

Yi Wei Hsu og Håvard Samuelsen

Risikovurdering av Folketrygdfondet med implementering av stokastisk volatilitetsprosess i Value at Risk

Masteroppgave i Økonomi og Administrasjon

Handelshøyskolen ved HiOA

Sammendrag

Hensikten med denne oppgaven er å studere prestasjonsevnen til en stokastisk volatilitetsmodell innen langtidsestimering av Value at Risk for offentlige fond. Vi finner det hensiktsmessig å dele oppgaven inn i to problemstillinger. Den første problemstillingen omhandler sammenligning av en tradisjonell Monte Carlo simulasjonsmetode mot den stokastiske volatilitetsmodellen Heston. Den andre problemstillingen omhandler estimering av nedsiderisikoen av det offentlige fondet Statens Pensjonsfond Norge og anvendelsen av dette estimatet. Vi har undersøkt fondets aksjeportefølje over tidsperioden 2008 – 2015 og sammenlignet Value at Risk estimatet mot virkelig avkastning. Estimer og metoder er undersøkt videre ved backtesting og stresstesting. Resultatene antyder at Heston modellen presterer bedre når man estimerer Value at Risk over et lengre tidsperspektiv, ettersom Monte Carlo metoden presterer dårligere. Vi finner at fondets nedside risiko estimeres til 41,1 milliarder kroner ved et 95 prosent sannsynlighetsnivå. Vi anser dette som relativt høyt ut ifra en historisk vurdering. Videre vil vi anbefale fondet og rebalansere en del av sine midler til renteporteføljen for å bedre sin soliditet for markedsansvar.

Abstract

This thesis studies the performance of a stochastic volatility model in long-term Value at Risk calculations for a sovereign wealth fund. We find it beneficial to divide the thesis in to two main problem statements. The first deals with comparing a traditional Monte Carlo simulation method to a Heston model, which is the stochastic volatility model of choice for this thesis. The second problem deals with estimating the downside risk of the sovereign wealth fund “Statens Pensjonsfond Norge” and analyzing the use of this estimate. We have examined the funds stock portfolio over the time period 2008 – 2015 and compared Value at Risk estimates to actual portfolio returns. Estimates and methods are examined further with different backtests and stress testing. The results suggest that the Heston model performs better when estimating long term Value at Risk, as the Monte Carlo method underperforms in our thesis. We find that the fund’s downside risk is estimated to 41.1 billion NOK at a 95 percent probability level, this is assumed relatively high from a historical perspective. Furthermore, we recommend the fund to rebalance its capital into the bond portfolio to improve its solvency for market responsibility.

Handelshøyskolen ved HiOA

Oslo 2016

Forord

Denne oppgaven avslutter vår Master i Økonomi og Administrasjon ved Handelshøyskolen ved HiOA, med fordypning innen Finans og Økonomistyring. Motivasjonen bak oppgaven ligger i vår delte interesse for portefølje- og fondsforvaltning og risikostyring. Vi fant med en gang stor interesse for Folketrygdfondet på grunn av dens størrelse og rolle i markedet. Value at Risk ble valgt som tema da det har vært svært mye turbulens i kapitalmarkedet på verdensbasis.

Arbeidet med oppgaven har vært interessant og svært lærerikt. Fra starten av denne oppgaven ville vi utfordre oss selv, og ta for oss en problemstilling som ville teste vår kunnskap innen statistikk, matte og finans. Vi har nå høyere forståelse for risikostyring i praksis, og bruk av statistikk og avanserte matematiske modeller til.

Vi vil takke vår veileder Muhammad Azeem Qureshi for tilbakemelding og motivasjon underveis. Videre vil vi takke Jørn Terje Krekling ved Folketrygdfondet for samarbeid gjennom samtaler og data. Til slutt ønsker vi å takke Andreea Ioana Alecu for hjelp i statistikkprogrammet R.

Oslo, 27.05.2016

Yi Wei Hsu

Håvard Samuelsen

Innholdsfortegnelse

1	Innledning	6
1.1	Oppgavens struktur.....	8
2	Folketrygdfondet	9
2.1	Opprinnelse	9
2.2	Mandat.....	9
3	Teoretisk grunnlag	11
3.1	Risikostyring	11
3.2	Markedsrisiko – opprinnelsen av Value at Risk.....	11
3.3	Value at risk.....	12
3.3.1	Kritikk	13
3.4	Tradisjonelle VaR modeller	14
3.4.1	Historisk simulasjon	14
3.4.2	Normalfordelt VaR.....	16
3.4.3	Student-t fordelt VaR	18
3.5	VaR med Simulasjoner.....	19
3.5.1	Stokastisk prosess.....	19
3.6	Backtest	20
3.7	Nyere forskning	21
4	Metode	22
4.1	Monte Carlo.....	22
4.1.1	Geometric Brownian Motion (GBM).....	23
4.2	Heston modell.....	25
4.3	Backtest metoder	28
4.3.1	Ubetinget dekning	28
4.3.2	Betinget dekning.....	29
5	Data	31
5.1	Deskriptiv statistikk.....	32
5.1.1	Test for normalitet	34
5.2	Modellkalibrering	35
5.2.1	VIX.....	35
5.2.2	VIX Datasett.....	36
5.2.3	Heston parametere	36
6	Resultater	39

6.1	Backtest resultater	39
6.1.1	Kupiec, uavhengighet og Christoffersen test.....	42
6.2	Krysskorrelasjon.....	44
6.3	Simuleringsdistribusjon.....	46
6.4	Sensitivitetsanalyse	47
6.4.1	Heston modell.....	47
6.4.2	Monte Carlo, GBM.....	53
7	Diskusjon	56
7.1	Heston mot Monte Carlo	56
7.2	VaR for FTF	58
7.3	Feilmåling av risiko.....	59
7.4	Begrensninger.....	60
8	Konklusjon	62
9	Referanseliste	64
10	Vedlegg	67
10.1	Vedlegg A: Datasett	67
10.2	Vedlegg B: Normalitet	67
10.3	Vedlegg C: korrelasjonsplott.....	68
10.4	Vedlegg D: Krysskorrelasjonsanalyse.....	69
10.5	Vedlegg E: VaR resultat.....	70
10.6	Vedlegg F: Sensitivitetsanalyse.....	72
10.7	Vedlegg G: Simulasjoner under sensitivitetsanalyse.....	76
10.8	Vedlegg H: Simuleringskode	88
10.9	Figurliste.....	94
10.10	Tabell liste	96

1 Innledning

Denne oppgaven er inspirert av den nedadgående trenden i Norsk økonomi. Seniorøkonom Marius Hov diskuterer sammen med andre økonomer i Dagens Næringsliv, at data fra Norges Bank og SSB indikerer nullvekst og nedadgående trend. Flere sjefsøkonomer antydet allerede i midten av 2015 at ledigheten vil stige og sentralbanken vil senke renten (DagensNæringsliv, 2015). En stadig lavere oljepris har gjort at Norge kan være på vei inn i en resesjon. Dette har økt fokuset på hvordan statens midler blir forvaltet og anvendt.

Finansiell risiko er betegnet som et viktig fagfelt, og det finnes mye akademisk litteratur på området. Mange teorier er stridende, men de senere årene har det oppstått en gjensidig aksept, om at et helhetlig risikobilde gir best oversikt over risikoen man utsetter seg for. Mesteparten av litteratur og teori er gjort med hensyn på private aktører. Mange teorier innenfor den økonomiske verdenen bygger på antagelsen at stater ikke kan gå konkurs. Denne oppgaven skal ikke analysere om dette er mulig, men ønsker heller å koble risikoteori utarbeidet for private aktører opp mot offentlig forvaltning.

Denne oppgaven ønsker å kaste lys over at det finnes en sannsynlighet for tap når man investerer i finansielle eiendeler. I starten av 2016 minsket verdien til Statens Pensjonsfond Utland seg med 525 milliarder NOK på 22 dager (Sundberg, 2016). Ut i fra handlingsregelen vil et vedvarende slikt tap gi sittende regjering 21 milliarder NOK mindre til sitt budsjett. Finansminister Siv Jensen har i statsbudsjettet for 2016 lagt opp til å bruke 20 milliarder NOK mer enn i fjor. Den sittende regjeringen mener fondet har mye gå på før det er tomt (Armstrong, 2015). Økte offentlige utgifter er nødvendig i nedgangstider, og store offentlige fond er en nyttig fallskjerm til dette formålet.

Norges to største offentlige fond er Statens Pensjonsfond Utland (SPU) og Statens Pensjonsfond Norge (SPN). Per dags dato er det bare SPU som har årlige overføringer til statsbudsjettet og SPN har ingen kapital uttak, men dette kan endre seg i fremtiden. SPU forvaltes av Norges Bank Investment Management (NBIM) og er verdens største offentlige fond. Dette fondet er ofte i medias og forskeres søkelys, slik at det finnes mange analyser på dette fondet. SPN er et betydelig mindre fond i størrelse og akademisk popularitet. SPN forvaltes av Folketrygdfondet (FTF) og disse annonserte på sin hjemmeside at de ønsker

akademiske undersøkelser på sitt fond. Denne oppgaven har vi da valgt til å begrense til SPN da vi enkelt kom i kontakt med dem for utarbeidingen av vår risikovurdering og modeller.

Det er imidlertid ingen grunn til at denne studien kun kan begrenses til FTF og SPN. Oppgavens modeller kan gi nyttig informasjon til andre store aktører på det skandinaviske markedet, samt utbedres videre for internasjonale fond som for eksempel SPU.

FTF kan vise til gode resultater i henhold til sin risikostyring. I delkapittel 2.2 vil vi forklare nærmere hvordan risikorammeverket og mandatet gitt av Finansdepartementet fungerer. Hovedprinsippet i rammeverket er at relativ volatilitetsavvik fra referanseindeksen ikke skal overskride 3 prosentpoeng. Volatilitet som risikomål har vært den vanlige tilnærmingen for risiko ved aksjeinvesteringer. Markowitz fremmet dette i hans portefølje teori der han forutsetter at avkastingen er tilnærmet normalfordelt og risikoen kan defineres som standardavviket til eiendelen (Markowitz, 1952, 1959). Rammeverket tar for seg både opp- og nedsiderisiko, men i oppgaven avgrensner vi oss til kun nedsiderisiko. Videre etter samtaler med leder for risikostyring ved FTF, Jørn Terje Krekling, ble vi enig med å avgrense analysen til fondets aksjeportefølje.

Vi har valgt å benytte Value at Risk (VaR) til å analysere nedsiderisikoen. Metoden er veldig utbredt i å kalkulere et mulig tap, gitt sannsynlighet innenfor en kort tidshorisont. Oppgaven ønsker å analysere om vi kan beregne dette for en lengere tidshorisont, da dette vil være fordelaktig for det offentlige. Kompliserte simuleringsmodeller er tidligere blitt brukt til dette formålet, men flere av disse feiler under noen markedsforhold. Vi vil ta steget videre i å undersøke om en ny type simuleringsmodell kan være bedre egnet til å estimere finansiell risiko med ett års perspektiv. I oppgaven vil vi implementere stokastisk volatilitetsprosess inn i eksisterende simuleringsmodeller, og undersøke om dette predikerer risiko bedre enn eksisterende modeller. Oppgaven ønsker således å svare på følgende problemstillinger:

1. *«Vil en stokastisk volatilitetsprosess bedre eksisterende Value at Risk modeller for å predikere nedsiderisiko?»*
2. *«Hvor stor er nedsiderisikoen til Statens Pensjonsfond Norge sin aksjeportefølje med et langsiktig perspektiv?»*

1.1 Oppgavens struktur

I det neste kapittelet vil vi gi en kort beskrivelse av SPN og FTF. Videre gjennomgår vi bakgrunnsinformasjon som vil danne oppgavens teoretiske grunnlag i kapittel 3. Her presenteres teorier knyttet til VaR, simuleringsmodeller og backtesting. Deretter vil vi i kapittel 4 presenterer vi metoden, der vi beskriver valgte modeller og redegjør for metodiske valg. Kapittel 5 gir en kort innføring i hvordan vi har konstruert datasettet og kalibrert simuleringsparameterne. I dette arbeidet er det gjort en rekke forutsetninger som det argumenteres for. Simuleringsresultatene vil bli vist i kapittel 6, med tilhørende sensitivitetsanalyse før vi til slutt diskuterer resultatene og konkluderer i kapittel 7 og 8.

2 Folkestrygdfondet

2.1 Opprinnelse

I 1967 ble folkestrygden innført som en obligatorisk trygdeordning for alle som er bosatt i Norge. På samme tid, får Folkestrygdfondet navnet sitt og rollen som forvalter. Folkestrygden skal gi økonomisk hjelp ved sykdom, svangerskap, arbeidsløshet, alder, uførhet, dødsfall og tap av forsørger. Folkestrygden skal dekke alle utgifter til medisinsk behandling. Loven om folkestrygd, som ble til i 1966, sier blant annet at all overskudd fra folkestrygd som ikke blir benyttet til dekning av utgifter skal bli overført til FTF. Paragraf 16-6 sier at Stortinget skal fastsette regler for forvaltning, revisjon mm. Kapitalinnskuddet fra folkestrygden startet 1967, men avsluttet i 1979, da folkestrygden hadde gått med minus. All avkastning av midlene fra SPN vil derfor holdes inne i fondet, og fordeles og investeres i forvalters beste evne. (Lindholt, 2014).

2.2 Mandat

FTF får sitt mandat fra Finansdepartementet. Mandatet fastsetter rammeverk for investeringsvirksomheten, forvaltning av porteføljen, verdivurdering, risikostyring mm. Mandatet er sist oppdatert i 2010. I § 1-1 (2) fastslår mandatet: «Folkestrygdfondet skal søke å oppnå høyest mulig avkastning etter kostnader over tid målt i norske kroner» (Finansdepartementet, 2010b). FTF er ansvarlig for investeringsbeslutninger av SPN uavhengig fra departementet.

Den strategiske referanseindeksen skal bestå av to klasser aktivaklasseindekser. Aksjeindeksen utgjør 60 prosent av SPN sin totale portefølje. Obligasjonsindeksen utgjør 40 prosent. FTF er ikke påkrevd å holde seg innenfor disse rammer. Aksjeporteføljen skal likevel ligge innenfor intervallet 50-70 prosent av totalporteføljen. Hver aktivaklasseindeks skal inneholde to regionindekser, Norge og Norden. Hvor Norden består av Sverige, Danmark og Finland. Island er utelukket. Av den strategiske aksjeindeksen skal 85 prosent bestå av Oslo Børs Hovedindeks (OSEBX). De gjenværende 15 prosentene skal bestå av VINX Benchmark (CMVINXBVINN). Til sammen utgjør dette fire delindekser. Selskaper som er børsnotert i

Norge og Island skal ikke være inkludert i nordisk aksjeindeks. Mandatet fastsetter at FTF skal ikke overstige 15 prosent eierandel i aksjekapital eller egenkapitalbevis i ett enkelt selskap i Norge. I Norden kan FTF eie inntil 5 prosent av aksjekapital eller egenkapitalbevis i ett enkelt selskap i Danmark, Finland og Sverige.

Mandatet krever at FTF skal forvalte med sikte på at det årlige standardavviket til differanseavkastningen mellom faktisk portefølje og faktisk referanseindeks ikke overstiger en forventet relativ volatilitet på 3 prosentpoeng. FTF har internt lagt til grunn et mål for forventet relativ volatilitet innenfor intervallet 0,5 til 2,5 prosentpoeng (Finansdepartementet, 2014). Videre skal FTF fastsette supplerende risikorammer for forvaltningen for å klargjøre andre risikofaktorer som forventet relativ volatilitet ikke tar hensyn til. Risikorammer inkluderer blant annet minste sammenfall mellom portefølje og faktisk referanseindeks, kredittrisiko, likviditetsrisiko, motpartseksposering, belåning og reinvesteringsrisiko. FTF skal selv sette sine egne prinsipper ved verdivurdering, avkastningsmål og styring, måling og kontroll av risiko.

Investert kapital utgjør nært fem prosent av aksjemarkedet i Norge. FTF er den største institusjonelle enkeltinvestoren i det norske marked. FTF legger til rette for et langsiktig perspektiv til grunn i investeringsvirksomheten. Grunnet størrelsen og det langsiktige perspektivet har SPN mindre behov for likviditet, da det ikke utbetales noen midler. Samtidig har den større risikobærende evne og tåler større verdiendringer enn de fleste investorer. SPN kan dra fordeler av stordriftsfordeler, men også stordriftsulemper med tanke på mindre fleksibilitet og markedseffekt. Disse karakteristikkenes gir mulighet for FTF å opptre motsyklisk. Ved aktiv forvaltning kan da SPN oppnå risikopremier og avkastning under dårligere økonomiske tider. Et mål i SPN er blant annet å øke markedsrisiko når risikopremiene er høye, og motsatt når risikopremiene er lave (Finansdepartementet, 2010a).

3 Teoretisk grunnlag

I dette kapitlet vil vi gjennomgå studiens teoretiske grunnlag. Dette grunnlaget vil danne basisen for videre utredelse av metode og fremgangsmåte.

3.1 Risikostyring

Direktoratet for Økonomistyring oppsummerer risikostyring slik:

«Prosess integrert i mål- og resultatstyringen som:

- *Er utformet for å kunne identifisere, vurdere og håndtere og følge opp risiko slik at risikoen er innenfor akseptert nivå.*
- *Gjennomføres av virksomhetens ledelse og øvrige ansatte*
- *Anvendes i fastsettelse av strategi og planer og på tvers av virksomheten for å gi rimelig grad av sikkerhet for virksomhetens oppnåelse av sine målsettinger.»*
(Andreassen, 2007, 8)

Risikostyring skal kartlegge faktorer som truer en institusjons måloppnåelse, således ta beslutninger og tiltak som sørger for sikker drift. God risikostyring søker etter balanse mellom mål, risiko og ressursbruk knyttet til risikostyring og kostnader forbundet med tiltakene. Det er således viktig å skille mellom de betydningsfulle faktorene og de ikke signifikante.

Risikostyring skal fungere som et verktøy for å bedre styringen av virksomheten.

Risikostyring innebærer blant annet å systematisk analysere virksomhetens mål og rammer og således styre den i riktig retning (Andreassen, 2007).

3.2 Markedsrisiko – opprinnelsen av Value at Risk

Finansiell risiko innebærer utsiktene om finansiell tap, eller gevinst på grunn av uforutsette endringer i risikofaktorer. En form for finansiell risiko er markedsrisiko. Markedsrisiko er risiko knyttet til endringer i markedspriser eller andre markedsfaktorer som rente- og valutaendringer. Markedsrisiko kan også fremmes av andre typer risiko som kredittrisiko og operasjonell risiko. Disse faktorene har vært med på å utvikle teorien og praktiseringen av risikoforvaltning.

Fra og med 1970-tallet begynte de store finansielle institusjonene å utvikle interne modeller for å aggregere et helhetlig risikobilde. På denne tiden ble markedet mer kompleks og vanskeligere å få kontroll på, således viktigere å utvikle gode risikomodeller.

Det mest kjente risikosystemet er kjent som RiskMetrics¹, utviklet av JP Morgan. Daværende styremedlem, Dennis Weatherstone, krevde av sine arbeidere en rapport som skulle oppsummere risikoen og det potensielle tapet de neste 24 timene hver dag klokken 4:15. Dette ble kjent som «4:15-rapporten». Målet med rapporten var å rapportere om en helhetlig vurdering av risikoen som var enkel å forstå oppsummert i et enkelt tall. Målet som ble brukt var VaR (Dowd, 2002).

3.3 Value at risk

En måte å definere VaR på er slik: «*VaR oppsummerer det verste mulige tapet over en tidshorisont som ikke vil bli overskridet med en gitt sannsynlighetsnivå.*» (Jorion, 2007, vii)

En av de første måtene å benytte VaR på var som et simpelt mål på risiko. Enkelheten gjorde at VaR ble en populær måte å rapportere risiko på til både toppledelse og aksjonærer. Således utviklet det seg til en metode for å sette begrensninger til forvaltere og bedrifter. VaR var med på å bestemme om en var tilfredsstillt med dagens posisjon, og hvilke tiltak man ville ta. VaR er nå et populært risikomål som et støttende verktøy for forvaltere som driver med aktiv risikostyring (Jorion 2007).

VaR er et statistisk mål på nedsiderisiko basert på dagens posisjon. Dens største fordel er å oppsummere et lettforståelig numerisk mål for risiko. En VaR modell måler markedsrisikoen ved å regne ut hvor mye verdien av porteføljen kan reduseres over en gitt periode med en gitt sannsynlighet. Ut fra historiske data kan man analysere hvordan porteføljen har prestert over en tidshorisont og med et sannsynlighetsnivå fastslå hvordan fremtidig tap kan se ut. Det er to hovedparametere i VaR.

Den første er sannsynlighetsnivået. Sannsynlighetsnivået kan vi definere som sannsynligheten for forventet tap i fremtiden. I praksis er VaR-estimer kalkulert fra 0,1 til 0,001 kvantilet,

¹ <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>

men det vanligste intervallet er fra 0,05 til 0,01 (Hendricks, 1996). Ved å bruke 0,05 kvantilet sier man at VaR estimatet ikke vil overskrides med 95 prosent sikkerhet.

Den andre parameteren, tidshorisont, er ofte referert som holding perioden (Hendricks, 1996). Tidshorisonten bør gjenspeile hvordan porteføljen forvaltes. For likvide porteføljer vil det være mest hensiktsmessig å bruke en kort tidshorisont. Offentlig fond som har langsiktige investeringer vil heller bruke en lengre (Hull, 2015).

3.3.1 Kritikk

Det finnes mange kritikere til VaR modeller. En kritikk mot VaR er at estimatet ikke inneholder mer informasjon utover VaR estimatet i seg selv. Siden det er ett nummer, kan det være misledende som et mål på risiko da den kan mangle informasjon (Tsay, 2005). Dette gjelder spesielt de enkleste formene for VaR modeller. Flere argumenterer i tillegg til at VaR ikke er representabelt da det brukes historiske data for å predikere fremtiden. Fremtiden har uendelig mange utfall, og ofte vil ikke VaR modeller være representable for å predikere disse.

Det argumenteres også for at VaR modeller står ovenfor upresise estimater for risiko. Det er empirisk bevist at ulike VaR modeller kan gi svært forskjellige VaR estimater. I tillegg til dette finnes det bevis for at ulike implementasjoner av samme VaR modell kan gi forskjellige VaR estimater. Det er derfor stor usikkerhet ovenfor treffsikkerheten til ulike VaR modeller (Dowd, 2002).

En annen kritikk mot VaR er at metoden ikke er sub-additiv (Yamai & Yoshida, 2002).

Mangel på sub-additivitet betyr at summen av forskjellige VaR estimater ikke representerer en riktig representasjon for det totale VaR estimatet. Således anbefaler Damodaran (2008) og Jorion (2007) å gå gjennom blant annet sensitivitetsanalyse og stress testing av VaR modeller for å validere om en modeller er god eller ikke. s

Det kan oppstå ulemper ved bruk av VaR som mål for markedsrisiko i form av prinsipal-agent problemer. Ved å bruke VaR som en grenseverdi for risiko kan forvaltere utsette porteføljen for betydelig markedsrisiko selv om man er innenfor grenseverdien. Et eksempel på dette kan være at 0,05 kvantilgrensen er godkjent, men det er ufordelaktig risiko ved 0,01 kvantilet. Fra

finansielle institusjoner har vi eksempler fra forvaltere som utsteder OTM opsjoner for å høste premiebetalinger (Dowd, 2002) og (Hull, 2015).

3.4 Tradisjonelle VaR modeller

Det finnes to tilnæringer til VaR. Uparametrisk og parametriske. Uparametriske tilnæringer for VaR estimater er blant de mest populære. Metodene har ingen forutsetninger eller antagelser om distribusjonen av dataen. Ideen bak metoden er å la den faktiske dataen representere utfallene (Dowd, 2002).

Parametriske tilnæringer estimerer risiko ved å tilpasse sannsynlighetsfordelinger til dataen, således beregnes VaR estimater fra fordelingene. Parametriske metoder har større slagkraft enn uparametriske siden de legger til ekstra informasjon i modellen. Parametriske metoder er fremdeles lett å bruke. De er dog sårbare for feil om antagelsene om distribusjonen ikke passer den faktiske dataen.

3.4.1 Historisk simulasjon

En uparametrisk tilnærming og en av de mest populære fremgangsmåtene for VaR kalkulering er historisk simulasjon. Dette er grunnet dens enkelhet og forutsetning om at historie vil gjenta seg. Historisk simulering går ut på å bruke endring i markedsvariabler observert tidligere for å estimere sannsynlighetsfordelingen av porteføljeendringer mellom periode t og periode $t+1$. Med andre ord så estimerer historisk simulasjon verdi i periode t ved å justere dagens verdi med hensyn på historiske markedsdata.

I motsetning til parametriske metoder for VaR beregning, har historisk simulasjon ingen forutsetninger om distribusjonen av dataen. Historisk simulering har dog en underliggende forutsetning om at historisk data er representativt grunnlag for forventet avkastning i fremtiden. Generelt blir historisk simulasjon benyttet med daglig data, men dette kan endres etter type investeringer (Li et al., 2011).

Det første steget i kalkulasjonen er å samle inn verdi av markedsvariabel i bestemt tidshorisont og intervall. Dette vil for eksempel være daglig prisendring i en aksjeindeks over 10 år. Således vil man beregne antall scenarioer lik antall observasjoner i datasettet. Scenario

1 representerer prosentendringen i første observasjon, notert som periode 0 og andre observasjon, notert periode 1. Til slutt multipliseres dette med dagens verdi av porteføljen. Dette kan bli uttrykt følgende:

$$\text{Verdi under scenario } i = v_n \frac{v_i}{v_{i-1}}$$

Hvor v_n representerer dagens verdi av porteføljen. Denne formelen uttrykker neste dags verdi av markedsvariabelen under historisk simulasjon. I tilfeller ved porteføljer hvor man har mange forskjellige posisjoner, vil verdi bli vektlagt i henhold til dagens vekter. Etter at vektlagte verdier av alle scenarioer er utregnet, beregner vi avkastning i kroner for hvert scenario. Således rangeres kroneavkastningene fra størst tap til størst gevinst. VaR målingen blir påvirket i forhold til hvilken kvantil man velger, antall observasjoner og rangering av alle utfall i tidshorisonten (Hull, 2015).

