellen har hatt en stor plass i helklassesamtalen i skolen, ser jeg det som relevant å redegjøre for begrepet i denne oppgaven. Jeg ønsker derimot ikke å undersøke hvor ofte denne strukturen forekommer i klasserommet. De dialogiske virkemidlene jeg ønsker å studere, står i kontrast til denne samtalestrukturen.

Solem og Ulleberg (2013) utviklet en modell med fire områder som tar for seg ulike spørsmål og hensikter læreren kan ha når han/hun stiller spørsmål i matematikkundervisningen. Modellen kan brukes til å analysere samtaler som har oppstått i klasserommet (se Figur 1).



Figur 1: Fire dimensjoner av spørsmål lærere stiller i matematikkundervisning (Solem & Ulleberg, 2013, s. 5)

Dersom læreren har en orienterende hensikt ønsker han/hun å finne ut av hvordan eleven har tenkt, husker eller kan. En påvirkende hensikt vil si at læreren ønsker å utfordre eller påvirke elevene til videre matematisk tenkning. I område A av modellen har læreren en orienterende hensikt og vet svaret på spørsmålet. Under område A vil læreren finne ut av hva elevene kan eller husker. I område B vet læreren svaret, men har en påvirkende hensikt. Læreren ønsker å utfordre eleven og få han/hun til å koble sammen matematiske begreper og bruke kunnskapen på en annen måte. I område C vet ikke læreren svaret, men har en orienterende hensikt. Her ønsker læreren å undersøke hvordan eleven har tenkt eller hvordan eleven ville løst en oppgave. I område D av modellen har læreren en påvirkende hensikt, men vet ikke svaret. Her ønsker læreren å utfordre eleven til å tenke selv uten å ha et mål for hvor de skal ende i prosessen (Solem & Ulleberg, 2013). Ved at læreren spør om flere løsningsstrategier kan det oppmuntre til å finne de raskeste og mest effektive metodene. Stilles det spørsmål til hvorfor og hvordan de fungerer viser læreren eksplisitt at matematikk er et fag med en rekke ulike ideer og at alle kan bidra til å tenke. Samtidig viser læreren at det ikke kun er et fag med et riktig svar (Ulleberg & Solem, 2015). Spørsmål innenfor kategori B, C og D vil derfor ha overføringsverdi til min studie. De dialogiske virkemidlene jeg ønsker å undersøke hvordan lærere bruker, kan knyttes til disse kategoriene.

I tillegg til å stille spørsmål som stimulerer til tenking og refleksjon, kan det være hensiktsmessig å la elevene få argumentere. I artikkelen ”Argumentasjon, begrunnelse og bevis på barnetrinnet” undersøkte Hovik og Solem (2012) hvordan elever argumenterte for løsningene sine og i hvilken grad de nærmet seg matematiske bevis når de arbeidet med en problemløsningsoppgave. Deres empiri er hentet fra undervisning på 2. - 7. trinn i grunnskolen. Funnene fra studien indikerer at elever argumenterer på flere forskjellige måter når det kommer til bevisføring. I studien så de at noen arbeidet til de ikke fant flere løsninger uten å vite om de hadde klart å finne alle, mens andre gjorde en systematisk gjennomgang av alle løsningene. Når elevene argumenterte brukte de varierte metoder. Elevene valgte å bruke både tall, konkreter og muntlige fremstillinger. Dette tyder på at elever på små- og mellomtrinnet i stor grad er kapable til å argumentere i matematikkundervisningen. Dersom elevene får jobbe med aktiviteter der de selv får gjøre antakelser, vil de i større grad kunne lære seg å argumentere for sine matematiske påstander (Hovik & Solem, 2012).

I undervisningen må læreren passe på at elevene får mulighet til å delta. I følge Kleve og Ånestad (2016) hender det ofte at lærere gir elever for liten tid til å tenke og svare på spørsmål som blir stilt i helklasseromsamtalen. Resultatet av den korte ventetiden er at det vil være vanskelig for de elevene som ikke har den memorerte kunnskapen som kreves for å svare raskt. Verdiene som kommer til uttrykk under denne formen for dialog i undervisningen er at det lønner seg å ha memorert kunnskap, slik at en kan svare raskt når læreren spør om noe. Som et alternativ til dette, foreslår de at elevene har en læringspartner som de kan diskutere og argumentere med. En læringspartner er den eleven som en sitter ved siden av. På denne måten kan de sammen finne ut en metode og vurdere hverandres påstander. I følge Black et al. (2004) har læreren en stor rolle når elevene skal jobbe i læringspar. Læreren må sørge for å stille de rette spørsmålene og veilede læringsparene ved å stille spørsmål om hvorfor metodene fungerer. Et av de totalt syv dialogiske virkemidlene jeg vil undersøke i denne oppgaven, består av at læreren tar i bruk læringspartner i undervisningen.

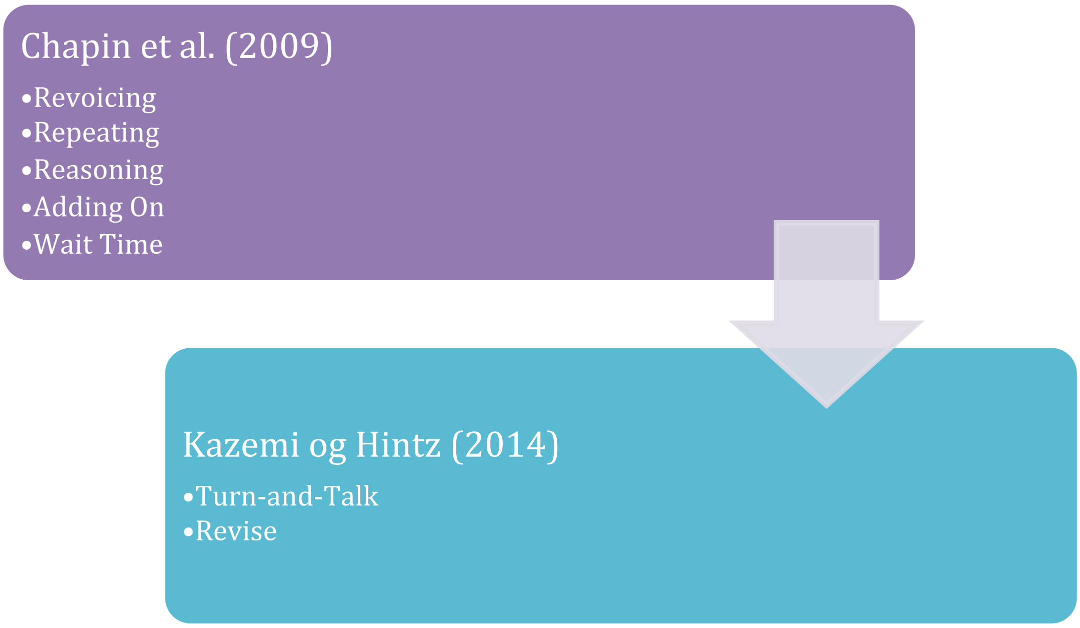
2.3.2 Hvordan utvikle relasjonell forståelse gjennom samtale?

I følge Botten og Torkildsen (2015) er det mange faktorer som må være til stede for at elever skal lære matematikk. En av dem er muligheten til å bruke språket og kommunisere med andre. God kommunikasjon kan bidra til å gi bedre forståelse for matematiske begreper og øke elevenes engasjement til faget. Det å arbeide helt alene uten å samhandle med andre vil gi arbeidet mindre verdi. Dersom elevene blir gitt muligheten til å formidle sine ideer og tenkemåter ved hjelp av det matematiske språket vil det i større grad kunne gi en følelse av at dette er noe som tilhører eleven. Målet blir nødvendigvis ikke bare å lære matematikk ved hjelp av språk og kommunikasjon, men også å lære å argumentere og bruke språket ved hjelp av matematikken (Botten & Torkildsen, 2015).

En lærers oppgave er å lede de matematiske samtalene i klasserommet. En kan enkelt spørre elevene hvordan de har tenkt, men det er først når de har forklart tenkemåten sin at det kan bli utfordrende for læreren å vite hva han/hun skal bruke den til. I følge Kazemi og Hintz (2014) bør en lærer derfor være klar over hvordan dette skal foregå. Diskusjonene som oppstår i klasserommet bør være med på å nå lærerens mål for økten. Målene kan variere fra at elevene skal sammenligne ulike metoder, til å argumentere for hvorfor en metode fungerer eller ikke fungerer, finne ut hvordan en kan løse et problem på den mest effektive måten også videre. Målene kan altså åpne for diskusjon omkring en rekke forskjellige metoder og ideer. For å nå de ulike målene må elevene være klar over hvordan de skal dele sine tenkemåter og ideer. For at elevene enklere skal kunne forklare hva de tenker, kan læreren stille ulike spørsmål som *"Forklar hva du mente med …?"* eller *"Hvordan ville du løst det hvis tallet var …?"* (Kazemi & Hintz, 2014).

For at elever skal få muligheten til å dele tenkemåtene sine, må læreren sørge for at alle elevene får noen å dele de med. Dersom læreren kun stiller spørsmål til hele klassen er det lett for de elevene som ikke ofte rekker opp hånden å bli passive (Kazemi & Hintz, 2014). Dessuten kan det hende at mange av ideene som blir tatt opp ikke bygger på hverandre. En lærer må derfor sørge for at alle får delt sine ideer ved å organisere elevene i grupper, læringspar eller lignende. I et matematikklasserom er det også viktig at alle elevene blir sett på som tenkere og at alle innspill blir verdsatt. På den måten trenger ikke elevene å være redde for å bidra med sine ideer og måter å tenke på (Kazemi & Hintz, 2014).

Diskusjon og matematiske samtaler er, som tidligere nevnt, nødvendige for at elevene skal få forståelse for ulike matematiske begreper og at de skal få en opplevelse av mestring og læring. Carpenter et al. (2003) forklarer at det blant annet er gjennom å gi elevene mulighet til å få forklare og argumentere at de kan oppnå forståelse. Dette tyder på at det kan være hensiktsmessig å legge opp til diskusjoner hvor argumentasjon og metaspråk omkring tenkemåtene er i fokus. I tillegg til at dialog kan stimulere til utforsking og læring, har dialogen også en dannende funksjon gjennom muligheten elever får til å delta i fellesskapet (Dysthe, 2012). I følge Wæge (2015) er ikke målet å ha så mye dialog som mulig, men at kvaliteten på samtalene i undervisningen skal være høy. For å oppnå samtaler av god kvalitet kan en se på Chapin et al. (2009) sine fem samtaletrekk og de to samtaletrekkene Kazemi og Hintz (2014) mener bør være med (se Figur 2).



Figur 2: Samtaletrekk lærere kan ta i bruk for å etablere produktive samtaler (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014)

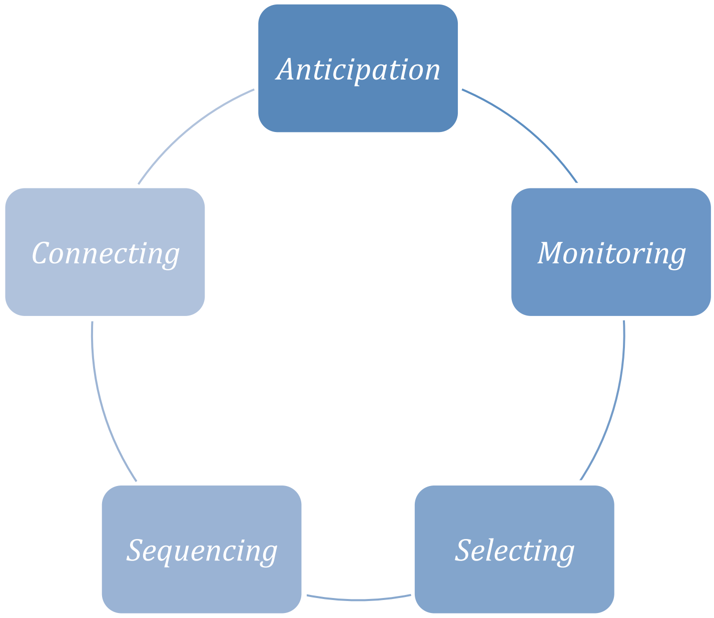
Disse samtaletrekkene er utarbeidet med den hensikt å gi lærere redskaper som de kan bruke i undervisningen for å øke mengden av produktive samtaler i klasserommet. Produktive samtaler kan gi alle elever mulighet til å få forklare hva de tenker og i tillegg få mulighet til å se sammenhenger mellom begreper og metoder (Chapin et al., 2009). For mange lærere kan det å oppnå slike samtaler være utfordrende. Det er derfor viktig at alle som deltar er klar over de ulike spillereglene som er nødvendige å følge i klasseromsdiskusjonen. For å få til slike diskusjoner må deltakerne være klar over hvilke klasseromsnormer som gjelder, samt at det må være opparbeidet respekt mellom elever og lærer (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014).

I redegjørelsen av de til sammen syv samtaletrekkene i Figur 2, velger jeg å bruke Wæge (2015) sin norske oversettelse av samtaletrekkene. Det første samtaletrekket til Chapin et al. (2009) er *Gjenta.* Dette er et virkemiddel som kan brukes i samtaler hvor det er elever som ikke forstår hva som blir sagt eller ikke har fått det med seg. For en elev kan det være vanskelig å sette ord på avanserte tenkemåter. Derfor kan det fungere å ta i bruk *Gjenta*, for å sørge for at elevene henger med i diskusjonen. Det kan også brukes dersom det er behov for å presisere eller endre på en forklaring. Dersom læreren er usikker på hva som er sagt kan han/hun gjenta det og spørre om det stemmer. På denne måten kan læreren sørge for at alle parter er med på det som blir sagt. Det andre samtaletrekket, *Repetere*, handler om å gi andre elever muligheten til å repetere eller forklare det en elev har sagt. Ved at en annen får mulighet til å repetere det en elev har fortalt, kan det føre til at flere elever vil forstå et poeng når de får høre det på flere forskjellige måter (Chapin et al., 2009).

Dersom det blir uklarheter i undervisningen og det er behov for å rette lys på en elev sitt svar eller tenkemåte, kan læreren ta i bruk det tredje samtaletrekket, *Resonnere*. Ved å la en elev få forklare hvorfor han/hun er enig eller uenig i et svar eller en påstand, kan det bidra til å skape en rik samtale som består av flere ideer og måter å tenke på. Det kan også skape en plattform hvor det er fokus på mentale strategier, som igjen kan føre til at elevene blir mer interessert i medelevenes ulike måter å tenke på. Dersom det er få som engasjerer seg eller slipper til i diskusjonen kan det være effektivt for en lærer å la andre elever få si sin tanke om en eventuell løsningsmetode eller et matematisk begrep. For å gjøre det kan læreren ta i bruk *Tilføye,* som gir mulighet for at andre elever kan legge til og utdype noe som allerede er sagt. Dette kan gjøres ved å spørre de andre elevene om de ønsker å si noe om saken, eller om de vil tilføye noe. I følge Chapin et al. (2009) kan dette føre til at elevene opparbeider en felles klasseromsnorm, hvor det å dele ideer og fokusere på sammenhenger er positivt. Det femte samtaletrekket en lærer kan ta i bruk er *Vente.* Det går ut på å la elevene få tid til å samle tankene og tenke ut svarene sine (Chapin et al., 2009). Wæge (2015) mener at elevene bør få minst 5 sekunder til å tenke på, før læreren tar ordet igjen. Ved å ta i bruk *Vente* i undervisningen, gjør en det mulig for elever som trenger lenger tid på å tenke, mulighet til å svare. Dette kan gjøre diskusjonen rikere ved at en kan få flere løsningsforslag og at flere får svare.

I følge Kazemi og Hintz (2014) kan det av og til være vanskelig for elever å uttrykke seg og komme med en forklaring i en helklassesamtale. For at elevene skal få øve seg på å forklare og lytte til matematiske resonnementer, kan læreren ta i bruk samtaleredskapet *Snu og snakk.* Når elevene får lov å snakke med sidemannen får de ikke bare inspirasjon fra hverandres forslag, men læreren kan også bruke diskusjonen til å få et inntrykk av hvem som kan tilføye noe nyttig til diskusjonen. Det siste samtaletrekket er *Endre.* Underveis når det oppstår nye forklaringer og tilskudd til samtalen må elevene få sjansen til å endre et svar eller en påstand. Dersom læreren er nøye på at det er greit å endre tankegang underveis, kan det gjøre at elevene retter fokuset på prosessen og ikke produktet (Kazemi & Hintz, 2014).

Smith et al. (2009) etterlyser også samtaler av høy kvalitet. Med høy kvalitet mener de samtaler der læreren håndterer å lede en helklassesamtale som både bygger på og erkjenner elevers tenkemåte, matematikken og de matematiske ideene som timen i hovedsak skal bygge på. Diskusjoner med andre mennesker som tar for seg utfordrende matematiske problemer, der en må tenke og resonnere er et godt redskap for å fremme begrepskunnskap i matematikk (Hatano and Inagaki, 1991; Smith et al., 2009). En lærer kan ikke dele ut rike oppgaver som er ment å stimulere til tenking og resonnering, uten at han/hun har planlagt hvordan diskusjonen i etterkant skal se ut. Læreren må vite hvilke spørsmål som skal stilles, slik at læreren kan være sikker på at oppgavens funksjon for timen er ivaretatt. Smith et al. (2009) utarbeidet derfor fem praksiser en lærer bør ha i bakhodet når han/hun skal gjennomføre en hel-klassediskusjon med elever (se Figur 3).



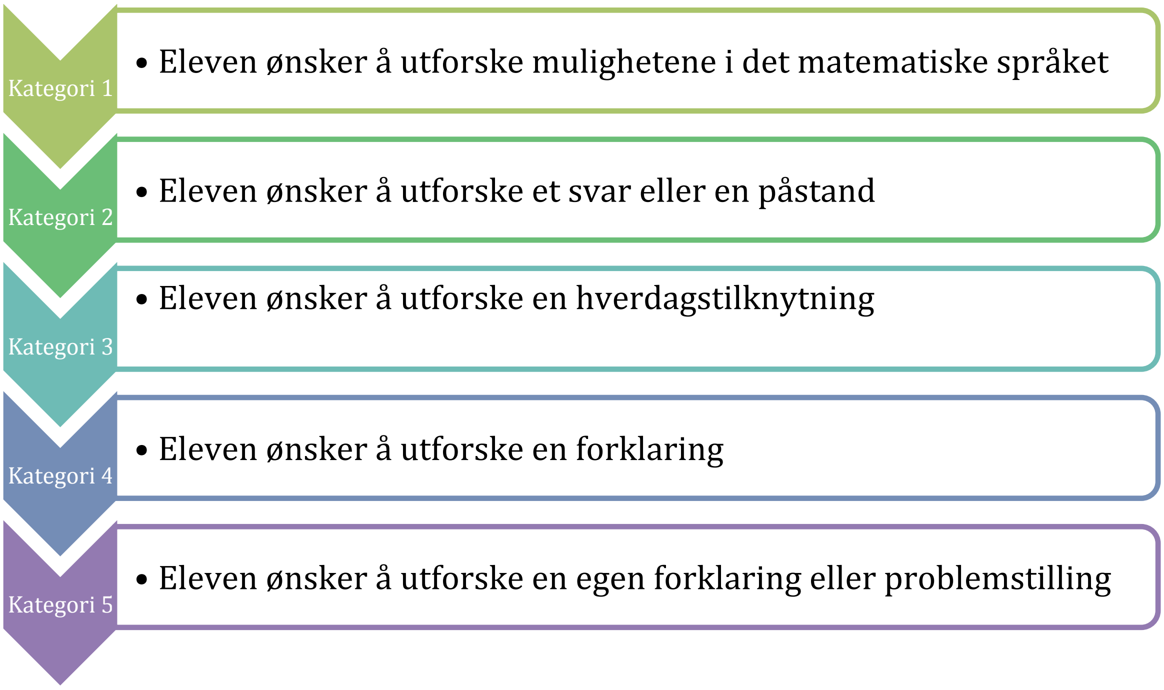
Figur 3: Fem praksiser lærere kan ta i bruk for å oppnå klassesamtaler av høy kvalitet (Smith et al., 2009)

Anticipation går ut på at læreren i størst mulig grad bør klare å forutsi hvordan elevene kommer til å svare på oppgavene som blir gitt. Her må læreren tenke gjennom hvilke forskjellige metoder elevene kan komme til å bruke og hvilke feil det er stor sannsynlighet for at noen av elevene vil begå. Dette krever at læreren har kunnskap om en rekke metoder og elevers tenkemåter. Denne kunnskapen er særegen for undervisningskunnskap i matematikk (Ball et al., 2008). Dersom læreren kjenner til hvordan elevene tenker, kan han/hun ha forberedt noen spørsmål på forhånd som kan bidra til å øke elevenes matematiske kunnskap. Den andre praksisen lærere kan ta i bruk er *Monitoring.* Denne praksisen vil si at læreren forsøker å holde øye med hvordan elevene jobber og følge med på elevenes engasjement for oppgavene. Her kan for eksempel læreren gå rundt i klasserommet å observere, slik at han/hun vet hvilke elever en kan spille på i en eventuell helklassesamtale. Den tredje praksisen, *Selecting*, går ut på at læreren skal velge ut forskjellige elever som kan få presentere arbeidet sitt. Læreren velger de løsningsmetodene som passer best til målet for timen. Læreren kan også velge å presentere strategier som ingen av elevene har kommet med, for at de skal kunne lære noe nytt (Smith et al., 2009).

Tett knyttet til *Selecting* kommer *Sequencing*, som går ut på å la ulike elevideer bli presentert i en bestemt rekkefølge. Siden læreren har valgt ut hvilke metoder som skal presenteres, kan læreren også velge i hvilken rekkefølge de skal bli presentert. Læreren kan for eksempel velge å presentere en metode som de fleste av elevene brukte, for så å presentere metoder som var annerledes og kreative. Et annet alternativ er at læreren begynner med en metode hvor det blir brukt konkreter, deretter en hvor noen har satt opp et regnestykke og avslutter med noen som løser det algebraisk, slik at metodene øker i abstraksjonsnivå. Læreren kan også velge å ta opp en misoppfatning flere elever har, slik at de skal endre hvordan de har tenkt. Hvordan læreren velger å arrangere metodene avhenger av metodene som ble brukt og hva målet for timen er (Smith et al., 2009). Til slutt har vi *Connecting* som handler om å gjøre koblinger mellom metodene elevene bruker og knytte de til matematiske ideer. Her skal læreren få elevene til å se sammenhengen mellom de ulike metodene. Læreren og elevene bør her bli enige om hvilke metoder som er effektive og gode. I følge Smith et al. (2009) kan disse fem elementene bidra til å fremme elevenes begrepskunnskap i en klasse, samtidig som at det vil være lettere for lærere å arrangere gode diskusjoner om utfordrende matematiske problemer. Flere av disse virkemidlene vil inkluderes i analyseverktøyet som benyttes i denne masteroppgaven.

2.3.3 Elevers utforskende ytringer i helklasseromssamtalen

I artikkelen ”Trenger en å spørre for å være spørrende” skriver Høines og Alrø (2010) at elever kan være spørrende gjennom både lytting og utforskende ytringer i dialogen. For å svare på problemstillingene i denne masteroppgaven, ønsker jeg å fokusere på hvordan de utforskende ytringene elever bidrar med i helklassesamtalen blir respondert på av lærere. Utforskende ytringer handler om å være spørrende til matematikken, men kan forekomme på forskjellige måter. De kan oppstå når en elev har et stort engasjement og roper ut en påstand uten å rekke opp hånden. De kan også forekomme ved at en elev er tydelig engasjert gjennom muntlig språk og kroppsspråk. Disse utforskende ytringene er med på å gjøre matematikken til et utforskende fag, og dersom en avviser ytringene kan det resultere i at elever i mindre grad forholder seg utforskende til undervisningen (Lindfors, 1999). Gjennom klasseromsobservasjoner ønsket Bjørkås og Bulien (2010) å identifisere det matematiske innholdet i elevers utforskende ytringer. De identifiserte til sammen 37 utforskende ytringer og sorterte de i fem hovedkategorier (se Figur 4).



Figur 4: Fem kategorier for elevers utforskende ytringer (Bjørkås & Bulien, 2010).

Den første kategorien tar for seg de ytringene som kan kobles til språk og matematikk. Eksempelvis humoristiske innslag som "*Hva er 3+3+3+3+3+3+3+3?*", der svaret det siktes til er "*En hel skog*". Den andre kategorien tar for seg ytringer der en elev utforsker påstander i dialogen. Et eksempel på en utforskende ytring i denne kategorien kan være at en elev roper ut en kommentar til det som er blitt sagt uten å rekke opp hånden. Denne typen ytring bryter derfor ofte med IRE-modellen, som jeg har redegjort for tidligere (i kapittel 2.3.1). I kategori 3 ønsker eleven å utforske en hverdagstilknytning. Dette kan være at en elev ønsker å trekke det matematiske i helklassesamtalen til noe virkelighetsnært. I kategori 4 ønsker eleven å utforske en forklaring. Dette kan være at en elev stopper opp ved en forklaring og er spørrende til den. For eksempel at en elev ikke forstår hva læreren mener, eller at læreren gjør noe feil som en elev reagerer på. I den siste kategorien ønsker en elev å utforske en egen forklaring eller problemstilling. Denne kategorien kan forekomme dersom en elev blir usikker og forhører seg med læreren om hva som er riktig.

Disse kategoriene viser at elever er utforskende til matematikk i helklassesamtalen. De gir et innblikk i hvilket innhold de ulike ytringene kan ha, noe som bidrar til å gjøre det mer synlig for de som ønsker å se på elevers utforskende ytringer i klasserommet (Bjørkås & Bulien, 2010). Jeg ønsker i mitt arbeid å undersøke hvordan lærere svarer på utforskende ytringer og har derfor knyttet disse til analyseverktøyet jeg bruker i denne oppgaven.

2.4 Normer og verdiers påvirkning på undervisning

Informasjonen vi får fra undervisningsforskning må alltid knyttes til en kontekst (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det vil si at dersom en lærer ønsker å implementere noe nytt til sin undervisning som har kommet frem gjennom forskning, må konteksten være tilsvarende lik for at resultatet av implementeringen skal bli lik. I følge Boaler og Humphreys (2015) må læreren og elevene ha etablert sosiale normer og respekt for at helklassesamtalen skal fungere optimalt. I følge Bishop (2001) vil alle lærere implisitt undervise basert på de verdiene en har som er knyttet til fag og didaktikk. Verdier som anses å være knyttet til matematikkundervisning er de verdiene som skolen eller læreren signaliserer gjennom de ulike valgene som blir tatt. Når en lærer underviser vil disse verdiene komme til utrykk gjennom blant annet hvordan han/hun velger å snakke om faget og hvordan undervisningen er lagt opp. Bishop (2001) hevder at disse verdiene kan være nyttige å se på når en vil studere læreres undervisning. Alle elever og lærere har en formening om hva matematikk er og om det er nyttig å kunne det eller ikke. Dersom en lærer ser på matematikken som et sett med ferdigskrevne regler som elevene skal pugge, er sannsynligheten stor for at denne verdien påvirker lærerens undervisning.

En lærers verdier spiller også en stor rolle når læreren tar valg i en undervisningssituasjon. Dersom en elev rekker opp hånden og sier at han har lært en ny metode for å løse et regnestykke av faren sin, kan læreren velge å svare på elevens ytring på flere måter. Han/hun kan velge å svare eleven med *"Bra, men fokuser helst på de metodene vi lærer på skolen"*, eller "*Så interessant, kanskje du har lyst til å komme frem og vise den til de andre, så kan vi snakke om den etterpå*?". I disse to eksemplene måtte læreren ha gjort et valg. Enten ta tak i elevinnspillet, eller latt være å fokusere så mye på det. Dette valget blir påvirket av lærerens verdier til undervisning (Bishop, 2001).