3.4.1.1 Eksponentielt vektet

En mer avansert måte å se på historisk simulasjon av VaR er å eksponentielt vekte de tidligere dataene. Ideen er å vekte de tidligste dataene lavere, og etter hvert som man nærmer seg dagens verdi vil vektingen øke eksponentielt. Dette bygger på ideen til Boudoukh, Richardson, og Whitelaw (1998) om at observasjoner nærmere i dag er mer reflektert i dagens risikorammer og makroøkonomiske forhold. Vekten gitt i scenario i kan bli uttrykt som:

$$\frac{\lambda^{n-i}(1-\lambda)}{1-\lambda^n}$$

Hvor n er antall scenarioer. Etter hvert som λ beveger seg mot en, vil uttrykket ligne mer på $1/n$, som er vanlig historisk simulasjon.

3.4.1.2 Volatilitetsoppdatering

Hull og White (1998) foreslår en metode å forbedre historisk simulasjon. De finner at å ta med volatilitets estimater gjør VaR beregningen mer presise og bedre enn ved å eksponentielt vekte dem. Volatilitetsestimater for hvert scenario kan uttrykkes som følgende:

$$\sigma_{ij}^2 = \alpha \sigma_{t-1,j}^2 + (1-\alpha) h_{t-1,j}^2$$

Hvor h_{jt} er prosentvis endring i variabel j i periode t i datasettet. α er en parameter som er fastsatt. σ_{ij}^2 er historisk GARCH/EWMA estimat av endring i varians i variabel j for periode t fra $t-1$. Den nærmeste GARCH/EWMA volatilitetsestimater er gitt ved σ_{Nj}^2 . For beregning av verdien av porteføljen kan vi bruke følgende formel:

$$v_n \frac{v_{i-1} + (v_i - v_{i-1})\sigma_{n+1}/\sigma_i}{v_{i-1}}$$

En klar svakhet med historisk simulasjon er antagelsen om at historien vil gjenta seg. Ofte er det ikke nok tilgjengelig data for å kunne bygge en god historisk simulasjon. Det er risiko for å utelate viktige perioder som kan være viktig for resultatet, og samtidig inkludere perioder som ikke er relevant for fremtiden. En annen svakhet ligger i antall data og tidshorisont. Hvis det er få VaR estimater, er det vanskelig å få statistisk signifikante VaR modeller under backtesting. Det er anbefalt å ha minst 250 perioder når en bruker historisk simulasjon, men empiriske studier finner at dette ikke er nok (Nordbø, Røystrand, & Strat, 2012). Å øke antallet i datasettet vil dog igjen øke risikoen for å ha data som ikke er relevant (Jorion, 2007). Det er funnet at historisk simulasjon har en tendens til å underestimere VaR estimater under høyvolatile perioder, og motsatt når det roligere (Barone-Adesi, Giannopoulos, & Vosper, 2000).

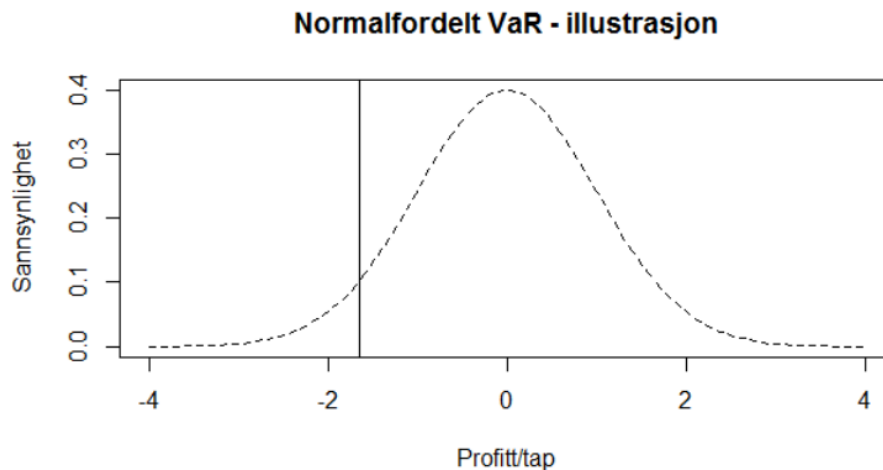
3.4.2 Normalfordelt VaR

Den enkleste formen for parametrisk tilnærming til VaR er under antagelsen om normalfordeling. Forenklingen om normalfordeling gjør at modellen kun har to uavhengige parametere, gjennomsnittet og standardavviket. Modellen antar at skewness er lik null, slik at distribusjonen er symmetrisk. Det antas også at kurtosis er lik 3, altså ingen tjukke haler relativt til normalfordelingen. VaR under normalfordelingen kan beregnes med følgende formel:

$$VaR = -\alpha_{cl}\sigma_{P/L} - \mu_{P/L}$$

Hvor α_{cl} er den standard normal fordelingen med det valgte sannsynlighetsnivå (cl). Videre er $\sigma_{P/L}$ standardavviket og $\mu_{P/L}$ gjennomsnittet av avkastningen. I figur 3.1 illustreres det grafisk hvordan VaR med 95 prosent sannsynlighetsnivå ser ut med gjennomsnitt null og

standardavvik lik en. Streken krysser på profitt/tap akse på verdi -1,645. Med formel: $-1,645 \cdot 1 - 0 = -1,645$. VaR kan også illustreres på høyresiden av null, hvor tap representeres med en positiv verdi i stedet. 99 prosent VaR estimatet vil ha verdi -2,326.



Figur 3.1: Grafisk illustrasjon av normalfordelt VaR, med VaR linje på 95 prosent sannsynlighetsnivå

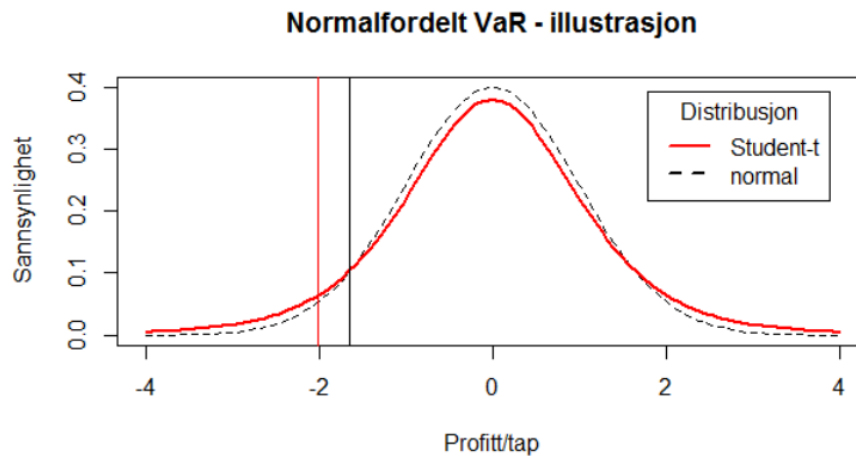
For å ta hensyn til endringer i holding perioden (hp) kan man multiplisere VaR med roten av antall perioder en vil frem i tid. VaR over en periode kan noteres med: $VaR(1, cl)$. Dette gir følgende formel:

$$VaR(hp, cl) = \sqrt{hp} VaR(1, cl)$$

Ulempene med denne tilnærmelsen er tett knyttet til antagelsen om normalitet. Den første ulempen er at VaR estimatet kan ta hvilken som helst verdi, og kan potensielt bli ekstremt høy. Den andre ulempen er koblet til statistisk plausibilitet. Når en jobber med normalitet fungerer det bedre med mer sentrale kvantiler og sannsynligheter. Når det kommer til ekstreme verdier vil svakheter ved modellen komme frem. En tredje ulempe er at finansielle data sjeldent er normalfordelt. Dette bekreftes av Kuester, Mittnik, og Paoella (2006) som skriver at finansielle data står ovenfor volatilitetsklynging, høy kurtosis og skewness.

3.4.3 Student-t fordelt VaR

En måte å ta hensyn til ulempene ved normalitet tilnærmingen er å bruke student-t distribusjon. En student-t fordeling med ν frihetsgrader har en kurtosis på $3(\nu - 2) / (\nu - 4)$, gitt at ν er lik eller større enn 5. Om en ønsker høy kurtosis velges en relativt lav ν , og motsatt om en ønsker lav kurtosis. Dette gir muligheten til å tilpasse kurtosis til datasettet.



Figur 3.2: Grafisk illustrasjon av student-t fordelt VaR med fem frihetsgrader, med VaR linje på 95 prosent sannsynlighetsnivå for normalfordeling (sort) og student-t (rød)

Figur 3.2 viser en normalfordelt distribusjon, sammen med en student-t distribusjon med 5 frihetsgrader. Ved å bruke samme notasjoner som med normalfordelt VaR, kan man formulere VaR med student-t distribusjon slik:

$$VaR(hp, cl) = -\alpha_{cl, \nu} \sqrt{hp} \sqrt{\frac{\nu - 2}{\nu}} \sigma_{P/L} - hp * \mu_{P/L}$$

Da student-t metoden har en klar fordel ovenfor normalfordelingen i at den tar hensyn til tjukke haler, har den en svakhet i at den ikke fanger opp asymmetri i distribusjonen. Den har samme som den normalfordelt en tendens til å overestimere VaR estimatene når en bruker ekstremt høye eller lave sannsynlighetsnivåer.

3.5 VaR med Simulasjoner

Den mest fleksible og slagkraftige metoden for VaR beregning er gjennom simulasjonsmetoder. Simulasjonsmetoder er fordelaktig da de tar hensyn til kurtosis, ikke-linearitet, opsjonalitet og flerdimensjonalitet. Ulempen er dog at simulasjonsmetoder er vanskeligere enn alternativene. Oppbygging av modell og kalkulasjon er mye mer krevende.

Den mest brukte metoden for simulasjon er kjent som Monte Carlo. Simulasjon er ofte brukt til å priske derivater, estimere hedge rater og løse problemer innen risikostyring med høy grad av kompleksitet. Ideen bak metoden er å simulere gjentatte tilfeldige prosesser som påvirker priser, eller avkastninger for det finansielle instrumentet av interesse. Vi ønsker at de simulerte verdiene skal representere de faktiske endringene i parameterne. Deretter simulerer vi nok ganger til porteføljeverdiene er tilnærmet virkelig sannsynlighetsfordelt. For VaR estimering vil en sammensette alle de simulerte utfallene i slutten av holding perioden til en distribusjon. Denne distribusjonen representerer alle utfall en har til slutten av perioden (Dowd, 2002).

3.5.1 Stokastisk prosess

For å kunne foreta seg simuleringer trenger man en stokastisk prosess i modellen. En stokastisk prosess er ofte kjent som en *tilfeldig prosess*. En stokastisk prosess i denne sammenhengen er å generere tilfeldige tall innenfor et intervall som vil følge modellens simulasjoner. Det er sterke empiriske bevis på at volatilitet i finansielle tidsserier kan variere stokastisk, således bruker vi også stokastisk prosess for å simulere stokastisk volatilitet (Lorig & Sircar, 2015). Ideen bak stokastisk volatilitet i risikoforvaltning er å omstille den observerte volatiliteten i tidsserien og deretter bygge den opp igjen med en passende prognose (Eberlein, Kallsen, & Kristen, ukjent dato).

En måte å estimere volatilitet på er å bruke forventet volatilitet fra opsjonspriser. Tanken bak dette er at opsjoner på en eiendel kan fortelle oss hvordan volatiliteten vil se ut en periode fremover (Dowd 2002). Forventet volatilitet kan en finne gjennom volatilitetsindekser. Dette blir nærmere forklart i kapittel 5.2.

3.6 Backtest

For å kategorisere om en modell er god bør man analysere modellens antagelser, samt foreta statistiske analyser. Statistiske tester skal undersøke hvor anvendelig modellen er i praksis. For å foreta seg slike tester benytter man modellvalidering. Modellvalidering er en generell prosess som tester om en modell er akseptabel (Jorion, 2007). Mer spesifikt for VaR modeller er det vanlig å bruke backtesting. Motivasjonen bak backtesting ligger blant annet i svakhetene bak VaR modeller. Backtesting blir brukt for å teste VaR modellens treffsikkerhet og evne for å predikere fremtiden. Backtesting er en sentral del av Basel komiteens beslutning om å godkjenne interne VaR modeller for kapitalbehov (Basel, 2006).

Den vanligste måten å teste treffsikkerheten for en VaR modell på er med en *hit-funksjon* (Campbell, 2005). Funksjonen definerer om VaR estimatet er innenfor, eller over den faktiske verdien, og gir ut en verdi i henhold til resultatet:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{hvis } r_t \leq VaR_t \\ 0, & \text{hvis } r_t > VaR_t \end{cases}$$

Funksjonen forteller oss at hvis VaR i periode t er lik eller over den faktiske avkastningen i periode t, blir den tildelt verdi 1. Dersom VaR estimatet ikke er over den faktiske avkastningen får den verdi 0. På denne måten kartlegges antall overskridelser.

VaR backtesting kommer i form av ubetinget og betinget dekning. Disse metodene vil bli diskutert nærmere i kapittel 4.

En generell ulempe med statistiske backtesting modeller er at man selv setter et vilkårlig sannsynlighetsnivå. Denne vilkårlige verdien vil basere seg på historiske data, og trenger ikke nødvendigvis representere fremtiden. Dette øker sjansen å forkaste gode modeller, og godta dårlige modeller. En bør derfor ikke kategorisere VaR modeller kun basert på backtesting (Dowd 2002).

Tidligere forskning finner ulemper ved flere backtesting metoder. Nordbø et al. (2012) finner for at en backtesting skal ha god slagkraft, må den ha minst 500 observasjoner i datautvalget. De finner samtidig at utvalg med kun 100 og 250 observasjoner at flere backtesting modeller

feiler med å gi gode resultater. Dette strider mot Basel komiteets krav og 250 backtesting observasjoner.

Nieppola (2009) finner i undersøkelsen sin at ubetingede backtesting metoder godkjenner VaR modeller som har en tendens til å underestimere risiko. Han finner også bevis på at det er vanskelig å skille mellom gode og dårlige VaR modeller gjennom backtesting.

3.7 Nyere forskning

Vi finner lite nyere forskning som er direkte relatert til vår problemstilling. VaR er et tema med delte meninger i forskermiljøet. Bernard, Rüschendorf, og Vanduffel (2013) finner at variansrestriksjoner kan gi bedre VaR grenser innenfor risikostyring og på den måten bør VaR bidra til bedre kontroll. Derimot kan de ikke utelukke betydelig modellrisiko i sin algoritme. Modellrisikoen innenfor VaR er noe som bidrar til de delte meningene. Andre forskere finner empirisk bevis på at multivariate GARCH modeller er bedre enn univariat (Santos, Nogales, & Ruiz, 2009). Felles for de fleste av studiene innenfor VaR er at de belager seg på de tradisjonelle estimeringsmetodene. En oppgave undersøkte derimot prognosestyrken ved tidsvarierende varians, og fant at dette elementet gav sikrere estimater (Gabrielsen, Zagaglia, Kirchner, & Liu, 2012). Undersøkelsen predikerte derimot for en kort VaR horisont på 1 og 10 dager.

Innenfor matematikk er det gjort en rekke undersøkelser på stokastisk volatilitet. Flere artikler viser til empiriske resultater at stokastisk volatilitet egner seg godt til å prise opsjoner (Feng et.al. 2014 og yang, 2014). Stokastisk volatilitet er ikke ukjent til VaR estimater. Det finnes en rekke stokastiske volatilitetsprosesser og metoder for beregning. Tesarova (2012) bruker i sin undersøkelse Efficient Importance Sampling, og finner at metoden predikerer VaR estimater minst like bra som GARCH.

4 Metode

Metoden består av to modeller som skal beskrive nedside risikoen til SPN et år frem i tid. I dette kapitlet vil vi presentere begge de valgte modellene på bakgrunn av den teoretiske undersøkelsen gjort i foregående kapittel. Den første modellen bygger på en Monte Carlo metode. Denne metoden er i praksis mye anvendt av næringslivet, og vil i denne oppgaven bli brukt som en benchmark med hensyn på den andre modellen. Den andre modellen er kjent som Heston modellen, som først ble anvendt til å simulere renteendringer og opsjonsprising.

Nedenfor blir modellenes oppbygning stegvis presentert. Metodiske valg og forutsetninger blir gjort rede for.

4.1 Monte Carlo

Monte Carlo metoden er en parametrisk modell og er kjent som en av de mest avanserte og sofistikerte metoden å beregne VaR. Den er ofte gjenkjent som den beste metoden, men også den mest utfordrende (Jorion, 2007).

Det første steget i Monte Carlo er å spesifisere parameterne i modellen. Parameterne kan bli funnet gjennom markeds- og historiske data. Det andre steget er å simulere fiktive priser ved hjelp av parameterne. Prisene vil bli simulert tusenvis av ganger i en selvvalgt horisont. Ved slutten av horisonten tar man alle de genererte prisene og lager en fordeling, som deretter vil fortelle oss hva VaR er.

Basisen i en Monte Carlo simulering er at mulige utfall blir trukket fra en stokastisk prosess. Metoden brukes ofte når analytisk tilnærming til fremtiden blir veldig kompleks eller umulig. Spesielt større internasjonale banker har adoptert metoden da den kan inkludere alle former for risiko. I den finansielle verden vil det alltid være en signifikant usikkerhet knyttet til de underliggende risikofaktorer man anvender i hvilken som helst modell. Det har vist seg at Monte Carlo simulasjon kan gi en distribusjon som produserer et estimat som er tilnærmet virkeligheten når antall simuleringer økes (Dowd, 2002).

En fordel med Monte Carlo er at den ikke har en underliggende antagelse om at det er normalitet i avkastningene. Modellen er også i stand til å ta hensyn til ikke-linearitet. Den er altså egnet til å simulere for eiendeler som opsjoner.

Ulempen ved metoden er at det er veldig tid- og ressurskrevende å finne fornuftige stokastiske prosesser og produsere simulasjoner til disse. Om en skal simulere 1 000 forskjellige veier prisen kan gå i 100 steg fremover, vil en måtte generere 100 000 forskjellige kalkulasjoner. I praksis vil det også være kostbart å implementere dette, da det krever ressurser og kompetanse. En annen potensiell svakhet ligger som modellrisiko. Monte Carlo er avhengig av gode forutsetninger i risikofaktorer og parametere som ligger til grunn. Derfor er det anbefalt å kjøre sensitivitetsanalyser for å oppdage sensitive parametere (Jorion 2007).

4.1.1 Geometric Brownian Motion (GBM)

En vanlig Monte Carlo tilnærming er å simulere priser fremover med en Geometric Brownian Motion (GBM). Denne algoritmen følger en Brownian motion som ofte er referert som en Wiener prosess. Wiener prosess er en tidskontinuerlig stokastisk prosess. Prosessen er mye brukt for å forklare endringer i aksjepriser (Hull, 2012). Underliggende forutsetninger er at den stokastiske prosessen følger en kjent trend og varians, og styrer simuleringen i en logisk retning. I ligningen under har vi matematisk fremstilt betingelsene for fondets utvikling.

$$dS/S = \mu dt + \sigma \varepsilon \sqrt{dt}$$

I praksis jobber en ofte med denne modellen i diskret form. Hvor Δt representerer en liten tidsendring kan vi skrive formelen om slik:

$$\Delta S/S = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Hvor μ representerer forventet avkastning til fondet, og σ viser til volatiliteten. Begge disse variable er konstante. Volatiliteten blir justert med et sjokk som betegnes $\varepsilon \sqrt{\Delta t}$, hvor ε et tilfeldig standard normalfordelt tall $\sim N(0,1)$. Dette sjokket er omtalt som Wiener prosessen. ΔS representerer endringer i verdien på porteføljen i tidsintervallet Δt .

GBM metoden er ofte brukt for aksjeprising, da aksjepriser er mindre komplekse i fluktuasjonene sine. Metoden følger typiske trekk hos aksjepriser som er at de ikke er negative, de er tilfeldige og tenderer oppover.

GBM formen ovenfor uttrykker at den øyeblikkelige endringsraten på aksjeprisen dS/S utvikler seg med μ og det tilfeldige begrepet ε . En måte å få benyttet Monte Carlo på er å implementere Eulers metode til formelen. Således kan vi skrive om formelen til:

$$S_T = S_{(T-\Delta t)}(1 + \mu\Delta t + \sigma\varepsilon_t\sqrt{\Delta t})$$

Her er formelen omskrevet til å vise endringer i den totale verdien av porteføljen, med utgangspunkt i initialverdien (S_0) og parameterne μ og σ . For å simulere endringene i verdien setter inn en således de genererte stokastisk simulerte tallene for ε : $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_T$. Således simulerer man porteføljeverdier S_1, S_2, \dots, S_T .

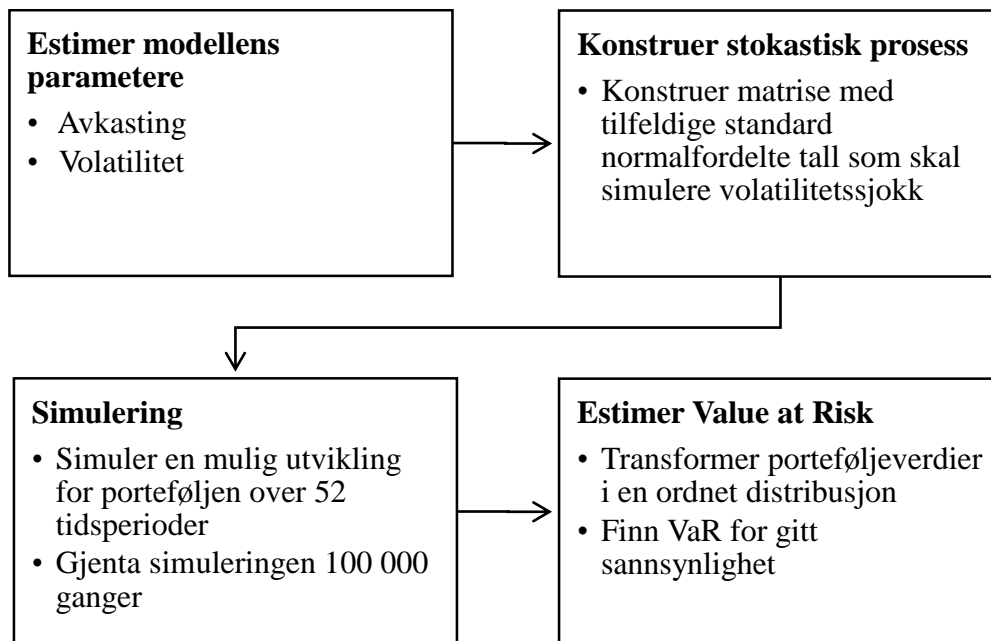
Det kan dog oppstå feil i metoden under to omstendigheter. Den første er feil som fremkommer når en kjører diskret approksimering i en kontinuerlig prosess. Den andre feilen fremkommer hvis en ikke kjører nok simulasjoner, da Eulers metoden kan være tungvint å kalkulere.

For å ta hensyn til disse potensielle feilene kan en ta å implementere Itos lemma. I praksis er det vist at man får bedre resultater ved å simulere $\ln S_t$ (Hull, 2012). Således vil formelen se slik ut:

$$S_T = S_0 \exp \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \right]$$

Denne formelen er mer nyttig enn de tidligere presentert for simulering da den ikke har et problem med diskret approksimering. Euler metoden minsker feil kun når Δt , endring i tid, går mot null.

Fremgangsmåten og hvordan vår algoritme fungerer har vi presentert under i en prosessfigur:



Figur 4.1: Prosessfigur av Monte Carlo simulasjon

4.2 Heston modell

Flere stokastiske prissimulasjonsmodeller, blant annet GBM har en underliggende antagelse, og restriksjon om at volatilitet er konstant over tidshorisonten. Heston (1993) introduserte en evolusjon til GBM modellen og foreslår ideen om at variansen til eiendelen varierer over tid gjennom en Cox-Ingersoll-Ross prosess (CIR).

Målet med CIR prosessen var å lage en modell som kunne kartlegge rentebevegelser (Cox, Ingersoll, & Ross, 1985). CIR prosessen er annerledes fra GBM da den antar at renter beveger seg mot gjennomsnittet (mean reversion). Det vil si, om rentene er høye er de forventet å gå ned, og hvis rentene er lave forventes de å gå opp. Det er ikke en klar konklusjon i henhold til om mean reversion gjelder for volatiliteten på aksjepriser. Det finnes dog empiriske undersøkelser som støtter forslaget (Fouque, Papanicolaou, & Sircar, 2000).

En av hensiktene med Heston modellen var å få et sikrere mål på opsjonsprising, som et supplement til den kjente Black-Scholes modellen (Crisóstomo, 2014). I GBM har vi forventet at trenden og standardavviket er konstant. Vi kan argumentere for at i virkeligheten har volatiliteten historisk variert over tid og dermed bør være en tidsavhengig variabel (Poon & Granger, 2003) og (Hansen & Lunde, 2001). Modellen er en av de mest brukte innenfor stokastisk volatilitet og bygger på GBM prosessen:

$$dS_t = S_t(\mu dt + \sqrt{v_t}dW_t^1)$$

Hvor v_t er variansen som følger en stokastisk prosess (CIR):

$$dv_t = k(\theta - v_t)dt + \sigma_v\sqrt{v_t}dW_t^2$$

Og W_t^1 og W_t^2 er to Wiener prosesser som er tillatt korrelert med hverandre

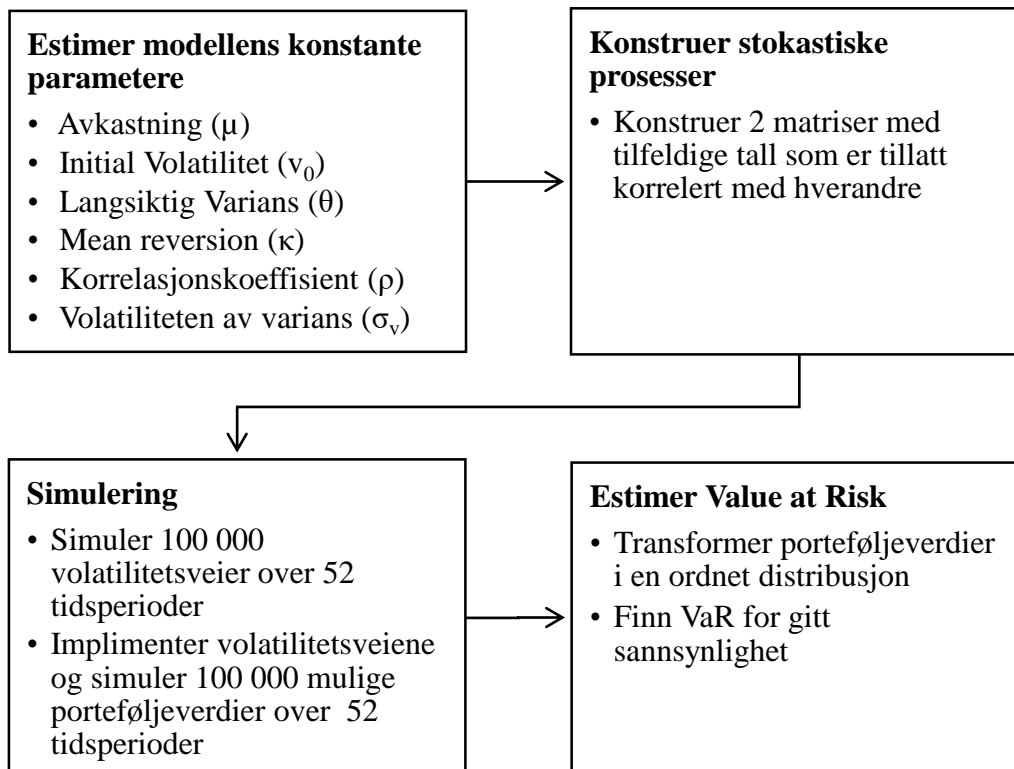
$$dW_t^1dW_t^2 = \rho dt$$

Parameterne er:

- Avkastning (μ)
- Initial Volatilitet (v_0)
- Langsiktig Varians (θ)
- Mean reversion (κ)
- Korrelasjonskoeffisient (ρ)
- Volatiliteten av varians (σ_v)

Modellen forutsetter at volatiliteten driver mot et langsiktig gjennomsnitt θ , med en hastighet κ . Heston påpeker i sin rapport at det vil være viktig å forstå hva som ligger bak de satte parameterne og hva de prøver å representere. Det langsiktige gjennomsnittet til volatiliteten θ , kan vi tenke oss bør representere den langsiktige forventede volatiliteten i markedet.

Historisk har volatiliteten til opsjoner vært et godt mål på dette (Heston, 1993). Parameteren κ skal representere antagelsen om at volatiliteten alltid vil returnere til det langsiktige gjennomsnitt. En negativ κ betyr at volatiliteten beveger seg bort fra θ , og en positiv at den beveger seg mot θ . σ_v er volatiliteten til variansen. Effekten av denne parameteren vil påvirke kurtosisen til resultatene, en høyere σ_v vil gi høyere kurtosis og tykkere haler til distribusjonen. Det er kjent at volatiliteten ikke kan være negativ. Ved å sette $2\kappa\theta > \sigma_v^2$ som ofte er referert som Feller betingelsen, vil ikke variansprosessen kunne være negativ. Figur 4.2 illustrer prosessen for en Heston modell.



Figur 4.2: Prosessfigur av Heston modell simulasjon

En klar fordel med Heston modellen er at den implementerer forventet volatilitet inn i beregningen, da volatilitet ikke er konstant gjennom tid, men stokastisk, jfr. Kapittel 3.5.1. Volatiliteten er også mean reverting. I tillegg tillater modellen at avkastningen og volatiliteten på aksjepriser er negativt korrelerte, gjennom dens Wiener prosess. Dette støttes også godt empirisk (Li, Yang, Hsiao, & Chang, 2005).

Den største ulempen med Heston modellen, og andre stokastiske volatilitetsmodeller generelt er, siden volatilitet er uobserverbart, er parameterne til modellen svært vanskelig å estimere. Således står den ovenfor stor modell risiko.

Mikhailov og Nögel (2003) finner at parameterne i Heston modellen er sensitive. Således vil kvaliteten på modellen variere med hvor god parameter kalibreringen er og kompleksiteten til problemet. Videre finner dem at Heston modellen feiler med å predikere i kort tidshorisont, da den ikke skaper skewness man finner i finansielle data.

4.3 Backtest metoder

I dette delkapitlet vil vi presentere de statistiske backtesting modellene brukt i oppgaven. Vi vil først presentere ideen og teorien bak modellen, således utlede den statistiske testen. Modellene er valgt med bakgrunn i modellenes popularitet i praksis.

4.3.1 Ubetinget dekning

Ubetinget backtesting er statistiske rammeverk hvor faktiske avkastninger systematisk blir sammenlignet med VaR estimater. Backtester tester statistisk om hvor mange ganger VaR estimatene bryter med de faktiske avkastningene, og tester hvorvidt de er signifikante ved et gitt signifikansnivå. Hvis en har 100 observasjoner av daglig data og ønsker å teste om modellen er signifikant på 99 prosent, vil modellen være signifikant om VaR estimatene bryter med de faktiske avkastningene kun en gang per 100 observasjoner. Slike tester er kjent som tester av ubetinget dekning (Jorion 2007).

Jorion (2007) påpeker at det ikke må være slik at modellen er ugyldig om VaR estimatene skulle overskride det gitte sannsynlighetsnivået. Om en modell med 95 prosent sannsynlighetsnivå skulle overskride, for eksempel 8 prosent kan det skyldes uhell og ikke svakheter i modellen. Om modellen dog skulle overskride 20 prosent av gangene vil man stå ovenfor noe annet, og må vurdere korrigerende tiltak til modellen. Dette er for å unngå feil av type 1 og type 2, hvor en aksepterer en dårlig modell og forkaster en god modell. Utførelsen av backtest og dens konfidensintervall er ikke relatert til hvilken kvantil som er brukt i VaR modellene (Jorion 2007).

Den mest kjente metoden for å teste treffsikkerheten til VaR modeller er å estimere feilraten. Feilraten kan defineres som x/T , hvor x er antall ganger VaR overskrides og T er det totale antallet observasjoner. Modellen er treffsikker hvis den faktiske feilraten er lik den forventede feilraten. Om en modell overskrides av den faktiske avkastningen mange ganger, sier man at modellen underestimerer risikoen, vice versa om VaR ikke overskrides i det hele tatt.

4.3.1.1 Kupiec/POF-Test

Den mest utbredte måten å teste feilrate på er foreslått av Kupiec (1995). Kupiec er også kjent som POF-test (proportion of failures). Testen tester om antall overskridelser er signifikant lik

det antallet modellen forventer. Nullhypotesen i testen er at modellen er korrekt.

Nullhypotesen er gitt ved følgende:

$$H_0: p = \hat{p} = \frac{x}{T}$$

Målet er å finne om feilraten \hat{p} er statistisk signifikant likt p , gitt et signifikansnivå. Kupiec testen tar sin for som en likelihood-ratio test (LR test). Formelen kan utledes slik:

$$LR_{UC} = -2\ln\left(\frac{(1-p)^{T-x}p^x}{[1-\left(\frac{x}{T}\right)]^{T-x}\left(\frac{x}{T}\right)^x}\right)$$

Likelihood-ratio testen er en statistisk test som kalkulerer raten mellom to maksimale sannsynligheter av en nullhypotese og en alternativ hypotese. Maximum sannsynligheten for nullhypotesen er representert i telleren, mens alternativhypotesen er i nevneren. Denne raten er med på å bestemme hvor stor LR-statistikken er. LR_{UC} er asymptotisk chi-kvadrert distribuert, med en frihetsgrad. Hvis LR-statistikken overstiger den kritiske verdien vil nullhypotesen bli forkastet.

Campbell (2005) utlyser to svakheter med Kupiec test. Den første svakheten ligger i at testen er statistisk svak når observasjonene er få i test perioden. Campbell (2005) foreslår å øke antall observasjoner i test perioden som en mulig løsning. Den andre feilen Campbell (2005) finner er at Kupiec testen er ubetinget. Den tar kun hensyn til antall ganger VaR estimatet bryter og ikke når det skjer. Det betyr at modellen ignorerer problemer som klynging i datasettet. Han foreslår da å benytte andre backtester sammen med Kupiec test.

4.3.2 Betinget dekning

Ubetinget dekning tar ikke hensyn til variasjon i tid i dataen. I tester med betinget dekning blir dette tatt hensyn til, og man har muligheten til å oppdage klynging, som kan føre til at modellen er ugyldig. I teorien ønsker man at overtredelser skjer over tid, og ikke i løpet av en kort tidsperiode (Jorion 2007).

4.3.2.1 Christoffersen test

Den mest brukte metoden ble introdusert av Christoffersen (1998), hvor han finner at hans test er bedre enn tidligere tester. Modellen hans er basert på den samme rammeverket foreslått av Kupiec med nye utvidelser. Modellen tar blant annet for seg om en overskridelse i modellen kan skyldes av resultatet dagen før. Modellen er også kjent som en uavhengighetstest (independence test).

Testen kan formuleres følgende:

$$LR_{ind} = -2\ln\left(\frac{(1 - \pi)^{n_{00}n_{10}}\pi^{n_{01}n_{11}}}{(1 - \pi_0)^{n_{00}}\pi_0^{n_{01}}(1 - \pi_1)^{n_{10}}\pi_1^{n_{11}}}\right)$$

Hvis modellen er god vil testen fortelle at en overtredelse i dag ikke er avhengig av overtredelse dagen før. I testen representerer π_i sannsynligheten for å observere en overtredelse med hensyn på resultatet dagen før. Nullhypotesen i testen er at det ikke er noen klynging i modellen.

Ved å kombinere den betingede testen med Kupiec test, kan en oppnå en modell som fanger opp riktig feilrate, samtidig som man tar hensyn til klynging:

$$LR_{CC} = LR_{UC} + LR_{ind}$$

LR_{CC} er chi-kvadrert fordelt på samme måte som Kupiec test, men to frihetsgrader. Om LR_{CC} statistikken er lavere en kritisk verdi, vil man beholde nullhypotesen om at modellen ikke inneholder klynging, samtidig som den oppfyller kravet om feilrate.

Det er verdt å merke at LR_{UC} og LR_{ind} kan testes uavhengig av hverandre med chi-kvadrert fordeling med en frihetsgrad. Campbell (2005) påpeker at begge testene hver for seg kan forkaste nullhypotesen, mens sammen kan den bli beholdt. Det er altså verdt å kjøre testene hver for seg og sammen.

5 Data

Datasettet i oppgaven er et paneldatasett bestående av ukentlige bevegelser i aksjeprisene som er med i beholdningen til SPN. Datasettet inneholder også ukentlige endringer i volumet i henhold til porteføljeoversikten. Tidshorisonten dataene er innhentet fra er fra og med 04.01.2008 til og med 01.01.2016. Aksjeprisene er innhentet gjennom programmet Thomson Reuters Eikon.

Tidshorisonten er valgt med hensyn på data tilgjengelig. På FTF sine hjemmesider finnes det porteføljeoversikt fra 31.12.2011 til og med 31.12.2015. Gjennom samarbeid har vi fått tilgang til porteføljeoversikt per 31.12.2007. Ukentlig data er valgt med hensyn på samtale med leder av risikostyring hos FTF. Da FTF investerer med et mål om langsiktig avkastning og mål om forventet relativ volatilitet på 3 prosentpoeng har vi valgt å ikke se på daglige endringer i dataen. Samtidig ville månedlige data ikke inneholde nok observasjoner. Under VaR metoder er det ofte nødvendig med en lang tidsserie for å få mest pålitelige data med tanke på hale distribusjon. Det er dog risiko med tanke på at lange tidsserier inneholder data som ikke er representativt for dagens markedsrisikoer.

Data for hvert selskap er innhentet manuelt fra Thomson Reuters Eikon. Hvor det er mangler innen Eikon har vi vært nødt til å bruke andre kilder, som for eksempel Yahoo Finance. I tilfeller det ikke har vært tilgjengelig data har vi valgt å fjerne disse selskapene. Til sammen er det fjernet ni selskaper i Norge og fem i Sverige. Fjerningen vil dog ikke ha en stor påvirkning på porteføljen, da samtlige bedrifter kun var inkludert i aksjeporteføljen i få antall år og hvor volumet var lavt.

Aksjeporteføljen er bestående av bedrifter fra nordiske land, utenom Island. Om lag 80 % av porteføljen er i Norge, 11 % i Sverige, 7 % i Danmark og 2 % i Finland. I hvert datasett er det innhentet ukentlige aksjepriser, antall aksjer FTF har stående i selskapet og totalen dette utgjør. Summen av denne totalen utgjør totalverdien stående i hvert land. Det er totalt innhentet selskapsdata fra 249 selskaper, hvor 88 var fra Norge, 87 fra Sverige, 34 fra Danmark og 40 fra Finland. Ettersom Thomson Reuters Eikon oppgir valuta fra sine respektive markeder har vi omregnet alle kurser til NOK med hensyn på riktig tid og kurs.

Da det kun er årlige porteføljeoversikter tilgjengelig var vi nødt til å beregne en gjennomsnittlig jevn endring fra ett år til det andre. Dette ble gjort da det stemte godt med at volumet endrer seg i stabil grad fra et år til det neste og ikke i store svingninger. Etter samtaler med FTF samsvarer dette godt med hvordan porteføljen forvaltes i praksis. FTF er en betydelig aktør i den nordiske markedet, slik at store porteføljeendringer vil gi store markedssvingninger.

Thomson Reuters Eikon tar ikke hensyn til revers aksjesplitt, da noen aksjeverdier viser 10 ganger høyere verdi enn det det skal. Dette har blitt tatt hensyn til gjennom å gå inn på de individuelle selskapene og undersøkt om når aksjesplitten skjedde.

Figur 5.1 viser et utdrag fra datasettet av selskapet Statoil². Dataen inneholder selskapsnavnet, tickersymbolet på Eikon, dato, aksjeprisen, volum i beholdningen og totalverdien.

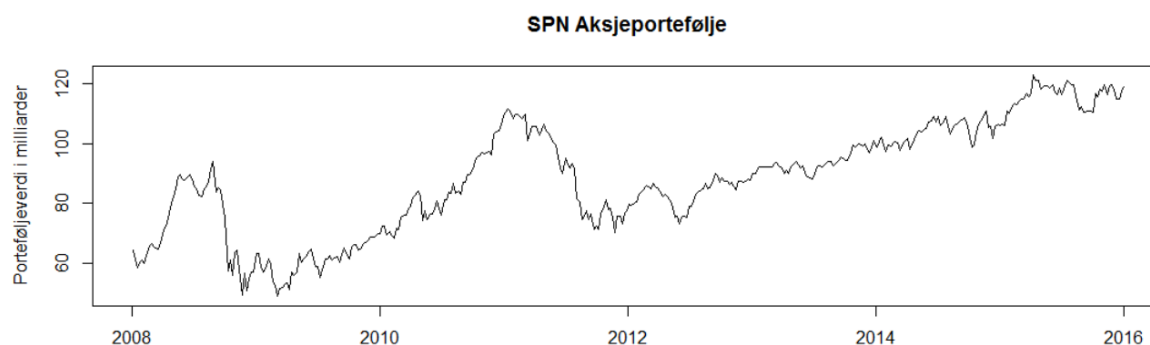
Statoil			
STL.OL			
Timestamp	Trade Close	volum	total
04.01.2008	165	75 767 232	12 501 593 296
11.01.2008	152	76 422 345	11 616 196 469
18.01.2008	146.2	77 077 458	11 268 724 402
25.01.2008	144.7	77 732 571	11 247 903 079
01.02.2008	145	78 387 684	11 366 214 250

Figur 5.1: Utsnitt fra datasettet

5.1 Deskriptiv statistikk

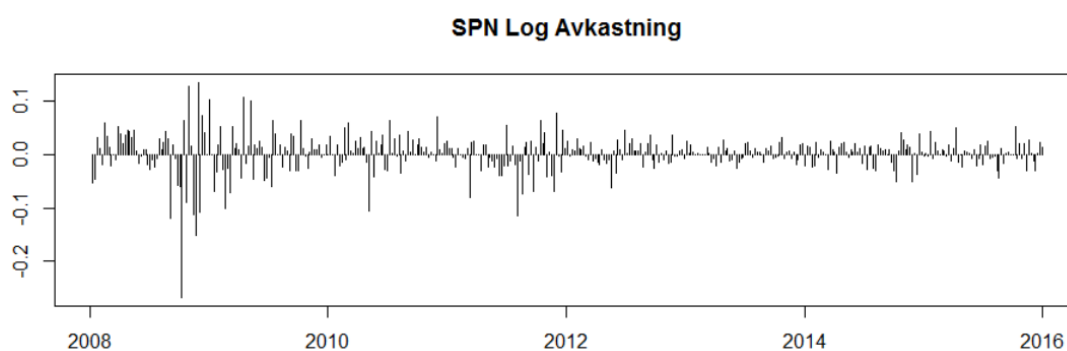
Nedenfor i figur 5.2 ser man utviklingen av SPN sin aksjeforfølje fra 2008 til 2016. Her ser man tydelig at det har til tider vært store svingninger i verdi. Mest tydelig ser man effekten av finanskrisen i 2008 og et stort fall i 2011 som skyldes det store fallet i aksjemarkedet 08.08.2011. I starten av 2011 nådde aksjeforføljen dets høyeste verdi noen gang, før den falt drastisk ned. Ikke før i midten av 2015 har den nådd den samme verdien.

² Se Vedlegg A for større illustrasjon av datasettet



Figur 5.2: Porteføljeverdi i milliarder på SPN sin aksjeportefølje fra 2009 til 2016.

De store svingningene i verdi kan også observeres i log avkastningene illustrert nedenfor i figur 5.3. Spesielt observerer man et stort negativ avkastning under finanskrisen på hele 26,7 prosent. Oppsummert statistikk viser en gjennomsnittlig avkastning på 0,147 prosent for hele perioden.



Figur 5.3: Log avkastning på SPN sin aksjeportefølje

Min	Max	Mean	Median	Variance	Stdev	Skewness	Kurtosis
-0.26728	0.13437	0.00147	0.00429	0.00122	0.0349	-1.39971	10.43636

Tabell 5.1: Statistisk oppsummering av aksjeporteføljen

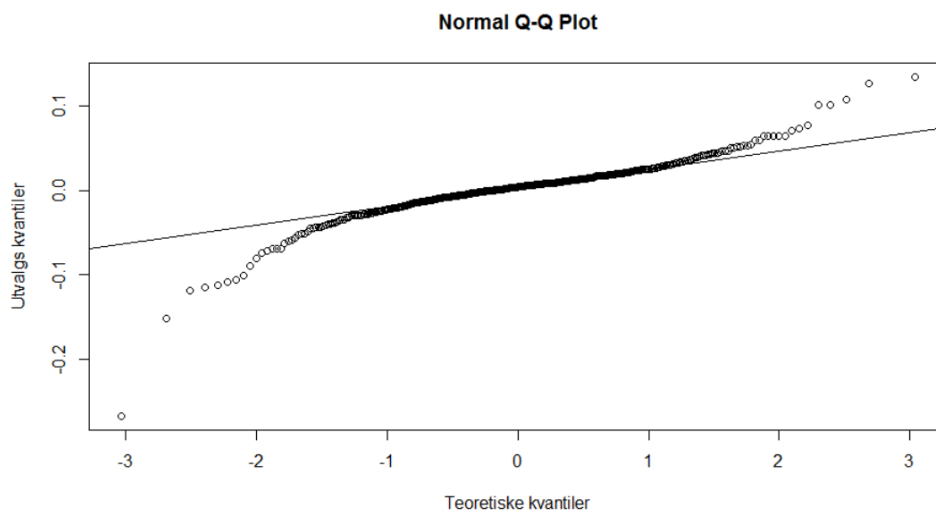
Fra tabell 5.1 ser man også at dataen har en skewness verdi på -1,39971. Det betyr at dataen har negativt skjevhet. Det betyr at dataen lener seg til venstre fra gjennomsnittet, og gjennomsnittet er lavere enn medianen. Dataen viser også at den har en kurtosis verdi på

10,44. Dette sier oss at dataen er leptokurtisk³. Det vil si at dataen har tjukke haler i forhold til normalfordeling, som er normalt for finansielle data.

5.1.1 Test for normalitet

Det er kjent at finansielle tidsserier ikke følger normalitet. For å teste dette for SPN kan vi benytte oss av Shapiro og Wilk test og Jarque-Bera test. Nullhypotesen av begge disse testene er at dataen vil holde en normalfordelt distribusjon. Resultatene fra begge testene har p-verdi tilnærmet lik null. Dette forteller oss at vi forkaster nullhypotesen om normalfordeling.

I tillegg til disse statistiske testene kan en supplere resultatene med et QQ plot. QQ plottet i figur 5.4 viser de faktiske kvantilene for avkastningen fordelt på et teoretisk kvantil. Om avkastningene følger en normalfordelt distribusjon vil de faktiske avkastningene følge den rette normalfordelte linjen. Vi observerer dog at punktene tydelig bryter med linjen, både på positiv og negativ side. Samtidig observerer en ekstreme verdier i plottet. En kan tydelig se porteføljens sin minste verdi på negativ 26,7 prosent, og den høyeste på 13,4 prosent. Med dette kan vi konkludere at datasettet ikke oppfyller normalitet.



Figur 5.4: QQ-plot av SPN

³ Kurtosis representerer hvor raskt halene i fordelingen beveger seg mot null. Når kurtosis har høyere verdi vil fordelingen ha tjukke haler. Når kurtosis har en verdi over 3 vil man si at distribusjonen er leptokurtisk. I noen dataprogram får man ut «*excess kurtosis*». Det vil si at dataprogrammet trekker fra 3 (Jorion 2007).

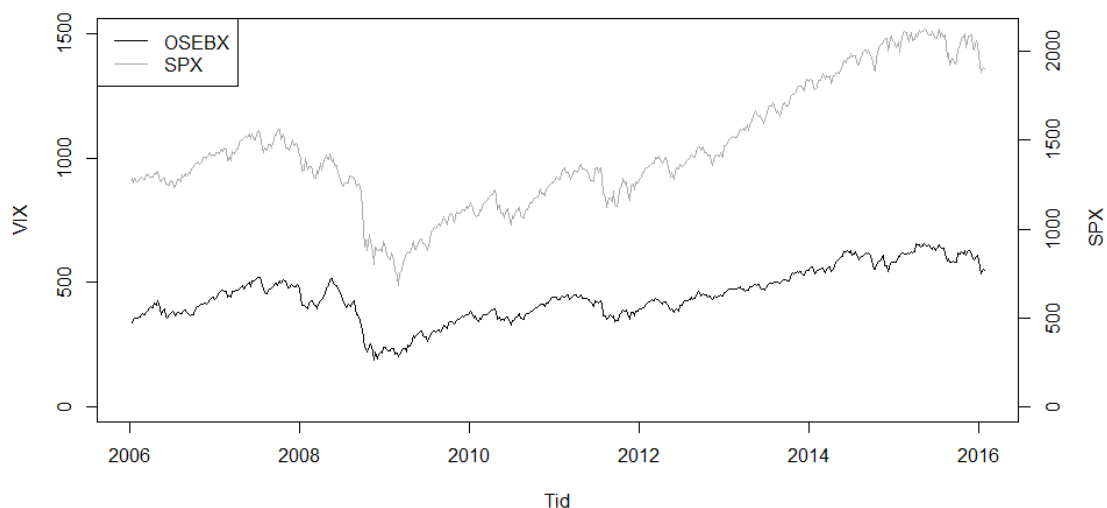
5.2 Modellkalibrering

Heston modellen, som er beskrevet i kapittel 4.2, har gitte parametere. I dette kapittelet vil vi presentere hvordan vi har estimert disse parameterne med underliggende datasett og forutsetninger.

Med utgangspunkt i at CIR prosessen i Heston sin modell skal gi en indikasjon på hvordan den stokastiske volatiliteten vil utvikle seg, må vi estimere forventet volatilitet. Det er mange metoder å gjøre dette på. Vi har valgt å hente data fra VIX indeksen

5.2.1 VIX

VIX indeksen ble opprettet i 1993. VIX representerer ticker symbolet for Chicago Board Options Exchange Volatility Index (CBOE Volatility Index). VIX indeksen er blant de største volatilitetsindeksene for markedet. VIX indeksen er beregnet fra opsjonspriser på S&P 500 indeksen, og skal reflektere investorenes samlede konsensus om fremtidig forventet volatilitet, 30 dager fremover. VIX indeksen blir også sett på som «the fear index», eller frykt indeksen. En tommelfingerregel er hvis VIX har en verdi på over 30, så er det stor volatilitet og usikkerhet i markedet. CBOE kalkulerer indeksen med markedets forventninger og fremtidig volatilitet forventet av opsjonspriser.



Figur 5.5: Utvikling av OSEBX og S&P 500

VIX indeksen er beregnet fra opsjoner på S&P 500, og er i hovedsak brukt for investeringsstrategier for kjøps- og salgsoptjoner i USA. Vi vil likevel bruke VIX indeksen for forventet volatilitet i oppgaven da S&P 500 indeksen har like svingninger, og er svært korrelert med OSEBX⁴, illustrert i figur 5.5.