Bishop (2001) har utviklet seks kategorier som tar for seg læreres verdier innenfor matematikkundervisning. Den første verdien er *Rasjonalisme.* Denne handler om i hvilken grad læreren legger opp til debatt og argumentasjon i undervisningen. Nummer to kaller han *Objektivisme,* som går ut på om læreren verdsetter å symbolisere og konkretisere matematikken. Her kan læreren oppmuntre elevene til å utforske symboler eller bruke konkrete eksempler som for eksempel å bruke et kvadrat til å representere a^2. Den tredje verdien er *Kontroll* og handler om hvordan læreren lener seg på kontrollen en kan ha som lærer. En kan verdsette kun riktig svar og derfor aldri avvike fra planen. På den måten vil læreren føle at han/hun har kontroll. Den fjerde verdien er *Progresjon* som handler om det motsatte av *Kontroll,* nemlig å oppdage det som ikke er oppdaget, tørre å ta sjanser og kanskje gjøre feil underveis. Den femte kalles *Åpenhet* og handler om at matematikken er noe en snakker om og lar andre få både se og prøve ut. Den siste av verdiene er *Mysterie* som handler om å la elevene få løse mysterier og løse matematiske gåter. Ofte dukker det opp mysterier en ikke har svar på i matematikken, og mysterieverdien er med på å trigge lysten til å løse mysteriet (Bishop, 2001).

På bakgrunn av verdiene som blir formidlet i undervisningen, etableres det innad i klasserommet en rekke sosiale normer. Disse normene gjelder i alle fag og ikke bare i matematikk. Tanker omkring egen rolle i fellesskapet, andres rolle og hvilket syn en har på hvordan en skole fungerer er typiske sosiale normer (Cobb et al., 2001). Et eksempel kan være at alle elevene skal rekke opp hånden eller at de alltid skal argumentere og forklare hva de tenker uansett hvilket fag. I følge Yackel og Cobb (1996) er det særlig to former som har påvirkning på matematikkundervisning. Den ene er de sosiale normene og den andre er de sosiomatematiske normene som er etablert i klasserommet. De sosiomatematiske normene gjelder kun for matematikkfaget og er i større grad relevant å se på for å svare på oppgavens problemstilling. Sosiomatematiske normer er i følge Kleve og Ånestad (2016) forestillinger og verdier som kan knyttes til matematikkfaget. Disse kan handle om hva som er en korrekt matematisk forklaring eller hva som er en sofistikert måte å tenke på. De sosiomatematiske normene er med på å bestemme hva som blir akseptert av fellesskapet og setter begrensninger til hva elevene skal lære. I noen elevgrupper er det om å gjøre å finne rett svar og i andre er det om å gjøre å finne flest mulig løsninger på kun et problem. De sosiomatematiske normene fungerer da som et felles syn på matematikk og blir da etablert både av læreren og elevene (Cobb et al., 2001). De sosiomatematiske normene som er etablert i klasserommet har stor betydning for hvordan helklasseromssamtalen vil utarte seg (Kleve & Ånestad, 2016).

3 Metode

I dette kapittelet vil jeg begrunne mine metodiske valg. Det vil bli redegjort for hvorfor observasjon som kvalitativ forskningsmetode egner seg for å svare på oppgavens forskningsspørsmål. Jeg ønsker deretter å redegjøre for prosessen frem mot datainnsamlingen, og deretter gjennomføringen av observasjonene. Jeg vil også diskutere de forskningsetiske valgene mine, og vise til de refleksjoner jeg har gjort meg underveis i forskningsprosessen. Avslutningsvis drøfter jeg oppgavens validitet og reliabilitet og går inn på oppgavens analyseprosess.

3.1 Valg av metode

Jeg studerer hvordan lærere tar i bruk syv dialogiske virkemidler (se kapittel 3.6) som i følge forskning kan stimulere til elevers relasjonelle forståelse. Jeg ønsker å se på hvor ofte disse virkemidlene blir tatt i bruk, og hvordan lærerne bruker disse virkemidlene i en undervisningssituasjon. For å få til dette så jeg det som hensiktsmessig å velge en kvalitativ metode. I følge Mason (2013) er kvalitative metoder godt egnet fordi de gir forskeren mulighet til å utforske et vidt spekter ved den sosiale verden. Med tanke på at jeg studerer den sosiale konteksten i klasserommet, faller valget naturlig. Dersom jeg hadde valgt å ta i bruk en kvantitativ metode, ville jeg ikke hatt den samme nærheten til det jeg studerer som det den kvalitative metoden gir meg.

Kvalitativ forskning blir brukt til å undersøke kontekster innenfor den sosiale verden og hvordan disse kontekstene blir oppfattet og opplevd av de som tar del i den. Kvalitativ metode kan bli brukt for å undersøke sosiale samspill, menneskers posisjonering, handlinger og sosiale normer, også videre. Det er også en effektiv metode dersom en ønsker å studere dagligdagse fenomener (Streitlien, 2009; Mason, 2002). En kan bruke kvalitativ metode ved å observere fenomener eller intervjue deltakerne. Dette gir forskeren mulighet til å studere ulike fenomener tilknyttet en kontekst på nært hold, som igjen kan være med på å gi forskeren dypere og mer komplekse svar. Derfor blir kvalitativ metode sett på som mer nyansert enn den kvantitative metode, som vil gi mer generelle svar og kun undersøke overflaten av fenomenene (Mason, 2002). Forskere som benytter seg av kvantitativ metode er derfor ofte ute etter å få svar på generelle fenomener og forskere som benytter seg av kvalitativ metode ønsker å gå i dybden, samt få konkrete svar. Det er derfor naturlig at forskere som benytter seg av kvalitativ metode gjør et mindre utvalg av informanter, slik at en kan gå i dybden av det som studeres.

Innenfor kvalitativ forskning vil både forskeren og informantene ha en individuell forståelse og inneha subjektive tanker og meninger om fenomener. I følge Zahavi (2003) må fenomenologien i så stor grad som mulig settes til side når en forsker skal forsøke å forklare de. Kvalitativ metode må derfor ta utgangspunkt i det som kommer frem i datamaterialet og ikke forskerens subjektive erfaringer og tolkninger (Zahavi, 2003). Metodebruken må presenteres slik at studiens resultater blir lagt frem på en måte som gjør det mulig for leseren å sette seg inn i konteksten. På den måten kan de få en forståelse av fenomenene som blir studert. Forskeren må derfor både være åpen og svært nøyaktig når han/hun presenterer sitt datamateriale (Mason, 2002). Denne oppgaven vil derfor ha en stor grad av åpenhet. Jeg forsøker å gjøre det ved å beskrive valgene jeg gjør underveis i detalj.

3.2 Observasjon som forskningsmetode

Observasjon kan bli brukt som forskningsmetode når en ønsker å innhente data om et spesifikt område. Når en forsker observerer et fenomen vil forskeren ofte befinne seg i forskningssituasjonen og få mulighet til å studere samhandling mellom mennesker på nært hold. Forskeren vil gjennom å bruke observasjon som forskningsmetode ta et ontologisk perspektiv, som åpner opp for at han/hun får se hvordan ulike fenomener utspiller seg i virkeligheten (Mason, 2002). Observasjon egner seg derfor bra som en metode når en ønsker å undersøke sosiale fenomener som for eksempel menneskers handlinger og språket de bruker i sosiale settinger. Observasjon som metode kan passe dersom forskeren ønsker å se på interaksjon i undervisningen. Dette kaller Christoffersen og Johannessen (2012) for den interaktive settingen. I denne oppgaven vil den interaktive settingen i klasserommet være konteksten som skal studeres. Jeg vil observere samhandling med elever og lærere, og vil derfor argumentere for at observasjon egner seg godt som forskningsmetode. For å sørge for at jeg fanger opp all dialogen som fremkommer gjennom observasjonen, ønsker jeg å gjøre lydopptak.

Observasjon kan foregå i naturlige eller kunstige settinger (Christoffersen & Johannessen, 2012). Mason (2002) hevder at det finnes flere årsaker til at det kan være interessant å bruke observasjon som forskningsmetode.:

> ”If you decide to use observational methods you will have an epistemological position which suggests that knowledge or evidence of the socil world can be generated by observing , or participating in, or experiencing ’natural’ or ’real-life’ settings, interactive situations and so on. Or to put it in another way, you may have a position which suggests that meaningful knowledge cannot be generated whitout observation, because not all knowledge is for example articulable, recountable or constructable in an interview” (Mason, 2002, s. 85).

Som sitatet viser, vil en observatør kunne samle data som sier noe om det som foregår i virkeligheten. Mason (2002) påpeker at kunnskap kan etableres ved å studere virkelighetsnære situasjoner og at det av og til kan være vanskelig å skaffe seg informasjon om et fenomen uten å observere det i en naturlig setting. Jeg ser på undervisning i et klasserom, på en skole med lærere og elever. Dette er derfor en naturlig setting. Ved å undersøke en naturlig setting kan forskeren få et innblikk i hvordan fenomener vanligvis fremtrer (Christoffersen & Johannessen, 2012). En kunstig setting derimot kan for eksempel forekomme når en forsker ønsker å prøve ut noe nytt som vanligvis ikke forekommer i settingen, for eksempel hvordan elever responderer på mer belønning enn de pleier. Dersom dette er tilfellet må forskeren forsikre seg om at elevene får mer belønning enn vanlig når observasjonen foregår (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Siden observasjon foregår i en kontekst og er situasjonsavhengig, er ikke forskeren kun interessert i det som observeres uavhengig av konteksten, men like mye konteksten selv. En som forsker på læreres kunnskaper i matematikk vil være mer interessert i å observere læreren når han/hun underviser, enn for eksempel når læreren befinner seg på tivoli med sine egne barn. Jeg vil derfor forsøke å beskrive konteksten jeg observerer i så grundig som mulig. Mye av det læreren gjør i klasserommet vil i liten grad kunne knyttes opp mot det læreren gjør på sin fritid. I følge Christoffersen og Johannessen (2012) er det derfor viktig at en aldri forklarer fenomenet som har blitt observert uten at konteksten er med. Dataene må med andre ord aldri skilles fra konteksten de blir hentet fra.

Som mastestudent i matematikkdidaktikk vil min forforståelse av hva som skjer i undervisningen påvirke hvordan jeg tolker det som foregår. Både mine erfaringer fra egen skolegang og min utdannelse innenfor matematikk og fagdidaktikk er med på å farge mine observasjoner. For å ikke la egne erfaringer og tolkninger farge resultatene i for stor grad, kan klare teoretiske antakelser være med på å gi et mer fokusert svar på observasjonene (Christoffersen & Johannessen, 2012). Teorier som blir brukt for å få svar på fenomener, må derfor passe med det som oppstår. Dersom de ikke gjør det, må forskeren bruke andre teorier, fordi de vil ha liten grad av relevans til å forklare de ulike fenomenene (Postholm, 2010). Vanligvis er observasjon som forskningsmetode både tid og ressurskrevende, men kan av og til være den eneste måten å få samlet relevant informasjon på (Christoffersen & Johannessen, 2012; Mason, 2002). I følge Mason (2002) må en som forsker derfor tenke nøye over hvorfor en ønsker å bruke observasjon som metode. Jeg ønsker å ta observasjon i bruk fordi jeg ønsker å finne ut av hvordan lærere bruker ulike virkemidler i helklassesamtalen. Selv om det anses for å være en tidkrevende metode, ser jeg på observasjon som en svært hensiktsmessig metode å ta i bruk i mitt prosjekt.

Som observatør må jeg på forhånd ha bestemt meg for hvordan jeg skal forholde meg til konteksten jeg skal undersøke. Jeg er derfor nødt til å ta en rolle. Raymond Gold (1958) utviklet fire roller en observatør kan ha når han observerer en naturlig setting. Disse er *Complete participant*, *Participant as observer*, *Observer as participant* og *Complete observer*. Christoffersen og Johannessen (2012) omtaler disse fire rollene som feltroller og har oversatt begrepene til norsk som *Fullstendig deltaker*, *Deltakende observatør*, *Observerende deltaker* og *Fullstendig observatør*. I min observasjon ønsker jeg å ikke forstyrre samhandlingen mellom lærer og elever og jeg vil derfor ta rollen som *Observerende deltaker.* Denne rollen er ofte brukt, og kjennetegnes ved at observatøren i liten grad deltar i en samhandling han/hun ønsker å observere. Observatøren fungerer derfor ikke som en deltaker i samhandlingen som studeres (Christoffersen & Johannessen, 2012). Som observatør velger jeg derimot å være åpen ovenfor alle som er tilstede i undervisningskonteksten. Det vil si at alle som er tilstede vil være klar over at de blir observert og at de deltar i en forskningsstudie. Siden jeg er tilstede under alle observasjonene, vil det i større eller mindre grad påvirke undervisningskonteksten. Jeg har fortalt til lærerne at jeg ønsker å se på dialog og samtale, men ikke konkret hva jeg ønsker å se etter. Dette kan likevel påvirke hvordan lærerne stiller spørsmål, og de kan eksempelvis ha et økt fokus på å fremme tenkemåter. At jeg er tilstede kan også ha innvirkning på hvordan elevene responderer på undervisningen.

Dette vil det være vanskelig for meg som forsker å komme unna. Som nevnt tidligere tar jeg derfor på meg en mer passiv rolle når jeg observerer for å påvirke undervisningen i minst mulig grad.

Som allerede nevnt ønsker jeg i denne studien å ta for meg et bestemt aspekt ved undervisningen, nemlig helklassesamtalen. Når en forsker har et tydelig fokus på det som skal studeres og utelukker alt det andre, har han i følge Robson (2002) en formell tilnærming når han observerer. Siden jeg har valgt å fokusere på ulike virkemidler lærere tar i bruk i helklassesamtalen, vil det som ikke inngår under kategorien helklassesamtale ikke bli vektlagt i denne oppgaven. Når en forsker vet hva han er ute etter i observasjonen, kalles det for strukturert observasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ved å ha en strukturert tilnærming til observasjonene, kan jeg i større grad fokusere på det jeg ønsker å finne ut av.

3.3 Utvalg og rekrutering av informanter

Når jeg gjør et utvalg av informanter som skal delta i denne studien, ser jeg det som nødvendig å ha klare kriterier som de aktuelle informantene må oppfylle. Med tanke på at min utdanning har vært rettet mot 1. - 7. trinn i grunnskolen, ønsker jeg å fortsette å undersøke læreres praksis på disse trinnene. For å få svar på mine forskningsspørsmål er jeg avhengig av å gjøre observasjon i klasserom der det er naturlig at lengre helklassesamtaler kan oppstå. Mitt valg for hvilke lærere jeg ønsker å observere faller på de som jobber fra 4. – 7. trinn. Et annet kriterie lærerne må oppfylle er at de har matematikkdidaktikk i fagkretsen sin, samt at de må undervise i faget. Når det kommer til valg av skole jeg ønsker å gjennomføre observasjonene, er kriteriet at skolen i størst mulig grad skulle representere en elevgruppe som har kulturelle, sosiale og sosioøkonomiske forskjeller. Jeg ønsker denne variasjonen, fordi jeg anser studier som er gjennomført på en tilnærmet homogen elevgruppe, er mer spesifikke og vil dermed kunne ha mindre overføringsverdi.

Da jeg skulle rekruttere informanter til mitt masterprosjekt tok jeg først kontakt med assisterende rektor ved en skole som innfridde kriteriene jeg hadde satt, og som jeg også har kjennskap til fra før. Etter å ha informert om prosjektet og fått samtykke av ledelsen på skolen til å gjøre observasjoner der, tok jeg muntlig kontakt med lærere jeg så på som aktuelle kandidater. Valget falt på tre lærere som innfridde kriteriene og var interessert i å bidra til studien. Hver av disse lærerne fikk en skriftlig informasjon- og samtykkeerklæring de måtte signere. Ved å signere denne bekreftet de at de hadde lest og forstått hva prosjektet gikk ut på, samt at de var villige til å la meg få gjøre observasjoner i deres klasserom. Hver av lærerne signerte to eksemplarer av det skjemaet, der lærerne fikk et eksemplar og jeg det andre (mer om innholdet i informasjon- og samtykkeerklæringene fremkommer i kapittel 3.5.).

3.4 Gjennomføring av observasjonene

I forkant av alle observasjonene sørget jeg for å ha alt utstyret som skulle brukes tilgjengelig. Jeg brukte et observasjonsskjema (se vedlegg 4), der jeg kunne skrive ned hendelser som ikke ble fanget på lydopptak. Jeg anså det som viktig å notere ned egne tanker og refleksjoner rundt det som foregikk i klasserommene, slik at jeg i større grad kunne huske settingen. Rett før matematikkøktene begynte plasserte jeg en lydopptaker på kateteret til læreren og en annen omtrent i sentrum av rommet, eller der elevene satt. På denne måten fikk jeg sikret meg at lydopptakerne ville fange opp det som ble sagt av både læreren og elevene.

Jeg skrev notater fra tavlen og det som foregikk i undervisningen. Jeg tegnet også en skisse over klasserommene (Se vedlegg 6, 7 og 8) som kan hjelpe leseren til å sette seg inn i settingen. Med tanke på at mine forskningsspørsmål i stor grad tar for seg dialog og samhandling mellom elever anser jeg det som nødvendig å opplyse om hvordan elevene var plassert i forhold til læreren og hverandre. Som observerende deltaker var jeg passivt til stede under alle observasjonene, og var på ingen måte med i dialogen som foregikk i klasserommet. Da elevene arbeidet med oppgaver hendte det at jeg varsomt gikk rundt og så på noen av oppgavene elevene arbeidet med. Etter runden trakk jeg meg stille tilbake for ikke å forstyrre. Etter at økten var ferdig slo jeg av lydopptakerne og dersom det var nødvendig tok jeg bilde av tavlen. Rett etter observasjonene satt jeg meg ned på et grupperom og skrev ned tanker og refleksjoner jeg satt inne med rett etter observasjonene.

Som forsker kommer jeg tett på undervisningskonteksten. Jeg får direkte tilgang til dialogen som henspiller seg i klasserommet. Det kan for mange av elevene virke fremmed at jeg som ukjent skal observere og gjøre lydopptak i en setting de daglig deltar i. Jeg valgte derfor å presentere meg selv, fortelle om prosjektet og la elevene få stille spørsmål dersom det var noe de lurte på. Jeg var også tydelig på at det var hvordan læreren underviste jeg i hovedsak skulle undersøke, og ikke hvordan elevene presterte. Under hele observasjonsprosessen var jeg opptatt av å virke rolig og vennlig ovenfor elevene, slik at de i minst mulig grad skulle få en negativ opplevelse av at jeg var tilstede.

Etter å ha gjennomført alle lydopptakene, måtte jeg gjøre lydopptakene om til data ved å transkribere de. For at den transkriberte dialogen skal være rikere enn ren tekst, må jeg ta i bruk en transkripsjonsnøkkel som vil bidra til å kunne beskrive dialogen slik den kom frem i lydopptakene. Transkripsjonsnøkkelen (Se vedlegg 1) jeg har brukt for å formidle observasjonene i denne oppgaven, er basert på Du Bois (1991) sitt transkripsjonssystem. Han påpeker viktigheten av at det transkriberte materialet skal fremstilles på en måte som er forståelig for leseren. Med tanke på at jeg anser dette transkripsjonssystemet som både leservennlig og bruksvennlig, valgte jeg å ta i bruk akkurat dette systemet da jeg skulle transkribere lydopptakene.

3.5 Forskningsetiske valg og begrunnelser

Som forsker kan en møte på en rekke situasjoner der en må ta etiske valg. All forskning der en behandler personopplysninger er meldepliktig (Christoffersen & Johannessen, 2012). Derfor er mitt prosjekt meldepliktig. Før jeg kunne gå i gang med observasjonene måtte jeg melde fra om prosjektet og få godkjennelse fra Norsk senter for forskningsdata (NSD). Selv etter å ha fått godkjennelse til å gjennomføre prosjektet, er det en rekke hensyn å ta. I min studie behandler jeg personlig informasjon som navn, alder, jobb- og skoletilhørighet til lærere og elever. Jeg har derfor et etisk ansvar ovenfor de menneskene som deltar i min masteroppgave (Christoffersen & Johannessen, 2012). I forvaltningsloven kommer det frem under flere paragrafer at informasjon som kan tilbakeføres til enkeltpersoner er taushetsbelagt. Personer som sitter på denne informasjonen plikter å hindre at andre får adgang til dette (Justis- og beredskapsdepartementet, 1967). Navn på både lærere og elever som har deltatt i denne oppgaven er derfor anonymisert og vil få fiktive navn. Det vil si at den informasjonen som kommer frem i oppgaven ikke kan tilbakeføres til deltakeren. Alle lydfilene fra observasjonene som inneholder sensitiv informasjon vil under hele forskningsprosessen bli lagret på en privat datamaskin og slettet etter at prosjektet er over.

I 2014 utarbeidet de nasjonale forskningsetiske komiteene 14 generelle forskningsetiske retningslinjer. Disse må jeg forholde meg til under hele forskningsprosessen. Der kommer det blant annet frem at frivillig samtykke er nødvendig dersom det forskes på mennesker. De det forskes på har krav på at informasjonen som kommer frem gjennom forskningen behandles konfidensielt (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2014). Anonymiteten og rettighetene til deltakerne ble tydelig informert i form av muntlig dialog, i tillegg til et skriftlig samtykkeskjema. Det ble gitt ut et samtykkeskjema til alle lærerne (vedlegg 2) og et til alle barn og foresatte (vedlegg 3). I samtykkeerklæringene formidlet jeg deres krav på anonymitet, i tillegg til å informere om prosjektet, samt at jeg hadde samtykke fra skolens ledelse og at all deltakelse er frivillig. Før observasjonene kunne begynne var jeg avhengig av at alle deltakerne (de foresatte og lærerne) hadde skrevet under på samtykkeerklæringene. På den måten forsikret jeg meg om at de hadde lest og forstått den informasjonen de har krav på.

3.6 Validitet og reliabilitet

Data som blir frembrakt gjennom vitenskapelig metode vil sjeldent og kanskje aldri være en presis beskrivelse av virkeligheten (Chalmers, 2013). De er derimot representasjoner av ulike fenomener. Hvor godt de representerer fenomenene kan derfor variere. I følge Christoffersen og Johannessen (2010) er det relevant å diskutere hvor pålitelig dataene er, samt hvor eksakt de representerer det fenomenet det forskes på. Når en diskuterer påliteligheten til data snakker en om *reliabilitet* og når en snakker om hvor godt de representerer det aktuelle fenomenet snakker en om *validitet* (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Reliabilitet angår hvordan vitenskapelige data er samlet inn, hvordan de blir brukt og hvordan de bearbeides (Christoffersen & Johannessen, 2012). Under observasjonene tok jeg lydopptak slik at jeg satt igjen med helklassedialog fra seks undervisningsøkter. Under observasjonen skrev jeg også ned mine subjektive tanker i et observasjonsskjema (Se kapittel 3.4). Observasjonene ble også gjennomført gjennom to økter for hver av de tre lærerne, slik at jeg fikk et større og mer realistisk datamateriale. På den måten satt jeg igjen med et datamateriale av håndterbar størrelse. Dette vil jeg hevde er med på å bygge opp oppgavens reliabilitet. På en annen side ser jeg i etterkant at jeg kunne gjort andre valg når det kom til innsamling av data for å styrke reliabiliteten ytterligere. Jeg kunne for eksempel tatt i bruk videoopptak som innsamlingsmetode, fremfor lydopptak. På den måten kunne jeg ha sittet igjen med flere aspekter av det som foregikk i undervisningen.

Validitet dreier seg om hvorvidt data er gode representasjoner av virkeligheten eller ikke (Christoffersen & Johannessen, 2012). For å sørge for at oppgavens datagrunnlag skulle være valide, valgte jeg å ta i bruk observasjon som forskningsmetode. I denne oppgaven ser jeg på hvordan tre lærere tar i bruk virkemidler og hvor ofte de gjør det, fordelt på to økter. Siden mine forskningsspørsmål dreier seg om fenomener som oppstår i klasserommet, anser jeg derfor observasjon som en forskningsmetode som kan føre til et valid datagrunnlag. Selv om jeg vil påstå at observasjon er en tilfredsstillende metode å ta i bruk ser jeg også styrken ved å ta i bruk andre metoder i tillegg.

I denne studien har jeg i tillegg til å ha brukt observasjon som forskningsmetode, gjort lydopptak. Når en forsker tar i bruk flere metoder samtidig, kalles det for metodetriangulering (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ved for eksempel å ha gjennomført et kvalitativt intervju med de tre lærerne i etterkant av observasjonene, kunne oppgavens validitet bli styrket ytterligere. Det ville da vært interessant å høre på lærernes refleksjoner omkring valgene som ble tatt i løpet av undervisningen. I hverdagslivet og i forskning kan hendelser tolkes på ulike måter (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det er derfor viktig å påpeke at jeg som forsker må være bevisst på at min forforståelse og tanker om emnet vil påvirke mine observasjoner. Dersom andre forskere gjennomfører den samme studien, kan de tolke datamaterialet annerledes enn det jeg gjør. Det er derfor viktig at jeg som forsker har en stor grad av åpenhet og beskriver forskningsprosessen slik at den kan etterprøves. Mitt datamateriale består av lange helklassesekvenser, noe som vil si at det er en rekke aspekter ved mitt datamateriale som jeg har utelukket. Dette fordi jeg har tolket dette som mindre relevant for å svare på oppgavens problemstilling.

3.7 Analyse

Her ønsker jeg å redegjøre for analysen av datamaterialet og oppgavens analytiske rammeverk. Jeg har valgt å slå sammen flere ideer og rammeverk som er presentert i litteraturkapittelet. Jeg ønsker derfor å begrunne valgene jeg har tatt når det kommer til sammenslåingen og drøfte analyseverktøyets relevans i forhold til oppgaven. Som tidligere nevnt, ønsker jeg med denne oppgaven å kunne si noe om hvordan lærere tar i bruk syv dialogiske virkemidler som i følge forskning kan bidra til utvikling av relasjonell forståelse. For å finne ut av dette, er det nødvendig å ha et analyseverktøy. I oppgavens litteraturdel definerte jeg begreper som var relevante for denne oppgaven. Jeg presenterte også tidligere studier og rammeverk jeg mener kan belyse mine forskningsspørsmål. Flere av elementene i de teoretiske rammeverkene tar for seg aspekter ved undervisning som ikke angår helklasesamtalen, og vil derfor ikke være relevante for oppgaven. Derfor ser jeg også behov for å tilpasse rammeverkene.

I følge Mason (2002) kan en studies datamateriale virke overveldende ved første øyekast. Hun påpeker viktigheten av at en som forsker organiserer datamaterialet, for så å kunne systematisk analysere det. Når en skal velge hvordan en skal analysere, er det nødvendig å velge en fremgangsmåte som kan bidra til å svare på problemstillingen (Christoffersen & Johannessen, 2012). For å etablere et analyseverktøy som skal hjelpe meg med å svare på oppgavens forskningsspørsmål, har jeg tatt utgangspunkt i rammeverket til Smith et al. (2009) som utviklet fem praksiser lærere kan ta i bruk for å lede effektive diskusjoner med elever. Flere av disse praksisene har tilknytning til helklassesamtalen, og vil derfor ha overføringsverdi til min studie. Jeg velger derfor å ta med *Anticipation, Selecting, Sequencing* og *Connecting* i analyseverktøyet. Med tanke på at jeg ønsker å se på helklassesamtalen, valgte jeg å ekskludere *Monitoring.* Denne praksisen anser jeg for å være mindre dialogisk og derfor mindre relevant. For at virkemidlene skal kunne bygges på med elementer fra andre rammeverk, velger jeg å oversette de til *Planlegge*, *Fremheve tenkemåter*, *Strukturere* og *Koble sammen*. Selv om jeg har oversatt de til norske begreper som tar for seg flere elementer, bygger de fortsatt på Smith et al. (2009) sine praksiser. Årsaken til at jeg ser det nødvendig å kun ta i bruk noen av elementene i deres rammeverk er fordi det ble etablert for å gi lærere virkemidler de kunne ta i bruk i undervisningen. I denne oppgaven ønsker jeg å bruke det som et analyseverktøy og ser det nødvendig å legge til andre elementer i rammeverk som kan knyttes til forskningsspørsmålene.