5.2.2 VIX Datasett

I kalibreringen har vi hentet ukentlig data fra VIX indeksen for perioden 01.02.06 – 01.02.16. Perioden og frekvens ble valgt på bakgrunn av hva vi ønsker å hente ut fra dataene. En lenger tidsperiode ville gitt oss flere observasjoner, og større sikkerhet rundt slutningene. På en annen side kan en for lang tidsperiode være mindre representativ for en fremtiden. Vi ønsket at tidsperioden skulle være et representativt utvalg av forskjellige markedsforhold. I estimeringen av mean reversion mener vi det er viktig å fange opp markedsforholdene under finanskrisen for å analysere hvor raskt og hvordan volatiliteten kommer tilbake til «normalen». Perioden på 10 år var det som ble valgt. For å få flest mulig observasjoner ble det valgt ukentlig data. VIX indeksen oppgis i $X \cdot 100$, Vi må da transformere dataen med $(X/100)^2$ slik at vi får en vektor vi kan bruke i analysen (CBOE.com, 2015).

5.2.3 Heston parametere

5.2.3.1 Mean reversion (κ)

For å finne raten på mean reversion vil vi i denne oppgaven anvende en AR(1) prosess. Skorodumov (2008) og Blanco og Soronow (2001) argumenter hvordan man kan regne ut mean reversion ved hjelp av lineær regresjon. AR(1) modell er kjent som en første ordens lineær auto regressiv modell. Modellen definerer vi som:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + a_t$$

Metoden går ut på å forklare endringen i avhengig variabel med hensyn på siste observasjon. Koeffisienten til den uavhengige variabelen vil da være i hvilken grad denne påvirker endringen over gitt tidsperiode (Tsay, 2005). Størrelsen på denne koeffisienten kan gi oss en indikasjon på hvor mye sist observasjon påvirker og på den måten representerer endringen

⁴ Korrelasjonsplott er gjengitt i vedlegg C, figur 10.2

mot gjennomsnittet per tidsenhet i Heston modellen. ϕ_1 vil da representere raten mean reversion som i denne oppgaven er benevnt med kappa. For å teste om raten er signifikant forskjellig fra 1 må vi utføre en t-test. Skorodumov (2008) beskriver i sin estimering av mean reversion i olje og gas markeder viktigheten av dette. Nullhypotesen setter vi som $\phi_1=1$ og signifikansnivå på 0,05.

$$T_{test} = \frac{\hat{\phi}_1}{\hat{\sigma} * \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

Estimert kappa beregner vi til 0,914. Med en t-verdi på 8,77 som er over kritisk verdi på 1,96 kan vi forkaste nullhypotesen og konkludere om at kappa er forskjellig fra 1 med et signifikansnivå på 0,05.

5.2.3.2 Langsiktig varians (θ)

Theta skal representere langsiktig varians i Heston modellen. Ved å beregne gjennomsnittet av observasjonene fra VIX indeksen over 10 år kan vi estimere den langsiktige forventete variansen.

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Fra datasettet beregner vi et gjennomsnitt på 0,0413 som vil være verdien på theta. I denne estimeringen forutsetter vi at den fremtidige variansen ett år frem vil være lik gjennomsnittet. Under andre markedsforhold kan snittet over en annen tidsperiode eller forventinger være mer representativ.

5.2.3.3 Volatilitet av varians (σ_v)

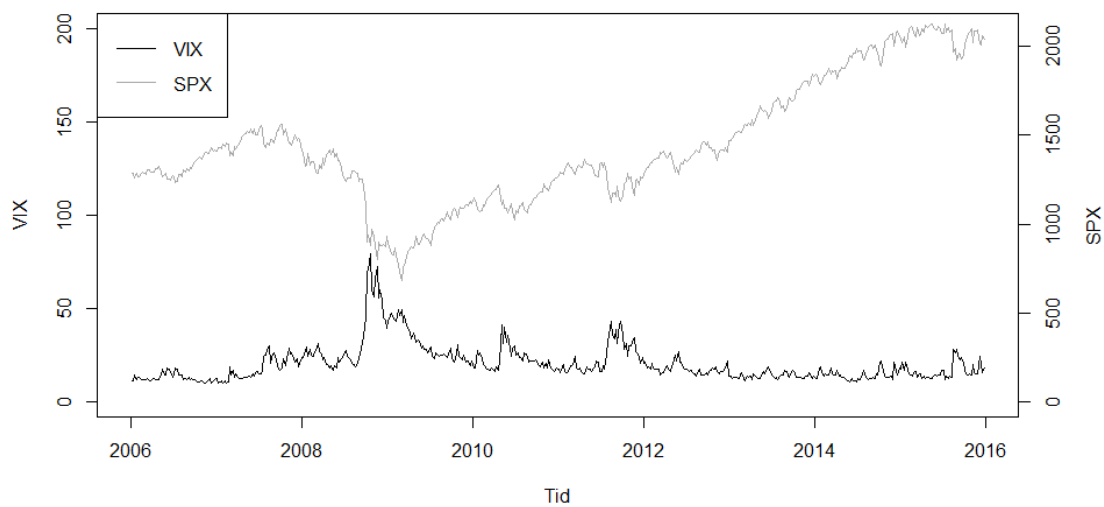
Volatiliteten kan vi estimere ut fra standardavviket til varians observasjonene.

$$\hat{\sigma}_v = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

I vår beregning fikk vi da en σ_v på 0,067.

5.2.3.4 Korrelasjonskoeffisient (ρ)

I beregningen av Heston estimatet vil det bli generert to Wiener prosesser med korrelasjonskoeffisient lik ρ . Tanken er at CIR prosessen som simulerer volatilitet skal være riktig korrelert med den prosessen som beregner pris. Vi vil i kalibreringen forutsette at det er årsakssammenheng mellom volatilitet og pris. Hvis tenker oss at prisen faller, vil det være naturlig at volatiliteten øker da prisfallet skaper endring. I figur 5.6 illustreres dette.



Figur 5.6: Utvikling av VIX indeks og S&P 500

Rho utgjør korrelasjonskoeffisienten mellom VIX indeksen og S&P 500. Denne har vi estimert til -0,7353.

6 Resultater

I dette kapitlet vil vi presentere resultatene i oppgaven. Innledningsvis vil en omfattende backtestingsanalyse bli presentert. Dette gjøres først ved å analysere overskridelsesdiagram, således en sammenligning av Heston og Monte Carlo gjennom betingede og ubetingede tester, før analyserer krysskorrelasjonen og kommenterer VaR estimatene. Avslutningsvis fremlegges resultatene fra sensitivitetsanalysen som indentifiserer modelldrivere.

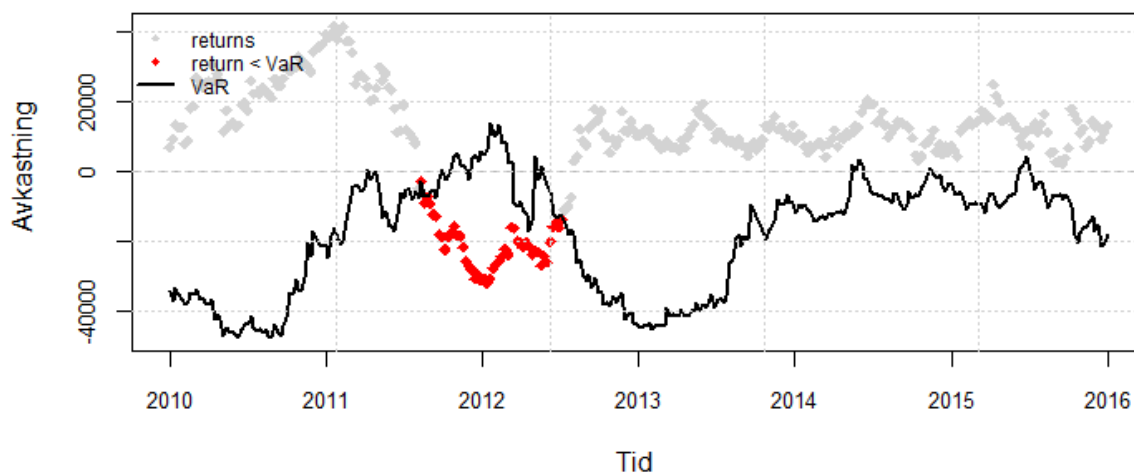
6.1 Backtest resultater

Backtestanalysen er gjennomført ved å sammenligne faktiske årlige tap og profitt med årlige VaR estimater over tidshorizonten. Til sammen utgjør dette 314 observasjoner. Parameterne kalibres over et år med SPN sin portefølje sammen med den forventede volatiliteten fra VIX indeksen. På den måten har vi 314 observerte input data og simulert 314 VaR estimater over en tidsperiode fra 2010 til 2016. Denne vektoren sammen med vektor for virkelig avkastning danner oppgavens backtesting rammeverk. Dette var det maksimale vi kunne konstruere med vårt tilgjengelige datasett. Vi vil i kapittel 7.3 diskutere mer rundt begrensningene av dette.

Metodene for de anvendte testene er nærmere utledet i kapittel 4.3. Modellenes overtredelsesrate vil vi analysere gjennom de valgte testene Kupiec POF- og Christoffersen interval forecast test. Fordelen med disse to testene er at de anvendelige og kan tilegnes til nesten alle problemstillinger hvor VaR estimater er beregnet. Andre tester som Persentile-testen av Crnkovic og Drachman (1997) ble vurdert, men den tester hele distribusjonen og dette er ikke gjort tilgjengelig i vårt datarammeverk.

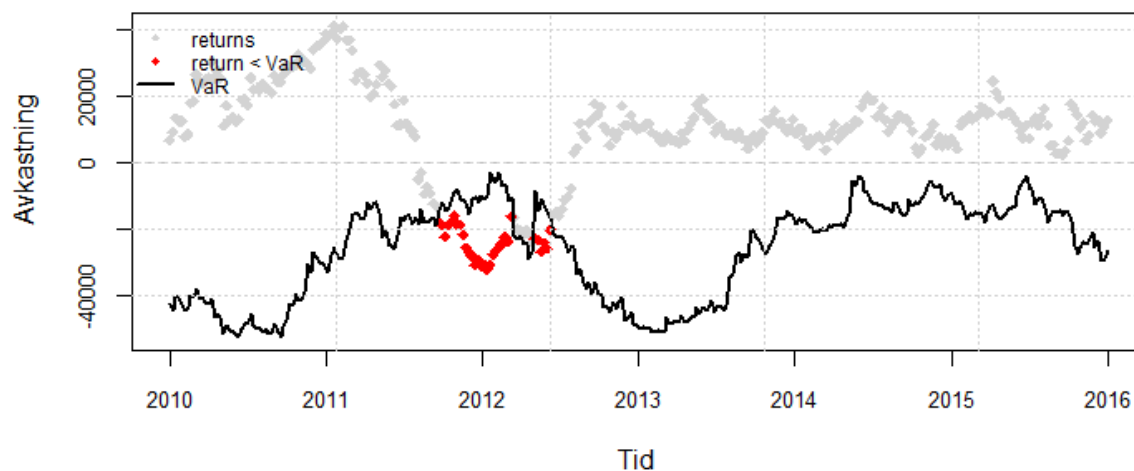
Man bør ikke entydig konkludere modellens klassifisering på bakgrunn av en enkelt test (Haas, 2001). Backtesting av VaR er bare et av mange hjelpemidlene for å analysere modellenes treffsikkerhet. Under vil vi presentere plott diagrammer fra backtestingen til Monte Carlo og Heston simuleringen

Monte Carlo 95 prosent VaR



Figur 6.1: Bakttestresultater for Monte Carlo 95 prosent VaR

Monte Carlo 99 prosent VaR

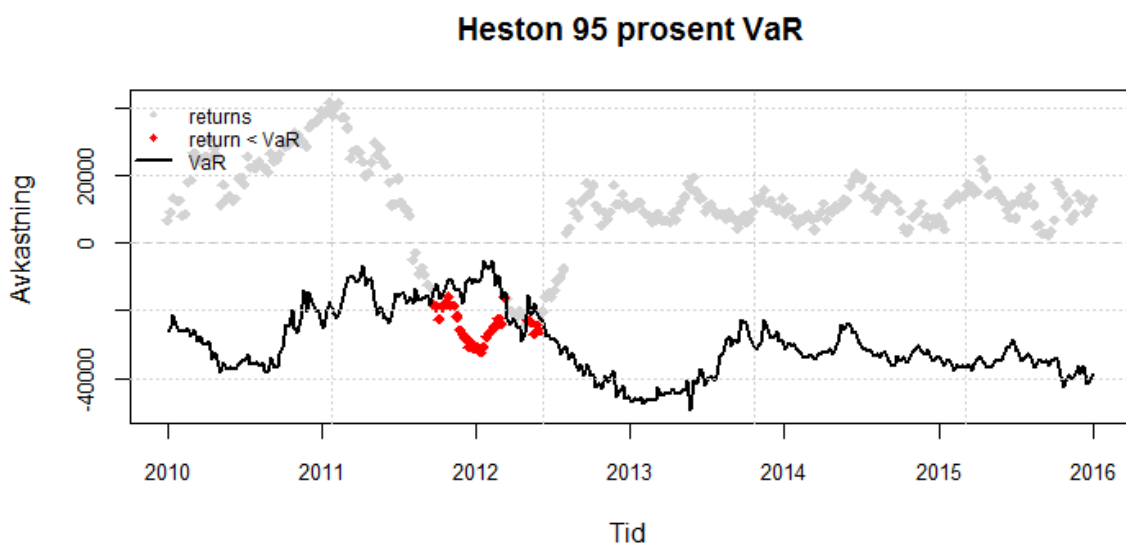


Figur 6.2: Bakttestresultater for Monte Carlo 99 prosent VaR

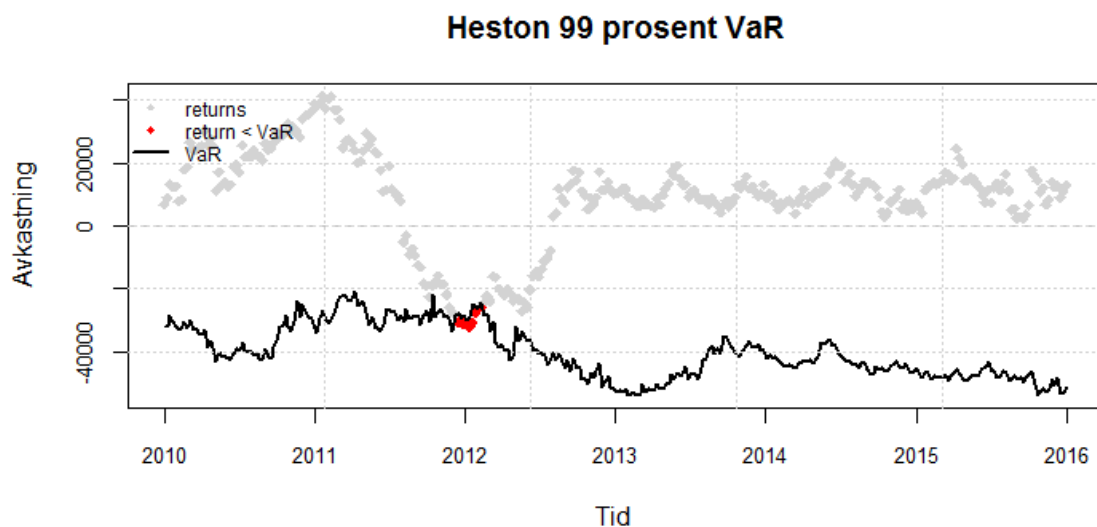
Figur 6.1 og 6.2 viser Monte Carlo simulasjonen for 95 og 99 prosent VaR. Den sorte linjen representerer VaR estimatet og virkelig avkastning er angitt som grå punkter. De røde punktene er der hvor virkelig avkastning overskrider VaR estimatet. Det er viktig å huske at vi

simulerer VaR estimater ett år frem i tid. Det betyr at VaR estimatet som befinner seg i 2016 ble simulert i 2015. Estimaten operer således med et lag på 52 uker.

Fra plottet kan vi se at overskridelsene er samlet rundt år 2012. Denne klyngingen indikerer at modellen feilet i denne tidsperioden under de gitte markedsforholdene. En overskridelse i seg selv er ikke en indikasjon på om en modell er god, eller dårlig. Dette vurderes gjennom et vilkårlig kvantil som er satt på forhånd. For eksempel vil et vilkårlig kvantil på 0,05 være forventet å overskride 5 prosent av gangene. Under presenter vi tilsvarende plott for Heston metoden.



Figur 6.3: Backtestresultater for Heston 95 prosent VaR



Figur 6.4: Backtestresultater for Heston 99 prosent VaR

I figur 6.3 og 6.4 illustreres backtesting analysen for Heston modellen. Vi kan tydelig observere i figurene at Heston modellen har færre overskridelser. Spesielt har Heston modellen prestert bedre enn Monte Carlo på 99 prosent sannsynlighetsnivå. Det samme ser vi når vi sammenligner figur 6.1 og 6.3. Heston modellen overskrides betydelig mindre enn Monte Carlo.

Under backtestingen finner vi at de største VaR estimatene er relativt like mellom Monte Carlo og Heston. Det høyeste VaR estimatet fra Monte Carlo simulering på 95 og 99 prosent sannsynlighetsnivå er på respektive 47,7 milliarder og 52,8 milliarder. For Heston modellen finner vi ved samme sannsynlighetsnivå VaR estimerer på respektive 49,4 milliarder og 53,9 milliarder. Vi kan tolke dette som at under den gitte tidsserien har begge simuleringsmodeller vurdert risikoen tilnærmer likt på et tidspunkt. Det er vært å merke seg at dette fremkommer i forskjellige tidspunkter, da vi observerer dette mellom 2010 og 2011 for Monte Carlo, og rundt 2013 for Heston.

En forklaring på at 2010 og 2011 estimatene er forskjellige kan være hvordan de to modellene behandler ettervirkningene av finanskrisen som var i 2008. Vi finner at inputdataen fra markedsforholdene etter finanskrisen har større innvirkning på Monte Carlo enn Heston. Vi kommer således frem til at det er antydninger på at Monte Carlo overestimerer risikoen for denne perioden, da den overreagerer på finanskrisen. Den samme, men motsatte effekten finner vi i 2012. Det er i denne perioden VaR estimatet er overskredet kraftig av den faktiske verdien, da VaR estimatene i perioden viser seg til å være svært positive. På det høyeste observerer vi VaR estimat på positive 13,4 milliarder, det vil si at fondet ikke vil tjene mindre enn 13,4 milliarder med 95 prosent sannsynlighet. Dette er grunnet den positive trenden frem til 2011, og hvordan Monte Carlo reagerer på dette.

6.1.1 Kupiec, uavhengighet og Christoffersen test

Kupiec ubetingede test undersøker om den faktiske overskridelsesraten er statistisk signifikant forskjellig fra den forventede overskridelsesraten. Alpha nivået representerer hvilket kvantil VaR vektoren er konstruert fra. Konfidensnivået er det valgte nivået for kritisk verdi av testen. Kupiec test er asymptotisk chi-kvadrert distribuert med én frihetsgrad. I oppgaven har vi valgt signifikansnivået på 95 prosent. Den kritiske verdien for testene vi utfører er da 3,84.

Fra tabell 6.1 kan vi se testen konkluderer med at alle de 4 modellene forkaster nullhypotesen om at overskridelsesraten er lik den forventede raten med et signifikantnivå på 95 prosent. Vi kan likevel se forskjeller i testverdi hos modellene. Heston modellene har betydelig lavere testverdi enn Monte Carlo. Således har Heston også høyere p-verdier enn Monte Carlo.

Den andre utførte testen er en uavhengighetstest. Dette vil teste for klynging i overskridelsene. Det optimale vil være at overskridelser skjer i forskjellig tidspunkt. Nullhypotesen for testen er at det ikke er klynging. I likhet med Kupiec testen er uavhengighetstesten også chi-kvadrert distribuert med én frihetsgrad. Således deler de den samme kritiske verdien. Som vi ser i tabell 6.1 er den kritiske verdien svært høy for alle modellene. Vi vil dermed forkaste nullhypotesen for samtlige modeller, og konkluderer med at det er klynging.

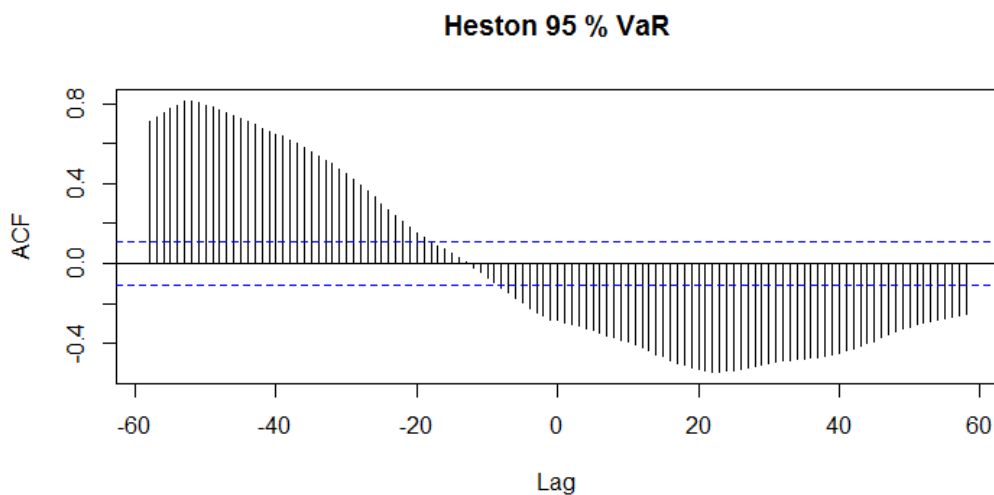
Den siste testen er den betingede Christoffersen testen. Denne setter sammen begge modellene i en modell. Nullhypotesen er at det ikke er klynging og at modellen oppfyller kravet om antall overskridelser. Denne testen er chi-kvadrat distribuert med to frihetsgrader og har således kritisk verdi lik 5,99. Vi forkaster også nullhypotesen for samtlige modeller.

	MC95	MC99	H95	H99
Kvantil	0.05	0.01	0.05	0.01
Signifikansnivå	0.95	0.95	0.95	0.95
Forventet overskridelse	15	3	15	3
Faktisk overskridelse	48	31	30	9
Kupiecs test (LR_{uc})				
Likelihood Rate	46.31487	88.8204	10.94894	7.345199
Kritisk verdi	3.841459	3.841459	3.841459	3.841459
P-verdi	1.01E-11	0	0.000937	0.006724
Beslutning	Forkast H0	Forkast H0	Forkast H0	Forkast H0
Uavhengighetstest (LR_{ind})				
Likelihood Rate	245.35403	163.5681	159.23756	61.910571
Kritisk verdi	3.841459	3.841459	3.841459	3.841459
P-verdi	0	0	0	0
Beslutning	Forkast H0	Forkast H0	Forkast H0	Forkast H0
Christoffersen test (LR_{cc})				
Likelihood Rate	291.6689	252.3885	170.1865	69.25577
Kritisk verdi	5.991465	5.991465	5.991465	5.991465
P-verdi	0	0	0	8.88E-16
Beslutning	Forkast H0	Forkast H0	Forkast H0	Forkast H0

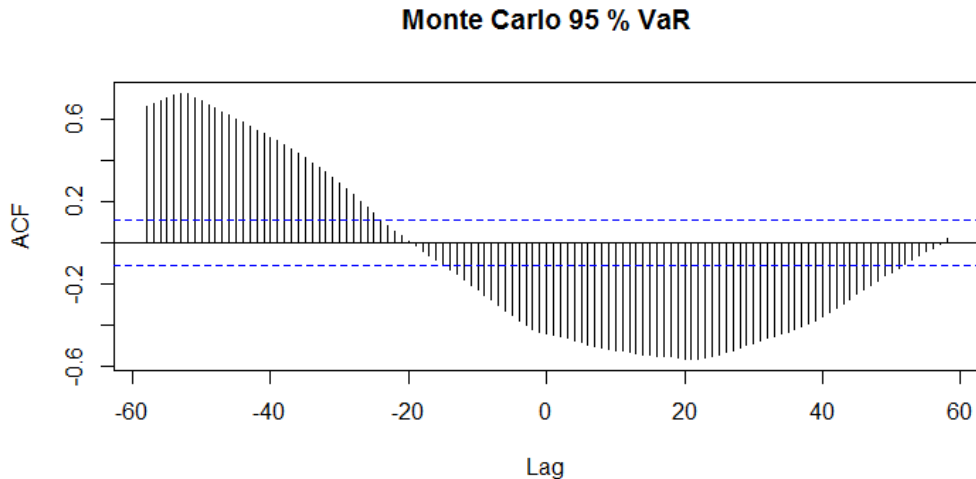
Tabell 6.1: Resultater fra backtest

6.2 Krysskorrelasjon

Når vi analyserer multivariate tidsserier vil det være fordelaktig å undersøke krysskorrelasjonen. Tsay (2005) skriver at krysskorrelasjon er en nyttfull metode i å måle styrken av lineær avhengighet mellom tidsserier. Den lineære dynamikken er empirisk identifisert i finansielle tidsserier (Conlon, Ruskin, & Crane, 2010). Når vi simulerer fremtiden et år frem i tid kan forholdet mellom faktisk avkastning og simulering virke svakt. Vi analyserer krysskorrelasjonen ved å flytte tidsseriene mot og fra hverandre. På den måten vil vi få et klarere bilde av den lineære avhengigheten mellom dem. I figur 6.5 og 6.6 har vi presentert krysskorrelasjonsplott av faktisk avkastning som en tidsvariabel mot Heston og Monte Carlo modellenes 95 prosent VaR simulering. Plottene viser hvordan korrelasjonen mellom de valgte tidsserier endrer seg når vi flytter simuleringsvariabelen 58 tidspunkter i hver retning. De to stiplede blå linjene viser et konfidensintervall på 95 prosent.



Figur 6.5: Resultater fra krysskorrelasjon med Heston 95 prosent VaR



Figur 6.6: Resultater fra krysskorrelasjon med Monte Carlo 95 prosent VaR

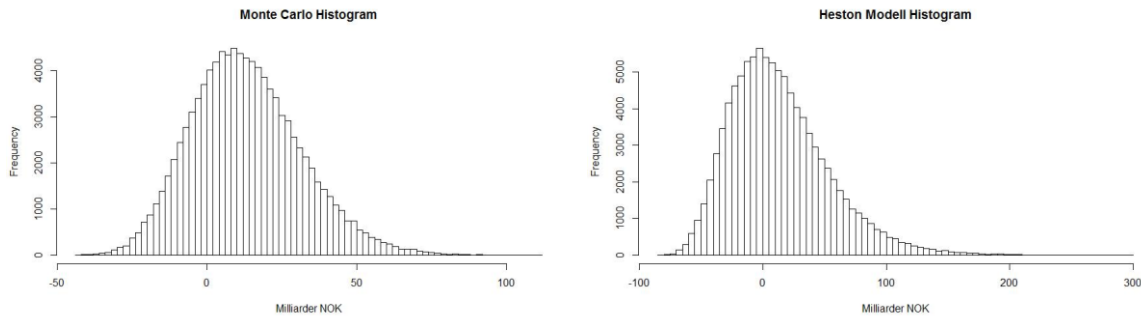
I de to plottene ser vi at både Heston- og Monte Carlo modellen oppnår sterk lineær avhengighet når vi flytter simuleringsseriene 52 steg tilbake. Det er forventet at det er sterkest korrelasjon på dette tidspunktet da vi simulerer 52 steg frem. Heston modellen kan oppnå en korrelasjon på 0,8 mot Monte Carlo sin korrelasjon på 0,7. Ser vi de to modellene mot hverandre, kan resultatet tyde på at Heston modellen vil gjøre det bedre enn Monte Carlo simulasjonen ved kort risikoprognotisering. Dette gjelder også for 99 prosent simulasjonene, som er gjengitt i vedlegg C, figur 10.3.

Et annet viktig moment med krysskorrelasjonsanalysen, er hvilken modell som trenger færrest forskyvninger for å oppnå signifikant positiv korrelasjon. På den måten kan vi få innsikt på hvor langt modellene kan predikere frem og fortsatt oppnå signifikant positiv korrelasjon. Den modellen som trenger færrest forskyvninger er Heston modellen. I figur 6.5 ser vi at Heston modellen kun trenger 20 forskyvninger tilbake. Vi kan også nevne at 99 prosent VaR simuleringen gav signifikant positiv korrelasjon allerede ved 10 forskyvninger⁵.

⁵ Vedlegg C, figur 10.6

6.3 Simuleringsdistribusjon

I figur 6.7 har vi oppsummert sluttestimeringene ved de to simuleringsmetoder i to frekvensdiagram som viser distribusjonene.



Figur 6.7: Distribusjon fra simulering for Monte Carlo (høyre) og Heston (venstre)

Begge metodenes fordeling har positiv skjevhet på $0,7^6$. Heston modellen er mer sentrert rundt gjennomsnittet lik null, mens Monte Carlo er sentrert rundt et positivt gjennomsnitt. Spredningen og tykkelsen på halene til Heston modellen er større sammenlignet med Monte Carlo. Dette antyder at Heston modellen simulerer et bredere spekter av scenarioer og Monte Carlo tetter seg mer rundt den forventede avkastingen til fondet. I en undersøkelse av Giot og Laurent (2003), hvor flere modeller og tilnæringer til VaR blir testet, finner de at modeller som tar i bruk normalfordeling og student-t distribusjon ikke viser pålitelige estimater. De finner at modellene ikke tar hensyn til riktig skjevhet i dataen. Videre finner de at modeller som tar hensyn til riktig kurtosis størrelse og spesielt skewness til å være mest troverdig. Heston modellens VaR estimater er predikert til 41,4 og 55,5 milliarder på henholdsvis 95 og 99 prosent sannsynlighetsnivå. Monte Carlo predikerer noe lavere risiko og estimerer 14,8 og 24,1 milliarder gitt 95 og 99 prosent sannsynlighetsnivå. Sluttsimuleringen vises grafisk i vedlegg E, figur 10.5 og 10.6 og betydningen av sluttestimaterne vil vi diskutere grundigere i kapittel 7.

⁶ Vedlegg E, tabell 10.3

6.4 Sensitivitetsanalyse

6.4.1 Heston modell

Som diskutert i kapittel 4.2 står Heston modellen ovenfor stor modellrisiko. For at Heston modellen skal være et pålitelig verktøy i risikostyring er det viktig å kartlegge hvor modellen kan feile. Tsai (2004) vektlegger at VaR estimater alltid bør bli ledsaget med andre styringsteknikker som stresstesting og sensitivitetsanalyse for å oppnå en bred forståelse av risikoen. En sensitivitetsanalyse kan avdekke svakheter i modellens parametere ved at man strekker eller stresser parameteren. Typisk for økonomiske problemstillinger vil være å undersøke hvordan modellen utfører i ekstreme eller endrede markedsforhold. Spesielt ønsker vi å se på hvordan den stokastiske volatilitetsprosessen påvirker VaR estimatene.

Således vil vi i dette kapittelet undersøke stabiliteten i parameterne til begge modeller under ekstreme forhold. Vi vil se på effekten av endringer i de fem parameterne som fremkommer i CIR prosessen, samt se på endringen i den langsiktige avkastningen. Parameterne i CIR prosessen er mean reversion, langsiktig varians, volatiliteten av variansen og korrelasjonskoeffisienten som presentert i kapittel 4.2. Vi vil også undersøke effekten av initial varians, da vi ønsker å se om denne har ulik effekt på Monte Carlo og Heston modellen. De ekstreme forholdene og stressverdier for avkastning og initial volatilitet har vi hentet fra Oslo Børs Hovedindeks. Maksimum og minimumsverdier er innhentet over en 10-årsperiode.

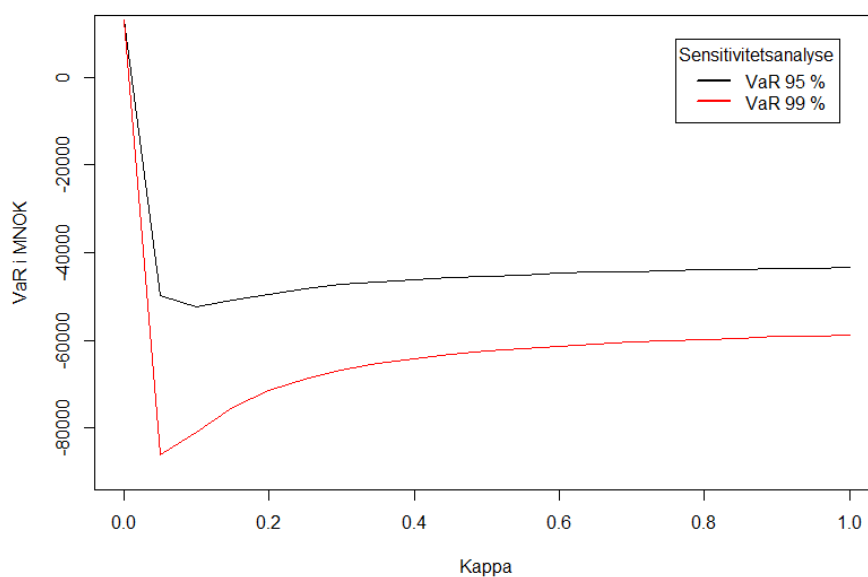
Resultatene blir oppsummert i tabell 6.2 og 6.3 som viser VaR estimater under optimistiske og pessimistiske scenarier.

6.4.1.1 Mean Reversion (κ)

Som diskutert er mean reversion (κ) hastigheten volatilitetsprosessen går mot den langsiktige gjennomsnittlige variansen θ . Desto høyere κ , jo mer vekt vil det bli lagt på den langsiktige variansen. Således vil κ være med på å bestemme hvor mye volatilitetsprosessen vil fluktuere. I figur 6.8 kan vi observere hvordan endringer i κ har effekt på VaR estimatene. Effekten av endringene er gjort med resten av parameterne i modellen konstant. κ er testet i intervallet $[0,1]$ da vi antar at volatilitet kommer til å bevege seg mot dens langsiktige gjennomsnitt, og

ikke vekk fra den. Dette er også for å tilfredsstille Feller betingelsen $2\kappa\theta > \sigma_v^2$ om at volatilitetsprosessen ikke kan være negativ.

Som man observerer i figur 6.8 kan vi se at κ er mest sensitiv når den har lavest verdi. Når κ er lik null feiler modellen Fellers betingelse og således feiler med å estimere VaR. Kurvens helning er størst rundt de laveste verdiene av κ . Når κ økes med inkrementelle endringer på 0,05 fra null, observerer vi at endringer i VaR estimatet endrer seg relativt mye, før det stabiliserer seg og rundt κ lik 0,4. Dette er forventet da ved høyere κ verdier forventes det færre ekstreme verdier i volatiliteten, således færre ekstreme verdier av porteføljen, og mindre aggressive VaR estimater. Når κ har lave verdier vil den forventede variansen gå saktere mot den langsiktige variansen, og dermed også større sannsynlighet for å få mer høyere VaR estimater, slik som figuren illustrerer. I tabell 10.5 i vedlegg F kan en se at det er spesielt 99 prosent VaR estimatene som står ovenfor de største endringene.

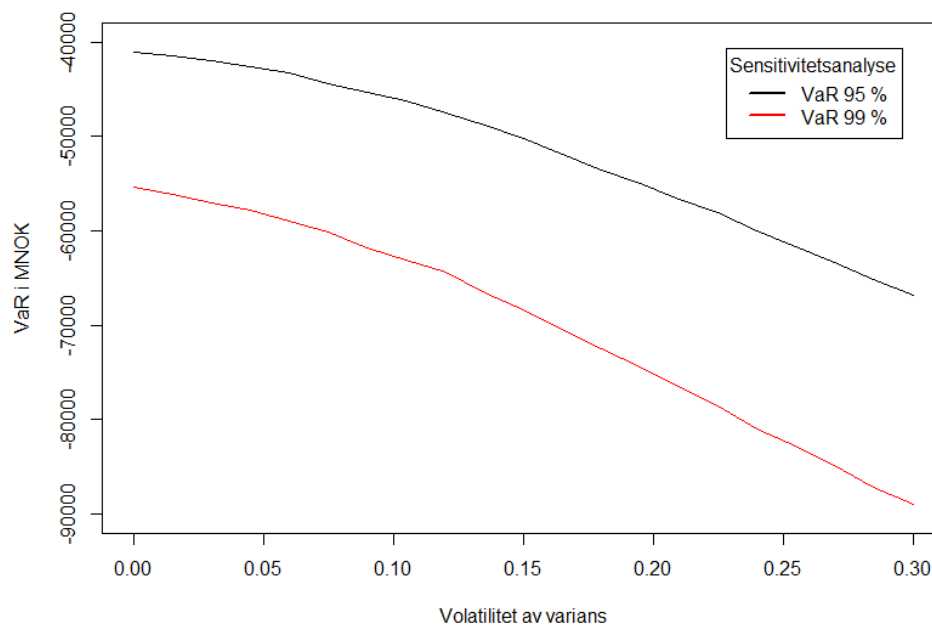


Figur 6.8: Resultater fra sensitivitetsanalyse av mean reversion

6.4.1.2 Volatilitet av varians (σ_v)

En økning i σ_v vil øke spredningen i simulasjonene. Dette betyr at det blir flere verdier ved ytterpunktene i distribusjonen. Det vil da være mer kurtosis, altså tjukkere haler. Derimot når σ_v er lik null er det ingen excess kurtosis (Heston 1993). En økning i σ_v vil da øke VaR estimatene.

Dette illustreres ved å se på trenden til VaR estimatene i figur 6.9. Figuren viser en nedgående konkave linje mellom VaR estimatene og σ_v . Når σ_v er tilnærmet lik null får vi de laveste VaR estimatene på både 95 prosent og 99 prosent sannsynlighet. Når vi øker σ_v observerer vi at VaR estimatene øker på begge sannsynlighetsnivåene. σ_v lik null gir VaR estimater på 41,1 milliarder og 55,4 milliarder på henholdsvis 95 og 99 prosent sannsynlighetsnivå. På den høyeste σ_v verdien lik 0,3 får vi VaR estimater på 66,8 milliarder på 95 prosent sannsynlighetsnivå og 88,9 milliarder på 99 prosent sannsynlighetsnivå. Det er et klart mønster her som illustrerer at spredningen på simulasjonene vil bli bredere når en øker σ_v .



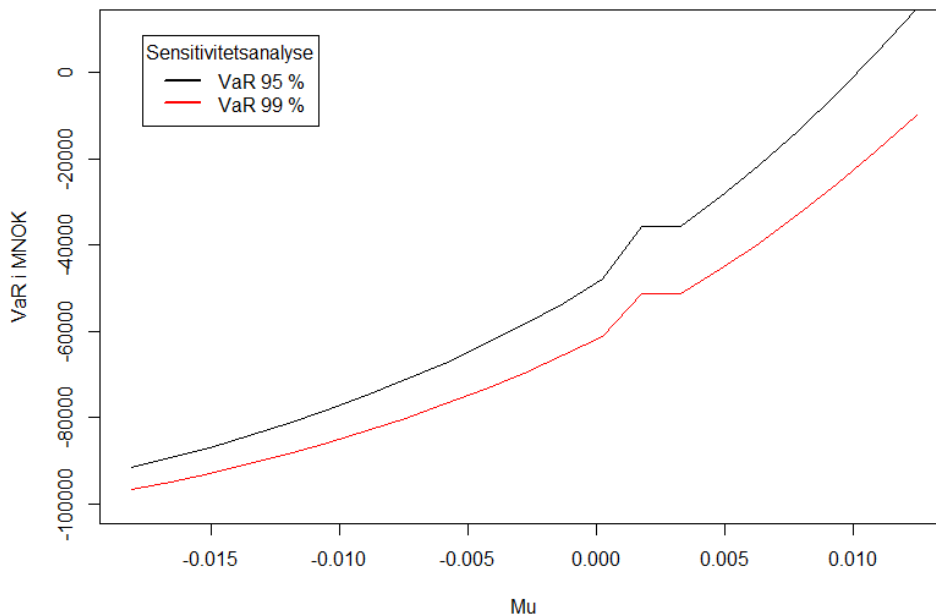
Figur 6.9: Resultater fra sensitivitetsanalyse av volatilitete av varians

6.4.1.3 Avkastning (μ)

Den langsiktige avkastningen inngår ikke i den stokastiske volatilitetsprosessen, men har likevel en innvirkning på VaR estimatene. Den langsiktige avkastningen er med i simulasjonene av porteføljeværdien. En kan observere gjennom stresstesting at uvanlig høye verdier av denne parameteren kan føre til ekstreme VaR estimater. Om porteføljen opplever en lengre periode med gode resultater og positive avkastninger vil man få en positiv trend i avkastningen. Om denne avkastningen blir høy nok får vi etter hvert positive VaR estimater. Det betyr at VaR estimatet indikerer en minimum positiv avkastning for gitt sannsynlighetsnivå. Det motsatte skjer om det er en lang negativ trend.

I stresstesten får vi et positivt VaR estimat når vi setter μ lik 0,0109 på 4,6 milliarder. For 99 prosent VaR estimatet med samme μ får vi 18,2 milliarder i estimert tap. I figur 6.10 observerer man at trenden er positiv og konveks. Det vil si at når vi øker μ så blir VaR estimatet mindre. I den andre enden, hvor den største negative avkastningen er lik negativ 0,018 får vi et 95 prosent VaR estimat på 91,5 milliarder og et 99 prosent VaR estimat på 96,6 milliarder.

I vedlegg G, figur 10.14 til figur 10.16 kan en observere endringen i simulasjonsveiene ved endringer i μ . Hvor μ er svært høy vil porteføljeverdiene simuleres sterkt oppover. Dette vil gi høye porteføljeverdier, som vil føre til høyreskjev fordeling i distribusjonen. Det motsatte vil skje når μ har svært lav verdi.

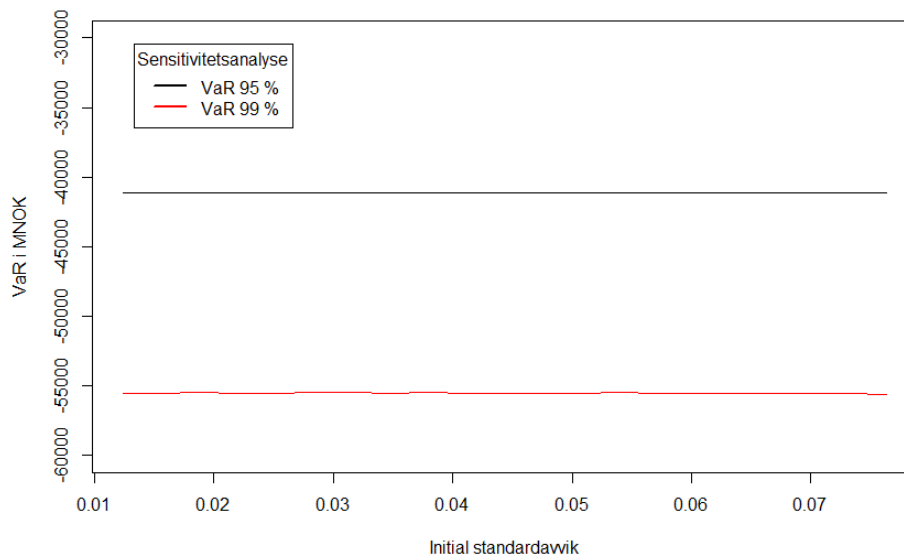


Figur 6.10: Resultater fra sensitivitetsanalyse av avkastning i Heston

6.4.1.4 Initial varians (v_0)

Den initiale variansen i CIR prosessen er med i drift leddet og Wiener prosessen. Denne parameteren vil gå mot den langsiktige variansen θ med farten gitt av κ . Som vi observerer med en gang er det ingen endringer i VaR estimatene på noen av sannsynlighetsnivåene. Dette er fordi ideen bak stokastisk volatilitet er å generere nye volatilitetsestimater som er sannsynlig i fremtiden. Som diskutert i kapittel 3.5.1 omstiller modellen det som har skjedd tidligere for å generere og bygge opp noe nytt. Resultatet er da at VaR estimatene endrer seg

minimalt med endringer i initial volatilitet. I figur 6.11 fremstilles initial volatilitet, men under Heston modellen og CIR prosessen blir dette omgjort til varians.



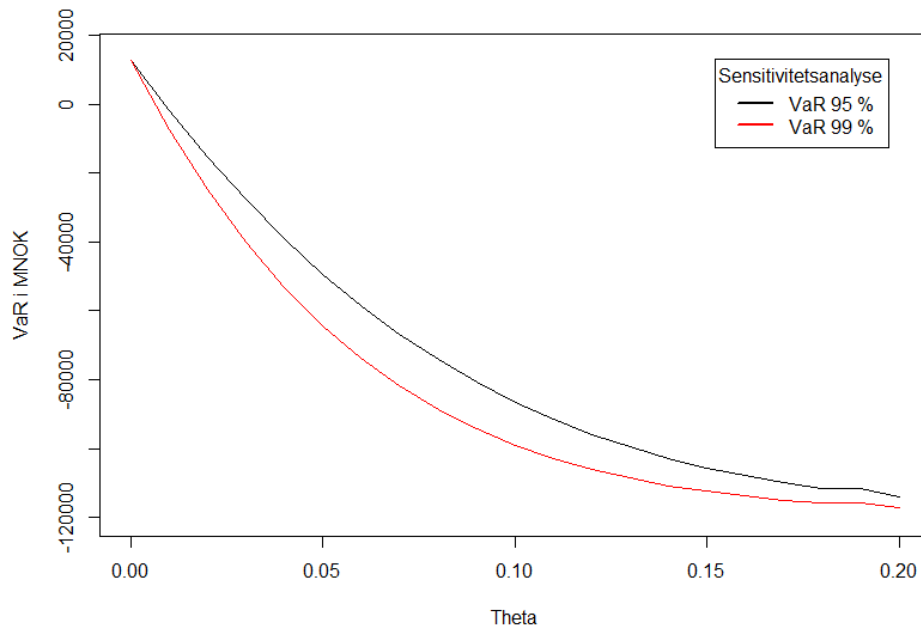
Figur 6.11: Resultater fra sensitivitetsanalyse av initial standardavvik i Heston

6.4.1.5 Langsiktig varians (θ)

Den stokastiske volatilitetsprosessen vil fluktuere rundt den langsiktige variansen θ . Denne parameteren fremkommer i drift leddet i CIR prosessen. Om θ verdien skulle øke, vil det føre til at volatilitetsestimatene i simulasjonene også vil øke. Høyere simulerte volatilitetsestimater vil føre til at det er større variasjon i simulasjonene sb porteføljeverdier og således føre til større VaR estimater.

Vi kan observere i figur 6.12 hvordan trenden til VaR estimatene endres seg når en endrer θ . Det er også viktig her å ta hensyn til Fellers betingelse om negativ variansprosess. Om θ skulle ha verdi på null, vil modellen ikke kunne estimere troverdige VaR estimater. Som vi kan se i tabell 10.5 i vedlegg F så vil en tilnærmet lik null i verdi på θ føre til positive VaR estimater. I figur 10.18 i vedlegg G kan vi også se at simulasjonen feiler helt med å skape de stokastiske volatilitetene og prisene. Om en øker θ vil trenden til VaR estimatene gå nedover i en konkav linje. En langsiktig varians lik 0,01 vil gi oss 95 prosent VaR estimat på 1,6 milliarder og 99 prosent VaR estimat på 7,2 milliarder. Om en øker θ fra denne verdien ser vi at VaR estimatene endrer seg raskt. En θ verdi lik 0,09 gir oss VaR estimater på 80,7 milliarder og 94,3 milliarder på henholdsvis 95 prosent og 99 prosent sannsynlighetsnivå. Når vi øker θ til 0,2 får vi så høyt som 114,1 milliarder i 95 prosent VaR og 117,1 milliarder i 99

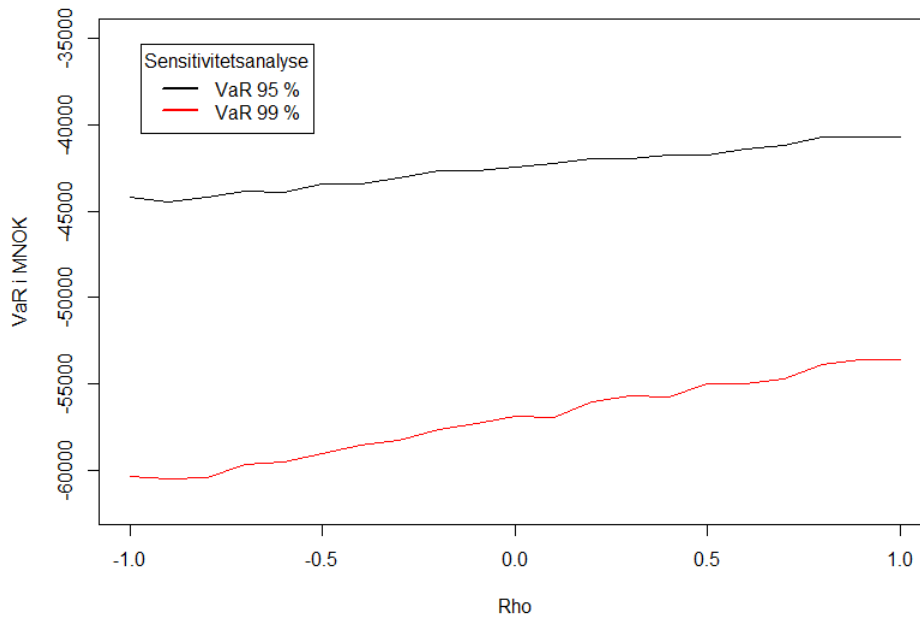
VaR. I vedlegg G, figur 10.19 til 10.21 kan vi observere at simulasjonsveiene får større spredning når en øker θ .



Figur 6.12: Resultater fra sensitivitetsanalyse av langsiktig varians

6.4.1.6 Korrelasjonskoeffisient (ρ)

Korrelasjonskoeffisienten ρ er korrelasjonen mellom Wiener prosessene som er i den stokastiske volatilitetsprosessen og de simulerte porteføljeverdiene. For fleste finansielle data vil det være en negativ korrelasjon mellom volatiliteten og aksjepriser, som diskutert i kapittel 5.2. I figur 6.13 ser vi at det er en svak positiv trend mellom VaR estimatene og ρ . Således når vi øker ρ fra -1 til 1 så vil VaR estimatene bli mindre. Fra ρ lik -1 får vi et 95 prosent VaR estimat på 44,2 milliarder og et 99 prosent VaR estimat på 60,4 milliarder. Disse estimatene synker i en relativt rett trend.



Figur 6.13: Resultater fra sensitivitetsanalyse av mean reversion

6.4.2 Monte Carlo, GBM

Monte Carlo med en GBM prosess inneholder kun to parametere, avkastningen og initial volatilitet. I likhet med Heston modellen står Monte Carlo ovenfor modell risiko. Således er det også viktig med sensitivitetsanalyser for denne modellen. Her vil også modellen bli satt på prøve under ekstreme markedsforhold.

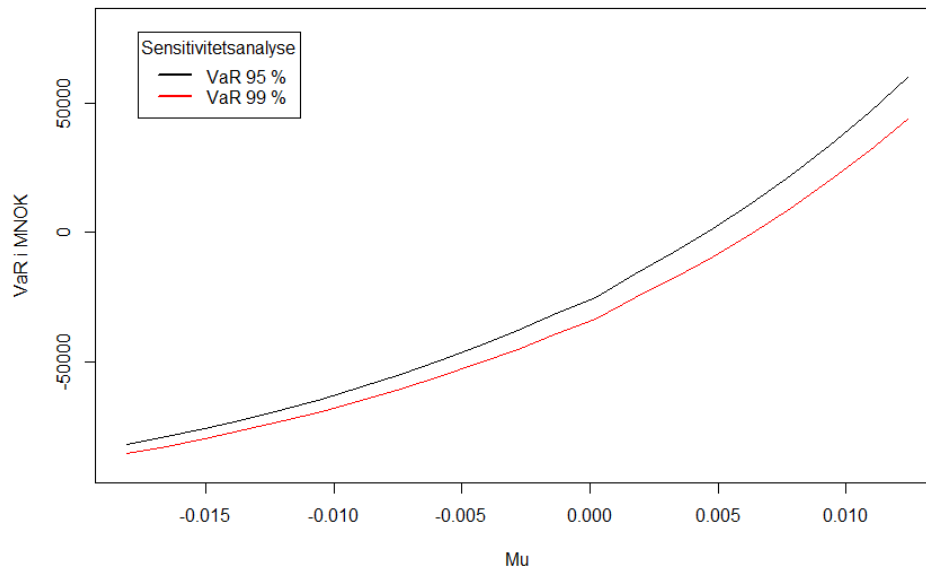
6.4.2.1 Avkastning (μ)

I likhet med stress testingen på Heston modellen kan vi se at avkastningen også har stor innvirkning. Monte Carlo modellen er spesielt sensitiv når verdier for μ blir høye.