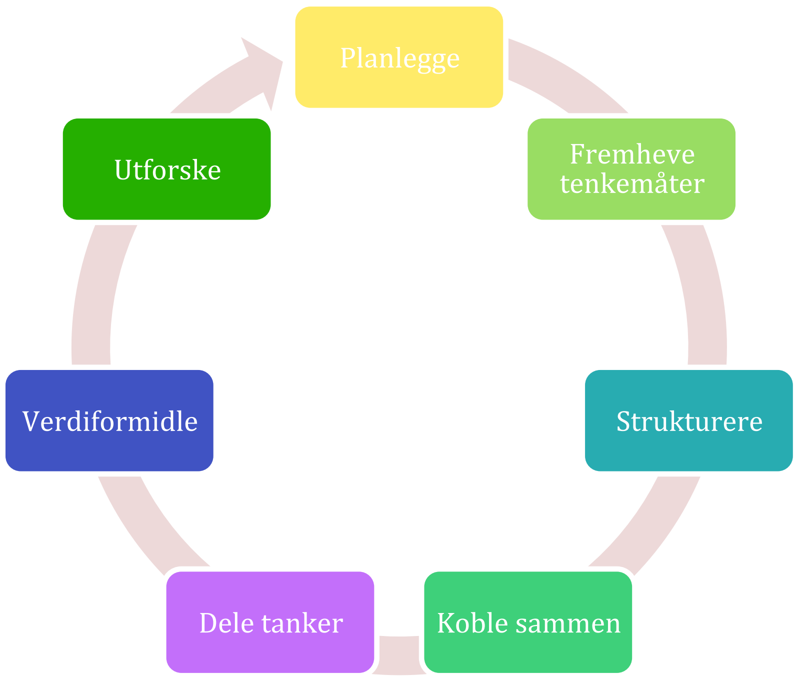
Virkemiddelet *Planlegge* bygger på Smith et al. (2009) sin praksis *Anticipation.* Virkemiddelet går ut på at læreren planlegger hva som skal være med i samtalen og gjør valg som kan være med på innhente kunnskap om elevene som skal brukes videre i helklassesamtalen. *Fremheve tenkemåter* utvider jeg til å ta for seg Chapin et al. (2009) sitt virkemiddel *Repetere*. Grunnen til at jeg ser det naturlig å legge dette til er fordi det er med på å sette lys på ulike tenkemåter (Chapin et al., 2009). Virkemiddelet *Strukturere* baserer seg på *Selecting* og *Sequencing,* og går ut på at læreren velger ut metoder og tenkemåter som kan berike samtalen. Dette virkemiddelet blir også tatt i bruk når læreren velger å presentere ulike metoder/tenkemåter i en bestemt rekkefølge. Jeg har også valgt å legge til en dimensjon til virkemiddelet *Koble sammen*, ved å legge til koblinger mellom virkelighet og matematikk, som i følge Melhus (2015) er nødvendig for at elevene skal se matematikkens relevans. I følge Botten og Tronshart (1999) kan matematikk som kobles til dagliglivet også oppleves som mer meningsfull for elever. I tillegg til de fire virkemidlene som baserer seg på rammeverket til Smith et al. (2009), velger jeg å utvide analyseverktøyet med ytterligere tre virkemidler. Disse tre kaller jeg henholdsvis *Dele tanker*, *Verdiformidling* og *Utforske*. Virkemiddelet *Dele tanker* er i stor grad inspirert av Kazemi og Hintz (2014) sitt virkemiddel *Turn-and-Talk,* som vil si at elevene får mulighet til å uttrykke sine tenkemåter. Bruk av læringspartner kan derfor være et aspekt når dette virkemiddelet blir tatt i bruk. *Dele tanker* kan også forekomme som spørsmål læreren stiller som tar for seg elevers tenkemåter. Spørsmålene vil derfor havne i kategori B, C og D i Ulleberg & Solem (2015) sitt rammeverk. Sosiomatematiske normer og verdier lærere formidler når de underviser, vil i stor grad påvirke undervisningen og hvordan helklassesamtalen utvikler seg (Bishop, 2001; Kleve & Ånestad, 2016). Basert på Bishop (2001) sine seks kategorier av verdier, kalte jeg det sjette virkemiddelet for *Verdiformidling.* Dette virkemiddelet tas i bruk når lærere formidler verdier som kan knyttes til *Connectionist orientation*, som i følge Askew et al. (1997) kan ha betydning for elevers læring. *Utforske* baserer seg på Bjørkås og Bulien (2010) sine kategorier av utforskende ytringer i helklassesamtalen.

Til sammen består mitt rammeverk av da totalt syv dialogiske virkemidler som kan knyttes til relasjonell forståelse. Nedenfor, i *Tabell 1,* har jeg satt alle virkemidlene i system og viser hvordan jeg har utviklet et analyseverktøy jeg ønsker å ta i bruk for å analysere mitt datamateriale. For å kunne formidle min forståelse av de ulike virkemidlene på en lettfattelig måte, har jeg valgt å forklare virkemidlene og gi et eksempel på hvordan virkemiddelet kan se ut i en helklassesamtale.

Virkemidler	Forklaring	Eksempel
1. Planlegge	- Læreren har satt seg inn i elevenes kunnskaper og bruker det til å lede diskusjonen. - Læreren gir uttrykk for å ha tenkt gjennom hva som kan være utfordrende med oppgavene og har planlagt hva som bør være med i samtalen.	- Læreren har på forhånd tenkt på hva mange vil gjøre feil og tar opp dette i samtalen. - Læreren innhenter forkunnskaper og tar i bruk disse videre i samtalen.
2. Fremheve tenkemåter	- Læreren gir uttrykk for at han/hun forstår tenkemåten. - Repeterer tenkemåten en elev har formidlet. og spør om det er rett eller gal oppfatning. - Læreren tillater elevene å endre på metoder og tenkemåter, ettersom at de har fått ny innsikt.	- ”Hvordan tenkte du her?”, ”Hvorfor blir det sånn?”, ”Du tenkte slik, forstår jeg deg rett?”
3. Strukturere	- Læreren velger ut metoder og tenkemåter som kan berike samtalen. - Læreren har en hensikt med rekkefølgen matematiske begreper eller metoder blir presentert på.	- Læreren velger å presentere en lite abstrakt tankemåte først, for så å avslutte med en abstrakt, slik at de bygger på hverandre.
4. Koble sammen	- Kobler flere metoder som elevene brukte med hverandre og til matematiske ideer. - Forklarer et matematisk begrep ved hjelp av et annet. - Viser/spør hvordan ulike deler av matematikken henger sammen. - Knytter det elevene lærer med virkelighetsnære eksempler.	- ”Hva er sammenhengen mellom disse metodene?”, ”Er det noe felles?” eller ”Hvilke metoder er effektive?”.
5. Dele tanker	- Læreren stiller åpne spørsmål om hvordan elevene har tenkt og lar de få dele tankene sine i samtalen. - Elevene får snakke sammen og dele tanker om en oppgave eller et poeng i en diskusjon. - Læreren får elevene til å legge til noe mer i samtalen ved å be de om å tilføye eller legge til noe.	- ”Hva tenkte Petter her?” - ”Hvorfor fungerer det? Fungerer det alltid?” - ”Snakk sammen to og to” - ”Kom med argumenter for hvorfor det er rett/galt.” - ”Ola, kan du fortelle hvordan du oppfattet Petter sin forklaring?”
6. Verdiformidling	- Fremmer Bishop (2001) sine seks verdier. - Verdier som er knyttet til connectionist orientation,	- ”Jeg vil høre hva du tenkte, ikke bare hva svaret ble” - ”Det finnes flere veier til svaret.” - ”En kan lære av å gjøre feil”
7. Utforske	- Læreren velger å ta tak i utforskende ytringer som elever kommer med i samtalen.	- Kan være knyttet til det matematiske språket, en påstand, en hverdagstilknytning, en forklaring eller en problemstilling

Tabell 1: Oppgavens analyseverktøy.

Det valgte analyseverktøyet tar, som tidligere nevnt, for seg syv virkemidler lærere kan ta i bruk som i stor grad kan knyttes til lærerorienteringen *Connectionist orientation* (som redegjort for i kapittel 2.2.2). I analysen av mitt datamateriale, tar jeg i bruk dette analyseverktøyet. De syv virkemidlene, som presentert i Tabell 1, vil i analysen brukes som koder for å markere forekomsten av virkemidlene i transkripsjonen. På den måten sørger jeg for at jeg vil markere alle kodene i datamaterialet. Disse har jeg gitt ulike farger, som vist i Figur 5.



Figur 5: Syv dialogiske virkemidler lærere kan ta i bruk for å fremme relasjonell forståelse i helklassesamtaler med elever. (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014; Bjørkås & Bulien, 2010; Smith et al., 2009; Solem & Ulleberg, 2013).

Denne formen for dataanalyse blir referert til som *categorical indexing*, men også som koding (Mason, 2002). I følge Christoffersen & Johannessen (2012) brukes koding når en forsker skal systematisk gå gjennom datamaterialet og markere eller sette navn på det som er relevant for problemstillingen (Miles & Huberman, 1984). Kodeprosessen skiller seg ikke fra tolkningsprosessen (Christoffersen & Johannessen, 2012). I det legger jeg at jeg som forsker koder etter hva jeg mener passer inn under de ulike kodene. Dersom andre forskere med annen forforståelse enn meg skulle kodet det samme datamaterialet, kunne utfallet av kodingen gitt et annet resultat. For at dette i større grad skal kunne etterprøves går jeg i detalj omkring hvordan jeg tolker kodene.

I kapittel 4 gir jeg eksempler på hvordan virkemidlene forekommer i helklassesamtalen til tre lærere. For å svare på mitt første forskningsspørsmål som er ”*Hvordan bruker tre lærere virkemidler som i følge forskning kan fremme relasjonell forståelse i helklassesamtale med elever?”,* vil jeg se på hvordan de ulike virkemidlene/kodene fremkommer i undervisningen. Mitt andre forskningsspørsmål er i større grad kvantifiserbart. Jeg ønsker å kunne svare på ”*Hvor ofte bruker de tre lærerne virkemidlene i helklassesamtale med elever gjennom to økter i matematikk?”*. For å kunne svare på dette vil jeg se på forekomsten av de ulike kodene i transkripsjonen og forsøke å formidle dette på en oversiktlig måte.

Christoffersen og Johannessen (2012) skriver at dersom en ønsker å presentere en frekvensfordeling, kan en ta i bruk en grafisk fremstilling som stolpediagram eller kakediagram. I min studie vil dette være hvor mange ganger de ulike kodene/virkemidlene oppstår i helklassesamtalen hos de ulike lærerne. I analysen av forskningsspørsmål to, vil jeg ta i bruk disse to fremstillingsmetodene. Jeg vil bruke søylediagram til å formidle hvor ofte de ulike virkemidlene forekommer og til å sammenligne hvor ofte de ville ha forekommet i løpet av en time. For å få et inntrykk av hvordan bruken av virkemidlene var hos de tre lærerne, vil jeg presentere den relative frekvensen av forekomsten til virkemidlene som prosent i et kakediagram (kapittel 5.2.4). På den måten vil det være lettere å få en oversikt over hvor ofte virkemidlene ble tatt i bruk i forhold til hverandre.

4 Analyse og resultater

I dette kapittelet ønsker jeg å presentere de data jeg mener kan bidra til å svare på oppgavens to forskningsspørsmål som er *"Hvordan bruker tre lærere syv virkemidler som i følge forskning kan fremme elevers relasjonelle forståelse i helklassesamtalen?"* og *"Hvor ofte bruker de tre lærerne virkemidlene i helklassesamtalen?"*. Jeg har valgt å dele kapittelet i to, slik at jeg svarer på de to forskningsspørsmålene hver for seg. I kapittel 4.1 vil jeg presentere de data som er knyttet til forskningsspørsmål en og i kapittel 4.2 ønsker jeg å presentere data som er relevant til forskningsspørsmål to.

4.1 Analyse knyttet til hvordan virkemidlene blir tatt i bruk

Jeg vil ta for meg en og en lærer, der jeg først formidler mitt inntrykk av læreren og klasserommet, etterfulgt av sekvenser fra helklassesamtalen i de ulike klasserommene. I følge Christoffersen og Johannessen (2012) kan forskerens forforståelse og tolkning farge datamaterialet. Mitt inntrykk av lærerne vil på ingen måte være med som del i datamaterialet som skal analyseres, men jeg velger likevel å si noen ord om dette fordi jeg mener det kan gi oppgaven en større grad av åpenhet og gi et bilde av settingen.

4.1.1 Emilie

Emilie er kontaktlærer på 6. trinn. Mitt inntrykk er at Emilie har en svært god relasjon til elevene sine. Det er mye latter og humor i undervisningen hennes, og hun har god kontroll på klassen. Elevene følger beskjeder og gjør som oftest det de skal.

Den første økten jeg observerte hos Emilie, inkluderte nær en halvtime med helklassesamtale. Temaet for denne økten var multiplikasjon av desimaltall. I begynnelsen av økten snakket Emilie og elevene om hva elevene kunne fra før og hva temaet innebar. Samtalen ble styrt av det elevene sa, og tok stadig nye retninger. Etter samtalen tok Emilie noen eksempler på tavlen og ba elevene om å fullføre en tallinje som tar for seg enerovergangeer. Etter å ha diskutert med elevene hva som skjer når en skal "hoppe" 0,10 fra 0,90 på tallinjen, etterfulgte en introduksjon til hva elevene kunne velge å jobbe med resten av økten på hver sin iPad. Elevene kunne velge mellom ulike oppgaver på *Multi Nettoppgaver* og *Enki spill*. Oppgavene tok for seg multiplikasjon av desimaltall. Når elevene hadde jobbet omtrent en halvtime, avsluttet Emilie med en felles gjennomgang. I gjennomgangen lå fokuset på hvordan elevene hadde tenkt når de løste oppgavene. Flere av elevene fikk komme opp på tavlen og vise hvordan de hadde løst de ulike oppgavene.

Den andre økten til Emilie begynner med en lengre samtale om hvorfor det er viktig å lære om desimaltall. Den inneholdt også omtrent en halvtime med helklassesamtale. Samtalen beveger seg mot å handle om hvilke yrker en har bruk for desimaltall. Emilie og elevene blir enige om at alle yrker trenger kunnskap om desimaltall. I følge Melhus (2015) er det viktig at elevene er klar over hva det de lærer kan brukes til. Videre skriver Emilie ulike lengder på tavlen, og forklarer at elevene skal jobbe i grupper. Elevene sitter fordelt i grupper, som Emilie refererer til som bord 1, 2, 3, 4 og 5. Elevene skal deretter gå rundt i klasserommet og finne ting som kan være like lange som lengdene på tavlen. Hun understreker at elevene ikke har lov til å bruke linjal når de skal måle gjenstandene. Emilie forklarer videre at når elevene har funnet en gjenstand de tror kan være lik en lengde som står på tavlen, så skal de gi gjenstanden til henne slik at hun kan måle den. Elevene blir bedt om å skrive ned hvor mye de bommer for hver måling, slik at de kan regne ut differansen av alle lengdene senere. På den måten blir oppgaven til en slags konkurranse.

Økt 1

I begynnelsen av den første økten velger Emilie å spørre elevene om hva de har holdt på med i matematikk de siste ukene. Dette endte med en lengre dialog om hva elevene husket fra før:

2 Emilie: […] Hva er det vi jobber med i matematikk nå? Viktig at du vet det. Nå har vi jobbet med det her i tre uker. Hva er det vi jobber med? Jonas?
3 Jonas: Desimaltall.
4 Emilie: Desimaltall … Og hva er det vi har jobbet med hittil i desimaltall? Hva er det vi har jobbet med? Hva er det vi har lært om desimaltall, hva er det vi kan nå .. Hva er det vi har jobbet med? (4) Eline?
5 Eline: Plassverdisystemet i desimaltall.
6 Emilie: Ja, vi har jobbet med plassverdisystemet i desimaltall og hva er plassverdisystemet?
7 Eline: Ehm, det er hva, eller hvor mye hvert .. Hvor mye et tall er verdt.
8 Emilie: Ja.
9 Eline: Og det kommer an på hvor det står i et tall da. Hvilket siffer det står på.
10 Emilie: Hva annet har vi jobbet med i desimaltall? Robert?
11 Robert: Vi har jobbet med hvilke .. Ehm, den lange greia.
12 Emilie: Målebåndet?

13 Robert: Ja, målebåndet.

14 Emilie: Vi har målt ulike ting og lagt sammen, det vil si at vi har jobbet med addisjon med desimaltall og måling.

I denne sekvensen får Emilie elevene til å sette ord på hva de har lært. Dette kan være med på å gi elevene som ikke husker en mulighet til å være med i samtalen senere i økten. Emilie bruker her virkemiddelet *Planlegge* fordi hun innhenter elevenes forkunnskaper om emnet. I ytring 6 gjentar hun det eleven sier, for så å spørre om hva plassverdisystemet i desimaltall er. I ytring 11 refererer Robert til målebånd når han sier ”den lange greia”. Emilie bygger videre på det Robert sier og bruker *Koble Sammen* når hun knytter det Robert husker til addisjon med desimaltall. Etter en lengre samtale med elevene, ber Emilie dem om å fullføre tallrekken (0,7 , 0,8 , 0,9 , .. , ..). Hun skriver den opp på tavlen og lar elevene få tid til å skrive de to neste tallene. Når elevene jobber går Emilie rundt og observerer hva elevene gjør. Når elevene begynner å gjøre seg ferdige, forteller Emilie hva hun har observert:

26 Emilie: Okei … Da ser jeg at noen har gjort det litt ulikt. Jeg ser at mange har gjort den feilen som er min favorittfeil som mange barn gjør .. Som var min favorittfeil når jeg gikk på barneskolen og .. Ehm, som er veldig lett å gjøre .. Og jeg syntes det er veldig fint at noen gjør litt feil fordi da lærer vi av de feilene. Så istedenfor å ta de som er riktig nå, så vil jeg ta den feilen som flesteparten gjør … Og hva tror dere det er? Hvordan kan man tenke kanskje feil her, som er lett å gjøre? .. Hvilken feil er lett å gjøre her som alle sikkert har gjort i livet. Jeg har gjort det hundre ganger … Jonas?

27 Jonas: Skrive null komma ti.

28 Emilie: Ja … Og hva skriver man her da (Peker på det neste tallet i tallrekken). Josefine?

29 Josefine: Null komma elleve.

30 Emilie: Ja, og hva er det som er feil med det? Hvorfor er det feil .. Jeg syntes det ser helt riktig ut jeg? Hvorfor er det feil? (3) Eline?

31 Eline: Fordi null komma syv, åtte og ni egentlig er søtti, åtti og nitti.

32 Emilie: Yes.

33 Eline: Og når de da kommer til hundre, og når du tar med deg på tidelplassen så går det over til neste tall.

34 Emilie: Yes. Når man kommer dit (peker på tavlen) så står det egentlig hundre her, man kan egentlig skrive nitti her og da kommer man over til en annen plassering og det er egentlig … Hva er det som egentlig skal stå her? Ali?

35 Ali: Det skal stå en komma null fordi da er det liksom etter null komma ni da blir det jo en hel. Da blir det jo ikke .. Hvis du skriver null komma ti, da blir det jo ikke riktig fordi det er ikke en hel.

36 Emilie: Viktig, da blir det en komma null fordi det blir jo en hel.

Når Emilie går rundt og observerer hva elevene gjør underveis, bruker hun virkemiddelet *Planlegge* på nytt fordi hun planlegger hva som bør være med i helklassesamtalen. Hun fremhever spesielt en feil noen elever har gjort og ufarliggjør den ved å si at hun selv har gjort den flere ganger. Emilie bruker her *Strukturere*, fordi det ser ut til at hun velger å snakke om denne tenkemåten for å få frem et poeng i samtalen. Hun påpeker også at hun setter pris på at det er noen som gjør feil, fordi det bidrar til læring. I følge Smith et al. (2009) kan det at læreren har sett for seg hvilke feil elever gjør, bidra til å effektivisere helklassesamtalen. Emilie bruker også virkemiddelet *Verdiformidling,* fordi hun påpeker at tenkemåter som gir feil svar også kan være med på å gjøre at en lærer. Det å åpne for at det er lov å gjøre feil er i følge Bishop (2001) en del av fagets egenart og går inn under verdi-kategorien *Progresjon*. I ytring nummer 34 og 36 gjentar Emilie tenkemåtene til Eline og Ali og bruker derfor virkemiddelet *Fremheve tenkemåter*. Hun påpeker også at 0,10 ikke er en hel, som Ali sa i ytring 35. Ved å fremheve denne tenkemåten kan de andre elevene forstå dette som et viktig bidrag til helklassesamtalen (Chapin et al., 2009).

Emilie har skrevet desimaltallet 26,241 på tavlen og har snakket med elevene om plassverdien til de ulike sifrene. Emilie ønsker å undersøke plassverdisystemet dypere med elevene:

54 Emilie: […] Her står det tierplassen, enerplassen, tidelsplassen, hundredelsplassen og tusendelplassen. Ser dere at de navnene har noe til felles? … Ser dere at det er noen likheter her? Se på navnet tierplassen, enerplassen, tidelsplassen. Hvis jeg satt to her, hva ville det vært her da? (3) Jakob?
55 Jakob: Tidelsplassen.
56 Emilie: Sikker?
57 Jakob: Nei. Titusen-
58 Emilie: Nei, det er to der.
59 Jakob: tierplassen?
60 Emilie: Nei.
61 Jakob: hundrerplassen?
62 Emilie: Ja … Ser dere noe likt her? (4) Eva?
63 Eva: Alle slutter på plassen (lattermild).
64 Noen elever: @@@
65 Emilie: Ja, alle slutter på plassen. Helt riktig. Jonas?
66 Jonas: Når du kommer bak komma så heter det for eksempel hundredelsplassen.
67 Emilie: Riktig. Her ser dere .. Det eneste de putter på er dels. Hvis du er usikker så tenker du enerplassen, tierplassen og tidelsplassen. Istedenfor å skrive tier, så skriver du tidels … hundredels. Her er jeg på hundredelsplassen. Hvis jeg har ni her og går over til en tier så går vi over, ikkesant? Ti tiere

blir hundre, er det riktig? Hvis vi har da ti tideler på tidelsplassen så går vi over til enerplassen … Forstår dere det?

68 Elevene i kor: Ja.

I ytring 54 benytter Emilie seg av virkemiddelet *Dele tanker* fordi hun ønsker å høre hva elevene har å si. Her har elevene muligheten til å gi ulike svar. Dette åpner opp for at Eva kan komme med en utforskende ytring om det matematiske språket. Hun sier at alle navnene slutter på ”plassen”, og får andre elever til å le. Istedenfor å avkrefte dette bidraget velger Emilie å si at det var helt riktig, og fører samtalen videre. Her benytter Emilie seg av virkemiddelet *Utforske,* fordi hun lar det være rom for å utforske det matematiske språket. I følge Lindfors (1999) kan det at læreren aksepterer utforskende ytringer i samtalen være med på at matematikkfaget oppleves som utforskende. I ytring 62 drar Emilie samtalen videre med å spørre om de ser noe likt. Dette gjør Emilie i ytring 67, for å koble de ulike plassene i plassverdisystemet med hverandre for elevene. Hun benytter seg derfor av virkemiddelet *Koble sammen,* når hun fletter sammen det elevene har sagt om at det er ti deler av ti i hundre og at det samme prinsippet gjelder på tidelsplassen, bare at da er det ti tideler som til sammen blir en.

Etter at Emilie har gjennomgått hva elevene skal gjøre resten av økten forklarer hun hvordan hun vil at de skal jobbe:

102 Emilie: Da vil jeg at vi skal ha arbeidsro, du kan få samarbeide med sidemannen din men da vil jeg ikke ha noe skriking (3) Hvis du vil så kan du gå inn på kikora å jobbe med desimaltall der .. det er altså desimaltall vi skal jobbe med. Nå har du litt valgmuligheter […]

Hun presiserer at det skal være arbeidsro, men at de skal få lov til å jobbe med sidemannen sin. Her bruker læreren *Dele tanker,* fordi elevene får mulighet til å bruk læringspartner til å snakke sammen om matematikken. På den måten får elevene dele det de tenker om matematikken (Kazemi & Hintz, 2014). Etter at elevene har jobbet med oppgaver på iPad, forklarer Emilie at hun ønsker å avslutte økten ved at elevene skal komme opp på tavlen og forklare hvordan de har løst ulike oppgaver de har jobbet med:

109 Emilie: Da skal vi gjøre sånn her .. Jeg startet timen med å gå gjennom littegranne, nå vil jeg at dere skal avslutte timen med å komme opp og løse en oppgave som jeg har satt på tavla og forklare .. Så skal dere forklare til resten hvordan dere har løst oppgaven og hvordan dere har tenkt. […] Hvis du ikke trenger tavla så skal du forklare høyt hva som skjer i hodet ditt og hvordan du kom frem til svaret. Er det greit?

110 Elever i kor: Ja.

Emilie poengterer at det er hva elevene har tenkt hun vil høre, hun fremmer derfor verdier knyttet til at det er hvordan elevene kom frem til svaret som er det viktige. Hun bruker derfor virkemiddelet *Verdiformidling.* Hun legger her føringer for hvordan dialogen skal foregå og forbereder elevene på det de skal gjøre. Videre velger hun ut elever som skal få komme opp og vise hvordan de har tenkt:

111 Emilie: Da kan vi begynne med .. Hmm .. Jonas … Nå er det du som skal forklare til resten av klassen.

112 Jonas: Ehm.

113 Emilie: Prøv det.

114 Jonas: Ehm, da tar jeg tre komma ni, åtte … Da tenker jeg først åtte ganger fire, som er trettito, også er det ni ganger fire som er trettiseks .. Ja, så tar jeg en bort .. Også er det tre ganger fire som er tolv … Da plusser jeg det sammen og da er det to pluss null pluss null og det blir to, så seks pluss null og det blir seks, tre pluss to som er fem-

[…]

118 Emilie: Jakob, du har gjort det på en annen måte?

119 Jakob: Jeg kan prøve, men jeg vet ikke.

Ved å la forskjellige elever få komme opp og forklare hvordan de har tenkt, bruker læreren virkemiddelet *Dele tanker*. Dette gir elevene mulighet til å se hvordan de andre elevene valgte å løse oppgavene. De elevene som presenterer metodene sine får også øvet seg på å dele egne tenkemåter og bruke det matematiske språket (Chapin et al., 2009). Etter at Emilie har latt Jonas og Jakob få komme opp og illustrere hvordan de løste den samme oppgaven, ber hun Alice komme opp og vise en oppgaveform som var ulik fra de andre oppgavene som ble presentert (Nivå 3 på Multi nettoppgaver). I denne oppgaven skulle elevene dele opp regnestykket (Se vedlegg 5):

138 Emilie: Da vil jeg at Alice skal komme opp og vise hvordan du har tenkt.

139 Alice: Her først så slet jeg litt fordi jeg ikke hadde lest oppgaven, men så leste jeg den, og der står det løs oppgaven ved å multiplisere enere og tideler hver for seg, så da tenkte jeg at jeg tar, jeg skriver åtte der, også […].

I ytring 138 ber Emilie Alice om å vise hva hun har tenkt. Ved å spørre hva hun hadde tenkt kan svaret hun vil få variere. Spørsmålet kan derfor kategoriseres i område C i Ulleberg & Solem (2015) sin modell, siden hun har en orienterende hensikt. I den avsluttende sekvensen av økten lar hun elever som har regnet på ulike måter få lov til å forklare sin løsningsmetode for alle de andre. Emilie har da benyttet seg av *Strukturere,* fordi hun har en hensikt med rekkefølgen elevene presenterer de ulike tenkemåtene. Mot slutten av første økt når elevdeltakelsen ser ut til å avta, og det kan se ut til at noen elever er redd for å svare, tar Emilie i bruk virkemiddelet *Verdiformidling:*

154 Emilie: […] Hva er det som skjer hvis noen svarer feil?

155 Elever i kor: Ingenting!

156 Saynab: Jo, det skjer noe.

157 Emilie: Hva da?

158 Saynab: Du lærer noe.

159 Emilie: Du lærer noe .. Bra.

Når nesten alle elevene svarer ”Ingenting” på spørsmålet om hva som skjer når noen svarer feil, er det tydelig at det er etablert en sosiomatematisk norm som gjør at det er greit å svare feil. Dette bekreftes også av min subjektive oppfattelse av at denne klassen ikke er redde for å dele tanker og snakke matematikk.

Økt 2

Emilie begynner økten med å spørre elevene om hva temaet er i matematikk og innhente forkunnskaper:

1 Emilie: Hva er temaet i matematikk? (5) Hva er temaet i matematikken enda? (4) Aina?

2 Aina: Desimaltall.

3 Emilie: Desimaltall .. Da spør jeg dere igjen, hvorfor trenger vi å kunne. Hvorfor skal vi lære om desimaltall? Hvorfor skal vi lære oss om desimaltall? Hvorfor trenger vi å lære om det? (4) Snakk litt sammen på gruppa først.

Emilie ønsker å finne ut av hva elevene har å si om hvorfor de skal lære om desimaltall. På denne måten får hun et inntrykk av hva de husker (*Planlegge*). Etter å ha spurt elevene venter læreren for å gi dem tid til å tenke seg om. Etter å ha ventet ser det ut til at elevene er usikre og det er kun to elever som har hånden oppe og er klare til å svare. Emilie velger da å bruke *Dele tanker,* slik at de får snakket med læringspartner før de forklarer for hele klassen. Etter at elevene har snakket med hverandre spør Emilie hva de har snakket om:

7 Emilie: Okey, da vil jeg høre hva dere har snakket om og hvorfor skal vi lære om desimaltall? (4) Jonas?
8 Jonas: Man kan bruke det i butikken.
9 Emilie: Man kan bruke det i butikken, hva tenker du på da?
10 Jonas: Når man skal kjøpe noe så pleier det ikke alltid å være et helt tall, det kan være tall med komma.
11 Emilie: Ja, men trenger man å bekymre seg noe når man betaler med kort da?
12 Jonas: Du må jo sjekke om du har nok penger.
13 Emilie: Ja, helt riktig! Du må jo sjekke om du har nok penger. Eline?
14 Eline: Hvis du skal handle møbler så må du kunne bruke et målebånd og vite hvordan du skal måle og sjekke om du har plass til møblene du har lyst på, eller så kan du måle før du går i butikken sånn at du allerede vet hvor stort møbelet kan være.
15 Emilie: Ja, så da har vi snakket om at du trenger desimaltall for å se om du har penger inne på kontoen og så kunne måle .. Eh, møbler du har lyst på for eksempel. Sol?
16 Sol: Eeh, også hvis du skal ha noe som er en kilo da, også har du plutselig ikke penger til en hel kilo, da må du kunne vite hvor mye du har råd til.
17 Emilie: Helt riktig! Hvis du kjøper en mindre mengde enn en da, hvis du har en kilo for eksempel også har du ikke råd til en kilo også vet du kiloprisen. Da er det greit å kunne desimaltall for å vite hva en halv kilo koster, eller 700 gram, null komma syv.

Emilie bruker virkemiddelet *Dele tanker* når hun stiller åpne spørsmål om hvorfor elevene trenger å lære om desimaltall. Hun fortsetter å bruke *Dele tanker* når hun kommer med oppfølgingsspørsmålet til Jonas i ytring 11, der hun spør om en trenger å bekymre seg om desimaltall når en betaler med kort. I ytring 17 gjentar hun ytringen til Sol, og bekrefter at det er riktig. I denne situasjonen fungerer virkemiddelet som en form for anerkjennelse til det Sol tenkte. Videre i diskusjonen velger Emilie å koble det de har snakket om til forskjellige yrker og det de har snakket om før:

47 Emilie: Forskere også vet dere må kunne det fordi at grunnstoffene har ulike desimaltall i seg. Men husker dere vi snakket om før at vi spurte hva dere ville bli når dere ville bli store? Ikke bare desimaltall men alt det dere ville bli, alt måtte man kunne matte?

48 Elever i kor: Mhm.

49 Emilie: Husker dere det? Vi fant ikke en ting, et yrke hvor man ikke hadde bruk for matte.

Ved å bruke *Koble sammen* får Emilie illustrert matematikkens plass i ulike yrker. Etter diskusjonen forklarer Emilie hva de skal gjøre resten av økten. Hun sier at de skal gå rundt i klasserommet og finne ulike ting som de tror har de ulike lengdene som hun har skrevet på tavlen. Emilie påpeker at elevene skal jobbe sammen i gruppe og at de må regne ut differansen mellom hva de tippet og hvor lang gjenstanden er. Etter at elevene har gått rundt i klasserommet og funnet gjenstander til de forskjellige lengdene ber Emilie de om å addere alle differansene sammen. Hensikten til Emilie var nok at elevene skulle få en pekepinn på hvor mye de hadde regnet feil. Etter at elevene hadde regnet ut den totale differansen til gruppen, ba hun dem om å fortelle hva de hadde fått:

142 Emilie: […] Er det noen som kan fortelle meg hva de har fått og hvordan de har regnet det ut? (3) Jakob?

143 Jakob: Jeg fikk to komma syv null syv meter .. Eller to komma syv meter.

144 Emilie: Det er bord fem? Dere har fått?

145 Jakob: Eh, to komma syv, null syv meter.

146 Emilie: Flott.

147 Jakob: Og jeg regnet det ut ved å ta to og to tall og regnet det sammen helt til vi kom frem til et svar.

148 Emilie: Okei, så når dere skulle regne ut så syntes dere det var litt vanskelig å plusse sammen, så dere plusset først to-

149 Jakob: Ja, det var veldig mye komma ogsånn.

150 Emilie: Så dere plusset to og to?

151 Jakob: Ja.

152 Emilie: Hva er det som er viktig når vi regner med desimaltall?

153 Alice: Jeg tror det er at hvis du regner under hverandre så skal komma stå på samme plassen.

154 Emilie: Helt riktig, komma skal stå under komma. […] flott at dere plusset to og to, veldig fint.

I ytring 148 repeterer læreren det eleven sier, og bruker *Fremheve tenkemåter* for å sørge for at hun har forstått elevens tenkemåte. Hun spiller videre på det og stiller spørsmål til resten av klassen om hva som er viktig å huske på når en skal regne med desimaltall. Hun spør deretter bord tre hva de fikk:

175 Emilie: Bord tre hva fikk dere, hvor mange centimeter?
176 Jonas: to hundre og seksti komma tre.
177 Emilie: Hvordan klarte dere å regne ut det?
178 Jonas: Jeg flyttet kommaet ett hakk, fordi jeg delte det på ti.
179 Emilie: Du delte på ti, så du flyttet komma?
180 Jonas: Jeg ganget med ti mente jeg.
181 Emilie: Du ganget med ti ja. […]

I ytring 176 svarer Jonas kun ved å si svaret på utregningene. Emilie følger umiddelbart opp med å spørre hvordan han klarte å regne det ut ved å bruke *Dele tanker*. I ytring 179 repeterer Emilie det Jonas sa, som får han til å ville endre på svaret sitt. Emilie fortsetter med å spørre bord fire for å høre hvordan de hadde løst oppgaven:

183 Emilie: Ja .. Bord fire?
184 Alice: Ehm, vi har jo .. Vi fikk to hundre og femtiseks.
185 Emilie: To hundre og femtiseks, hvordan fant dere ut av det?
186 Alice: Jeg bare, eh .. Tok vekk komma, eller hva skal man si?
187 Emilie: Hvorfor flyttet du komma så langt bak?
188 Alice: Jeg vet ikke.
189 Emilie: Hvor mange centimeter er det i en meter? (4) Står på tavla, hvor mange centimeter? (3) Tara?
190 Tara: Hundre.
191 Emilie: Her er det to meter, hvor mange centimeter er det? (3) Tara?
192 Jakob: (Avbryter) To hundre!
193 Emilie: Ja, to hundre .. Også er det null komma fem seks, og det er hvor mange centimeter.
194 Elev: Femtiseks centimeter.
195 Emilie: Ja, derfor blir det det.

Etter at Emilie har hørt på hva bord fire har snakket om og ser at de har vanskeligheter med å forklare hvorfor en flytter komma når en regner med desimaltall, bestemmer hun seg for å *Koble Sammen* metoden de har tatt i bruk på en annen måte. Etter hun har forklart hvorfor en flytter komma, forklarer hun hvordan en kan gjøre det:

197 Emilie: Se her, det er en, ti, hundre, tusen også flytter vi komma på antall nuller. Så ser vi her da, fra en meter til hundre centimeter så er det to nuller, da må vi flytte komma to bak, hadde det vært millimeter, tre bak […].

I ytring 197 bruker læreren *Koble sammen,* ved å forklare metoden hvor en flytter komma ulike hakk for hvilke måleenheter en gjør om på. Elevene hadde regnet rett, men de hadde vanskeligheter med å forklare hvorfor de flyttet komma slik de gjorde. I følge Askew et al. (1997) er det viktig at en lærer er forbindelsesorientert dersom en ønsker å la elevene få utvikle forskjellige metoder når de skal løse forskjellige matematiske problemer. Etter å ha snakket kort om hva differansen var på de ulike gruppene gikk Emilie over til å spørre om hvordan elevene hadde målt gjenstandene:

245 Emilie: […] Vi kan høre om dere hadde noen lure måter da (3) Jakob?
246 Jakob: Eh, jeg vet ikke om den var lur, men vi fant en ting som vi fikk måle, og hvis den var tretten så kunne vi tatt den bortover .. tretten, tretten, tretten.
247 Emilie: Så dere fikk meg til å måle, la oss si ti centimeter, så brukte dere den til å måle videre, har jeg skjønt det riktig?
248 Jakob: Ja.
249 Emilie: Veldig lurt! Det gjorde de også i fjor. Jonas?
250 Jonas: Gruppa mi hadde veldig mange forskjellige måter å bruke da, men vi brukte skriveboka, fordi de rutene er en centimeter. Så da tok vi en gjenstand også telte vi de rutene og da fikk vi hvor lang den er.
251 Emilie: Kjempelurt.
252 Jonas: Også brukte vi de til å måle andre ting.
253 Emilie: Aha, så dere brukte først boka og så gjenstanden dere har målt, for å telle hundre sånne ruter det går jo ikke. Kjempelurt! Eline?
254 Eline: Vi tegnet en tallinje i boka.

Ved å spørre elevene om de hadde noen lure måter å måle på (*Dele tanker*) får de en sjanse til å få eierskap til metodene de brukte. Emilie forteller at metodene ligner på noen av de lure metodene som noen andre elever hadde brukt i fjor. I ytring 247 gjentar hun tenkemåten til elevene og forsikrer seg om at hun har forstått metoden riktig.

4.1.2 Ida

Ida er kontaktlærer på 4. trinn. Mitt inntrykk av Ida og hennes undervisning er at hun er faglig trygg og fokuserer på å la elevene få tenke og diskutere. Ida er godt likt og respektert av elevene. Helklassesamtalen i den første økten til Ida varte til sammen i underkant av 20 minutter. Den begynner med en dialog der Ida og elevene snakker og diskuterer hva de har lært om tidligere og hva de kan om deling. Videre forklarer Ida at de skal fortsette å jobbe med deling og at de skal gjøre en praktisk oppgave der de skal dele opp tau. Elevene jobber i læringspar og får utdelt to tau hver. Oppgavene de skulle løse var *"Del tråden opp i biter så de blir ti centimeter hver, hvor mange biter får vi?"* og *"Del tråden opp i fem like lange biter, hvor lange blir bitene?"*. Etter at Ida har presentert oppgaven for elevene får de god tid på seg til å finne ut metoder de skal bruke når de skal dele opp trådene. Etter at elevene har gjort begge oppgavene arrangerer Ida en helklassesamtale der hun spør hvordan elevene løste oppgaven. Ida velger deretter ut elever som får presentere hvordan de løste oppgavene.

I økt to var det i underkant av en halvtime med helklassesamtale. Økten tar for seg temaet temperatur, og begynner med at Ida sammen med elevene snakker om temaet. De bruker god tid på å diskutere ulike måleenheter for temperatur og negative tall. Videre deler Ida ut et oppgaveark (Se vedlegg 4) og forklarer for elevene hva de skal gjøre. På oppgavearket skal elevene finne ut hva temperaturforskjellen er mellom ulike byer. Oppgavearket er formet som et rutenett, med en vannrett og en loddrett kolonne hvor det er ulike byer i hver av rutene. Elevene skal da fylle inn temperaturforskjellen i rutene der to byer møtes. Etter at elevene har jobbet i noen minutter oppdager Ida at en del av elevene syntes det var vanskelig å fylle ut oppgavearket. Ida bestemmer seg derfor for å gjøre oppgavearket sammen med elevene og gi instrukser for hvordan de skal gjøre oppgavene.

Økt 1

Ida starter med å spørre elevene om de er klare for matematikkøkten, for så å koble det de skal jobbe med til det de har jobbet med tidligere:

4 Ida: I dag skal vi fortsette littegranne med deling. Forrige uke jobbet vi ganske mye med disse klossene, husker dere det?

5 Elever: Ja.

6 Ida: Ja, og i dag så har jeg tatt med noen tau og dere skal få to litt liknende oppgaver som dere gjorde sist gang, men i dag skal dere jobbe sammen med læringspartner med deling av tau.

Ida spør om elevene husker hva de holdt på med i forrige økt ved å bruke *Planlegge.* Dette for å se hvor de ligger an. Ved å *Koble sammen* det elevene skal lære om denne økten med forrige økt, viser Ida at det henger sammen og at de matematiske oppgavene og begrepene bygger på hverandre. Hun presiserer også at elevene skal jobbe med noen tau sammen med læringspartner (*Dele tanker*). Etter at hun har lest opp de to oppgavene elevene skal jobbe med i løpet av økten ("Del tråden opp i biter så de blir ti centimeter hver, hvor mange biter får vi?" og "Del tråden opp i fem like lange biter, hvor lange blir bitene?") spør hun hva oppgavene egentlig betyr:

14 Ida: […] Hva skal vi gjøre her? Med den andre tråden vår, hva skal vi gjøre her? Elisabeth?

15 Elisabeth: Dele tråden opp i fem like lange biter.

16 Ida: Ja, og hva var spørsmålet da?

17 Elisabeth: Hvor lange blir bitene?

18 Ida: Ja, ta og snakk sammen med den som sitter ved siden av deg, og Eva du kan komme frem til Irene … Også tar du og snakker med den som sitter ved siden av deg, også vil jeg at dere skal snakke sammen om hva er forskjellen på disse to oppgavene her .. Hva er forskjellen på de to oppgavene der?

19 Noen elever: (Snakker sammen om oppgavene)

20 Ida: Nå ble dere ganske stille, dere må ikke bli beskjedene selv om vi har besøk i dag da .. Det pleier å være veldig mye mer prat @ (6) Eh, er det noen som har lyst til å si hva snakket dere om, hva er forskjellene på oppgavene? .. Alva?

21 Alva: På den første oppgaven så spør de om hvor mange biter det skal bli og på den andre så spør de om hvor lange bitene blir.

22 Ida: Okei, så dere fant ut at på den første oppgaven så vet dere hvor lange bitene skal være, mens på den andre så vet dere bare hvor mange det skal bli til slutt? Okey, fint, takk (Peker på Nina).

23 Nina: Ehm, jeg og Vincent snakket om at på toeren så skulle man dele opp i fem biter, men man vet ikke hvor lange bitene blir også på eneren så skulle men dele de opp i ti centimeter hver, og da vet man ikke hvor mange biter man får.

24 Ida: Nei, ikkesant. […] Jeg har egentlig bare tenkt ut hjemme at det finnes to muligheter på disse oppgavene her, hvordan det går an å få løst de, så jeg er veldig spent på om dere kanskje kommer på enda flere enn det jeg har tenkt på hjemme, for det her er en sånn oppgave som vi snakket om i forrige uke at denne her har egentlig ikke ett svar bare, for det er mange måter vi kan finne ut hvor lange de bitene blir. Ikkesant? Er dere med?

Ida bruker virkemiddelet *Dele tanker* når hun ber elevene snakke med læringspartner om hva som er forskjellen på oppgavene. Etter at elevene har snakket sammen åpner hun opp for en dialog omkring forskjellen på oppgavene som igjen tar for seg de matematiske begrepene målingsdivisjon og delingsdivisjon. Etter at Alva i ytring 22 har snakket om hva hun tenker er forskjellen på de to oppgavene, velger Ida å gjenta det hun har sagt (*Fremheve tenkemåter*), slik får Alva en bekreftelse på at Ida har forstått det hun sa. Samtidig får de andre elevene høre hvordan Alva har tenkt enda en gang. I ytring 24 forteller Ida elevene at hun bare har sett for seg at det er to mulige løsninger på oppgavene, men utelukker ikke at det finnes flere alternative metoder. Hun oppmuntrer også elevene ved å si at hun er spent på om noen klarer å finne flere metoder. Hun bruker *Verdiformidling* til å understreke at oppgaven ikke bare har et svar, men at det finnes flere måter å løse dem på. I følge Baroody (2006) kan slike oppgaver hvor elevene forsøker å se sammenhenger og resonnere være mer lønnsomme for elevenes læring.

Etter at elevene har jobbet med de to oppgavene på forskjellige måter sammen med læringspartner, bestemmer Ida seg for at de skal snakke sammen og dele hva de tenker om hvordan de valgte å løse oppgavene:

32 Ida: […] Er det noen som har lyst til å fortelle meg hvordan dere gjorde det på nummer en? Der hvor det stod del tråden opp i biter som er ti centimeter hver, hvor mange biter får dere? Da lurer jeg på hvordan gjorde dere det? (3) Emira?
33 Emira: Vi delte opp tråden i ti centimeter […].
34 Ida: Dere delte de opp i ti centimeter. Hvordan delte dere de opp i ti centimeter?
35 Emira: Vi målte opp med linjalen, ti centimeter.
36 Ida: Tok dere alle bitene på linjalen på ti centimeter? Eller hvis dere hadde klippet av en bit, så brukte dere den til å måle de andre. Hva gjorde dere?
37 Emira: Nei, vi tok alle delene.
38 Ida: Okey, så dere delte opp i ti centimeter og da fikk dere hvor mange biter sa du?
39 Emira: Fjorten.
40 Ida: (Skriver opp svaret på tavla) Er det noen som har lyst til å fortelle om at de gjorde det på en annen måte? (Peker på Robert) Hva gjorde du?
41 Robert: Vi gjorde det egentlig på samme måte, men vi fikk fjorten og en halv.
42 Ida: Dere fikk fjorten og en halv bit (Skriver opp på tavla). Hvordan skrev du halv?
43 Robert: Jeg skrev en sånn strek med et sånt ett-tall oppe og et to-tall nede.

Ida begynner med å spørre om det er noen som ønsker å fortelle hvordan de gjorde det på oppgave 1 (ytring 32). Hun bruker her virkemiddelet *Dele tanker* som gir elevene mulighet til å dele tenkemåter og metoder. Etter at Emira i ytring 33 forklarer at de delte opp tråden i ti centimeter, velger Ida å fortsette med å bruke virkemiddelet, som gjør at Emira blir nødt til å utdype hvordan de hadde klart å dele opp tråden i ti centimeter. Etter å ha fått vite hva Emira og hennes læringspartner hadde gjort, stiller læreren et åpent spørsmål om det er noen andre som hadde lyst til å fortelle om de har løst oppgaven på en annen måte. Robert forteller at de har løst den på samme måte, men at de hadde fått et annet svar som var 14,5 (ytring 41). Etter at Robert sier at han fikk et annet svar bestemmer Ida seg for å spørre om det var flere som fikk andre svar. Elise forteller at hun også fikk 13 biter. Dette skaper grunnlaget for ytterligere diskusjon:

64 Ida: […] Okey få hør, hvorfor kan vi ha fått så forskjellige svar? Hva tenker du Elise?

65 Elise: Hmm, jo lengre tråd jo flere biter.

66 Ida: Ikkesant, jo lenger tråden var, jo flere biter hadde vi fått. Det var en ting som kunne ha vært med på å gjøre at vi fikk forskjellige svar. Hva med deg Emira, hva tenkte dere?

67 Emira: Vi tenkte på at trådene ikke var helt like lange og at man har målt unøyaktig.

68 Ida: Ja, at de kan ha vært ikke akkurat ti hver gang? Ja, fint, takk. Elisabeth, hva tenkte dere?

69 Elisabeth: Vi tenkte at det kan være at trådene var like lange, men at i, det, det var bare en bitteliten feil på noen av de sånn at det ble en centimeter til. Fjorten istedenfor tretten.

70 Ida: Det var et godt poeng, for sånn som Elisabeth sa at selv om det bare er bittelitt som ikke er akkurat ti centimeter på hver tråd så blir det jo ganske mye til sammen, ikkesant? Fint! Takk Elisabeth. Robert?

71 Robert: At man har tenkt på en annen måte.

72 Ida: At man har tenkt på en annen måte, okey, at man har tenkt på ulike måter når man har delt opp?

73 Robert: Ja.

74 Ida: Og da fikk man forskjellig svar?

75 Robert: Ja.

76 Ida: Okey, fint! Petter?

77 Petter: At du, jeg skulle si to ting, at du hadde klippet bitene i lik størrelse og noen ganger er det sånn at ingen klipper jo helt perfekt ti centimeter, ofte klipper man litt sånn som Elisabeth sa.

78 Ida: Ja, ikkesant. Kanskje litt mer eller litt mindre.

79 Petter: Mhm.

80 Ida: Og det kan jo faktisk hende at jeg har laget de littegrann forskjellig, ikkesant? For det er ganske mange ting, det har dere oppdaget nå, som ikke alltid får ett svar.

I sekvensen over kunne Ida valgt å la være å snakke om hvorfor elevene fikk forskjellige svar. Isteden bruker Ida *Dele tanker* når hun får elevene til å reflektere over hvorfor svarene kan ha vært så ulike. Når elevene kommer med forslag velger Ida å gjenta tenkemåtene deres (*Fremheve tenkemåter*). I ytring 70 repeterer Ida det Elisabeth sa, og roser innspillet. I ytring 77 der Petter får forklare hva han har tenkt, velger han å referere til det Elisabeth har sagt om at folk kanskje ikke klippet helt nøyaktig når de skulle måle. At Petter velger å fokusere på det Elisabeth har sagt kan ha noe med at Ida repeterte og roste tenkemåten hennes. Mot slutten forteller hun at de har funnet flere oppdagelser som ikke ledet til kun et svar. Dette går under virkemiddelet *Verdiformidling,* fordi det kan bidra til at elever ser på matematikkfaget som et fag med flere svar.

Etter at Ida og elevene har snakket om oppgave 1, går de over til å snakke om hvordan elevene har tenkt på oppgave 2:

82 Ida: Okey, her skal vi dele tråden opp i fem like lange biter, hvor lange blir bitene? Og det første jeg vil høre om da er ikke svaret vet dere, men hvordan gjorde dere det? Hvordan gjorde dere det … Delte den lange tråden opp i fem like store biter. Hvordan gjorde dere det? Hvordan gjorde du det Elise?

83 Elise: Ja, vi tok det helt til tretti fordi vi tok femmerne sånn fem, ti, femten, tjue, tjuefem, tretti, sånn at vi delte opp alle i fem biter. Så etterpå så klippet vi dem.

84 Ida: Okei, kan jeg prøve å gjenfortelle det du sa?

85 Elise: Ja.

86 Ida: Dere, eh, si ifra hvis jeg har forstått det feil. Dere delte tråden opp på fem, fem, fem, fem, fem centimetere? Og da fikk dere til slutt at en tråd til slutt skulle være tretti centimeter?

87 Elise: Ja.

I ytring 82 presiserer Ida at hun ikke vil høre svaret først (*Verdiformidling*). I etterkant stiller hun kun spørsmål om hvordan de gjorde det, som gir elevene mulighet til å komme med ulike svar. På den måten kan elevene se sammenhenger og forklare hvordan de har tenkt. Peled og Zaslavsky (2008) beskriver evnen til å se sammenhenger og det å kunne forklare matematiske begreper som kunnskap av høy kvalitet. Etter at Elise har fortalt hvordan hun gjorde det, forsøker Ida å gjenfortelle det hun sa og ber henne om å si ifra hvis hun har tenkt feil. På den måten forsikrer Ida seg om at hun har forstått tenkemåten (*Fremheve tenkemåter*). Mot slutten av dialogen bestemmer Ida seg for å spørre noen elever hun har observert har gjort det annerledes enn de andre:

102 Ida: Jeg ser at Elisabeth og Philip, de har klipt opp mange små tråder, sånn at de til slutt fikk mange, Philip stemmer det? At dere hadde flere små biter som dere satt sammen, og det ble en tråd som ble tjueåtte centimeter? Fint. Eh, Elise og Haakon jeg har lyst til å høre, hva gjorde dere?

103 Elise: Vi delte opp, vi fikk hundre og førtisyv centimeter.

104 Ida: Så dere målte opp hele tråden?

105 Elise: Mhm.

For å få med noen utvalgte metoder som Ida har observert velger hun å spørre de aktuelle elevene. Hun bruker *Strukturere* til å få frem et større mangfold av metoder fordi det var flere som hadde tenkt på samme måte.

Økt 2

Siden det hadde vært helg siden sist, begynte Ida den andre økten med å sørge for at alle elevene husket hva de hadde holdt på med tidligere. Hun benytter seg derfor av *Planlegge,* slik at hun får en pekepinn på hva elevene husker og kan ta dette i bruk senere:

3 Ida: Etter helg og sånne ting, er det noen som husker hva vi holder på med i matte da? Hva holder vi på med i matte .. Sonja?

4 Sonja: Vi hadde negative tall.

5 Ida: Ja, vi hadde negative tall, og hva var det da? Hva var negative tall, hva tenker du på da?

6 Sonja: Kalde grader.

7 Ida: Kalde grader, at det er kaldt ute, kuldegrader ja! Hva tenker du på Mina?

8 Mina: Minusgrader.

9 Ida: Minusgrader, hva tenker du på?

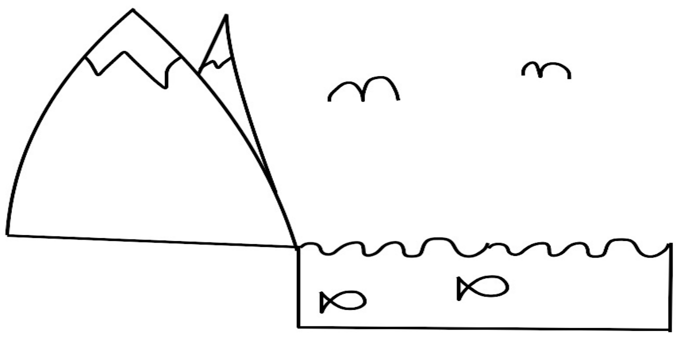
10 Elise: Tall som er mindre enn null.

11 Ida: Tall som er under null, ja, hva tenker du på? (Peker på Nils)

12 Nils: Kaldt.

13 Ida: Kaldt. Husker dere vi tegna en tegning som så sånn her ut? (Figur 6) Hva kunne det her ha med negative tall å gjøre? Husker du Elisabeth?

14 Elisabeth: At .. Fisken er negative tall og fjellet er positivt.



Figur 6: Representasjon av Idas tegning på tavlen.

Etter at Sonja i ytring 3 har sagt at de holder på med negative tall, bruker Ida *Dele tanker* for å få Sonja til å forklare hva negative tall er. Etter å ha hørt hva ulike elever forbinder med negative tall velger hun å bruke *Koble sammen* når hun forsøker å beskrive det elevene har sagt til tegningen av et fjell og en innsjø som de har jobbet med tidligere. Etter å ha snakket om tegningen (Figur 6) kommer Robert med en utforskende ytring som er knyttet til den:

34 Robert: Jeg syntes den måken ligner på et tre-tall (refererer til måken).
35 Ida: Et liggende tretall?
36 Robert: Ja, et liggende tretall!
37 Yousef: Jeg syntes den så ut som en m.
38 Robert: Hvis man bare snur hodet på siden.
39 Ida: Jeg skjønner. Det var fint at du rakk opp hånden og sa det. Mina?
40 Mina: Det kunne jo vært en hai som spiste fiskene og da ble det minus tre fisk.
41 Ida: Haha, ja, det kunne det også vært, at det var en gjeng med fisk også ble de spist opp, og da var det minus det tallet.