Sensitivitetsanalysen viser at endringen i parameteren gir ut en positiv og konkav kurve for VaR estimatet.

Under analysen kan vi observere positive VaR estimater allerede når μ er lik 0,0048. Som vist i tabell 10.7, vedlegg F, gir μ lik 0,012 et positivt 95 prosent VaR estimat på 60,1 milliarder, og et positivt 99 prosent VaR estimat lik 44,1 milliarder. Dette er mye høyere enn VaR estimatene Heston modellen gir, som var på positive 14,8 milliarder på 95 prosent sannsynlighetsnivå og negative 9,9 milliarder på 99 prosent sannsynlighetsnivå ved samme μ verdi. Når vi stresstester med veldig negative μ verdier får vi relativt store VaR estimater. Under den laveste μ verdien på negative 0,018 får vi VaR estimater på henholdsvis 82,3

milliarder og 85,6 milliarder gitt 95 og 99 prosent sannsynlighetsnivå. Således ser vi at Heston modellen er mer sensitiv under veldig negative μ verdier, mens Monte Carlo er mye mer sensitiv når μ har høyere positive verdier. I vedlegg G, fra figur 10.25 til figur 10.27, illustreres endringen i simulasjonsveiene under sensitivitetsanalysen.

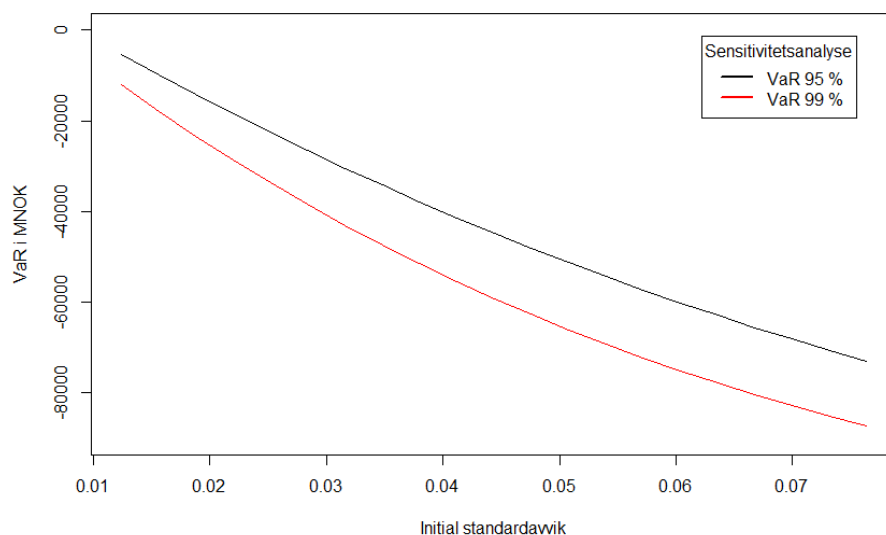


Figur 6.14: Resultater fra sensitivitetsanalyse av avkastning i Monte Carlo

6.4.2.2 Initial volatilitet

I motsetning til Heston modellen, kan vi se i figur 6.15 at den initiale volatiliteten har stor effekt på VaR estimatet med Monte Carlo. I Monte Carlo modellen er parameteren fast, og simulasjonene utvikler seg sammen med standardavviket. Standardavviket er således med på å bestemme hvor stor spredning det vil være i simulasjonen.

Som vi ser i figur 6.15, er kurven mellom volatilitet og VaR estimatet negativ og konveks. Det vil si at jo høyere standardavviket blir, jo større blir VaR estimatet. Fra tabell 10.7, vedlegg F, observerer vi at når standardavviket er på sitt laveste ved 0,012, får vi VaR estimater på 5,5 milliarder og 12 milliarder for henholdsvis 95 og 99 prosent sannsynlighetsnivå. Når vi øker standardavviket har VaR estimatet en stabil nedadgående vekst. Ved det høyeste standardavviket på 0,073 får vi et 95 prosent VaR estimat på 73 milliarder og et 99 prosent VaR på 87,2 milliarder.



Figur 6.15: Resultater fra sensitivitetsanalyse av initial standardavvik i Monte Carlo

Resultatene av sensitivitetsanalysen viser at både Heston og Monte Carlo modellen står ovenfor modellrisiko, hvor feilkalibrering av parametere kan føre til at modellen viser misledende resultater. For Heston modellen er det spesielt avkastningen μ og den langsiktige variansen θ som fører til store variasjoner, både på 95 og 99 prosent sannsynlighetsnivå. Begge parametere fører til svært store endringer i VaR estimatet. Volatiliteten av variansen σ_v hadde også en delvis stor innvirkning på VaR estimatene, men langt fra så stor som μ og θ . Mean reversion κ viste seg til å være relativ sensitiv til endringer ved lave verdier på grunn av spredningen, men stabiliserte seg når man økte verdien. Parameterne for initial varians og korrelasjonskoeffisient var de minst sensitive i analysen.

I Monte Carlo er det kun to parametere, men begge viser seg til å være sensitive til endringer. Spesielt finner vi at μ er svært sensitiv både veier, på 95 og 99 prosent sannsynlighetsnivå. Det initiale standardavviket påvirker Monte Carlo modellen i mye større grad enn Heston modellen.

7 Diskusjon

I dette kapitlet vil vi drøfte oppgavens resultater opp mot problemstillingen. Videre vil vi diskutere betydningen av oppgavens funn og til slutt vil vi utrede oppgavens begrensninger.

7.1 Heston mot Monte Carlo

Resultatene fra backtestingen viser tydelig at vi forkaster samtlige nullhypoteser for begge modeller. Både Heston og Monte Carlo feiler samtlige backtest modeller med relativ stor margin. Modellene feiler dermed med å produsere korrekt feilrate, samtidig som det er klynging i overskridelsene. Dette resulterer også i at modellen feiler i den sammensatte backtesten. Det dog viktig å ta hensyn til svakhetene ved backtesting. Backtesting skal ikke alene stå f. om en VaR modell er god, eller dårlig. Det er viktig å se hele konteksten før en konkluderer. Problemstillingen i vår oppgave ønsker å sammenligne eksisterende modeller med en ny modell. Vi ønsker å få svar på om implementering av stokastisk volatilitetsprosess vil være bedre enn Monte Carlo. Som nevnt kan forkastelse skyldes små marginer.

Om vi sammenligner resultatene fra backtestanalysene ser vi at likelihood raten i Heston modellen er nærmere den kritiske verdien i samtlige tester. Dette gjelder begge kvantilene analysert for Heston modellen. Differansen i den faktiske feilraten og den forventede er også betydelig mindre hos Heston enn Monte Carlo. For Heston på 99 prosent sannsynlighetsnivå er den forventede feilraten på en prosent, mens den faktiske kun er på 2,87 prosent. Dette viser at selv om Heston ikke kan forkaste nullhypotesen om korrekt feilrate, så presterer den bedre enn Monte Carlo. Da både modeller ser ut til å underestimere risikoen fra backtestingen, kan vi si at Monte Carlo underestimerer i større grad. Vi kan også si basert på teststatistikken at Heston presterer bedre enn Monte Carlo for klynging i overskridelsene, men siden likelihood raten er signifikant større for både modeller vil vi ikke trekke noen svar ut av den.

En ulempe med de statistiske backtestene utført i vår oppgave er at det er få observasjoner i datasettet vår, spesielt da vi estimerer nedsiderisikoen langt frem i tid. I en ideell situasjon ville vi hatt større datasett tilgjengelig for analysen. Større datasett ville økt sjansene for bedre

resultater i backtestanalysen, da det vil øke forventet overskridelsesrate, og potensielt spre ut overskridelsene.

Slik det kommer frem i analysen av krysskorrelasjon kan vi se at Heston modellene tilpasser seg den faktiske avkastningen raskere enn Monte Carlo. Da tidshorisonten i oppgaven gir usikkerhet rundt estimatene, og risikoen for at modellen predikerer i feil tidsperiode øker. Modellen med raskest reaksjonsevne var Heston på 99 prosent sannsynlighetsnivå, som oppnådde positiv signifikant korrelasjon tidligst av alle modellene.

I sensitivitetsanalysen kartlegger vi hvilke parametere i både modeller som er mest sensitive, og hvilken modell som potensielt står ovenfor høyest modellrisiko. Da begge modellenes største svakheter kommer i form av vanskeligheter i modellkalibrering og sensitive parametere, er det viktig å identifisere hvor stor modellrisikoen er. Heston modellen har flest parametere, og vil være den mest tidkrevende og komplekse modellen å ta i bruk. Fra dens seks parametere finner vi at to parametere er svært sensitive til endringer, langsiktig varians og avkastning. Det er dog viktig å se at den langsiktige variansen ikke er like sensitiv til faktiske endringer. Da den representerer langsiktig varians, må det svært store endringer i markedsrisikoen over lang tid før den endrer seg drastisk. Både modeller står dog ovenfor høy sensitivitet ovenfor endringer i avkastning, da store svingninger førte til svært forskjellige VaR estimater. Det er ikke urealistisk at trenden på avkastningen endrer seg med tid. Som vi opplevde under kalibreringen av backtestingen var det faktiske positive trender i avkastningen som førte til at VaR estimatene ble svært ekstreme. Fra vedlegg G kan en se hva som skjer med simulasjonene når en endrer på parameterne på Heston og Monte Carlo.

Sensitivitetsanalysen viser at endringer i hver parameter endrer hvilken vei og hvilken spredning simulasjonene vil ta på hver sin måte. Det vil si at endringer i parametere som volatilitet av varians og mean reversion, som vil endre kurtosisen i distribusjonen, kan endres i forhold til ens ønsker. Andre parametere som avkastning vil endre i hvilken retning simulasjonene går, således skjevheten til distribusjonen. Da Monte Carlo jobber med færre parametere er den mindre fleksibel til å simulere skewness og kurtosis om man ønsker å konstruere en mer realistisk distribusjon av porteføljeavkastningene.

Fra disse resultatene finner vi bevis på at implementering av stokastiske volatilitetsprosesser innfører en bedring til dagens eksisterende simuleringsmodeller for VaR. Da begge modellene løser problemer knyttet til distribusjonen av data, som en ofte finner i enklere VaR modeller

(Giot & Laurent, 2003) har vi god grunn til å fokusere kun på simulasjonsmodeller. Videre finner vi at Heston er bedre evnet til å skape en mer troverdig distribusjon ut av simulasjonene, da den tar hensyn til den stokastiske volatiliteten. Vi mener dog at Heston står ovenfor høyere modellrisiko enn Monte Carlo, da den har flere parametere.

7.2 VaR for FTF

Hovedfordelen ved bruken av VaR er at den inkorporerer alle typer risiko (Jorion, 2007). Våre Heston estimat på 41 og 55 milliarder er et produkt av den samlede nedsiderisikoen til aksjeporteføljen. VaR fungerer veldig godt som et enkelt å forstå rapporteringsverktøy til en med mindre økonomisk forståelse. Ved at man kvantifiserer risikoen blir den enklere å tolke, og således får den lettere oppmerksomhet. Som skrevet i kapittel 3.1 skal risikostyring bidra til at organisasjonen går i riktig retning. Overvåking av VaR kan således bidra som et kontrollorgan på hvordan organisasjonen overholder dette prinsippet.

FTF sin investeringsstrategi er å aktivt forvalte SPN for å oppnå høyest mulig avkastning med et langsiktig perspektiv, innenfor risikorammene fastsatt av Finansdepartementet. SPN sin størrelse og markedsposisjon gir dem større risikobærende evne, og derfor tåler større verdiendringer enn de fleste aktører. FTF har ingen utsikter om utbetalinger og således mindre behov for likviditet. I motsetning til de fleste aktivt forvaltede porteføljer gir disse rammeverkene og regulatoriske forhold muligheten for at SPN kan opptre motsyklisk. Dette betyr at FTF kan dra fordeler ut av nedgangstider og at de opptrer etter en rebalanseringspolitikk som innebærer omplassering mellom aksje- og renteporteføljen (Finansdepartementet, 2010a). SPN vil under store markedsbevegelser selge aktivaklassen som presterer godt og reinvestere i den aktivaklassen som er i nedgang. Mellom 2008 og frem til februar 2009 ble det rebalansert og kjøpt aksjer til 17,3 milliarder kroner. En rebalansering av slik omfang vil kreve store tiltak når det gjelder likvidasjon av renteporteføljen, som vil føre til endringer i sammensetningen av den.

Implementering av VaR modeller vil fungere som et assisterende verktøy for FTF til å vurdere denne risikoen. VaR estimatet vil fungere som et enkelt mål på hva FTF kan tape i fremtiden. Etter forvalters beste evne vil VaR estimatet bli vurdert og passende tiltak implementeres. Om FTF vurderer at VaR estimatet viser for høy risiko vil de ha bedre grunnlag for forberedelser for å forsvare seg mot nedgangstider. Oppgavens langsiktige

perspektiv setter fokus i å forberede rebalansering lenge før nedgangstider inntreffer, slik at prosessen blir mer stabil. På denne måten, når VaR estimatet blir for stort kan FTF rebalansere midler fra aksjeporteføljen til renteporteføljen og bygge opp et buffer med midler det er lettere å omsette. Når nedgangstider potensielt inntreffer, vil FTF være forberedt til å opptre i henhold til sin investeringsstrategi.

Selv om VaR har mange klare fordeler for SPNs risikostyring bør det også tas en rekke andre hensyn ved rebalanseringer og nedskaleringer. Ettersom FTF er en betydelig aktør på Oslo Børs, kan store endringer i aksjeporteføljen gi uønskede effekter på markedet. Dette har SPN et samfunnsansvar i å motvirke. Det kan også være svært kostbart å nedskalere og rebalansere under vanskelige markedsforhold da likvidasjon på dette tidspunktet ikke er heldig. En fordel med vår Heston modell er at den har et lengere tidsperspektiv. Således muliggjør den at FTF kan legge en langsiktig plan for å motvirke markedsforstyrrelser og likvidasjonskostnader.

7.3 Feilmåling av risiko

I vår analyse finner vi at Monte Carlo modellen underestimerer risikoen i større grad enn Heston. Det kan være særdeles viktig å gjenkjenne dette i praksis, da beslutninger basert på feil modeller kan ha store konsekvenser. Å tilpasse investeringsstrategi etter en underestimerende modell kan potensielt føre til at et fond ikke er i stand til å tåle nedgående tider. Monte Carlo og Heston sine estimater på henholdsvis 14,8 og 41,1 milliarder for 95 prosent sannsynlighetsnivå er relativt forskjellige. Kvantifiseringen vil styre hvilken oppfatting man har av risikoen, og på den måten hvordan man ønsker å posisjonere seg for fremtiden. Konsekvensen ved underestimering kan være svært uheldige.

Et eksempel vi kan trekke frem der finansielle investeringer har hatt et uheldig utfall er saken om «terra kommunene»⁷. Nedsiderisikoen ble ikke godt nok analysert og politikerne så seg blindt på forventet avkastning. Innenfor finansrådgivning er det kjent at man ikke bør investere mer enn man kan tape, dette fikk kommunene Rana, Narvik, Hemnes og Hattfjelldal smertelig erfare under finanskrisen. De nevnte kommunen feilestimerte risikoen, investerte lånt kapital og tapte fremtidige kraftinntekter. Da tapene var et faktum var det ingen plan for å dekke inn dette, annet enn å ta ut søksmål mot Terras eier, Citibank. Eksempelet er et sentralt

⁷ <http://e24.no/makro-og-politikk/dette-er-terra-skandalen/2122946>

poeng i viktigheten av nedsiderisikoen ved offentlig forvaltning. Etter skandalen rettet kommune kritikk og skyldte på finansforetaket med at de ikke fikk god nok informasjon angående risikoen. Risikobildet kan være komplisert og VaR og sikkerheten rundt estimatet bør derfor tas hensyn til ved investeringer.

Hvis VaR estimatet skulle inntreffe, vil dette være tapte midler for det offentlige som er tiltenkt andre formål. En mindre privat aktør vil selvsagt være mer avhengig av å ha en sikkerhetsplan for å klare et tap på 41,1 milliarder som Heston estimerer med 5 prosent sannsynlighet. For den norske stat er ikke dette et betydelig beløp, og fondet er ikke knyttet til en utgående kontantstrøm på samme måte som SPU. Likevel er VaR estimatet 20 prosent av fondets totale verdi, således vil en slik svekkelse påvirke FTF sin rolle som samfunnsaktør. Fondet er avhengig av midlene de forvalter i sitt samfunnsoppdrag om å stabilisere markedene.

7.4 Begrensninger

Datasettet består av historisk beholdning og priser. Vi fikk manglende tilgang på ukentlige beholdningsoversikt og har konstruert dette selv med hjelp av gjennomsnittlig endring. Vi kan derfor ikke bekrefte at reaksjonstiden til modellene er helt presis. Det vil da også være noe usikkerhet knyttet til antall overskridelser gjort i backtestingen på bakgrunn av dette.

Prisene er hentet fra Thomson Reuters Eikon som har vist seg og være en pålitelig kilde, men vi kan likevel ikke garantere for at alle priser og beholdninger stemmer. Gjennom arbeidsprosessen ble enkelte prisavvik på aksjer funnet og endret på, da ekstrem verdier ikke passet inn med tall fra årsrapporter til FTF. Store avvik er lettere å identifisere enn mindre, så vi kan ikke utelukke at mange små avvik kan ha gitt oss noe forventingsskjevne estimater.

Simuleringsmetodenes begrensninger er relatert til de forutsetninger og antagelser som er gjort innenfor metodene. Når vi simulerer fremtiden antar vi at beholdningen blir holdt konstant i denne perioden. Dette er en forenkling av virkeligheten, som kan svekke modellenes evne til å predikere. Andre forutsetninger som å anvende data fra den amerikanske VIX indeksen bidrar også til presisjonsusikkerhet. Lett tilgjengelig volatilitetsdata fra det nordiske og norske markedet finnes ikke per dags dato. Direkte data fra riktig marked hadde vært optimalt for modellkalibreringen. Det er mange modeller innenfor

stokastisk volatilitet og studien er begrenset ved å kun teste en av disse. Vi kan dermed ikke konkludere at Heston modell er den best anvendelige metoden som bruker stokastisk volatilitet for VaR estimering. Backtest resultatene begrenser valideringen ytterligere, da vi heller ikke her kan godkjenne modellen under gitt signifikansnivå. Det vil også være usikkerhet knyttet til backtest resultatene da tidsserien som blir testet er noe kort. Flere observasjoner hadde vært fordelaktig i valideringsprosessen og hypotesetestingen. Manglende data på kapitalnedsettelse og rebalanseringer med renteporteføljen er ikke gjort tilgjengelig. Dette betyr at avkastningstallene som er kalkulert kan avvike med den virkelige avkastningen i fondet. Kapitalnedsettelse og rebalanseringer vil da observeres som negativ avkastning. Studiens resultater vil være vanskelig å generalisere til andre fond og indekser. Den langsiktige VaR estimeringen er gjort med hensyn på FTF sin langsiktige investeringsstrategi og likvidasjons muligheter. Andre fond og indekser har andre muligheter og forutsetninger slik at resultatene ikke vil være sammenlignbare.

Overnevnte begrensninger er viktige å ta hensyn til ved tolkningen av studiens resultater. Svakheter i datagrunnlaget vurderes som å være av begrenset omfang. Forutsetninger i modellene er gjort for å forenkle virkeligheten og kan være noe urealistisk. Vi vil videre oppfordre til videre forskning rundt Heston modellens evne som risikoverktøy.

8 Konklusjon

Hensikten med denne oppgaven er å analysere nedsiderisikoen til FTF med VaR metoden, da det siste året har vært preget av turbulente tider i kapitalmarkedet. SPN sitt hovedmål er å oppnå avkastning med et langsiktig perspektiv innenfor risikorammer gitt av finansdepartementet. Vi fokuserer således på et langsiktig perspektiv i vår oppgave.

Da det finnes sterke empiriske bevis på svakheter ved eksisterende metoder, valgte vi å tilnærme oss ved å ta en mindre brukt metode til VaR. Vi valgte å implementere stokastiske volatilitetsprosesser inn i eksisterende simulasjonsmetoder til VaR, som støttes mer av teorien. Hensikten med implementeringen var å ta hensyn til at volatilitet endrer seg stokastisk med tiden. Den første problemstillingen vi har formulert er således om implementeringen av den stokastiske volatilitetsprosessen vil prestere bedre enn en mer populær simulasjonsmetode som Monte Carlo. Den stokastiske volatilitetsprosessen vi har valgt i vår oppgave er av Heston (1993).

For å svare på denne problemstillingen var vi nødt til å konstruere simulasjonsprosesser til de to modellene. Ukentlig data ble hentet i tidshorisonten 31.12.2007 til 31.12.2015, da dette var all data som vi fikk tilgang til fra FTF. Til sammen ble det hentet data fra 249 selskaper spredt over Norden. Det ble således utført 100 000 simuleringer, som representerer mulige veier porteføljeverdien kan gå 52 perioder frem i tid. Dette ble gjort 314 ganger over tidshorisonten til datasettet for å konstruere backtester. Resultatet fra den statistiske backtesten viser at vi forkaster nullhypotesen om korrekt feilrate og klynging i overskridelsene, som vil tilsa at modellene feiler backtesten. Vi finner dog bevis på at Heston modellen i mindre grad feiler backtesten, da marginene er betydelig mindre hos Heston enn Monte Carlo. Vi finner også i krysskorrelasjonsanalyse at Heston modellen har sterkere lineær avhengighet enn Monte Carlo.

En sensitivitetsanalyse avslører at begge modeller står ovenfor relativt stor modellrisiko, da enkelte drivere er svært sensitive til store endringer i markedet. Heston modellen står ovenfor høyest modellrisiko da den har flest parametere, og er mest tidskrevende å kalibrere. Vi finner dog at Monte Carlo metoden er mest risikofylt å bruke i praksis, da den i stor grad underestimerer VaR i flere tidsperioder under backtestingen. Resultatene fra den endelige

simulasjonen viser også at Monte Carlo gir betydelig mindre VaR estimat enn Heston modellen. På bakgrunn av dette konkluderer vi med at Heston modellen er bedre i å predikere VaR estimater med et langsiktig tidsperspektiv.

Vår andre problemstilling omhandler hvor stor nedrisikoen er, og hva en bedret VaR metode kan bidra med for SPN. I vår backtestanalysen så vi hvordan VaR estimatet har endret seg med historien. Rent historisk så vi at Heston modellen kun ved 2 korte tidshorisonter predikerte over 40 milliarder VaR på et 95 prosent sannsynlighetsnivå. Vi vil da konkludere med at dagens VaR estimat på 41,1 milliarder er noe høyt sett fra et historisk perspektiv og således bør analyseres nærmere. Videre i diskusjonskapittelet diskuterte vi metoder for hvordan FTF kan anvende seg av Heston sin VaR metode. Der kom vi fram til at SPN i perioder med høy VaR bør overføre midler til renteporteføljen og på den måten ha soliditet dersom et tap skulle inntreffe. Ved å avsette midler vil FTF være bedre rustet til å opptre motsyklisk og stabilisere markedet, samtidig som gode avkastningsmuligheter åpner seg. Således vil vår anbefaling være at FTF iverksetter tiltak for nåværende tidsperiode.