I ytring 34 refererer Robert til måken Ida hadde tegnet på tavlen og mener det ser ut som et liggende tretall. Ida svarer undrende og åpner opp for at slike utforskende ytringer er tillatt. Etter at Ida har rost Robert for at han rakk opp hånden (ytring 39), får Mina lov til å svare. Hun ønsker å kommentere at det kunne vært en hai som spiste de tre fiskene som Ida hadde tegnet i vannet, og at det var derfor det kunne være minus tre der. Ida aksepterer ytringene til både Robert og Mina, og tar derfor i bruk *Utforske.* I denne dialogsekvensen ser det ut til at Robert sitt innspill gjorde at dialogen ble dratt i en annen retning som var mer kreativ og metaforisk. Et annet eksempel på at læreren tar i bruk *Utforske* dukker opp litt senere i økten:

52 Petter: Hvorfor er det en sånn sirkel etter grader?
53 Ida: Ja, det var et godt spørsmål. Fordi etter grader, for eksempel i dag så er det to grader, og da kan jeg skrive det sånn. Er det noen som har sett det før? Rekk opp hånda hvis du har sett det her før? Rekk opp hånda hvis du har sett for eksempel dette før? (Tegner opp en F for fahrenheit). Kan noen fortelle meg hvor dere har sett dette før, kan noen fortelle meg? Hvor er det du har sett dette, Yousef?
54 Yousef: Eh, på for eksempel, sånn … Eh .. Te-rm-os-
55 Ida: Sånn termostat eller termometer? […]

I ytring 53 bruker Ida *Utforske* når hun tar tak i Petter sin utforskende ytring, der han spør om hvorfor det er en sirkel etter tall som skrives som grader (celsius). Hun bruker *Dele tanker* til å undersøke om det er noen som kan forklare hva sirkelen betyr og om noen har sett den før. Videre spør hun om noen har sett symbolet for fahrenheit. På denne måten kan Ida knytte disse symbolene opp mot virkelighetsnære eksempler:

59 Ida: […] Det her er den måleenheten vi bruker her i Norge og i veldig mange andre land på temperatur. Også var det noen som sa de hadde sett den her før, er det noen som kan si hvor de har sett den? Er det noen? Er det for eksempel noen her som har vært i USA? Ja, er det noen som kan tenke seg den her i forbindelse med USA? (4) Martin?

60 Martin: Eh .. Jeg husker ikke helt hva det het på norsk men det var i alle fall noe, i alle fall en svakere versjon av celsius.

61 Ida: Ja, hva mener du med svakere versjon?

62 Martin: Eh, så, for eksempel jeg bare husker at det engelske ordet, altså fahrenheit (engelsk uttale)-

63 Ida: @@, ja?-

64 Martin: Så sa han, ehm, for eksempel sånn one hundred and thirty three minus fahrenheit is the coldest place on earth, også stod det ved siden av .. Så stod det, jeg tror det var søttito celsius […]

[…]

70 Ida: Og den måler akkurat det samme som celsius, altså temperaturen, bare at den er innstilt sånn som Fredrik sier, på noe litt annet enn celsius. Hvis det for eksempel, nå er det sånn cirka, for jeg husker ikke akkurat, men for eksempel hvis det er cirka tjue grader ute i celsius, så er det cirka det samme som søtti-åtti grader fahrenheit. Så fahrenheit er mye høyere enn det celsius er, så det er bare ulike måter å oppgi temperaturen på.

I ytring 59 velger Ida å spørre om det er noen som har vært i USA og som kanskje har sett symbolet for fahrenheit, uten å si noe om hva symbolet heter. Da kommer Martin på at han har hørt om fahrenheit og at det er "en svakere" versjon enn celsius. Ida bruker da *Dele tanker* for å få Martin til å forklare hva han mener med "en svakere versjon". Martin forteller at han har hørt en person si at -133 grader fahrenheit er det kaldeste stedet på jorden og at det tilsvarte det han trodde var 72 grader celsius. I ytring 70 bruker Ida *Koble sammen* når hun forklarer at både fahrenheit og celsius er måleenheter og at de oppgir ulike tall for samme temperatur.

Etter å ha snakket med elevene om de ulike måleenhetene for temperatur, går hun over til å presentere det de skal gjøre resten av økten. For å gjøre elevene klare for oppgaven bestemmer hun seg for å ta et eksempel på tavlen:

79 Ida: […] vi skal jobbe med hvor stor forskjell det er på temperaturene det er ulike steder i Norge. Jeg skal gi dere en liten oppgave på tavla først . Her står det.. Eh, i Oslo er det .. I dag, vi bare later som, syv grader. I Bergen er det i dag to grader. Snakk med sidemannen hvor stor temperaturforskjell er det fra Oslo til Bergen i dag?

80 Flere elever: (diskuterer)

81 Ida: Hva snakket dere om Ronja og Silje?

82 Ronja: Vi trodde det var fem grader forskjell.

83 Ida: Hvorfor det?

84 Ronja: Fordi, eh, vet ikke helt hvorfor, eller, fordi hvis man tar to også tar man tre, fire, fem, seks, syv så blir det fem.

85 Ida: Dere begynte på den laveste så telte dere to, tre, fire, fem, seks, syv og da fant dere ut at det var fem grader mellom Bergen og Oslo. Okei, hva tenkte dere Emira?

86 Emira: Vi tok syv minus to.

87 Ida: Dere tok det motsatte egentlig av Ronja og Silje, dere tok det høyeste tallet minus det laveste tallet, og da fikk dere fem grader.

Etter å ha forklart kort hva oppgaven er, ber Ida elevene om å snakke med sidemannen (*Dele tanker*). Etter at elevene har diskutert oppgaven, spør hun hva Ronja og Silje snakket om. Etter at de kun sier hva svaret ble (ytring 82), spør Ida hvorfor de tror det blir riktig. Når Ida spør elevene om hvorfor, blir de nødt til å fortelle hva de hadde tenkt (*Dele tanker*). I ytring 85 bruker Ida *Fremheve tenkemåter,* når hun gjenforteller det Ronja sa. Ved å gjøre det kan de andre elevene få høre tenkemåten på en annen måte og forhåpentligvis forstå den bedre. Etter å ha hørt på hva Emira hadde tenkt velger Ida i ytring 87 å bruke *Koble sammen* til å sammenligne metoden til Ronja og Silje med Emira sin metode. Ved å diskutere begge metodene viser Ida at det er mulig å løse den samme oppgaven på flere måter, som igjen kan effektivisere elevenes metoderegister (Askew et al., 1997).

Etter å ha forklart elevene om oppgaven (Se vedlegg 4) de skal jobbe med resten av økten og at de må løse det sammen, begynner elevene å undersøke arket. En del av elevene gir uttrykk for at de ikke skjønte oppgavene og rekker så opp hånden for å spørre om hjelp. Ida bestemmer seg for at hele klassen skal løse arket sammen. Underveis i gjennomgangen spør Ida om Silje vet hvor det er varmest, i Oslo eller i Bergen:

155 Ida: […] Syv i Bergen, minus ti i Oslo. Hvor er det varmest? .. Er det varmest i Bergen eller er det varmest i Oslo? … Hvor er det varmest? .. Hvor er det varmest, i Oslo hvor det er minus ti eller i Bergen hvor det er syv? (6) Silje?

156 Silje: Det er Bergen som er varmere enn Oslo.

157 Ida: Det er Bergen som er varmere enn Oslo. Hvor mange grader varmere da?

158 Silje: Hmm.

159 Ida: Vi var her på minus ti, så skal vi opp til syv.. Mubarik kan du komme opp å telle?

160 Mubarik: En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte […] Søtten. (Teller fra en til og med søtten)

I ytring 157 velger Ida å utfordre Silje til å forklare grundigere sin påstand om at det var varmere i Bergen enn i Oslo ved å spørre hvor mange grader forskjell det var. Ida legger merke til at Silje syntes det var vanskelig å forklare, så hun bruker *Strukturere* til å fremheve en metode elevene kan bruke ved å spørre om Mubarik kan telle på en termostat som er klistret på høyre side av tavlen. På denne måten fikk Ida Mubarik til å delta i diskusjonen, samt dra den videre når Silje så ut til å stoppe opp.

4.1.3 Christian

Mitt inntrykk av Christian sin undervisning etter å ha observert han i to matematikkøkter, er at han både er engasjert og interessert i matematikkfaget. Han bruker ofte dagligdagse eksempler som elever kan kjenne seg igjen i når han underviser. Christian er kontaktlærer på 7. trinn. Mitt inntrykk av relasjonen mellom Christian og elevene er at han har mye respekt og det er få som bryter de sosiale normene som er etablert i klasserommet. Store deler av undervisningen til Christian skjer gjennom dialog med elevene. I dialogen har Christian ofte ordet, men elevene får i stor grad lov til å komme med innspill og styre dialogen i andre retninger.

I Christian sin første økt var det omtrent 40 minutter med helklassesamtale, som er betydelig mer enn hos de andre lærerne. Økten begynte med at han fortalte elevene at de hadde fått nye bøker og at de nå skulle se hva de ulike kapitlene i boken handlet om. Etter å ha snakket om alle kapitlene stopper de opp på kapittelet om måling. Han spør elevene om hva de skal jobbe med som har med måling å gjøre. Etter å ha hørt hva elevene har å si om temaet, sier han at det elevene har sagt kan kobles til tre dimensjoner. De diskuterer hva som er likt og ulikt med de ulike dimensjonene. De stopper opp ved todimensjonale figurer og samtalen beveger seg over i hvordan en regner areal. I dialog med elevene tegner Christian opp to ulike figurer (et rektangel og et kvadrat) som de er enige i at har areal lik 4. Christian bruker figurene når han spør elevene om de kan finne en regnemåte som finner arealet til kvadrater og rektangler. Økten avsluttes med at elevene gjør en oppgave i boken.

I den andre økten fortsetter Christian og elevene med temaet måling. I denne økten er det også rundt 40 minutter som blir brukt til helklassesamtale. De begynner med å gå gjennom leksen, for så å fortsette med å snakke om de ulike dimensjonene. Christian bruker god tid på å få elevene til å forstå hva de ulike dimensjonene vil si. Videre i økten lager Christian og elevene en oversikt over de tre dimensjonene og hvordan en måler lengde og regner omkrets, areal og volum. Elevene skriver oversikten ned i boken sin.

Økt 1

Christian begynner den første økten med å snakke om den nye boken de har fått og får elevene til å finne ut hvilke kapitler de skal jobbe med i løpet av det neste halve året. Etter å ha snakket litt om hva de skal jobbe med i ulike kapitler, kommer de inn på kapittelet som heter brøk og prosent:

3 Christian: […] En annen ting som er en kjempeverdi er akkurat den sammenhengen mellom brøk og prosent og det som ikke står helt i den overskriften her da, som vi kommer til å jobbe med er desimaltall. Hvis vi kan sammenhengen mellom de tre så er vi et hakk ennå sterkere matematikere. Det er ikke noe vi skal ha kjennskap til, det er noe vi skal ha så god kunnskap om at vi skal kunne bruke det som et verktøy. Så det er noe vi kommer til å bruke en del tid på det halvåret her .. Og da mener jeg at vi kommer til å gjøre det litt av og til, sånn at vi får det helt til. Sånn at det er kanskje litt vanskelig i starten også blir det kjempelett mot slutten, sånn at det her er et verktøy dere tar med dere over på ungdomskolen […]

I ytringen over bruker Christian *Verdiformidling* når han forteller elevene viktigheten av sammenhengen mellom brøk, desimaltall og prosent. Han presenterer ikke begrepene som separate, men forklarer at alle tre har en sammenheng som de skal kunne bruke som et verktøy. Ved at lærere ikke presenterer begrepene separat, kan en bli spart for mye tid (Baroody, 2006). Christian bruker *Koble sammen* når han forklarer at alle tre har en sammenheng og at det er viktig å forstå sammenhengen mellom de.

Christian spør elevene om hva de skal gjøre i kapittelet om måling. Elevene nevner ulike begreper som lengder, lengdemål, omkrets, areal og volum. Christian velger å bruke *Koble sammen* og *Strukturere* til å dra samtalen i en ny retning som bygger på det elevene allerede har sagt:

9 Christian: […] Eh, det som er litt spesielt med de tingene dere har sagt nå er at vi befinner oss i tre ulike dimensjoner. Det er mange av dere som skryter av at <SIT Åh, vi skal se Jumanji på tirsdag i Tre D SIT> … Hva er liksom Tre D i forhold til To D da, eller en D? Er det noen som kan forskjellen på disse her, eller prøve å komme med en forklaring på hva som kan være en ulikhet mellom disse dimensjonene? (4) Marianne, få høre hva du har å si?

10 Marianne: en D .. Jeg tror hvertfall det er sånn, at det er flatt og at man ser det bare fra en vinkel.

11 Christian: Okei. Hva er to D da?

12 Marianne: Det er sånn som … Eh, nei det er ikke det, det er .. Nei jeg vet ikke

13 Christian: Ja, Ola? (Peker på Ola)

14 Ola: Hvis det er for eksempel en D ... Hvis du ser på et hus fra en D så kan du ikke se venstre siden eller høyre, bare foran mens to D kan du se foran og litt bakover .. Og tre D er alle tre og at du kan på en måte se litt rundt gjenstanden.

15 Christian: Okei spennende. Fin forklaring (3) Ine?

16 Ine: Eh, en D betyr jo dimensjon. Så blir jo første dimensjon sånn at du ser rett, det er en ting som er helt flatt, for eksempel et ark der du bare ser forsiden liksom. Eh .. En D er en, hva heter det, en .. Når det er et hulrom inni.

17 Christian: Et hulrom inni, sånn at det blir en slags dybde da?

Christian bruker *Dele tanker* når han stiller spørsmål som har til hensikt å få elevene til å reflektere over hva som er forskjellen på de ulike dimensjonene. Etter at Marianne i ytring 10 forklarer at en dimensjon er flatt og at en bare kan se det fra en vinkel, fortsetter Christian å bruke *Dele tanker* når han spør henne hva to dimensjoner er. Spørsmålet gjør at Marianne blir usikker, som gjør at Ola får si hva han tenker. Ola velger å fortsette å ta i bruk eksempelet med hus i forklaringen sin. Han sier at hvis en ser et hus fra en dimensjon så kan en bare se forsiden, og hvis en ser det i to dimensjoner så kan en se forsiden og litt bakover og i tre dimensjoner så kan en se rundt gjenstanden. Christian lar Ine få prøve å forklare videre. Etter at Ine har forsøkt å komme med en forklaring (ytring 16) velger Christian å bruke *Fremheve tenkemåter* når han gjentar det Ine sier, for så å stille oppfølgingsspørsmålet om to dimensjoner gir en slags dybde. Det ser ut til at Christian ikke er helt fornøyd med forklaringene, så han lar flere få forsøke å komme med en forklaring:

21 Christian: Ja, spennende forklaringer. Jeg liker veldig godt det dere sier. Det er ingen som sier det samme, men dere har alle en god forklaring som jeg forstår og det liker jeg veldig godt. Aina?

22 Aina: En D er på en måte, jeg tror det er en linje og To D det er helt flatt og Tre D er ting som man kan se dybden.

23 Christian: Okei, det var ganske enkle forklaringer du kommer med her. Du sier atte i en dimensjon så har vi bare en linje, sier du, det er det eneste vi kan tegne, vi kan ikke tegne en strek engang fordi da vil den bevege seg oppover og det får den ikke lov til, den får bare lov til å bevege seg fra høyre til venstre for eksempel eller opp og ned. Kunne vært, enten sånn at den bare får lov til å bevege seg vertikalt, eller da, horisontalt, eller kanskje da bare skrått. Det ville vært en dimensjon sier du?

24 Aina: (Nikker)

25 Christian: Men hva var det du sa to dimensjoner var, du sier det bare var flatt?

26 Aina: Mhm.

27 Christian: Hva er det for noe? Bare flatt?

[…]

31 Christian: […] For å si det som det er, så er det helt riktig det Aina sier, det er dimensjonene altså. Den første dimensjonen, hvis vi befinner oss i en dimensjon så er det bare linjer som eksisterer og alle linjer de er jo alle helt fullstendig rette. Så vi kan liksom ikke tegne noe annet en liksom-linjer eller ikke-linjer. Så hvis jeg skal tegne en endimensjonal tegning så er det linjer eller stipla linjer. Det er det eneste valget jeg har hvis jeg skulle ha tegna noe endimensjonalt. Men, hvis jeg legger til en dimensjon til så kan jeg tegne alle tegninger som finnes, så kan jeg tegne alle tegninger som finnes på tavla. Og da blir det bare tegneteknikker som kan lure øya våre og det at vi faktisk har sett, som om det er noe som er kjent for oss. Vi har sett bygninger og gater før, så det her er noe med vår erfaring klarer å gjøre til fornuft […]

I ytring 22 forklarer Aina at en dimensjon er en linje og at to dimensjoner er helt flatt og at i tre dimensjoner kan en se dybden. Istedenfor å umiddelbart bekrefte at det Aina sier er rett, velger Christian å bruke *Fremheve tenkemåter* ved å gjenta det hun sier. Han stiller også oppfølgingsspørsmål som får Aina til å måtte spesifisere hva hun mener med det hun sier (Ytring 23, 25 og 27). I ytring 30 velger Christian å fortelle at Aina sin forklaring var korrekt og repeterer dimensjonene en gang til. Han velger også å forklare at når en tegner i to dimensjoner har en mulighet til å tegne alle tegninger som finnes. Han refererer også til en tegning som noen elever har laget av noen bygninger som fremstår som tredimensjonale. Christian forklarer at tegningen egentlig ikke er tredimensjonal, men at den fremstår som det, fordi det er en spesiell tegneteknikk som er brukt.

Christian tegner et rektangel på tavlen og ønsker å koble det elevene har sagt tidligere i økten til areal. Christian tegner en rett linje og forklarer at han er i en dimensjon. Deretter tegner han på tre linjer til, slik at han får et rektangel:

31 Christian: […] Nå er jeg i en dimensjon (5). Nå er jeg i to dimensjoner (Tegner et rektangel på tavlen), og når jeg er i to dimensjoner så kommer vi over på det ene ordet som ble brukt her, nemlig areal. Når vi snakker om areal så snakker vi om innholdet av en figur […]. Nå er ikke det her et kvadrat, men det kunne sett sånn ut, men det er ikke det. Hva heter denne figuren her? Hva heter figurtypen? (3) Nils?

32 Nils: Kvadrat.

33 Christian: Det var ikke et kvadrat sa jeg, selv om det kunne sett sånn ut. Men det er ikke det … Lily?

34 Lily: Rektangel?

35 Christian: Det er et rektangel. Hva er forskjellen på et kvadrat og et rektangel da? (3) Nils?

36 Nils: At, et rektangel er på en måte mer avlangt enn et kvadrat. For kvadrat er skikkelig firkanta og har like lange streker på alle kanter, mens rektangel har en side som er lang og har to korte.

37 Christian: Du gir en god forklaring, jeg skjønner … Eh.. du har helt rett i det. Har vi noen andre forklaringer hvor vi kanskje bruker noen andre begrep? […]

Når Christian har tegnet rektangelet på tavlen velger han å bruke *Koble sammen* ved å trekke en kobling fra det de har snakket om tidligere til areal. Christian får muligheten til å bruke virkemiddelet *Koble sammen* fordi han tidligere i økten lyttet til det elevene tenkte på når de hørte om måling. I slutten av ytring 31 begynner en IRE-sekvens der Christian spør om hva figuren han har tegnet på tavlen heter. Nils svarer at det er et kvadrat. Christian evaluerer i ytring 33 Nils sitt svar ved å si at det ikke var et kvadrat. Etter at Lily i ytring 34 sier at det er et rektangel, får Nils en ny sjanse til å forsøke å forklare hva som er forskjellen på et kvadrat og et rektangel. Dette bryter med IRE-mønsteret og gir derfor Christian en større mulighet til å sette seg inn i tenkemåten.

Senere tegner Christian opp et rektangel på tavlen og ønsker å få et svar på hvordan han kan regne ut arealet:

55 Christian: […] Hvordan finner jeg ut innholdet av denne todimensjonale figuren? Lene, hva tror du?

56 Lene: ganger alle sidene?

57 Christian: Ganger alle sidene. Den har fire sider, så det blir et regnestykke med fire tall da?

58 Lene: Mhm.

59 Christian: Ja. Solveig, hva sier du?

60 Solveig: Man ganger lengden med bredden.

61 Christian: Man må gange den ene dimensjonen med den andre sier du? Da får du innholdet av dimensjonen, eller liksom figuren her da? […]

For å få elevene til å gi et svar på hvordan han skal gå frem for å finne arealet til rektangelet bruker Christian *Dele tanker.* Han spør Lene hva hun tenker. Lene foreslår at han skal multiplisere alle sidene til rektangelet. Christian repeterer det Lene har sagt og spør om gangestykket får fire tall for å forsikre seg om at han forstår tenkemåten (*Fremheve tenkemåter*). Siden forklaringen til Lene ikke stemte, valgte Christian å spørre Solveig, som kom med den korrekte forklaringen. I følge Skott, Jess & Hansen (2008) er det nødvendig at læreren har satt seg inn i hvordan elevene har tenkt for at han/hun skal kunne hjelpe de videre i læringsprosessen. Videre ønsker Christian å undersøke hva benevningen av flateinnhold er:

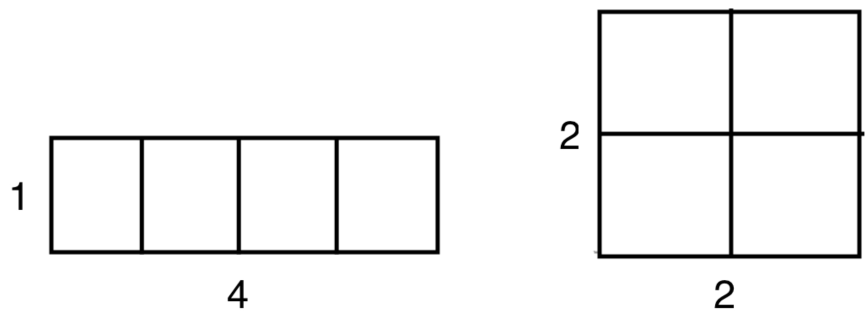
64 Christian: […] Centimeter er benevning for lengde. Men hva er benevning for liksom flateinnhold? (4) Mona?

65 Mona: Centimeter i annen.

66 Christian: Centimeter i annen. Vi sier som regel, vi skriver centimeter i annen, når vi skriver noe smått over her sånn så blir det i annen vi skriver her da. Hadde det vært et tretall der sånn så hadde det blitt i tredje. Du kunne ha skrevet i fjerde og femte og, men det blir litt for heftig. Men vi skal skrive det i tredje og vi må skjønne hvorfor vi skriver det vi gjør, hvorfor vi skriver centimeter, centimeter i annen og centimeter i tredje, og når gjør vi hva og hvorfor gjør vi det? Det vil jeg at vi alle skal skjønne. Dette her er benevningen til areal. Alle areal har dette som benevning. Ja du kan ha kvadratdesimeter, kvadratmeter, kvadratkilometer, du kan ha kvadratmil og kvadratmillimeter kan man og ha. Du kan ha alle disse lengdebenevningene i annen […].

I ytring 66 repeterer Christian det Mona sa om at benevningen for flateinnhold var centimeter i annen. Han forklarer at det er viktig å forstå hvorfor en skriver ulike benevninger og eksponenter (*Verdiformidling*). Så bruker han *Koble sammen* når han forklarer at en kan ha alle de ulike lengdebenevningene som eksponent.

Christian tegner opp to firkanter på tavlen (Figur 7) og blir sammen med elevene enig i at de har 4 som areal. Han ønsker å få elevene til å finne ut en metode en kan bruke dersom en skal finne ut arealet til et hvilket som helst rektangel:



Figur 7: Representasjon av illustrasjon på tavlen.

71 Christian: […] Hvordan kan jeg med regning få fire som svar? Hvordan kan jeg i denne oppgaven få fire som svar (6). Hvordan får jeg fire som svar i denne oppgaven med regning. Og jeg vil jo gjerne at det er en metode som funker på begge oppgavene, hvis vi har det, da har vi faktisk løsningen på hvordan man regner areal. […] Det å telle er ikke en løsning som fungerer alltid. Jeg vil at dere skal kunne løse det ved hjelp av regning.

I ytring 71 bruker Christian *Dele tanker* når han spør elevene om hvordan en kan få svaret 4 ved hjelp av regning. Etter at Christian forklarer at han ønsker at elevene skal bruke en metode som fungerer på begge firkantene, tenker flere av elevene seg om. Etter at Christian har ventet noen sekunder og det er få elever som rekker hånden i været, velger han å endre spørsmålet til å være hva som ikke fungerer. Flere av elevene rekker opp hånden og sier at subtraksjon, divisjon og addisjon ikke fungerer. Han spesifiserer at addisjon fungerer på kvadratet fordi en kan addere to med to og få fire:

79 Christian: Fungerer ikke med pluss? Her kan jeg jo ta to pluss to og få fire. Men hvis jeg tar fire pluss en her så får jeg fem, og da funker ikke det. For det må funke på begge, hvis det er en metode som fungerer så fungerer den på alle. […]

Selv om metoden fungerer på kvadratet, forklarer Christian at metoden ikke er gyldig når en skal finne areal av kvadrater og rektangler. Han forklarer hvorfor den ikke holder for rektangelet, og ber en elev å komme med et annet forslag:

79 Christian: [...] Truls, du trakk pusten dypt, fikk du en åpenbaring? Hva har du å si til oss?
80 Truls: det går an å gange.
81 Christian: Det går an å gange? Kan du bevise det?
82 Truls: Ja.
83 Christian: Hva er gangestykkene da? Du klarer å få fire på?
84 Truls: En ganger fire der, og to ganger to.
85 Christian: Ja, det funker på begge faktisk. Det å gange. Og det at vi ganger forklarer også hvorfor benevningen forandrer seg sånn som den gjør. For når vi ganger en benevning med den samme benevningen, her har vi centimeter ganger centimeter, da får vi centimeter i annen […]

Etter å ha fått noen av elevene til å forklare hva som ikke fungerer ber han Truls om å bevise hvorfor det fungerer å bruke multiplikasjon. Etter at Truls har sagt at en kan ta ”en ganger fire” og ”to ganger to”, velger Christian å *Fremheve tenkemåten* og bruke *Koble sammen* til å forklare hvorfor eksponenten i benevningen endrer seg.

Mot slutten av økten ber Christian elevene om å løse en oppgave fra matematikkboken (Multi). Han forklarer at de ber elevene om å estimere ulike avstander:

145 Christian: […] Det de ber deg om det er at du estimerer først, det at du tar en kalkulert gjetning om hvor langt de er unna hverandre. Og da er det fint om du faktisk tør å gjøre den oppgaven skikkelig, at du faktisk gjetter før du måler. Og det er lov å gjøre feil da, det er den beste måten å lære matematikk på er å gjøre feil. Men da må du tørre å gjøre de feilene der også. Så gjett før du måler […]

Christian bruker *Verdiformidling* når han forklarer for elevene at det er lov å gjøre feil og at det er den beste måten å lære matematikk på.

Økt 2

I begynnelsen av andre økt forteller Christian elevene at de skal gå gjennom leksen de har hatt siden sist. Elevene jobber med oppgaver på ulike nivåer. Christian oppfordrer de som er på øverste nivå (grønn) til å gi noen tips til de elevene som jobber for å komme seg dit:

19 Christian: Okey, til de av dere som ikke er grønne. Er det noen av dere grønne som kan gi et tips til de. Hva er det man må tenke på når man jobber med omgjøring av enheter? Av disse enhetene her? På sin reise mot grønn. Aina?

20 Aina: Eh, flytte komma et hakk mellom hver.

21 Christian: Flytte komma et hakk sier du. Så hvis du veit rekkefølgen på disse enhetene så skal du egentlig klare det. Du må du vite at milli er minst og at meter er den største av de der. Jarle?

22 Jarle: Vite hva de ulike ordene betyr, som for eksempel centi.

23 Christian: Ja, hva betyr centi da, Jarle?

Når Christian ber de elevene som er på grønt nivå om å gi noen tips til de som ikke er på det grønne nivået, bruker han *Dele tanker.* Dette gir elevene mulighet til å snakke matematikk. Samtidig kan det å sette lys på ulike tenkemåter kan gjøre at andre lærer (Chapin et al., 2009). I ytring 21 bruker Christian *Fremheve tenkemåter* når han gjentar det Aina sier om at en kan flytte komma et hakk mellom hver måleenhet. Christian fortsetter å bruke *Dele tanker* når han spør Jarle om hva han tenker er et bra tips. Etter å ha snakket om ulike måleenheter og metoder en kan bruke når en skal gjøre om, velger Christian å gå videre til hvordan en regner areal av firkanter:

49 Christian: […] Okey, hva med det neste målet da? Kan vi si at vi er grønne på det? Og det er å vite hvordan man regner areal av firkanter? Ja, da ber jeg dere om å være sikre på det. Lene?

50 Lene: Eh, side ganger side. Eller lengde ganger bredde.

51 Christian: Høyde ganger bredde, ja? Den ene retningen mot den helt andre retningen, hvis du ganger de lengdene mot hverandre så blir det riktig det altså. Jeg skal repetere det så vidt det er etterpå. Og det er noe vi skal jobbe med mye i år, så hvis du tenker at det er noe du ikke får til denne uka her ikke stress med det. Men still spørsmål når dere lurer også er det kanskje sånn at sidemannen din er flinkere til å forklare enn det jeg er. Så ikke vær redd for å stille spørsmål til sidemannen din, selv om han ikke jobber med akkurat den oppgaven du gjør.

I sekvensen over fortsetter Christian med å bruke *Dele tanker* når han spør Lene om hun vil forklare hvordan en regner areal av firkanter. Etter at Lene har forklart og Christian har repetert, bruker han *Verdiformidling* når han påpeker ovenfor elevene at det kan være lurt å stille spørsmål til sidemannen. Ved å bruke *Verdiformidling* på denne måten, fremmer Christian verdier om at det er lov å samarbeide og stille spørsmål i klasserommet.

Senere i økten lager Christian og elevene en oversikt over de ulike dimensjonene på tavlen. Målet med denne oversikten er at elevene skal skrive den ned i arbeidsboken sin. Elevene skriver derfor ned stikkordene underveis. Når Christian skal få elevene til å forklare hva det vil si at noe er i tre dimensjoner velger han å bruke *Koble sammen* ved å bruke kino som et eksempel på en kontekst elevene møter på der det er tre dimensjoner:

63 Christian: […] når du er på kino og har betalt for en TreD-film, når du har på de tjuefemkronersbrillene dine så .. Så opplever du noe annet enn det du opplever på den tavla her. Så hva er den tredje dimensjonen. Hva er det du betaler for når du drar for å se på TreD-film? Mange syntes det er rått å dra å se på Tre D, men hva er det som er så rått med det? Lene?

64 Lene: Jeg tror, fordi den er nærmere deg, eller liksom du ser den sånn, at den er ekte, jeg vet ikke helt hva jeg skal si.

65 Christian: Du sier ikke så mye men et av de begrepene du bruker er at det oppleves nærmere. Ja, mange er enige i det (3) Lisa?

66 Lisa: Dybde, bredde og lengde.

67 Christian: Det er de tre dimensjonene sier du?

68 Lisa: Ja.

69 Christian: Ja, det var veldig fint sagt det. kort og greit. Da ville jeg kanskje sagt høyde da, istedenfor bare for å gjøre det enklere.

Etter å ha fått samtalen til å handle om et hverdagslig eksempel som elevene kan relatere seg til, tar Christian i bruk *Dele tanker* når han stiller spørsmål om hva som er spesielt med 3D-kino. Lene forklarer først at ”den kommer nærmere deg” og at ”den er ekte”, for så å si at hun ikke vet helt hva hun skal si. Det tyder på at Lene klarte å sette seg inn i konteksten Christian eksemplifiserte, men at det var vanskelig å koble det til matematiske begreper. Christian velger å gjenta det Lene sier og at mange er enige i det, for så å spørre Lisa hva hun mener. Lisa svarer at det er dybde, bredde og lengde som er kult med å se på 3D-film. Christian gjentar det hun sier og legger til at han ville sagt høyde istedenfor dybde. Samtalen rundt tre dimensjoner tar en interessant vending etter at Christian forklarer at når en er i to dimensjoner så kan en tegne alle typer tegninger:

87 Christian: […] Okei. To dimensjoner altså. Det jeg vil si to dimensjoner er, er jo kombinasjonen av høyde og bredde, som da gir oss muligheten til å tegne alle mulige tegninger.

88 Lisa: Eh, spørsmål.

89 Christian: Ja.

90 Lisa: Du sier alle mulige tegninger, men hva hvis den tegningen er tre D?

91 Christian: Ja, det kommer an på da. Hva er det du mener en Tre D-tegning er da?

92 Lisa: Men du sa at-

93 Christian: Jeg spør deg, hva mener du en 3D-tegning er? Jeg skal svare deg på spørsmålet ditt. Hva 3D-tegning?

94 Lisa: En 3D-tegning er en tegning som både har dybde, bredde og lengde.

95 Christian: Hvor har jeg tegna den?

96 Lisa: Du kan tegne på tavla.

97 Christian: Okey. Men da har jeg en todimensjonal tegning. Som skal lure hjernen din da, til å se tre dimensjoner.

98 Lisa: Okey.

99 Christian: Så det dere gjør med Arne og de fantastiske tegningene dere lager der (refererer til kunst og håndverkslæreren) de er todimensjonale, men de er todimensjonale tegninger av tredimensjonale rom. Det er bare en blanding av linjer som enten går den veien her, den veien der, den veien, den veien. Altså det er bare noen linjer på et flatt ark, ikkesant.

I ytring 90 kommer Lisa med en utforskende ytring når hun refererer til det Christian sa i ytring 87 om at en kan tegne alle mulige tegninger når en er i to dimensjoner. Lisa kan ha sett illustrasjoner av tredimensjonale figurerer i boken sin og skapt en misoppfatning om at tegninger av tredimensjonale figurer er tredimensjonale. I ytring 91 bruker Christian *Utforske* ved å ta tak i den utforskende ytringen Lisa kommer med. Han velger videre å bruke *Dele tanker,* fordi han ønsker å finne ut hvordan Lisa vil definere en tredimensjonal tegning.

Christian får bekreftet at Lisa har en misoppfatning når hun svarer at en 3D-tegning er en tegning som både har dybde, bredde og lengde. I ytring 97 og 99 forklarer Christian at tegninger av tredimensjonale rom og figurer er laget på en måte som gjør at de "lurer" hjernen til å tro at de er tredimensjonale. Han kobler også inn kunst og håndverk, ved å forklare at de tegningene de tegner der av tredimensjonale rom ikke er tredimensjonale fordi de bare består av linjer som befinner seg på et flatt ark. Ved at Christian tok tak i den utforskende ytringen i sekvensen over, fikk han avdekket og rettet på en misoppfatning.

Mot slutten av økten ønsker Christian at elevene skal finne ut av hvilken benevning tredimensjonale figurer skal ha. Han forklarer at hver dimensjon kan måles i centimeter, men at en må multiplisere dimensjonene med hverandre dersom det er flere dimensjoner:

191 […] Også har vi da centimeter gange centimeter gange centimeter, hva blir det? (5) Hva tror du Aisha?
192 Aisha: centimeter i annen (lav stemme).
193 Christian: Hæ?
194 Aisha: Centimeter i annen (lav stemme).
195 Christian: Hæ?
196 Aisha: Centimeter i annen.
197 Christian: Hvorfor i annen?
198 Aisha: Fordi vi ganger.
199 Christian: Fordi vi ganger, det er et bra svar men, det er litt ufullstendig også. Jens?
200 Jens: Centimeter i tredje.
201 Christian: Hva tror du Anders?
202 Anders: centimeter i tredje.
203 Christian: Hvorfor tror du centimeter i tredje Anders?
204 Anders: Fordi det er tre centimeter i dimensjonene.
205 Christian: Ja, fordi det er tre av de som ganges sammen. Det er derfor. Lene hva er det du vil si?
206 Lene: En kubikkcentimeter.
207 Christian: Det heter kubikk-centimeter, helt riktig! Kubikkcentimeter .. Og det vi har funnet ut da, altså det her er ikke helt nøyaktig (skriver opp på tavlen). Men hvis den terningen her er en centimeter .. En centimeter i alle retninger. Da er den terningen her en kubikkcentimeter stor. Og da har vi funnet ut hvor mange sånne terninger vi har plass til hvis vi setter de helt inntil hverandre uten at det er noe luft inni. Det er det vi har funnet ut her. Hvor mange terninger det er plass til inni. Og ja, det er terningformet, alltid. […]

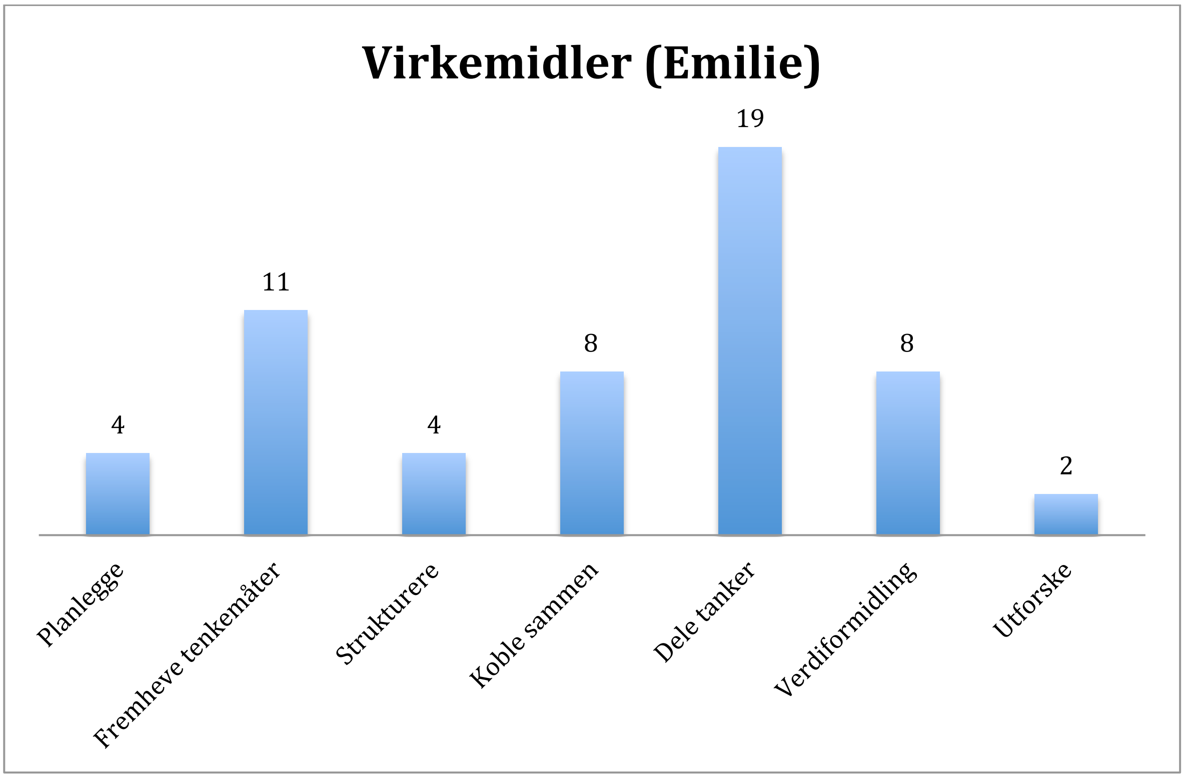
Etter at Aisha har hevdet at svaret er centimeter i annen, bruker Christian umiddelbart *Dele tanker* ved å spørre om hvorfor hun mener det blir i annen. Etter at Aisha har svart at det er fordi en multipliserer, velger Christian å fremheve tenkemåten og forklare at det var et godt svar, men at det samtidig var litt ufullstendig. Han velger så å spørre Jens og Anders, som mener svaret er centimeter i tredje. Christian spør Anders om hvorfor han tror det blir centimeter i tredje og får som svar at det er tre centimeter i dimensjonene. Anders sin forklaring er rett, men kan utdypes. Christian velger derfor å akseptere forklaringen og gjenfortelle det han sa på en annen måte. I ytring 207 velger Christian å bruke *Koble Sammen* når han kobler det de har snakket om med et geometrisk eksempel. På den måten blir det mer visuelt for elevene. Når elever klarer å forklare et matematisk begrep ved hjelp av et annet, bidrar dette til å relasjonell forståelse (Skemp, 1976).

4.2 Analyse knyttet til hvor ofte virkemidlene blir tatt i bruk

Basert på fargekoding av transkripsjonene, har jeg kartlagt hvor ofte de ulike virkemidlene forekommer i helklassesamtalen hos hver av lærerne. Basert på dette har jeg laget diagrammer som illustrerer forekomsten av virkemidlene. Siden jeg kun undersøker helklassesamtalen kan det ha forekommet at lærere har tatt i bruk flere virkemidler enn det som blir registrert her. Resultatene vil derfor variere utfra hvor lang helklassesamtalen er. En lærer som har brukt store deler av økten til helklassesamtale vil sannsynligvis ha en større forekomst av virkemidlene i forhold til en som har lite helklassesamtale. For at datamaterialet i større grad skal være sammenlignbart mellom alle lærerne, så jeg det som hensiktsmessig å lage et nytt diagram der forekomsten av virkemidlene blir presentert som gjennomsnittlig forekomst per time (kapittel 4.2.4). Jeg vil derfor i denne delen av analysen presentere et diagram for hver lærer og deretter et diagram der jeg sammenligner de tre lærernes bruk av virkemidler.

4.2.1 Emilie

I løpet av de to øktene jeg observerte i klasserommet til Emilie (120 minutter) var det totalt 54,5 minutter med helklassesamtale som jeg anser som faglig og kan knyttes til matematikkfaget. Fordelingen av hvor mange ganger Emilie tok i bruk de ulike virkemidlene i sin undervisning er illustrert i Figur 8.

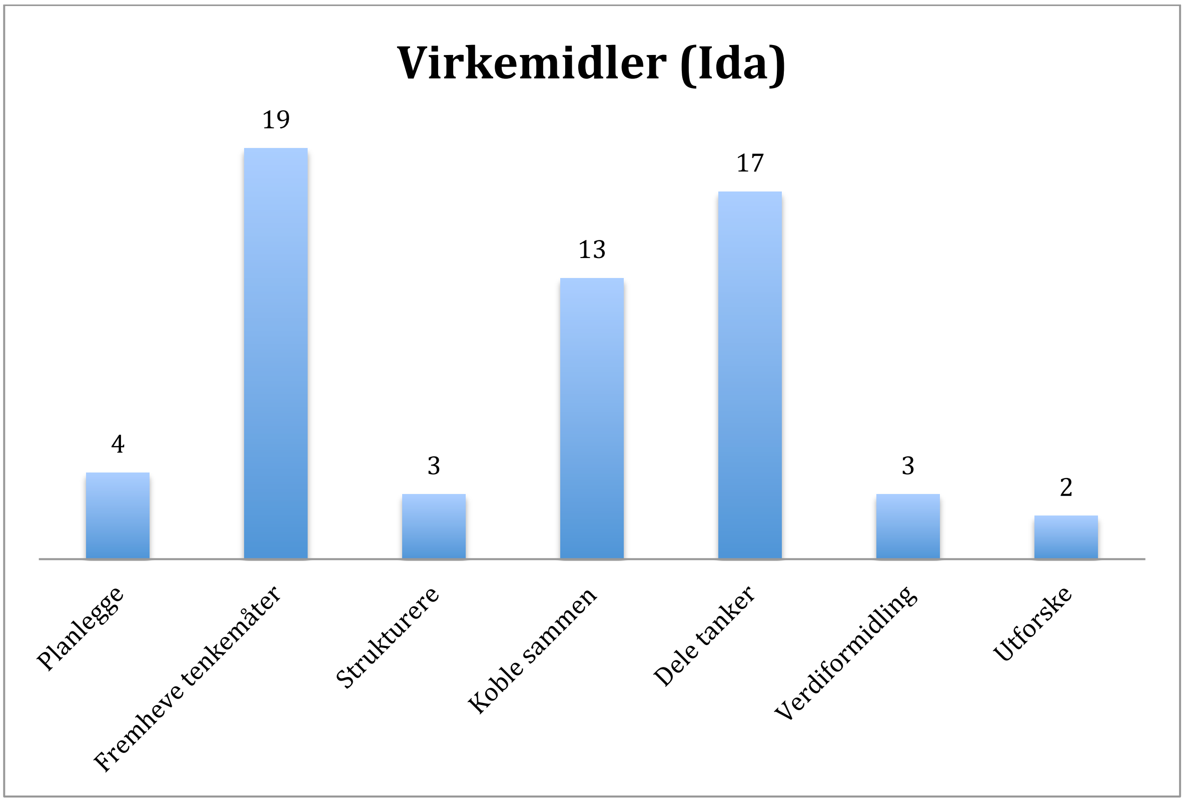


Figur 8: Antall virkemidler som ble brukt av Emilie under observasjonene.

Som en kan se i Figur 8 er de to virkemidlene som forekommer flest ganger i Emilie sin undervisning *Dele tanker* (19) og *Fremheve tenkemåter* (11). Det tyder på at Emilie fokuserer på at elevene skal snakke sammen og at de får mulighet til å formidle tenkemåtene sine. Det viser også at hun enten gjenforteller eller tar opp tenkemåter som elevene har formidlet i løpet av øktene. Videre viser diagrammet at Emilie bruker *Koble sammen* og *Verdiformidling* 8 ganger hver. Sammenlignet med de andre virkemidlene Emilie har tatt i bruk forekommer disse to virkemidlene noe lavere enn *Fremheve tenkemåter* og *Dele tanker*, men vesentlig oftere enn de tre siste. Dette vil si at Emilie også er opptatt av å formidle fagets egenart og sammenhenger i matematikken. De virkemidlene Emilie tok i bruk minst var *Planlegge* (4), *Strukturere* (4) og *Utforske* (2). Det at bruken av *Utforske* forekom særdeles få ganger i øktene til Emilie var at elevene i liten grad kom med utforskende ytringer i helklassesamtalen.

4.2.2 Ida

I løpet av de to øktene jeg observerte hos Ida var det totalt 44,4 minutter med helklassesamtale om matematikk i klasserommet til Ida. De to øktene varte i en time hver. Fordelingen av hvor mange ganger Ida tok i bruk de ulike virkemidlene i sin undervisning er illustrert i Figur 9.

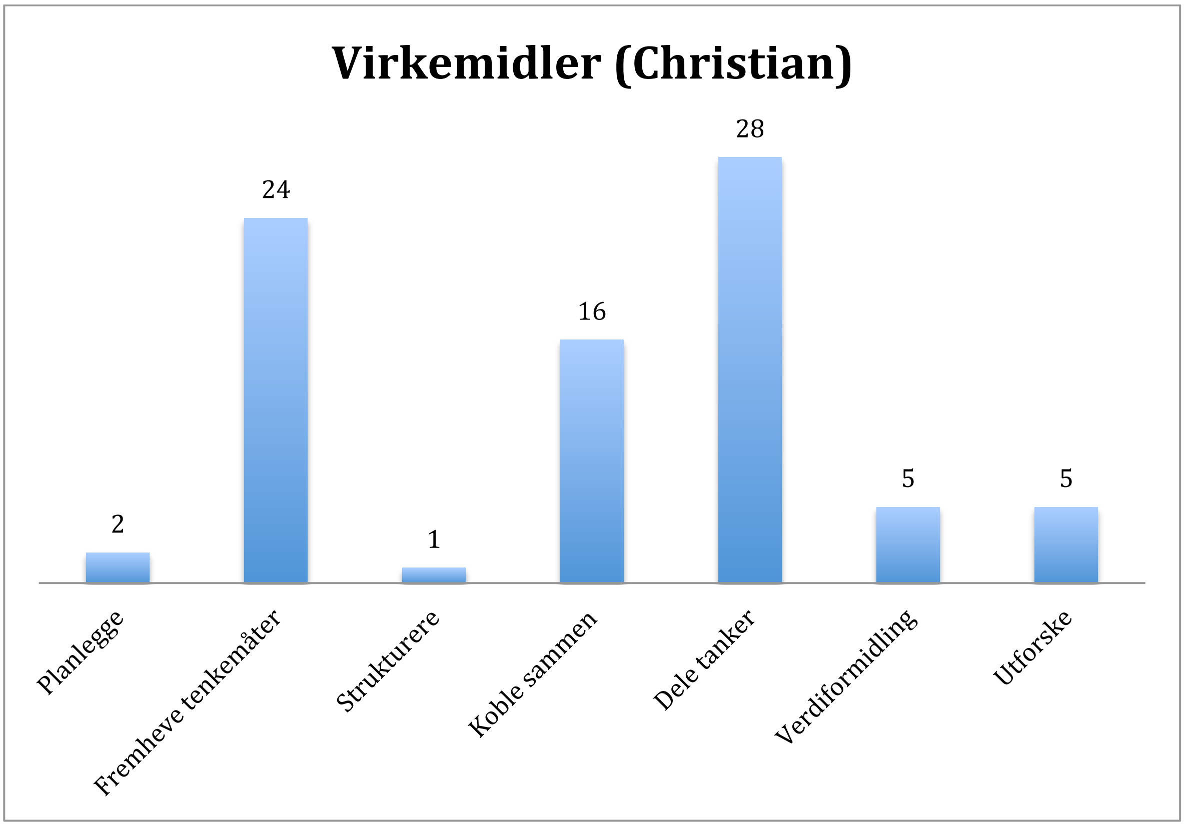


Figur 9: Antall virkemidler som ble brukt av Ida under observasjonene.

I likhet med Emilie er de to virkemidlene som forekommer flest ganger i Ida sin undervisning *Fremheve tenkemåter* (19) og *Dele tanker* (17). Ida tar i bruk *Koble sammen* 13 ganger, som også er relativt høyt i forhold til de andre virkemidlene hun tok i bruk. Den relativt høye bruken av disse tre virkemidlene viser at Ida i likhet med Emilie har et fokus på å la elevene få formidle og diskutere tenkemåter og strategier. Ida har også et stort fokus på å koble matematikken til virkeligheten, samtidig som hun kobler ulike matematiske begreper med hverandre. Diagrammet illustrerer at Ida også tar i bruk *Planlegge* 4 ganger. De virkemidlene Ida bruker minst av de syv virkemidlene er *Planlegge*, *Verdiformidling* og *Strukturere* som ble tatt i bruk tre ganger og *Utforske* som ble tatt i bruk 2 ganger. I likhet med undervisningen til Emilie, forekom det svært sjeldent utforskende ytringer fra elevene, noe som kan forklare hvorfor bruken av dette virkemiddelet er lavere enn de andre.

4.2.3 Christian

I de to øktene (120 minutter) jeg observerte hos Christian var det totalt 80,2 minutter med helklassesamtale. I Christian sin undervisning var det betydelig mer helklassesamtale, sammenlignet med de to andre lærerne. Fordelingen av hvor mange ganger Christian tok i bruk de ulike virkemidlene er illustrert i Figur 10.

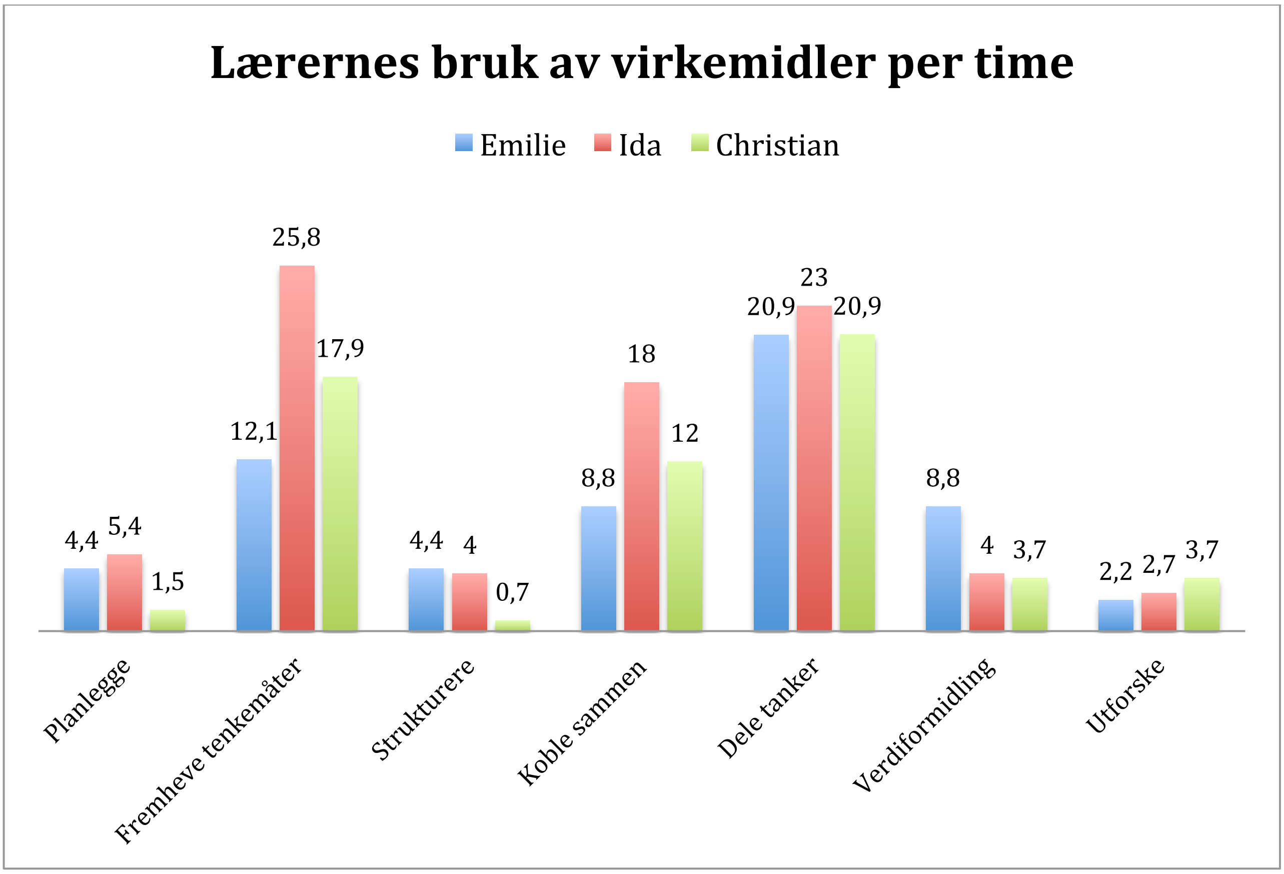


Figur 10: Antall virkemidler som ble brukt av Christian under observasjonene.

Figur 10 viser at Christian tok i bruk alle virkemidlene, men at de ble tatt i bruk i ulik grad. Sammenlignet med de to andre lærerne tar Christian også i bruk virkemidlene *Dele tanker* (28) og *Fremheve tenkemåter* (24) flest ganger av de syv virkemidlene. Christian tar i bruk *Koble sammen* 16 ganger. Han bruker *Verdiformidling* 5 ganger, og bruker virkemiddelet blant annet til å fremme verdier om at en lærer av å gjøre feil og at det er viktig å ha forståelse for det en gjør i matematikken (se kapittel 5.1.3). Christian tar også i bruk *Planlegge* (2), *Strukturere* (1) og *Utforske* (5) minst av alle virkemidlene. Årsaken til at *Planlegge* og *Strukturere* er relativt lite brukt i undervisningen til Christian, kan knyttes til at elevene jobbet svært lite med selvstendige oppgaver i undervisningen.

4.2.4 Sammenligning av lærernes bruk av virkemidler og mulige årsaker

Siden tiden på helklassesamtalen hos de tre lærerne varierte i forhold til hverandre, er det naturlig at forekomsten av de ulike virkemidlene varierte deretter. Med tanke på at jeg ønsker å sammenligne lærernes virkemiddelforekomst, ønsker jeg å ta utgangspunkt i hvor ofte de ulike virkemidlene forekommer hos de forskjellige lærerne i gjennomsnitt per time. Jeg gjorde dette ved å dele tiden hver lærer brukte på helklassesamtale med et og et virkemiddel og deretter multiplisere det med 60 (en time). Et eksempel på hvordan denne utregningen ble tatt i bruk kan være at dersom en av lærerne har brukt virkemiddelet *Dele tanker* 25 ganger i løpet av 30 minutter med helklassesamtale ville utregningen blitt $\frac{25}{30} \cdot 60 = 50$. Ved å bruke denne utregningen vil en på ingen måte oppnå et eksakt tall for antall ganger de ulike virkemidlene ville ha forekommet, men en vil få et anslag på omtrent hvor mange ganger virkemiddelet ville ha forekommet på en time. Ved å knytte tiden til forekomsten av virkemidlene, mener jeg at jeg vil få et større grunnlag for å sammenligne dem. I utregningene vil jeg ofte ende opp med flere desimaler. For enkelhetens skyld har jeg valgt kun å presentere forekomsten av virkemidlene med en desimal. Jeg velger også å runde opp og ned til nærmeste tidel, grunnet at jeg ser dette som mer ryddig for leseren. I Figur 11 presenteres et estimat for hvor ofte virkemidlene forekommer i gjennomsnitt for hver time hos alle lærerne.