9 Referanseliste

- Andreassen, M. 2007. Hvordan få en god start på risikostyring i statlige virksomheter. Hentet fra http://www.dfo.no/Documents/FOA/publikasjoner/veiledere/risikostyring_i_statlige_virksomheter.pdf
- Armstrong, V. 2015. Siv Jensen om å bruke oljepenger: Går ikke tom med det første. *e24*. Hentet fra <http://e24.no/naeringsliv/siv-jensen/siv-jensen-om-aa-bruke-oljepenger-gaar-ikke-tom-med-det-foerste/23554787>
- Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K., & Vosper, L. 2000. Filtering Historical Simulation. Backtest Analysis.
- Basel. 2006. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards *Basel Committee on Banking Supervision*.
- Bernard, C., Rüschenhof, L., & Vanduffel, S. 2013. Value-at-Risk bounds with variance constraints. *Journal of Risk and Insurance*.
- Blanco, C., & Soronow, D. 2001. Mean Reverting Processes – Energy Price Processes Used For Derivatives Pricing & Risk Management.
- Boudoukh, J., Richardson, M., & Whitelaw, R. F. 1998. The Best of Both Worlds: A Hybrid Approach to Calculating Value at Risk. *Risk*, 11 (5), 64-67.
- Campbell, S. D. 2005. A Review of Backtesting and Backtesting Procedures.
- CBOE.com. (2015). Hentet fra <http://www.cboe.com/micro/vix/faq.aspx#2>
- Christoffersen, P. F. 1998. Evaluating Interval Forecasts. *International Economic Review*, 39(4), 841-862.
- Conlon, T., Ruskin, H. J., & Crane, M. 2010. Cross-correlation dynamics in financial time series. *Physica A*, 388(5), 705-714.
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E., & Ross, S. A. 1985. A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*, 53(2), 385-408.
- Crisóstomo, R. 2014. An Analysis of the Heston Stochastic Volatility Model: Implementation and Calibration using Matlab.
- Crnkovic, C., & Drachman, J. 1997. "Quality Control," in VaR: Understanding and Applying Value-at-Risk,. *London, Risk Publications*.
- DagensNæringsliv. 2015. Fare for at vi går inn i en periode med resesjon. *Dagens Næringsliv*. Hentet fra <http://www.dn.no/nyheter/okonomi/2015/06/05/1059/-fare-for-at-vi-gr-inn-i-en-periode-med-resesjon>

- Damodaran, A. 2008. *Strategic Risk Taking: a framework for risk management*: Pearson Education, Inc.
- Dowd, K. 2002. *Measuring market risk* (1 ed.): John Wiley & Sons, LTD.
- Eberlein, E., Kallsen, J., & Kristen, J. ukjent dato. Risk Management Based on Stochastic Volatility.
- Finansdepartementet. 2010a. Folketrygdfondets aktive forvaltning av Statens pensjonsfond Norge *Avdeling for formuesforvaltning*.
- Finansdepartementet. 2010b. Mandat for forvaltningen av Statens pensjonsfond Norge. Hentet fra <https://lovdata.no/dokument/INS/forskrift/2010-12-21-1790>
- Finansdepartementet. 2014. Gjennomgang av Folketrygdfondets forvaltning av Statens pensjonsfond Norge.
- Fouque, J. P., Papanicolaou, G., & Sircar, K. R. 2000. Mean-Reverting Stochastic Volatility. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 101(3).
- Gabrielsen, A., Zagaglia, P., Kirchner, A., & Liu, Z. 2012. Forecasting Value-at-Risk with Time-Varying variance, skewness and kurtosis in an exponential weighted moving average framework. *Annals of Financial Economics*, 10(1), 29.
- Giot, P., & Laurent, S. 2003. Value-at-risk for long and short trading positions. *Journal of Applied Econometrics*, 18(6), 641-663.
- Haas, M. 2001. New Methods in Backtesting. *Financial Engineering*.
- Hansen, P. R., & Lunde, A. 2001. A comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1)? , Aarhus University.
- Hendricks, D. 1996. Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data. *Economic policy review*, april 1996.
- Heston, S. L. 1993. A Close-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. *The Review of Financial Studies*, 6(2), 327-343.
- Hull, J., & White, A. 1998. Incorporating volatility updating into the historical simulation method of value at risk. *Journal of Risk*.
- Hull, J. C. 2012. *Options, Futures, and Other Derivatives* (8 ed.): Pearson Education.
- Hull, J. C. 2015. *Risk Management and Financial Institutions* (4 ed.): John Wiley & Sons.
- Jorion, P. 2007. *Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk* (3 ed.): McGraw-Hill.
- Kuester, K., Mittnik, S., & Paolella, M. S. 2006. Value-at-Risk Prediction: A Comparison of Alternative Strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 2006, 4 (1).

- Kupiec, P. H. 1995. Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *Journal of Derivatives*, 3, 73-84.
- Li, H., Fan, X., Li, Y., Zhou, Y., Jin, Z., & Liu, Z. 2011. Approaches to VaR. *MS&E 444 Investment Practice Project*.
- Li, Q., Yang, J., Hsiao, C., & Chang, Y.-J. 2005. The relationship between stock returns and volatility in international stock markets. *Journal of Empirical Finance*, 12, 650-665.
- Lindholt, T. 2014. Hele folkets sparemidler. Hentet fra http://www.folketrygdforbundet.no/getfile.php/Dokumenter/Historiebok_Enkeltsidig.pdf
- Lorig, M., & Sircar, R. 2015. Stochastic Volatility: Modeling and Asymptotic Approaches to Option Pricing & Portfolio Selection.
- Markowitz, H. M. 1952. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. M. 1959. Portfolio Selection. *New Haven, CT Yale University Press*.
- Mikhailov, S., & Nögel, U. 2003. Heston's Stochastic Volatility Model Implementation, Calibration and Some Extensions.
- Nieppola, O. 2009. Backtesting Value-at-Risk models (Master), Helsinki School of Economics.
- Nordbø, N. P., Røystrand, T., & Strat, V. K. 2012. Evaluating power of Value-at-Risk backtests. (Master), Norges Teknisk-Vitenskapelige Universitet.
- Poon, S. H., & Granger, C. W. J. 2003. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. *Journal of Economic Literature*, 41(2), 478-539.
- Santos, A. A. P., Nogales, F. J., & Ruiz, E. 2009. Comparing Univariate and Multivariate Models to Forecast Portfolio Value-at-Risk. *Statistics and Econometrics Series 22*.
- Skorodumov, B. 2008. Estimation of mean reversion in Oil and Gas markets.
- Sundberg, J. D. 2016. Norge har tapt 525 milliarder på børsraset så langt. *e24*. Hentet fra <http://e24.no/makro-og-politikk/oljebremesen/oljefondet-har-falt-med-525-milliarder-kroner-paa-boersraset/23600095>
- Tesarova, V. 2012. Value at Risk: GARCH vs. Stochastic Volatility Models: Empirical Study. (Master), Charles University in Prague.
- Tsai, K. T. 2004. Risk Management Via Value at Risk. *ICSA Bulletin*, Januar 2004.
- Tsay, R. S. 2005. *Analysis of financial time series* (2 ed.): John Wiley & Sons.
- Yamai, Y., & Yoshida, T. 2002. On the Validity of Value-at-Risk: Comparative Analyses with Expected Shortfall. *Monetary and Economic Studies*, january 2002.

10 Vedlegg

10.1 Vedlegg A: Datasett

Under har vi lagt ved bildet som viser paneldatasettet av den svenske porteføljen for å illustrere hvordan dataen er innhentet. Pris og beholdning for Volvo og Wihlborgs Fastigheter blir vist sammen med tilhørende valutakurs. I Kolonne MW har vi regnet ut totalen av den svenske porteføljen i Norske kroner. I den svenske porteføljen er det innhentet data fra 87 selskaper. En forenkling er gjort ved å forutsette b aksjer der selskaper har flere aksjeklasser registrert på børs.

	A	B	MO	MP	MQ	MR	MS	MT	MU	MV	MW
1			Forutsetter B-aksje								
2			Industri				Finansielle tjenester				
3	Valuta		Volvo				Wihlborgs Fastigheter				
4		NOK/SEK Bid Close	VOLVb.ST				WIHL.ST				Total value NOK
5	Timestamp		Timestamp	Trade Close	Volum	Total NOK	Timestamp	Trade Close	Volum	Total NOK	
6	04.01.2008	0.8398	04.01.2008	98	3 439 000	283 031 076	04.01.2008	56.125	-	-	5 421 239 883
7	11.01.2008	0.8318	11.01.2008	91	3 450 750	261 200 380	11.01.2008	51.125	-	-	5 315 311 936
8	18.01.2008	0.8489	18.01.2008	89.5	3 462 500	263 068 804	18.01.2008	52.375	-	-	5 327 176 804
9	25.01.2008	0.8493	25.01.2008	89.5	3 474 250	264 085 907	25.01.2008	54.75	-	-	5 274 017 405
10	01.02.2008	0.8533	01.02.2008	89.75	3 486 000	266 970 691	01.02.2008	59.25	-	-	5 283 640 939
11	08.02.2008	0.8512	08.02.2008	83.5	3 497 750	248 603 281	08.02.2008	59.25	-	-	5 000 010 096
12	15.02.2008	0.8494	15.02.2008	85	3 509 500	253 382 391	15.02.2008	61.75	-	-	5 148 901 241
13	22.02.2008	0.845	22.02.2008	88.75	3 521 250	264 071 742	22.02.2008	63.625	-	-	5 090 208 368
14	29.02.2008	0.8455	29.02.2008	92.75	3 533 000	277 058 302	29.02.2008	66.125	-	-	5 152 927 198
15	07.03.2008	0.842	07.03.2008	88.75	3 544 750	264 890 306	07.03.2008	65.25	-	-	4 878 092 309
16	14.03.2008	0.8446	14.03.2008	91	3 556 500	273 347 611	14.03.2008	62.875	-	-	4 840 761 896
17	21.03.2008	0.8604	21.03.2008	87.75	3 568 250	269 403 232	21.03.2008	61.75	-	-	4 709 788 359
18	28.03.2008	0.8573	28.03.2008	90	3 580 000	276 222 060	28.03.2008	68.75	-	-	4 958 281 574
19	04.04.2008	0.8489	04.04.2008	94.25	3 591 750	287 371 697	04.04.2008	69.625	-	-	5 058 568 956
20	11.04.2008	0.8404	11.04.2008	88.75	3 603 500	268 768 849	11.04.2008	69.375	-	-	4 925 757 930
21	18.04.2008	0.8442	18.04.2008	90	3 615 250	274 679 465	18.04.2008	67.625	-	-	5 005 190 366
22	25.04.2008	0.8548	25.04.2008	90.5	3 627 000	280 582 544	25.04.2008	63.875	-	-	5 335 574 483
23	02.05.2008	0.8439	02.05.2008	93.75	3 638 750	287 881 980	02.05.2008	68.375	-	-	5 315 753 547
24	09.05.2008	0.8457	09.05.2008	95.75	3 650 500	295 602 067	09.05.2008	68.75	-	-	5 363 303 271
25	16.05.2008	0.8391	16.05.2008	100.25	3 662 250	308 067 646	16.05.2008	67	-	-	5 465 603 724

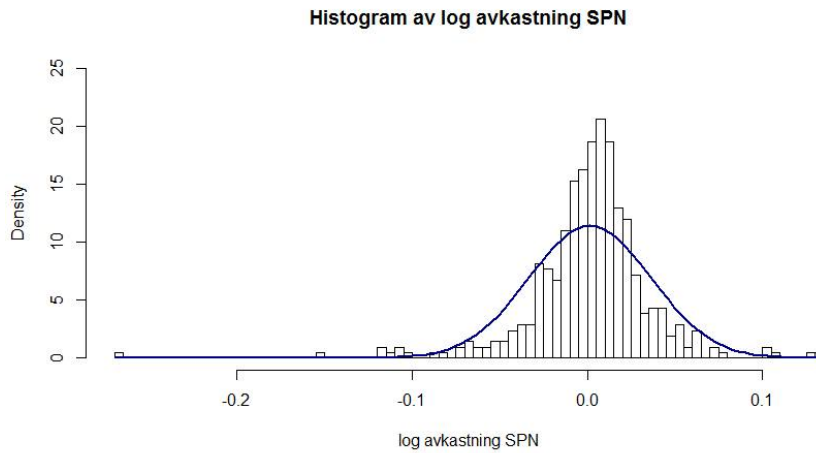
Tabell 10.1: Utdrag fra datasett

10.2 Vedlegg B: Normalitet

Når vi tester for normalitet, anvender vi oss av de statistiske testene Jarque-Bera og Shapiro-Wilk test. Begge testene tester skewness og kurtosis (Tsay,2005), og som vi ser i tabell 10.2 må vi forkaste nullhypotesen ved et signifikansnivå på 0,05 da p-verdien er under dette. Histogrammet i figur 10.1 bekrefter også dette da vi observerer at avkastingen avviker en del fra den blå linjen som skal indikere normalfordeling.

	Test verdi	P-verdi
Jarque Bera Test	2053.5	2.20E-16
Shapiro Wilk Test	0.8797	2.20E-16

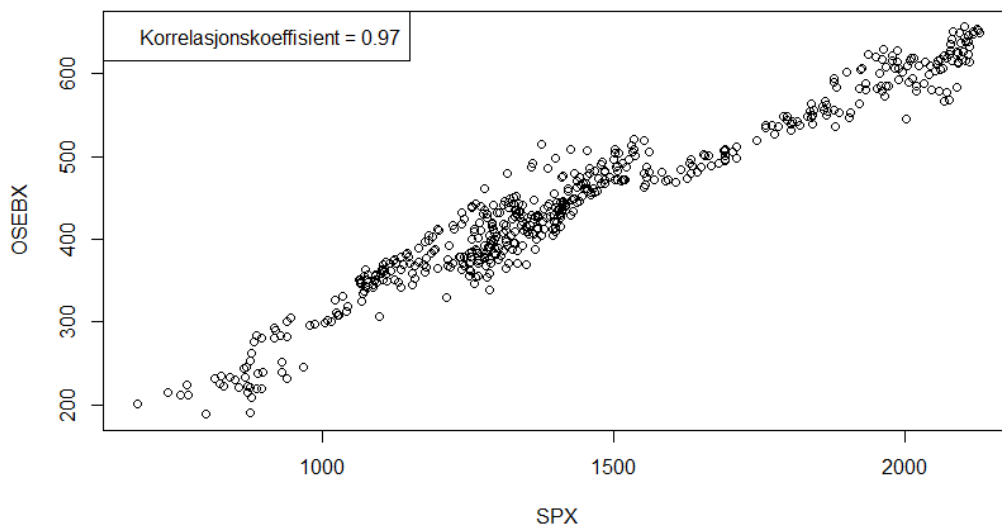
Tabell 10.2: Jarque Bera Test og Shapiro Wilk Test



Figur 10.1: Histogram av log avkastning SPN

10.3 Vedlegg C: korrelasjonsplott

Under ser vi korrelasjonsplottet mellom OSEBX og SPX. Punktet er sentrert rundt en økende rett linje. Dette indikerer på at det er sterk positiv korrelasjon mellom variablene. Vi estimerer en korrelasjonskoeffisient på 0,97.

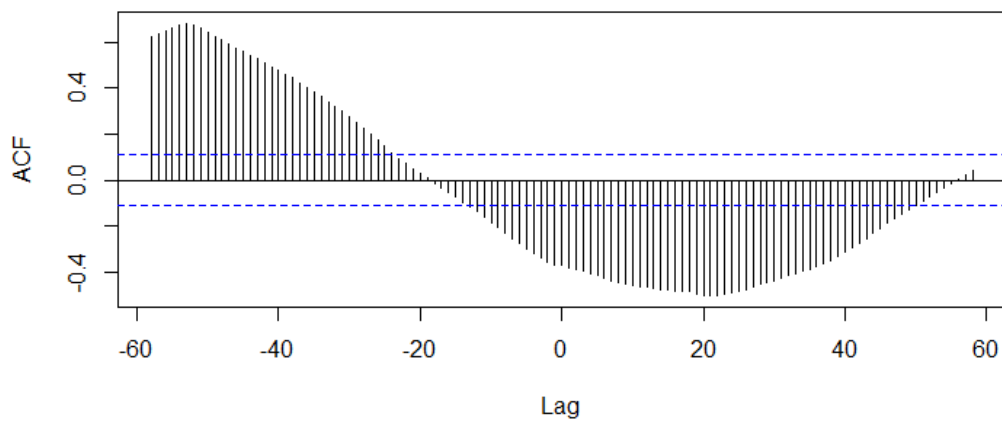


Figur 10.2: Korrelasjonsplott mellom OSEBX og SPX

10.4 Vedlegg D: Krysskorrelasjonsanalyse

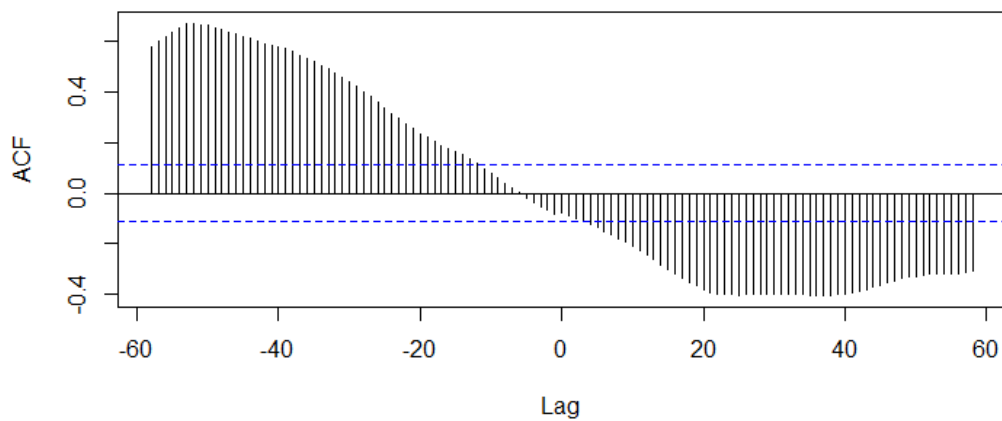
I korrelasjonsanalysen av 99 prosent VaR ser at begge modellene oppnår forholdsmessig lik lineær avhengighet. Det vi vil trekke frem ved disse to plottene er at Heston modellen trenger færre forskyvninger tilbake for å oppnå signifikant positiv korrelasjon. Heston oppnår dette på 10 forskyvninger og Monte Carlo 25 forskyvninger.

Monte Carlo 99 prosent VaR



Figur 10.3: Krysskorrelasjon Monte Carlo 99 prosent

Heston 99 prosent VaR



Figur 10.4: Krysskorrelasjon Heston 99 prosent

10.5 Vedlegg E: VaR resultat

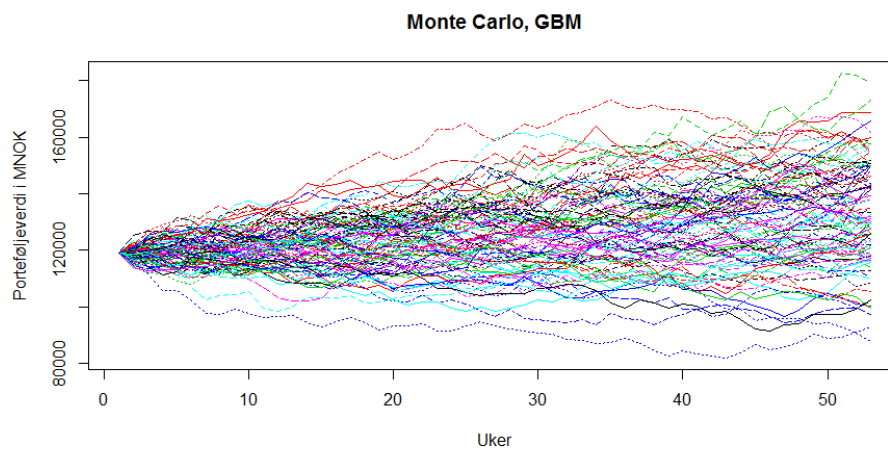
Våre empiriske sluttresultater av nedsiderisikoen i SPN er i tabellen nedenfor, med tilhørende matriseplott. Fra tabell 10.4 kan vi se det er svært forskjellige VaR estimater til slutt, der Monte Carlo simuleringen gir de minste VaR estimatene.

	Standardavvik	Skewness	Kurtosis
Monte Carlo	0.155023	0.434422	0.313903
Heston	0.340061	0.767404	1.015236

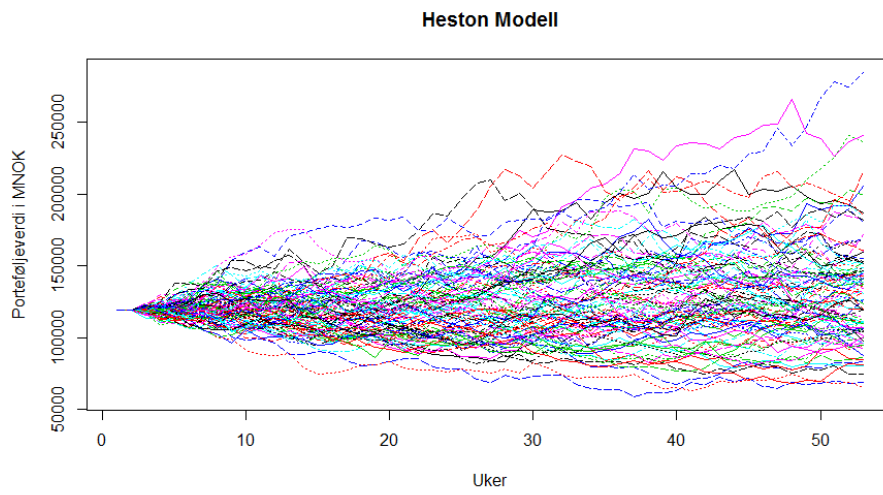
Tabell 10.3: Deskriptiv statistikk av distribusjon for Monte Carlo og Heston

Resultater i MNOK	95 % VaR	99 % VaR
Heston	-41 132	-55 513
GBM	-14 807	-24 094

Tabell 10.4: VaR estimater per 01.01.2016 til 01.01.2017



Figur 10.5: Simulasjonsplott av Monte Carlo



Figur 10.6: Simulasjonsplott av Heston

10.6 Vedlegg F: Sensitivitetsanalyse

Under har vi presentert sensitivitetstabeller av parameterne i Heston og Monte Carlo modellen.

Heston modell

Mu	Initial	0.002005	Initial varians	Initial =	0.019226
Testverdi	VaR 95 prosent	VaR 99 prosent	Testverdi	VaR 95 prosent	VaR 99 prosent
0.0124	14 831	-9 855	0.08	-41 147	-55 602
0.0109	4 652	-18 174	0.07	-41 143	-55 553
0.0094	-4 753	-25 869	0.07	-41 162	-55 542
0.0079	-13 501	-32 987	0.07	-41 154	-55 547
0.0063	-21 520	-39 532	0.06	-41 155	-55 549
0.0048	-28 962	-45 555	0.06	-41 128	-55 517
0.0033	-35 808	-51 165	0.06	-41 132	-55 522
0.0018	-35 787	-51 162	0.05	-41 112	-55 491
0.0002	-47 986	-61 106	0.05	-41 134	-55 512
-0.0013	-53 407	-65 487	0.05	-41 124	-55 506
-0.0028	-58 400	-69 585	0.04	-41 102	-55 500
-0.0044	-63 005	-73 342	0.04	-41 102	-55 517
-0.0059	-67 279	-76 834	0.04	-41 124	-55 494
-0.0074	-71 206	-80 015	0.03	-41 134	-55 508
-0.0089	-74 844	-83 006	0.03	-41 108	-55 492
-0.0105	-78 215	-85 739	0.03	-41 107	-55 495
-0.0120	-81 318	-88 252	0.03	-41 116	-55 513
-0.0135	-84 175	-90 604	0.02	-41 115	-55 504
-0.0150	-86 830	-92 771	0.02	-41 112	-55 493
-0.0166	-89 278	-94 753	0.02	-41 115	-55 498
-0.0181	-91 533	-96 596	0.01	-41 116	-55 498

Tabell 10.5: Heston: Sensitivitetsanalyse av avkastning og initial varians

Theta	Initial =	0.042	Kappa	Initial =	0.958
Testverdi	VaR 95	VaR 99	Testverdi	VaR 95	VaR 99
	prosent	prosent		prosent	prosent
0.20	-114 080	-117 091	1.00	-43 417	-58 859
0.19	-111 553	-115 849	0.95	-43 672	-59 184
0.18	-111 553	-115 849	0.90	-43 682	-59 184
0.17	-109 892	-114 970	0.85	-43 839	-59 594
0.16	-107 927	-113 867	0.80	-43 940	-59 751
0.15	-105 577	-112 492	0.75	-44 166	-60 156
0.14	-102 821	-110 771	0.70	-44 317	-60 329
0.13	-99 592	-108 648	0.65	-44 471	-60 781
0.12	-95 852	-106 049	0.60	-44 633	-61 319
0.11	-91 498	-102 851	0.55	-45 100	-61 905
0.10	-86 465	-98 975	0.50	-45 374	-62 346
0.09	-80 736	-94 266	0.45	-45 713	-63 199
0.08	-74 216	-88 618	0.40	-46 199	-64 172
0.07	-66 828	-81 840	0.35	-46 806	-65 186
0.06	-58 539	-73 822	0.30	-47 252	-66 757
0.05	-49 283	-64 303	0.25	-48 263	-68 866
0.04	-38 975	-53 095	0.20	-49 588	-71 407
0.03	-27 597	-40 038	0.15	-50 791	-75 297
0.02	-15 170	-24 808	0.10	-52 288	-80 888
0.01	-1 608	-7 202	0.05	-49 837	-86 090
0.00	12 988	12 954	0.00	12 988	12 955

Tabell 10.6: Heston: Sensitivitetsanalyse av langsiktig varians og mean reversion

Rho	Initial =	-0.7353	Volatilitet av varians	Initial =	0.065
Testverdi	VaR 95 prosent	VaR 99 prosent	Testverdi	VaR 95 prosent	VaR 99 prosent
1.00	-40 702	-53 597	0.30	-66 757	-88 942
0.90	-40 686	-53 587	0.29	-65 114	-87 120
0.80	-40 733	-53 889	0.27	-63 291	-84 841
0.70	-41 181	-54 684	0.26	-61 669	-82 748
0.60	-41 429	-54 949	0.24	-59 946	-80 946
0.50	-41 748	-54 995	0.23	-58 081	-78 558
0.40	-41 782	-55 714	0.21	-56 707	-76 441
0.30	-41 997	-55 657	0.20	-54 937	-74 441
0.20	-42 002	-55 990	0.18	-53 490	-72 499
0.10	-42 266	-56 922	0.17	-51 861	-70 435
0.00	-42 482	-56 827	0.15	-50 224	-68 324
-0.10	-42 661	-57 285	0.14	-48 782	-66 606
-0.20	-42 698	-57 642	0.12	-47 542	-64 408
-0.30	-43 105	-58 212	0.11	-46 270	-63 075
-0.40	-43 432	-58 543	0.09	-45 304	-61 854
-0.50	-43 449	-59 014	0.07	-44 366	-60 181
-0.60	-43 898	-59 496	0.06	-43 301	-58 974
-0.70	-43 854	-59 602	0.04	-42 632	-57 851
-0.80	-44 200	-60 368	0.03	-42 010	-57 017
-0.90	44 444	-60 476	0.01	-41 455	-56 135
-1.00	-44 169	-60 362	0.00	-41 053	-55 368

Tabell 10.7: Heston: Sensitivitetsanalyse av korrelasjonskoeffisient og volatilitet av varians

Monte Carlo

Mu			Sigma		
	Initial =	0.002005		Initial =	0.019226
Testverdi	VaR 95	VaR 99	Testverdi	VaR 95	VaR 99
	prosent	prosent		prosent	prosent
0.0124	60 116	44 146	0.0764	-72 993	-87 232
0.0109	46 424	31 675	0.0732	-70 622	-85 074
0.0094	33 858	20 230	0.0700	-68 157	-82 788
0.0079	22 174	9 588	0.0668	-65 593	80 369
0.0063	11 451	-178	0.0636	-62 939	-77 817
0.0048	1 481	-9 259	0.0604	-60 175	-75 112
0.0033	-7 670	-17 593	0.0572	-57 307	-72 253
0.0018	-16 178	-25 343	0.0540	-54 333	-69 234
0.0002	-25 115	-33 483	0.0508	-51 252	-66 048
-0.0013	-31 247	-39 067	0.0476	-48 072	-62 698
-0.0028	-37 952	-45 174	0.0444	-44 771	-59 156
-0.0044	-44 105	-50 779	0.0412	-41 358	-55 426
-0.0059	-49 827	-55 990	0.0380	-37 831	-51 498
-0.0074	-55 078	-60 773	0.0348	-34 200	-47 378
-0.0089	-59 961	-65 220	0.0316	-30 441	-43 033
-0.0105	-64 442	-69 301	0.0284	-26 565	-38 467
-0.0120	-68 608	-73 096	0.0252	-22 570	-33 672
-0.0135	-72 432	-76 579	0.0220	-18 456	-28 639
-0.0150	-75 987	-79 817	0.0188	-14 236	-23 376
-0.0166	-79 250	-82 789	0.0156	-9 882	-17 843
-0.0181	-82 284	-85 552	0.0124	-5 408	-12 046

Tabell 10.8: Monte Carlo: Sensitivitetsanalyse av avkastning og initial volatilitet

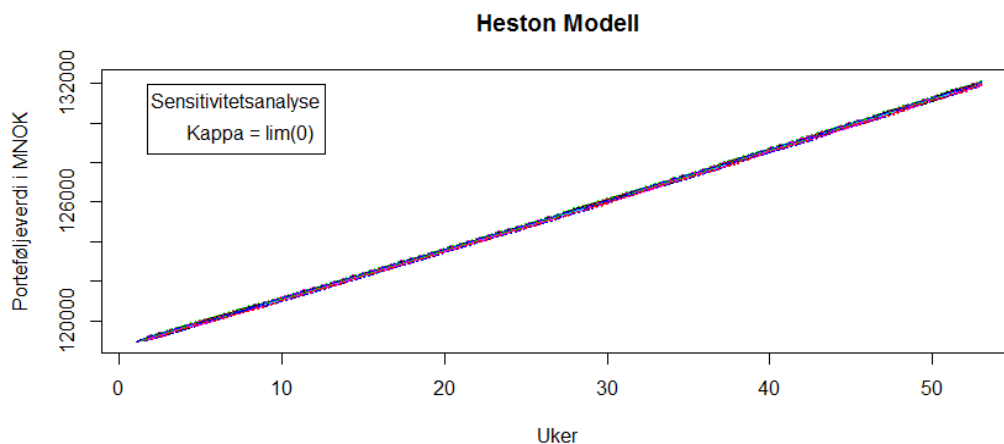
10.7 Vedlegg G: Simulasjoner under sensitivitetsanalyse

Her presenteres de ulike simulasjonsutfallene under sensitivitetsanalysen. Figurene nedenfor skal være støttende for analysen og videre illustrere effekten av å endre de ulike parameterne. I analysen inneholder det enkelte tilfeller hvor simulasjonene viser at Heston modellen simulerer helt utolkbare verdier. Nedenfor vises det hvordan det ser ut under simulasjonen.