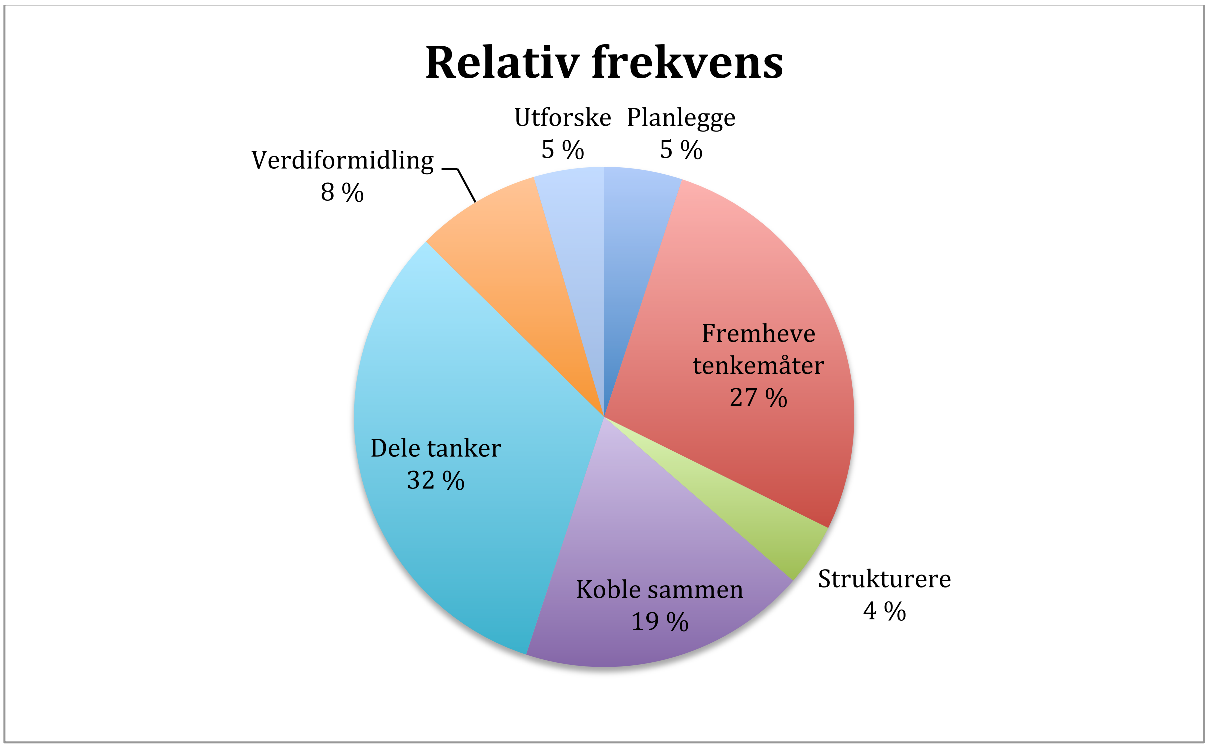
Figur 11: Antall virkemidler som ble brukt av alle lærerne i gjennomsnitt per time.

Ved første øyekast ser forekomsten av lærernes bruk av virkemidlene tilnærmet lik ut per time, med få forskjeller. Figur 11 illustrerer at alle lærerne tok i bruk virkemidlene *Dele tanker* og *Fremheve tenkemåter* flest ganger. Ida er den læreren som tok i bruk de to virkemidlene flest ganger av lærerne per time. Ida valgte å strukturere mye av undervisningen med oppgaver som tok for seg flere matematiske begreper, og formidlet ofte til elevene at det var mulig å løse oppgavene på flere måter. Slik en ser i kapittel 5.1.2 og i diagrammet over, var Ida også svært opptatt av hvordan elevene hadde tenkt og hvilke metoder de tok i bruk når de løste oppgavene. Bruken av virkemiddelet *Fremheve tenkemåter* var noe varierende fra lærer til lærer, men som en ser i diagrammet over og i det forrige kapittelet ble elevenes tanker og ideer ofte repetert og formidlet videre av læreren. Bruken av virkemiddelet *Dele tanker* var noe mer lik, med en variasjonsbredde på 2,1 per time. Dette illustrerer at alle lærerne var opptatt av at elevene skulle formidle ideene og tankene sine videre, selv om det var noe variasjon rundt hvordan de gjorde det (Se kapittel 5.1). Det er naturlig at disse to virkemidlene har en høyere forekomst enn de andre virkemidlene, som er mer tidkrevende og komplekse å ta i bruk.

Flere av lærerne tok i bruk virkemiddelet *Koble sammen* og var opptatt av å knytte matematikken til virkelighetsnære eksempler. I Figur 11 ser en at Ida bruker virkemiddelet 18 ganger per time, noe som er høyere enn de to andre lærerne. Christian tar det i bruk 12 ganger og Emilie 8,8 ganger. Nok en gang kan dette komme av at Ida i større grad enn de andre var opptatt av å høre elevenes metoder og tenkemåter. Ser en på virkemiddelet *Planlegge* er bruken mer jevn. Særlig for Ida og Emilie. Christian tar i bruk virkemiddelet 1,5 ganger i timen, som kan skyldes at han i store deler av øktene hadde helklassesamtale som i stor grad ble påvirket av det elevene sa. Gjennom observasjonen kom det i større grad frem at Ida og Emilie hadde planlagt hvilke oppgaver elevene skulle gjøre og hva samtalen skulle handle om. Lærernes bruk av virkemiddelet *Planlegge* gjenspeiler seg i hvordan lærerne tok i bruk virkemiddelet *Strukturere.* Figur 11 viser at Emilie og Ida tar i bruk *Strukturere* omtrent 4 ganger og Christian 0,7 ganger per time. Det at Ida og Emilie bruker virkemiddelet betydelig mer enn Christian, kan komme av at undervisningen i større grad var planlagt.

Virkemiddelet *Verdiformidling* ble tatt i bruk av alle lærerne. Det vil si at alle lærerne fremmet verdier omkring fagets egenart som kunne knyttes til *Relasjonell forståelse* og *Connectionist orientation*. Sammenlignet med de andre lærerne tar Emilie i bruk virkemiddelet omtrent dobbelt så mange ganger. Selv om Emilie tar i bruk noen av virkemidlene i mindre grad enn de andre lærerne, fremmer hun fortsatt verdier som kan bidra til at sosiomatematiske normer knyttet til at det er god læring i å svare feil og at det er tenkemåten som er viktig setter seg i klasserommet. I følge Askew et al. (1997) kan dette ha noe å si på elevenes læringsutbytte. Hvilke verdier lærere formidler kan også ha stor betydning for hvordan undervisningen oppleves og hvordan helklassesamtalen vil foregå (Yackel og Cobb, 1996; Kleve og Ånestad, 2016). Derimot er lærernes bruk av *Utforske* mer jevn hos alle lærerne. Christian tar det i bruk omtrent en gang mer enn Emilie og Ida. *Utforske* forekommer få ganger per time hos lærerne. Årsaken til dette er at en er avhengig av at en elev kommer med en utforskende ytring. I mitt datamateriale har ikke utforskende ytringer forekommet svært ofte hos noen av de tre lærerne.

For å kunne tydeliggjøre hvor ofte virkemidlene ble brukt i forhold til hverandre, har jeg laget et sektordiagram, der den relative frekvensen av forekomsten av virkemidlene blir presentert. Ved å se på den relative frekvensen av forekomsten av virkemidlene hos alle lærerne samlet, kan en i større grad få en oversikt over hvordan forekomsten av virkemidlene utspiller seg i forhold til hverandre. Sektordiagrammet viser hvor stor prosentandel hvert av virkemidlene ble tatt i bruk i forhold til den totale forekomsten av virkemidlene som var 198 ganger:



Figur 12: Den relative frekvensen til forekomsten av virkemidlene.

Av alle gangene virkemidlene ble tatt i bruk ser en at virkemidlene *Dele tanker, Fremheve tenkemåter* og *Koble sammen* ble tatt i bruk vesentlig flere ganger enn *Verdiformidling*, *Utforske*, *Planlegge* og *Strukturere*.

5 Diskusjon

I dette kapittelet vil jeg diskutere resultatene fra analysen og knytte dette til relevant faglitteratur. Jeg ønsker som tidligere nevnt å finne ut av hvordan tre lærere bruker syv dialogiske virkemidler og hvor ofte disse forekommer i deres undervisning. Jeg vil derfor diskutere likheter og ulikheter mellom lærerne. Jeg ønsker avslutningsvis å gjøre en kort sammenfatning der jeg skriver om mine funn, for så å diskutere veien videre.

5.1 Undervisningen tar utgangspunkt i elevers tenkemåter

Mine resultater fra analysekapittelet viser at alle de tre lærerne tok i bruk virkemidlene som forekommer i analyseverktøyet. Det som skiller lærerne fra hverandre er hvor ofte de ulike virkemidlene ble tatt i bruk og at de ble tatt i bruk på forskjellige måter. Av alle virkemidlene er det *Dele tanker* og *Fremheve tenkemåter* som ble tatt i bruk flest ganger av lærerne. *Dele tanker* utgjorde 32% og *Fremheve tenkemåter* 27% av den totale forekomsten av virkemidlene. Det vil si at når det kommer til virkemidlene ser det ut til at lærerne var mest opptatt av å høre hva elevene tenkte, for så å formidle disse tankene videre til hele klassen.

Selv om de to virkemidlene gikk igjen som de mest brukte hos alle de tre lærerne, var det likevel variasjoner i hvordan de ble tatt i bruk. Christian bruker blant annet virkemiddelet *Dele tanker* i den første økten, når han tegner opp et kvadrat og et rektangel som har areal 4 på tavlen. Han spør elevene hvordan en kan bruke regning til å finne arealet til begge figurene. Istedenfor å gi elevene en oppskrift på hvordan de skal finne det ut, er han mer interessert i å høre hva elevene tenker. Ved å fokusere på sammenhenger og tenkemåter, kan elevene oppnå relasjonell forståelse, samtidig som det også kan være tidsbesparende fordi de matematiske begrepene ikke blir innlært stykkevis og instrumentelt (Baroody, 2006; Skemp, 1976). Christian brukte virkemiddelet i en helklassesammenheng der alle elevene får mulighet til å høre hva de som rekker opp hånden tenker. Ida bruker virkemiddelet på en annen måte når hun i sin første økt ber elevene om å benytte seg av læringspartner. Hun ber elevene se på to ulike divisjonsoppgaver, der den ene tar for seg delingsdivisjon og den andre målingsdivisjon. Elevene får i oppgave å snakke sammen med læringspartner å bli enige om hva som er forskjellen på oppgavene. I følge Kleve og Ånestad (2016) kan lærere ofte gi elevene for liten tid til å tenke når det blir gitt oppgaver. Ved at lærere lar elevene få snakke med læringspartner kan det bidra til at elevene får delt sine tenkemåter og at de får lenger tid til å tenke. Når elevene får mulighet til å kommunisere matematikk kan det bidra til at elevene utvikler sin matematiske forståelse, samt en følelse av at matematikken gir mening og i større grad tilhører en (Botten & Torkildsen, 2015). I følge Kazemi og Hintz (2014) kan det at læreren fremhever elevers tenkemåter og at elevene får mulighet til å snakke sammen, bidra til at elever som ikke forstår en oppgave eller forklaring får muligheten til det.

5.2 Fokus på sammenhenger i matematikken

Virkemiddelet *Koble sammen* ble tatt i bruk 19% av den totale forekomsten av alle virkemidlene. Hos de tre lærerne var det stor variasjon når det kom til hvor ofte virkemiddelet ble tatt i bruk. Ida tok det i bruk 18 ganger per time. Sammenlignet med Christian som brukte det 12 ganger og Emile med 8,8 per time, var det tydelig at Ida brukte det flere ganger i helklassesamtalen. Hun gjorde det blant annet ved å sammenligne metodene elevene hadde brukt og ved å påpeke hva som var ulikt med dem. Hun diskuterte også med elevene ulike settinger en kunne bruke positive og negative tall. Alle lærerne brukte *Koble sammen* til å referere til virkelighetsnære eksempler og forklaringer. Dette kan være med på å gjøre matematikken meningsfull for elevene (Botten & Tronshart, 1999). Christian valgte å bruke virkemiddelet når han i sin første økt brukte geometriske figurer sammen med elevene til å lage en formel for areal av kvadrater og rektangler. *Koble sammen* er kanskje det virkemiddelet som kan knyttes best til Skemp (1976) sitt begrep "relasjonell forståelse". Begrepet blir av Hiebert og Lefevre (1986) beskrevet som en kunnskap som består av flere matematiske koblinger som kan minne om et nett. Personer med denne formen for forståelse blir ansett for å ha en rikere forståelse, sammenlignet med personer som har instrumentell forståelse. I følge Smith et al. (2009) kan et fokus på sammenhenger i matematikken bidra til effektive helklassesamtaler og utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Dersom denne oppgaven hadde hatt et større omfang, ville det vært interessant å undersøke elevenes læringsutbytte i de forskjellige klasserommene.

5.3 Formidling av verdier i helklassesamtalen

I følge Bishop (2001) vil lærerens verdier knyttet til matematikkundervisning påvirke hvordan undervisningen vil bli. Verdiene vil spille en stor rolle når læreren skal ta beslutninger i valg av oppgaver og i undervisningssituasjoner. De sosiomatematiske normene som er etablert i klasserommet som er forhandlet frem av læreren og elevene vil også ha stor innvirkning på undervisningen (Cobb et al., 2001). I følge Kleve og Ånestad (2016) vil de sosiomatematiske normene kunne avgjøre hvordan helklassesamtalen vil foregå, og hva som er akseptert som matematisk korrekt. Cobb et al. (2001) hevder at det er læreren som i størst grad kan påvirke hvilke sosiomatematiske normer som skal råde i klasserommet. I oppgavens datamateriale kom det frem at lærerne av og til fremmet verdier som kunne knyttes til Bishop (2001) sine seks former for verdier.

Emilie valgte flere ganger i øktene sine å formidle verdier knyttet til at en kan lære av å gjøre feil. Hun valgte derfor å fokusere på gale utregninger i undervisningen sin og diskuterte med elevene hvorfor det var lett å gjøre disse feilene. Dette kan knyttes til verdien *progresjon* som i følge Bishop (2001) handler om blant annet å tørre å ta sjanser og kanskje gjøre feil underveis, slik at matematikken går fremover. Ida formidlet også verdier knyttet til viktigheten av matematikkfaget og ble sammen med elevene enig i at alle yrker har bruk for matematikk. Ida formidlet verdier knyttet til at oppgavene de skulle gjøre hadde flere løsninger og formidlet for elevene at hun var spent på om de fant noen andre løsninger enn det hun selv hadde tenkt på. Hun er også tydelig ovenfor elevene på at det ikke kun er svaret hun vil høre, men også metoden og tenkemåten de har brukt. Christian fremmet verdier om at det ville være fordelaktig for elevene å samarbeide fordi det kunne hende at læringspartneren kunne hjelpe på en bedre måte enn han selv. Denne formen for *Verdiformidling* kan derfor knyttes til verdien *åpenhet* som går ut på at matematikken er noe som en snakker om (Bishop, 2001).

Del to av analysen viser at den relative frekvensen til virkemiddelet *Verdiformidling* var på 8 prosent. *Verdiformidling* er det fjerde mest brukte av de syv virkemidlene. Ida og Christian brukte virkemiddelet i snitt 3,85 ganger per time. Emilie tok virkemiddelet i bruk 8,8 ganger per time, som er mer enn dobbelt så mye som de andre lærerne. Emilie brukte likevel virkemidlene *Dele tanker*, *Koble sammen* og *Fremheve tenkemåter* færre ganger enn de andre lærerne.

5.4 Lav forekomst av utforskende ytringer

I følge Høines og Alrø (2010) kan elever være spørrende gjennom både lytting og utforskende ytringer i helklassesamtalen. Når elever kommer med utforskende ytringer er de ofte spørrende til matematikken. I følge Lindfors (1999) er de utforskende ytringene med på å gjøre faget utforskende. Ved at læreren tillater slike ytringer, kan det bidra til at elevene fortsetter å forholde seg spørrende til matematikken. Gjennom seks klasseromsobservasjoner tok de tre lærerne tak i 9 utforskende ytringer til sammen. Den relative frekvensen til virkemiddelet *Utforske* var på 5%, som vil si at det var det tredje minst brukte av lærerne, sammen med *Planlegge.* En mulig forklaring på at virkemiddelet ble tatt relativt sjeldent i bruk kan være at elevene i liten grad ytret seg utforskende i helklassesamtalen. I snitt per time tok Christian tak i 3,7 utforskende ytringer som er en høyere forekomst av virkemiddelet enn de andre lærerne. Den som tok i bruk virkemiddelet minst var Emilie som gjorde det 2,2 ganger per time. Den relativt lave forekomsten av utforskende ytringer kan komme av de etablerte sosiomatematiske normene i klasserommene. I følge Kleve og Ånestad (2016) kan det ha stor betydning for hvordan helklasseromssamtalen vil utarte seg.

Til tross for lav forekomst av virkemidlene, tok likevel alle lærerne tak i elevenes utforskende ytringer. Emilie spurte elevene om de så noen likheter mellom tierplassen, enerplassen og tidelsplassen. En av elevene svarte at alle sluttet på plassen, noe som resulterte i at flere av elevene begynte å le. Denne formen for utforskende ytring kan knyttes til Bjørkås og Bulien (2010) sin første kategori som går ut på at eleven ønsker å utforske mulighetene i det matematiske språket. Ved at Emilie repeterte denne ytringen, bidro det til at flere elever lo og samtalen fikk en mer humoristisk vending. Christian tok tak i en ytring der en elev ønsket å utforske en forklaring. Eleven ønsket å spørre Christian om en forklaring han ga, som handlet om at alle mulige tegninger er i 2D. Eleven spurte hva hvis tegningen er i tre dimensjoner, som ga Christian muligheten til å forklare ytterligere hva han mente. Mitt datamateriale støtter opp under Lindfors (1999) sin påstand om at de utforskende ytringene er med på å gjøre faget utforskende. Mitt datamateriale viser også at de utforskende ytringene kan være med på å rette opp i uklarheter og til og med gjøre samtalen mer humoristisk.

5.5 Moderat bruk av nøye planlagte helklassesamtaler

De to siste virkemidlene *Planlegge* og *Strukturere* hadde relative frekvenser på henholdsvis 5% og 4%. *Planlegge* ble tatt i bruk 5,4 ganger av Ida, som tok i bruk virkemiddelet flest ganger. Til sammenligning ble *Strukturere* tatt i bruk 4,4 ganger per time av Emilie, som brukte det flest ganger. *Strukturere* var det virkemiddelet som ble tatt minst i bruk av alle virkemidlene til sammen. Både Ida og Emilie brukte *Planlegge* til å innhente forkunnskaper, slik at de kunne få en pekepinn på hva elevene kunne om emnet fra før. Ida tok det i bruk ved å formidle ovenfor elevene at hun hadde satt seg inn i oppgavene, og at det var gjort en feil som hun var spent på om elevene klarte å finne. Hun formidlet også at hun hadde sett for seg to ulike metoder en kunne ta i bruk på en oppgave og at hun var interessert i å se om elevene fant flere.

I følge Smith et al. (2009) kan det være fordelaktig å ha planlagt hva elevene kommer til å svare på spørsmål eller på en eventuell oppgave slik at en kan forsøke å forutsi hvordan helklassesamtalen vil se ut. Når det kommer til *Strukturere* valgte Ida å gå rundt da elevene jobbet og brukte informasjonen hun fikk til å sørge for at de som brukte ulike metoder fikk fortelle hva de hadde gjort i helklassesamtalen etterpå. Hvis læreren har planlagt dette kan en til en viss grad forberede hva helklassesamtalen skal handle om og hvordan en skal komme seg dit en ønsker med diskusjonen. Smith et al. (2009) skriver om viktigheten av å strukturere helklassesamtalen ved å velge ut forskjellige strategier og elevmetoder som kan være hensiktsmessige å ta opp. Dette kan være tjenlig med tanke på at elever kan lære av hva andre elever har gjort. Det kan også være klokt å presentere de ulike elevideene i en bestemt rekkefølge. På den måten kan metodene øke i abstraksjonsnivå og elevene kan se sammenhenger mellom metodene. Til tross for dette ble virkemidlene *Planlegge* og *Strukturere* tatt relativt sjeldent i bruk av de tre lærerne. En mulig forklaring på at disse ble tatt sjeldent i bruk, kan være at virkemidlene er mer omfattende enn de andre. Det krever mye av en lærer å bruke god tid på å planlegge spørsmål og velge ut ulike metoder som kan berike helklassesamtalen. Smith et al. (2009) bekrefter dette når de skriver om hvor utfordrende det er å lede en helklassesamtale av høy kvalitet som tar utgangspunkt i elevenes tenkemåter og de matematiske begrepene som hører til. Dersom målet er at elevene skal utvikle relasjonell forståelse gjennom helklassesamtale er det derfor nødvendig at læreren vet hvilke spørsmål som skal stilles og sørger for at elevene både får tenkt og resonnert (Hatano & Inagaki, 1991).

5.6 Avsluttende kommentarer

I denne oppgaven har jeg undersøkt hvilke dialogiske virkemidler tre lærere tar i bruk i helklassesamtalen, som i følge forskning kan bidra til utvikling av relasjonell forståelse. Jeg ønsket også å finne ut hvor ofte disse virkemidlene forekommer i helklassesamtaler med elever. For at jeg skulle få svar på de to presenterte forskningsspørsmålene, har jeg undersøkt emnet og sett på forskningslitteratur som kan bidra til å svare på forskningsspørsmålene. I tillegg til å undersøke hva som har blitt gjort tidligere, var jeg nødt til å bruke en forskningsmetode til å samle inn data. Mitt valg falt på den kvalitative forskningsmetoden, observasjon. Ved å være observerende deltaker i tre forskjellige klasserom, fikk jeg komme tett på det jeg ønsket å finne ut av. Mine funn baserer seg på et omfattende datamateriale, bestående av en rekke helklassesekvenser. I datamaterialet har jeg funnet mye interessant, men jeg har også vært nødt til å utelukke en rekke aspekter ved matematikkundervisning som jeg mener er interessante, men som ikke er relevant for oppgavens problemstilling. Jeg fant for eksempel flere sekvenser med IRE-struktur, enn det som kommer frem i oppgaven.

Etter å ha undersøkt faglitteratur som kan knyttes til mine forskningsspørsmål og observert tre forskjellige lærere har jeg fått et godt grunnlag for å kunne svare på mine forskningsspørsmål. Når det kommer til hvordan lærerne tok i bruk de syv virkemidlene, viser det seg at alle lærerne har tatt i bruk alle i sin undervisning, men i ulik grad. En var i forhold til de andre særlig opptatt av å koble sammen elevenes tenkemåter og en annen var opptatt av å koble matematikken til virkeligheten. Et annet eksempel på at virkemidlene ble tatt i bruk ulikt var at en lærer var opptatt av at alle elevene skulle ha en dialog og lytte til hverandre, mens en annen ofte lot elevene få snakke med læringspartner. Til tross for noe variasjon, viser mine funn at forekomsten av virkemidlene mellom lærerne er relativt jevn. Alle lærerne er særlig opptatt av å la elevene få ytre seg og si hva de tenker i helklassesamtalen. De er også opptatt av at elevene skal lytte til hverandre og gjenta det de sier underveis. Lærerne kobler i mindre grad elevenes metoder med hverandre og er mer opptatt av å forklare matematikken ved bruk av virkelighetsnære eksempler. Mine funn viser også at lærerne svarer på utforskende ytringer, men de forekommer sjeldent i helklassesamtalen.

Til tross for ulikheter i bruken av alle virkemidlene har alle lærerne tatt de i bruk. Dette kan ha en sammenheng med at de jobber og underviser på samme skole og at de derfor kan ha et felles verdisett knyttet til hvordan en skal undervise i matematikk. Dette må nødvendigvis ikke være tilfellet. Hadde oppgaven hatt et større omfang, ville det vært interessant å utvide studien til å gjelde for flere lærere og ulike skoler. Det ville da vært interessant å se på om det var større forskjeller mellom skolene. Det er tydelig at det er flere studier som støtter opp under om at det kan være hensiktsmessig å undervise relasjonelt, der det er fokus på dialog og argumentasjon i helklassesamtalen. Elever som har hatt lærere som stimulerer til en undervisning med samarbeid, dialog, formidling av tenkemåter og sammenhenger i matematikken ser ut til å trives bedre med faget (Boaler & Greeno, 2000). Elever som har vokst opp med en tradisjonell undervisningsform, der fokuset har ligget på pugg og innlæring av regler, har også en større sjanse for å mistrives med matematikken de møter på universitetet fordi de føler at fagets egenart forandrer seg (Solomon & Croft, 2015). I følge Askew et al. (1997) viser det seg også at de lærerne med en "*Connectionist orientation*" er de som er mest effektive. Basert på denne trenden, ser en at det etableres ulike rammeverk og verktøy som lærere kan ta i bruk for å fremme dialog og relasjonell forståelse i undervisningen (som i Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014; Bjørkås & Bulien, 2010; Smith et al., 2009; Solem & Ulleberg, 2013).

5.7 Egne refleksjoner og tanker om veien videre

Under arbeidet med denne oppgaven har jeg opparbeidet meg en dypere innsikt i studier og forskningslitteratur knyttet til hvordan lærere kan bruke samtale i undervisningen for å utvikle elevers relasjonelle forståelse. Innsikten og kunnskapen jeg har opparbeidet meg gjennom å studere emnet, har ledet til stor lærelyst og nysgjerrighet. Det har ført til at jeg sitter inne med flere spørsmål nå, enn da jeg begynte med oppgaven. Jeg ser derfor i etterkant av endt datainnsamling og analyse at det er flere aspekter jeg kunne tatt hensyn til for å få et mer nyansert bilde av studien. Hadde oppgaven hatt et større omfang eller om jeg får muligheten til å studere emnet videre, er det flere spørsmål jeg gjerne skulle undersøkt. Jeg ønsker derfor å diskutere disse spørsmålene og hvordan veien videre kan se ut.

Da jeg begynte å forme problemstillingen og etablere forskningsspørsmål til oppgaven var jeg tydelig på at jeg ønsket å undersøke fenomener som er hentet fra klasserommet. Jeg bestemte meg da for at observasjon var den rette metoden å bruke for å få svar på oppgavens problemstilling. Ved å ha observert tre lærere har jeg fått mange svar, men jeg ser i ettertid at det kunne vært verdifullt å høre lærernes refleksjoner etter gjennomføringen av observasjonene. Særlig virkemiddelet *Planlegge* fra analyseverktøyet, var vanskelig å oppdage kun ved å observere. Årsaken til det er at lærerne på forhånd kan ha planlagt diverse spørsmål og matematiske begreper det skal legges vekt på i samtalen. Virkemiddelet kan derfor ha forekommet flere ganger i undervisningen, enn det som kommer frem i analysen. Ved å få innsikt i lærernes refleksjoner omkring hva som ble gjort i øktene, kunne jeg fått større innsikt i de valgene lærerne gjorde i undervisningen. En metode jeg kunne triangulert med ved siden av observasjon, kunne derfor vært intervju. På en annen side kunne det vært krevende med tanke på oppgavens omfang. Det å knytte læreres refleksjoner til virkemidler som blir tatt i bruk, kan derfor vært et utgangspunkt for videre studier.

Et annen aspekt ved denne oppgaven jeg ønsker å ta med meg videre er omfanget av datamaterialet. Oppgavens datamateriale baserer seg på to klasseromsobservasjoner av tre lærere. Alle øktene varte i en klokketime, som vil si at jeg har transkripsjoner som stammer fra totalt seks timer med undervisning. Det ville vært svært tidkrevende å observere flere lærere, selv om det i større grad ville gitt meg mer datamateriale å jobbe utfra. Dersom jeg hadde hatt et større spenn i antall lærere og observert undervisning på flere forskjellige skoler ville jeg fått et større sammenligningsgrunnlag. Jeg føler likevel at jeg har klart å samle tilstrekkelig datamateriale for denne oppgaven, fra undervisningen til Emilie, Ida og Christian. Hadde jeg hatt mulighet kunne jeg også valgt å observere flere økter hos hver av lærerne. Jeg har studert klasseromsundervisning som i følge Stigler og Hiebert (1999) er svært komplekst. Dersom jeg hadde hatt et større observasjonsgrunnlag hos hver lærer, kunne jeg i større grad knyttet hendelsene til sosiomatematiske normene som i følge Kleve og Ånestad (2016) kan ha stor betydning for hvordan helklassesamtalen utarter seg. I følge Bishop (2001) vil de sosiomatematiske normene og lærernes verdier implisitt formidles gjennom det læreren sier og de ulike valgene som blir tatt. Det å forstå seg på de etablerte normene kan derfor være en vanskelig prosess på så kort tid.

Sett bort ifra at det ville vært interessant å se på lærernes refleksjoner gjennom bruk av intervju og at datamaterialet kunne vært mer omfattende, føler jeg på en annen side at jeg har lagt et grunnlag for videre studier. Jeg har i denne studien sett på hvilke virkemidler lærere bruker i helklassesamtalen, som i følge forskning kan bidra til relasjonell forståelse hos elever. Jeg har også sett på hvor ofte de blir tatt i bruk. Som en forlengelse av studien kunne det blant annet vært interessant å observere de samme lærerne om noen år for å se om noe har forandret seg. Jeg kunne da ha sammenlignet med denne studien før og etter. Det kunne også vært interessant å gjennomføre studien i etterkant av å ha diskutert oppgavens rammeverk med noen lærere, for så å se hvordan de implementerer det i sin undervisning.

6 Referanser

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Læring i spændingsfeltet mellem dialog, intention, refleksion og kritik. I Skovsmose, O., & Blomhøj, M. (Red.), *Kunne det tænkes?: Om matematiklæring* (s. 127-138). København: Malling Beck.

Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus.* Notodden: Telemarksforsking.

Askew, M., Rhodes, V., Brown, M., Wiliam, D., & Johnson, D. (1997). *Effective Teachers of Numeracy: Report of a study carried out for the Teacher Training Agency.* London: King's College, University of London.

Askew, M., Brown, M., Rhodes, V., William, D., & Johnson, D. (1997). The contribution of professional development to effectiveness in the teaching of numeracy. *Teacher Development, 1*(3), 335-356.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). *Content knowledge for teaching: What makes it special?. Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. Hentet fra: https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0022487108324554

Baroody, A. J. (2006). Why Children Have Difficulties Mastering the Basic Number Combinations and How to Help Them. *Teaching Children Mathematics 13*(1), 22-31. Hentet fra: https://pdfs.semanticscholar.org/dd26/0bdf77064f703916ffdbeff4b3b61bf74aef.pdf

Bishop, A. (2001). What values do you teach when you teach mathematics? I Gates, P. (Red.), *Issues in mathematics teaching* (s. 93-104.). London: Routledge.

Bjørkås, Ø. J., & Bulien, T. (2010). Elevers utforskninger i matematikksamtaler i klassen. *Tidsskriftet FoU i praksis, 4*(3), 23-37. Hentet fra: https://tapir.pdc.no/pdf/FOU/2010/2010-03-3.pdf

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2004). Working Inside the Black Box: Assessment for Learning in the Classroom. *Phi Delta Kappan, 86*(1), 8-21. Hentet fra: https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/003172170408600105

Boaler, J., & Greeno, J. G. (2000). Identity, agency, and knowing in mathematics worlds. I Boaler, J. (Red.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (s. 171-200). Westport, CT: Ablex Publishing.

Boaler, J., & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: Middle School Video Cases to Support Teaching and Learning.* Portsmouth: Heinemann.

Botten, G., & Tronshart, B. (1999). *Meningsfylt matematikk: Nærhet og engasjement i læringen.* Landås: Caspar Forlag.

Botten, G., & Torkildsen, H. A. (2015). Språk og kommunikasjon i matematikk. *Tangenten, 26*(2), 28-31. Hentet fra: https://www.caspar.no/tangenten/2015/tangenten%202%202015%20nettet.pdf

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: integrating arithmetic and algebra in elementary school.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Chalmers, A. (2013). *What is this thing called science?* (4. Utg.). Sydney: Open university press.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. (2009). *Classroom Discussions: Using math talk to help students learn* (2. Utg.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt forlag.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *The Journal of the Learning Sciences*, *10*(1), 113-163.

De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2014). *Generelle forskningsetiske retningslinjer*. Hentet fra: https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Generelle-forskningsetiske-retningslinjer/

Du Bois, J. W. (1991). Transcription design principles for spoken discourse research. *Pragmatics, 1*(1), 71-106. Hentet fra: https://journals.linguisticsociety.org/elanguage/pragmatics/article/download/464/464-782-1-PB.pdf

Dysthe, O. (2012). Teoretiske perspektiver på dialog og dialogbasert undervisning. I Dysthe, O., Bernhardt, N., & Esbjørn, L. (Red.), *Dialogbasert undervisning: Kunstmuseet som læringsrom* (s. 45-78). Bergen: Fagbokforlaget.

Gold, R. L. (1958). Roles in Sociological Field Observations. *Social Forces*, *36*(3), 217-223. Hentet fra: https://baohouse.org/sf/wp-content/uploads/2014/02/Gold-1952.pdf

Hatano, G., & Inagaki , K. (1991). Sharing Cognition through Collective Comprehension Activity. I Resnick, L. B., Levine, J. M., & Teasley, S. D. (Red.), *Perspectives on Socially Shared Cognition* (s. 331-348). Washington, DC: American Psychological Association.

Haug, P. (2003). *Evaluering av Reform 97: sluttrapport frå styret for Program for evaluering av Reform 97.* Oslo: Norges forskningsråd.

Haug, P. (2010). Moderat læringstrykk i klasserommet. Hentet fra: https://utdanningsforskning.no/artikler/moderat-laringstrykk-i-klasserommet/

Høines, M. J., & Alrø, H. (2010). Trenger en å spørre for å være spørrende? Tidsskriftet *FoU i praksis*, *4*(3), 79-96. Hentet fra: http://tapir.pdc.no/pdf/FOU/2010/2010-03-6.pdf

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I Hiebert, J. (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hovik, E. K., & Solem, I. H. (2012). Argumentasjon, begrunnelse og bevis på barnetrinnet. I Pareliussen, I. Moen, B. B. Reinertsen, A. B. & Solhaug, T. (Red.), *FoU i praksis 2012: Samandrag av artiklane frå konferanse om praksisretta FoU i lærerutdanning* (s. 120-126). Trondheim: Akademika Forlag.

Imsen, G. (2003). *Skolemiljø, læringsmiljø og elevutbytte. Synteserapport fra prosjektet "Læringsmiljøets betydning for elevenes utbytte av skolen".* Trondheim: Pedagogisk institutt, NTNU.

Justis- og beredskapsdepartementet. (1967). *Lov om behandlingsmåten i forvaltningssaker*. Hentet fra: https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1967-02-10

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions.* Washington, DC: Stenhouse Publishers.

Kleve, B., & Ånestad, G. (2016). Læringspartner og sosiomatematiske normer som potensial for elevers læring. I Hovik, E. K. & Kleve, B. (Red.), *Undervisningskunnskap i matematikk* (s. 31-45). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal, 27*(1), 29-63. Hentet fra: http://www.jstor.org/stable/1163068?seq=1#page_scan_tab_contents

Lindfors, J. W. (1999). *Children's inquiry. Using language to make sense of the world.* New York: Teachers College Press.

Manger, T., Lillejord, S., Nordahl, T., & Helland, T. (2012). *Livet i skolen 1: Grunnbok i pedagogikk og elevkunnskap.* Bergen: Fagbokforlaget.

Mason, J. (2002). *Qualitative Researching* (2. utg.). Manchester: Sage publications.

Meld. St. 28 (2015-2016). *Fag – Fordypning – Forståelse: En fornyelse av Kunnskapsløftet* Oslo: Kunnskapsdepartementet.

Melhus, K. (2015). Å stimulere barns evne til å tenke. *Tangenten*, *26*(2), 13-16. Hentet fra: http://www.caspar.no/tangenten/2015/tangenten%202%202015%20nettet.pdf

Miles, M. B., & Huberman, M. (1984). *Qualitative data analysis: A sourcebook of new methods.* Thousand Oaks: Sage.

Mullins, I. V., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015: International Results in Mathematics.* Boston: IEA. Hentet fra: http://timss2015.org/timss-2015/mathematics/student-achievement/

Peled, I., & Zaslavsky, O. (2008). Beyond local conceptual connections: Meta-knowledge about procedures. *For the Learning of Mathematics, 28*(3), 28-35. Hentet fra: https://steinhardt.nyu.edu/scmsAdmin/media/users/cdm385/TL_Faculty_Publications/Peled__Zaslavsky_2008-Meta_Knowledge_about_Procedures.pdf

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Robson, C. (2002). *Real World Research: A Resource for Social Scientists and Practitioner-Researchers.* Oxford: Blackwell Publishing .

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics.* London & Washington DC: The Falmer Press.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*(20), 20-26. Hentet fra: http://mrchadburn.co.uk/wp-content/uploads/2017/10/Skemp-Relational-and-Instrumental-Understanding.pdf

Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2008). *Matematik for lærerstuderende: Delta.* København: Samfundslitteratur.

Smith, M. S., Engle, R. A., Hughes, E. H., & Stein, M. K. (2009). Orchestrating Discussions. *Mathematics teaching in the middle school, 14*(9), 548-556. Hentet fra: https://www.jstor.org/stable/41182933?seq=1#page_scan_tab_contents

Solem, I. H., & Strand, T. (2005). Gylne øyeblikk og tapte sjanser. Norsk og matematikk i 2. klasse. I Skjong, S. (Red.), *GLSM Grunnleggjande lese-, skrive- og matematikkopplæring* (s. 126-154). Oslo: Det Norske Samlaget.

Solem, I. H., & Ulleberg, I. (2013). Hva spør lærere om? En modell for å undersøke spørsmål som stilles i klassesamtalen i matematikk. I Christensen, H. & Ulleberg, I. (Red.), *Klasseledelse, fag og danning.* (s. 139-155). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Solomon, Y., & Croft, T. (2015). Understanding undergraduate disengagement from mathematics: Addressing alienation. *International Journal of Educational Research*, *79*, 267-276.

Star, J. R., & Stylianides, G. J. (2012). Procedural and Conceptual Knowledge: Exploring the Gap Between Knowledge Type and Knowledge Quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, 13*(2), 169-181. Hentet fra: https://dash.harvard.edu/bitstream/handle/1/10752457/StarStylianides20121223.pdf?sequence=1

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom.* New York: Free Press.

Streitlien, Å. (2009). *Hvem får ordet og hvem har svaret?: om elevmedvirkning i matematikkundervisningen.* Oslo: Universitetsforlaget.

Ulleberg, I., & Solem, I. H. (2015). Hvordan kan lærere bidra til deltakelse og matematisering i klassesamtalen i matematikk? I Christensen, H. & Stokke, R. S. (Red.), *Samtalens didaktiske muligheter* (s. 104-122). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes.* Cambridge: Harvard University Press.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, *26*(2), 22-27. Hentet fra: http://www.caspar.no/tangenten/2015/tangenten%202%202015%20nettet.pdf

Wæge, K., & Nosrati, M. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk.* Hentet fra: http://www.matematikksenteret.no/content/4879/Sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477. Hentet fra: https://www.jstor.org/stable/pdf/749877.pdf?seq=1#page_scan_tab_contents

Zahavi, D. (2003). *Husserl's phenomenology.* Stanford, CA: Stanford university press.

Vedlegg

Vedlegg 1: Transkripsjonsnøkkel

Funksjon	**Tegn**
Overlappende tale	[ ]
Slutten på en setning	.
Fortsettelse	,
Spørsmål	?
Lang pause	…(N)
Mellomlang pause	…
Kort pause	..
Latter	@
Ordet forsterkes	´tekst
Overtakelse	≈
Avbrutt ord	-
Sitat	<SIT tekst SIT>

(Du Bois, 1991)

Vedlegg 2: Samtykkeerklæring for lærere

Samtykkeerklæring for observasjon i masterprosjekt

Beskrivelse av prosjektoppgaven

Jeg (Alexander Eriksrud) er en student fra Høgskolen i Oslo og Akershus som tar kurset *Skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikkdidaktikk*. I den anledning skriver jeg nå min masteroppgave. Under mitt arbeid med dette prosjektet ønsker jeg å se nærmere på kommunikasjonen mellom lærere og elever. Observasjon av lærere vil da spille en nøkkelrolle, for å få svar på mine forskningsspørsmål.

Frivillig deltakelse

All deltakelse er frivillig, og du kan trekke deg når som helst. Du kan også velge å ta tilbake informasjon underveis, slik at dette ikke vil bli brukt i oppgaven. Det vil bli gjort lydopptak under hele observasjonen, i tillegg til at jeg vil ta notater underveis.

Anonymitet

Notatene og informasjonen som kommer frem i masteroppgaven vil bli anonymisert. Det vil si at ingen andre enn Alexander Eriksrud vil vite hvem som er blitt observert, og informasjonen vil ikke kunne tilbakeføres til deg.

Praktisk informasjon

Kontaktinformasjon til veileder av prosjektet:

Navn: Annette Hessen Bjerke

Epost: annette.hessen@hioa.no

Telefon (kontor): +47 67 23 74 36

Dato for prosjektslutt er 15.05.2018.

Samtykke

Før observasjonen begynner ber jeg deg om å samtykke i deltagelsen ved å skrive under på at du har lest og forstått informasjonen på dette arket og ønsker å delta.

Jeg har lest og forstått informasjonen ovenfor og gir mitt samtykke til å delta i observasjonen

___________ ____

Sted og dato Signatur

Vedlegg 3: Samtykkeerklæring for foreldre

Informasjonsskriv for elever og foresatte i forbindelse med observasjon til masterprosjekt

Beskrivelse av prosjektoppgaven

Jeg (Alexander Eriksrud) er en student fra Høgskolen i Oslo og Akershus som tar kurset *Skolerettet utdanningsvitenskap med fordypning i matematikkdidaktikk*. I den anledning skriver jeg nå min masteroppgave. Under mitt arbeid med dette prosjektet ønsker jeg å se nærmere på kommunikasjonen mellom lærere og elever. Observasjon av undervisning vil da spille en nøkkelrolle for å få svar på mine forskningsspørsmål. Jeg har fått tillatelse til å observere undervisningen til ditt barns lærer og ønsker samtykke fra deg om at det er i orden at jeg observerer to undervisningsøkter hvor ditt barn vil være til stede. Det er i hovedsak lærerens kommunikasjon med elevene som skal bli observert. Observasjonen vil skje en gang mellom uke xx og uke xx.

All deltakelse er frivillig, og ditt barn kan trekke seg når som helst. Det vil bli gjort lydopptak under hele observasjonen. Notatene og informasjonen som kommer frem i masteroppgaven vil bli anonymisert. Det vil si at ingen andre enn Alexander Eriksrud vil vite hvem som er blitt observert, og informasjonen vil ikke kunne tilbakeføres til ditt barn.

Praktisk informasjon

Kontaktinformasjon til veileder av prosjektet:

Navn: Annette Hessen Bjerke

Epost: annette.hessen@hioa.no

Telefon (kontor): +47 67 23 74 36

Samtykke

Før observasjonen begynner ber jeg deg om å samtykke i deltagelsen ved å skrive under på at du har lest og forstått informasjonen på dette arket og ønsker å delta.

Jeg har lest og forstått informasjonen ovenfor og gir mitt samtykke til at mitt barn kan være tilstede under observasjonen

___________ ____

Sted og dato Signatur

Vedlegg 4: Observasjonsskjema

Økt: **Lærer (koblingsnøkkel):**

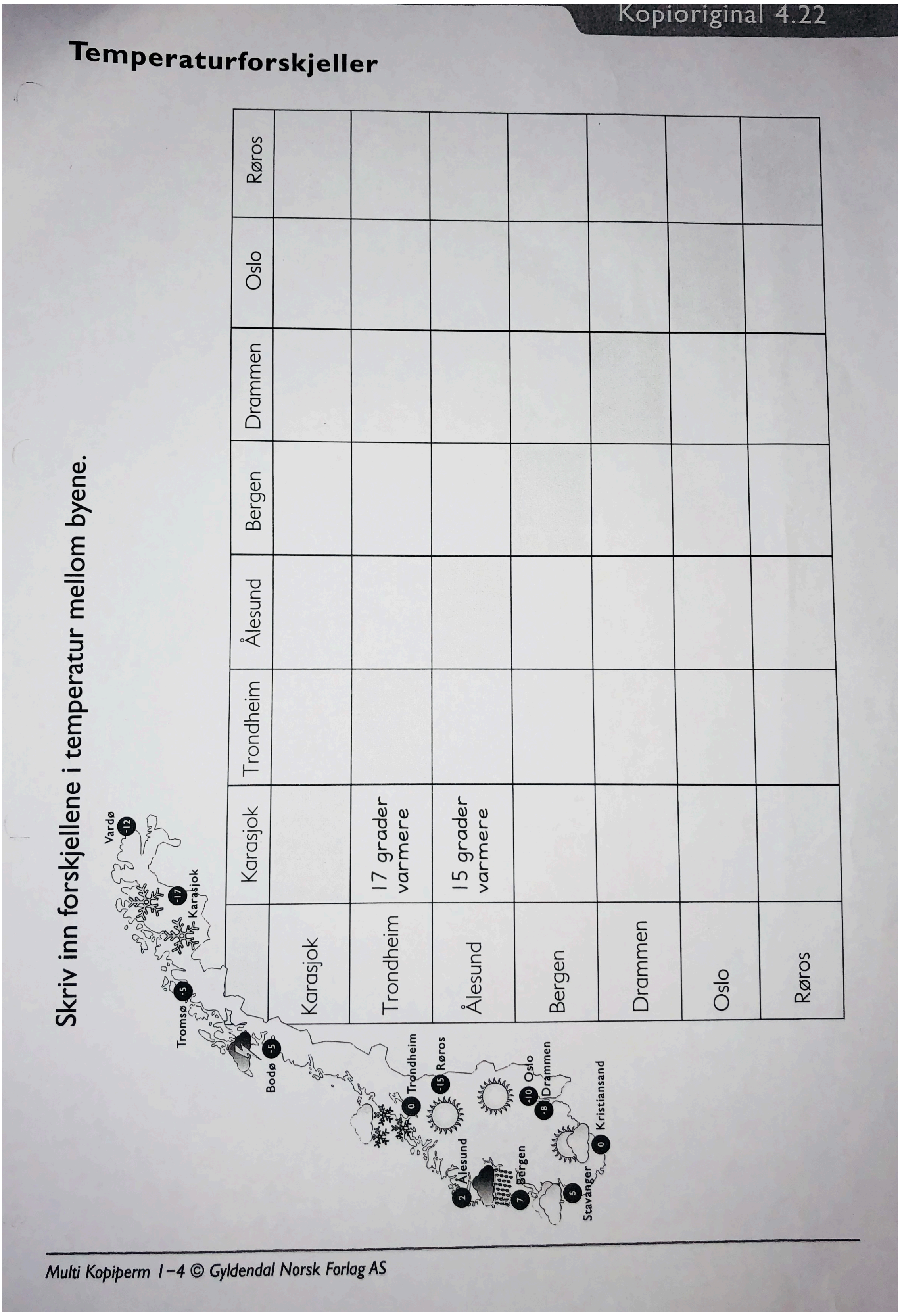
Huskeliste

1. Husk å notere oppgavene som blir gitt.
2. Noter det som foregår i klasserommet (inntrykk av undervisningen).
2. Husk å ta bilde av tavle.
3. Lag en skisse over hvordan klasserommet ser ut (lydopptaker, lærer, elever, pulter og elemenenter læreren bruker i undervisningen).
4. Ta tiden for hvor lenge helklasseromssamtalen varer.

Skisse av klasserom

Notater:

Vedlegg 5: Oppgaveark – Multi kopioriginal 4.22 (Ida, økt 2)



Kopioriginal 4.22

Temperaturforskjeller

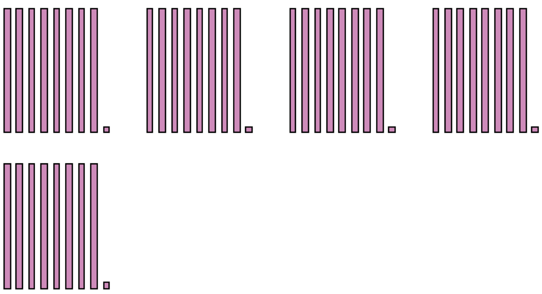
Skriv inn forskjellene i temperatur mellom byene.

	Karasjok	Trondheim	Ålesund	Bergen	Drammen	Oslo	Røros
Karasjok							
Trondheim	17 grader varmere						
Ålesund	15 grader varmere						
Bergen							
Drammen							
Oslo							
Røros							

Vedlegg 6: Skjermbilde fra Multi nettoppgaver 6a (Emilie, økt 1)

Løs oppgaven ved å multiplisere enere og tideler hver for seg.

$8{,}1 \cdot 5$

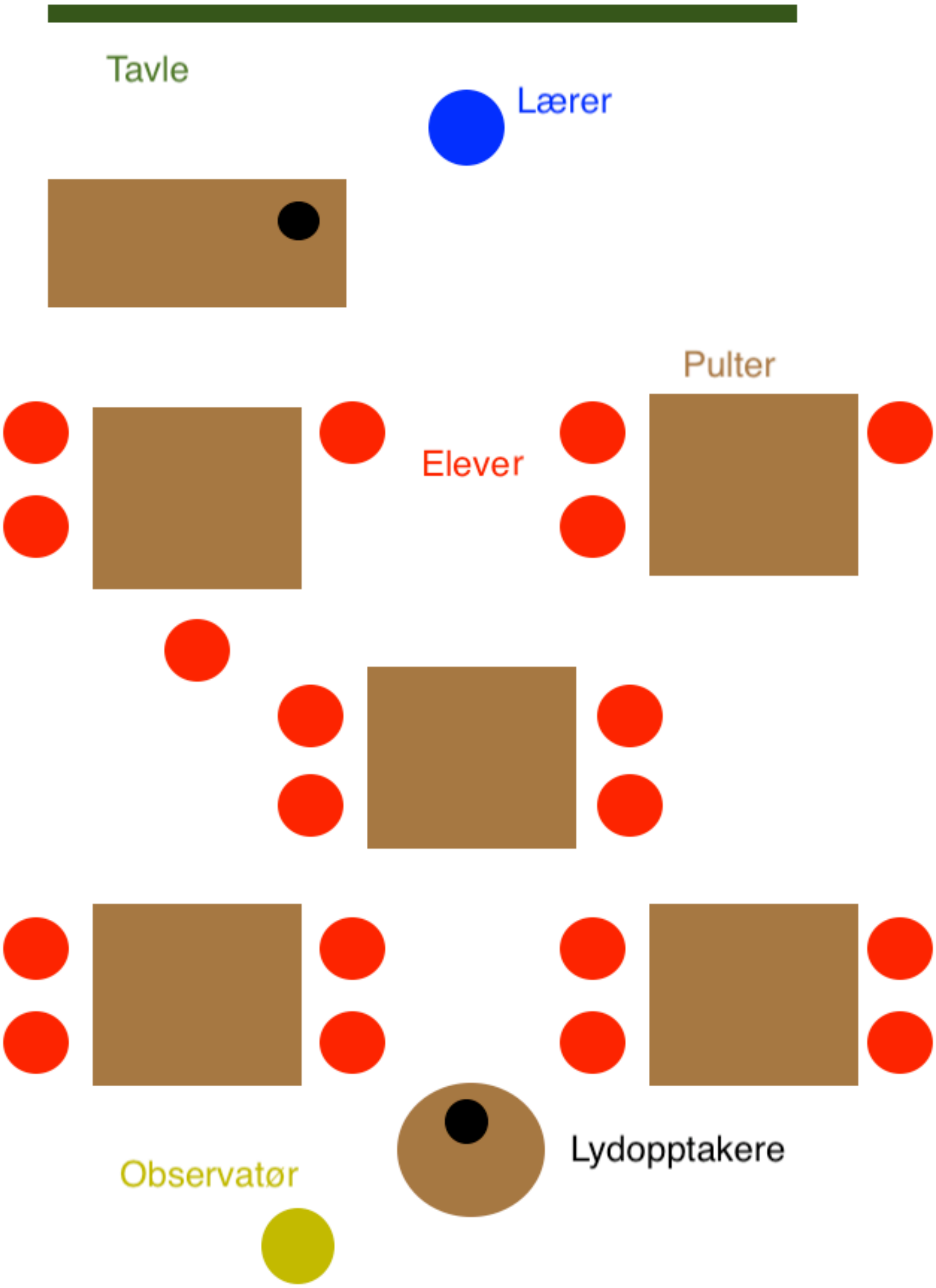


8,	1	·	5	=			
8		·	5	=	4	0	
0,	1	·	5	=		0,	5
				=	4	0,	5

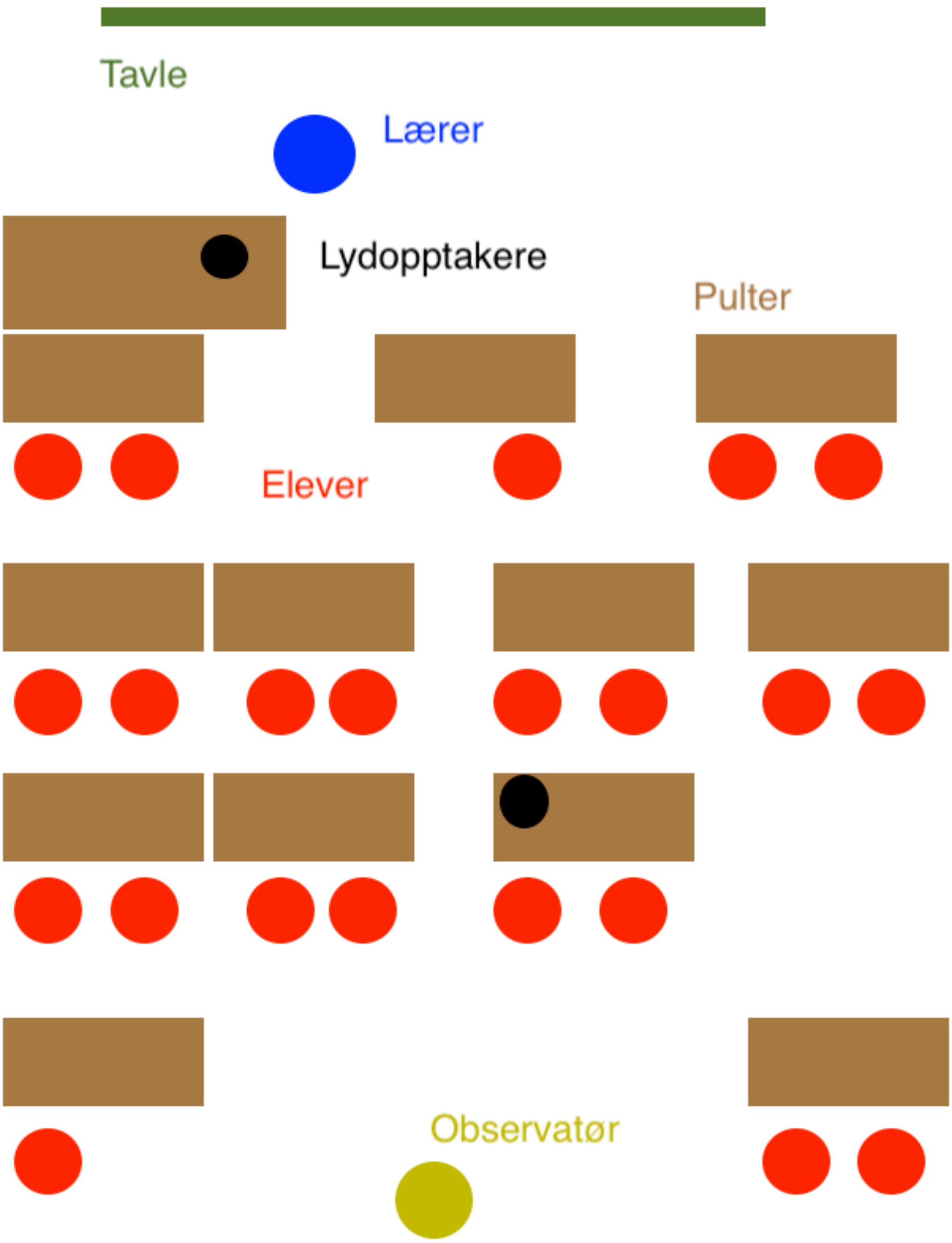
5

OK

Vedlegg 7: Skisse av klasserommet til Emilie



Vedlegg 8: Skisse av klasserommet til Ida



Vedlegg 9: Skisse av klasserommet til Christian