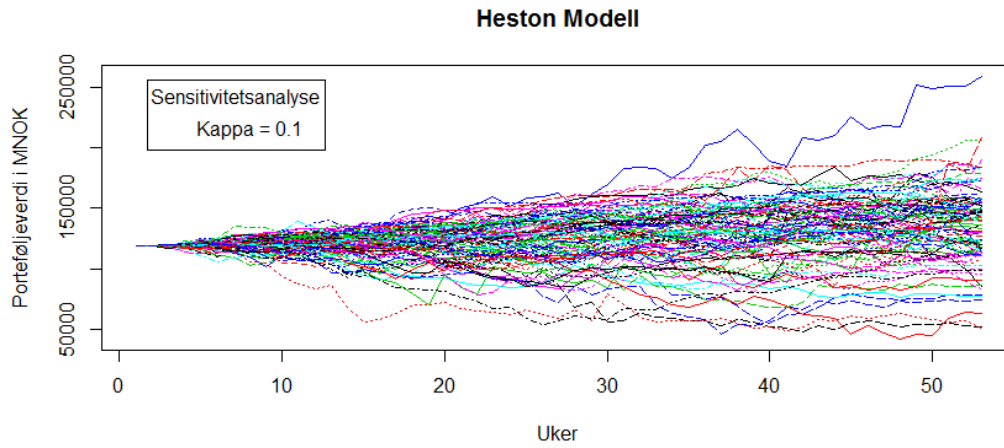
Heston modell

Mean Reversion (κ)

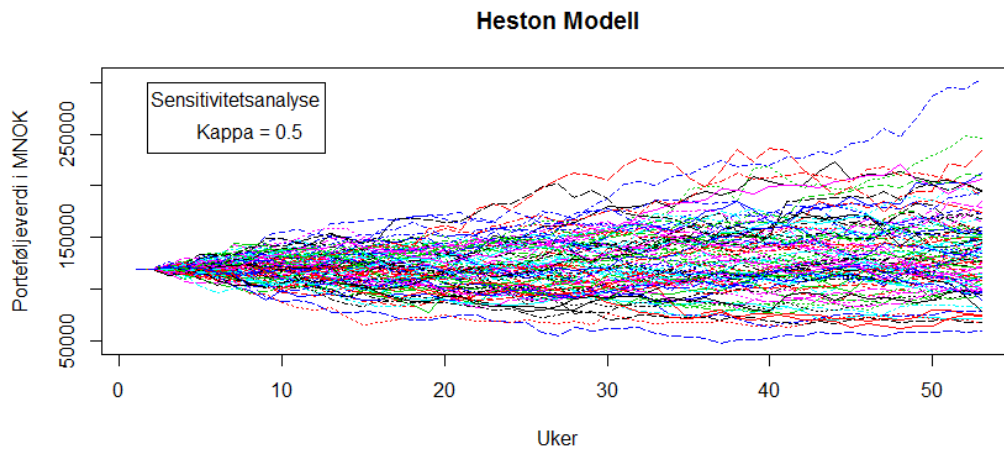
I figur 10.7 illustreres hvordan simulasjonen ser ut når en har en κ verdi tilnærmet lik null. Her illustreres et eksempel på hvor modellen ikke simulerer en tolkbar fordeling. Videre illustreres at økning i κ vil minske spredningen av simulasjonen. Når simulasjonene får mindre spredning, vil distribusjonen være mindre spredt, og således vil VaR estimatene være mindre.



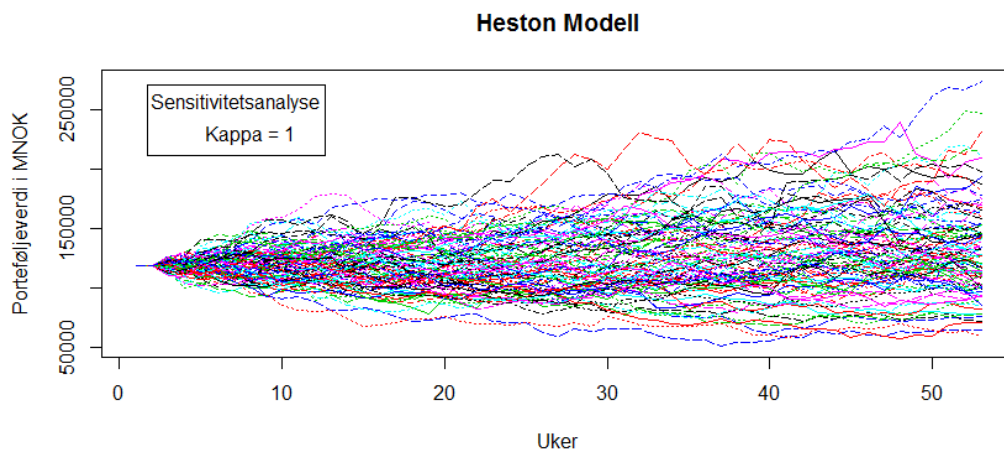
Figur 10.7: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott kappa tilnærmet lik 0



Figur 10.8: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott kappa lik 0.1



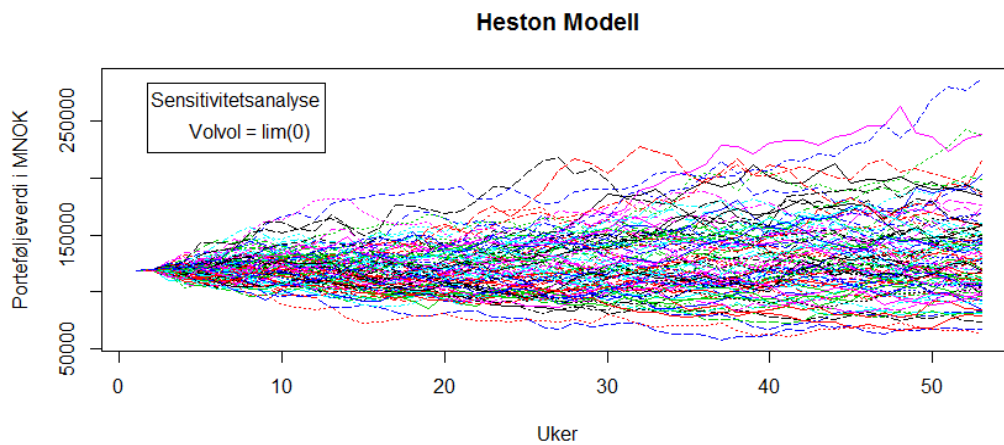
Figur 10.9: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott kappa lik 0.5



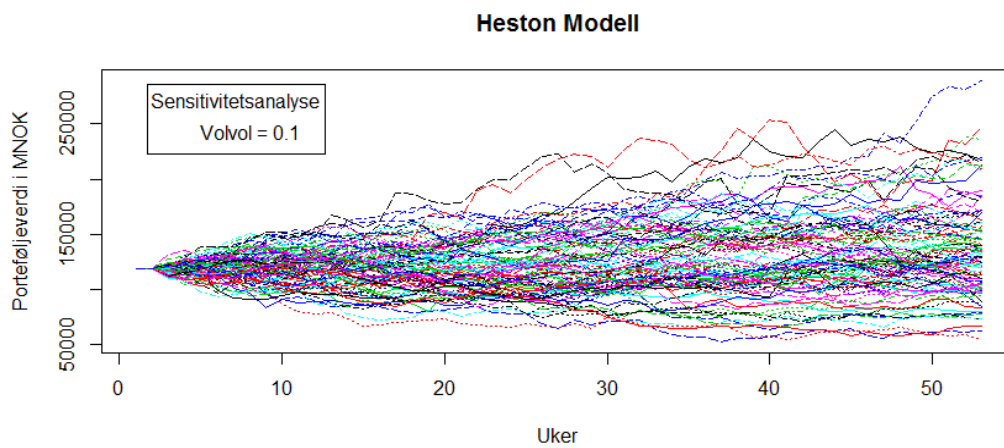
Figur 10.10: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott kappa lik 1

Volatilitet av varians (σ_v)

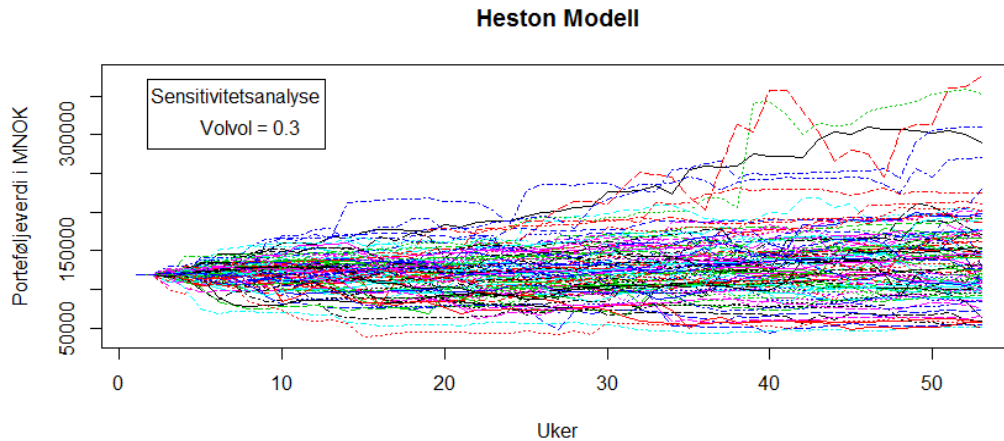
Figur 10.11 til figur 10.13 illustrerer hva som skjer med spredningen på simulasjonene når en øker σ_v . Her viser figurene at økning i parameteren vil øke spredningen til simulasjonene, som således øker VaR estimatene.



Figur 10.11: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott volatilitet av varians tilnærmet lik 0



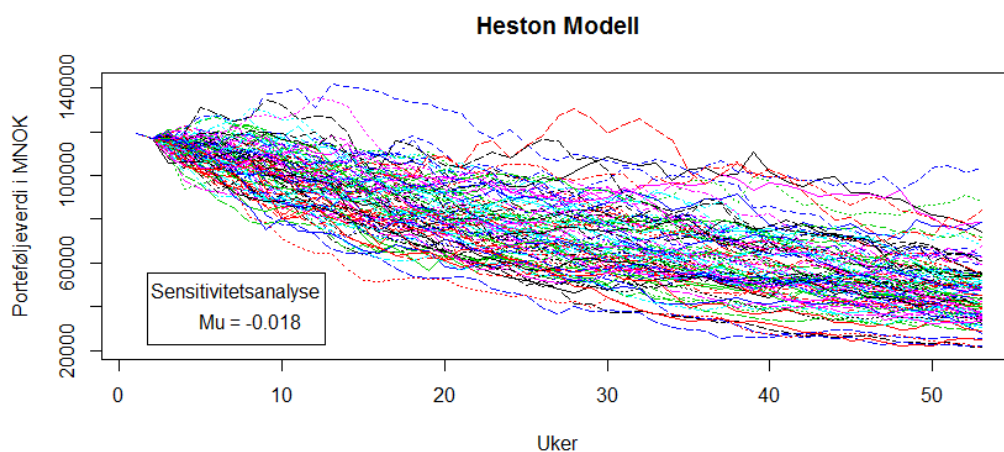
Figur 10.12: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott volatilitet av varians lik 0.1



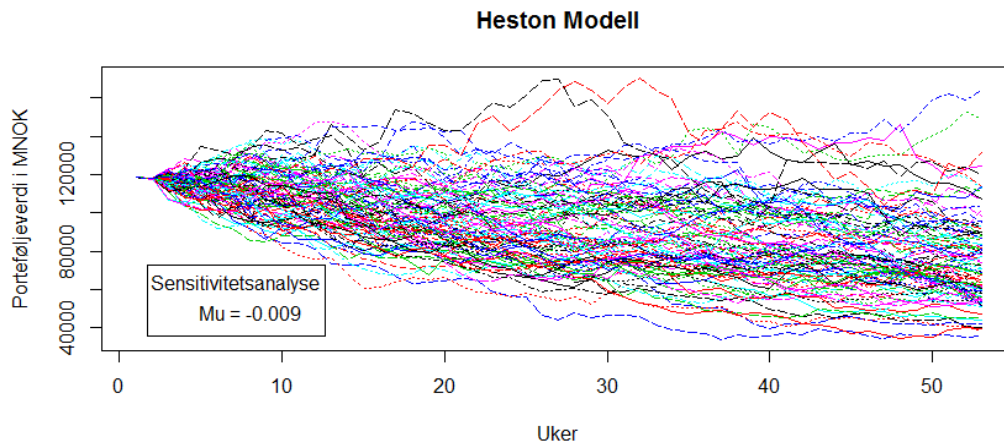
Figur 10.13: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott volatilitet av varians lik 0.3

Langsiktig avkastning (μ)

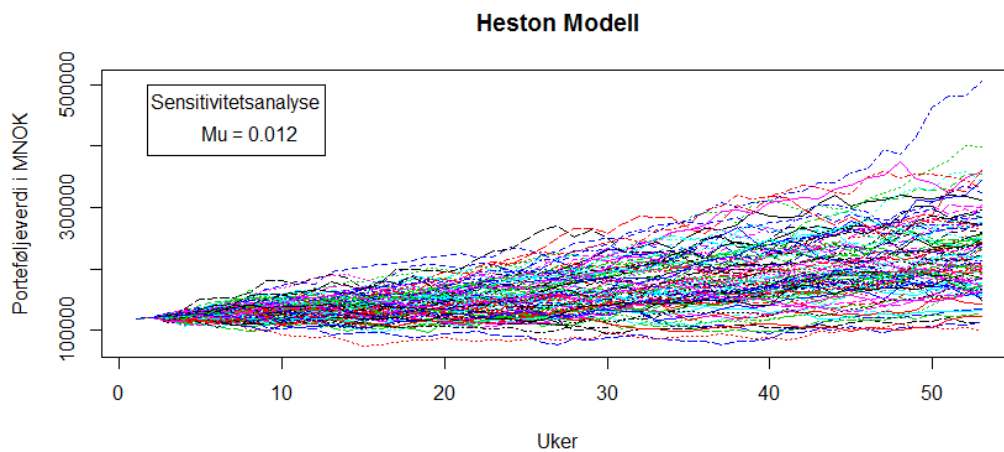
Den langsiktige avkastningen μ viser seg til å være en av de mer sensitive parameterne i Heston modellen. Nedenfor ser vi at de minste og største verdiene for μ kan føre til svært forskjellige simulasjoner. I figur 10.14 hvor μ er lik $-0,018$ ser vi at simulasjonen har en kraftig helning nedover. Dette gir lave porteføljeværdier svært høye VaR estimater. Motsatt i figur 10.16 hvor μ er lik $0,012$. Her vil simulasjonene helle kraftig oppover som vil gi ut svært lave VaR estimater.



Figur 10.14: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik -0.018 , Heston



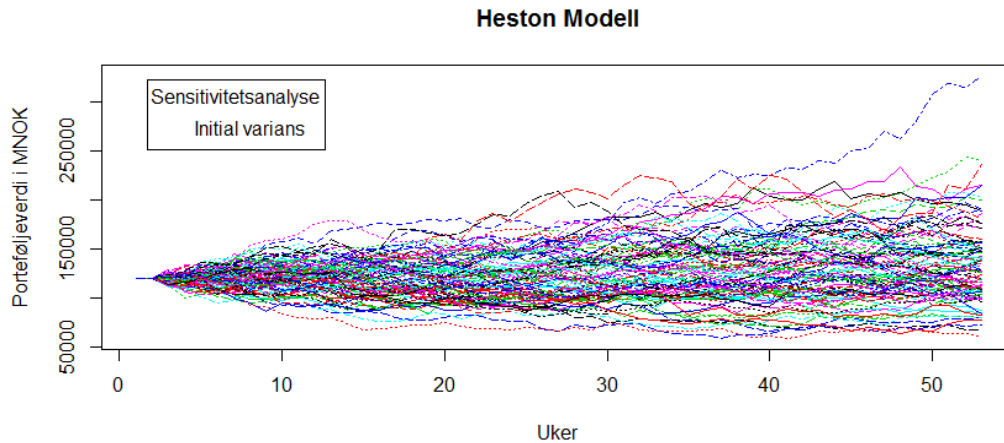
Figur 10.15: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik -0.009, Heston



Figur 10.16: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik 0.012, Heston

Initial varians (v_0)

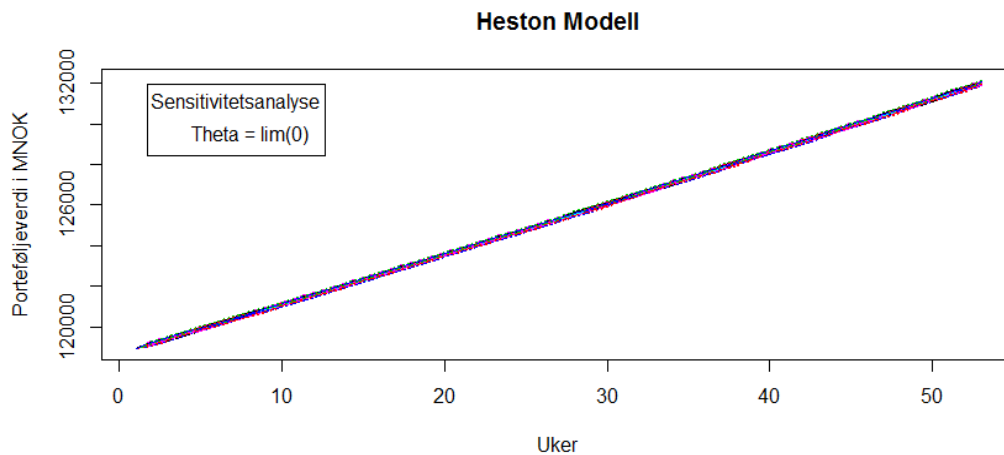
Initial varians er den minst sensitive parameteren i Heston modellen. Denne parameteren gir minimale utslag i VaR estimatene. Samtlige verdier som er brukt i sensitivitetsanalysen gir samme simulasjonsbildet som den vist i figur 10.17.



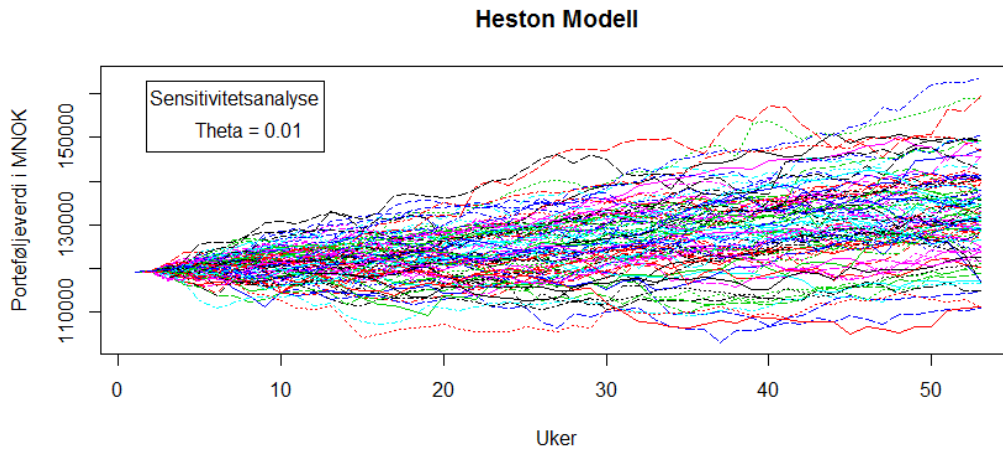
Figur 10.17: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott initial varians, Heston

Langsiktig varians (θ)

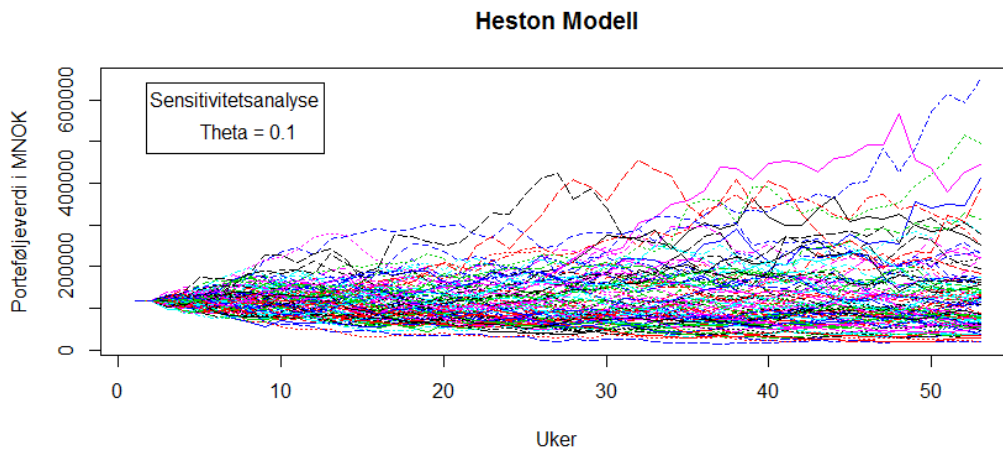
Den langsiktige variansen θ er blant de mest sensitive parameterne i Heston modellen. Denne parameteren og mean reversion er med i Fellers betingelse. Hvor θ er tilnærmet lik null ser vi i figur 10.18 at den gir utolkbare resultater, samme som mean reversion. Nedenfor illustreres at en økning i θ vil føre til at spredningen til den stokastiske volatilitetsprosessen blir større, som øker spredningen i de simulerte porteføljeværdiene. Dette vil øke VaR estimatene.



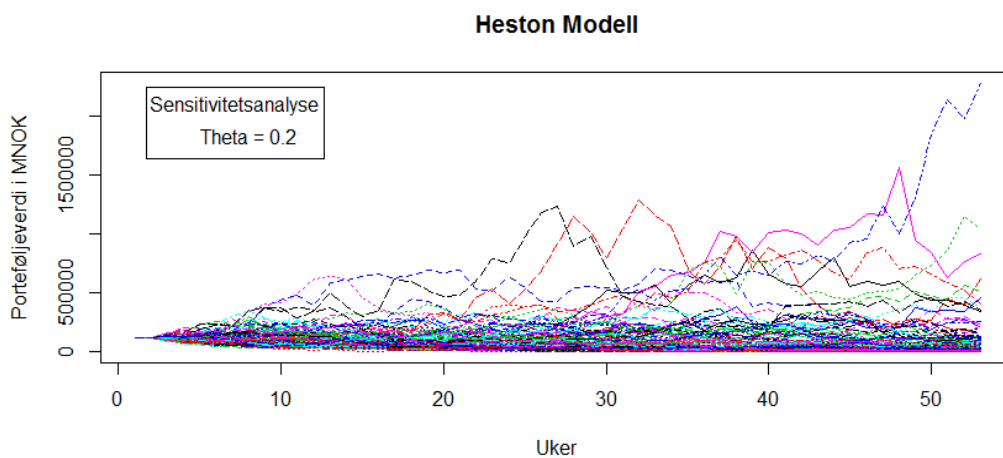
Figur 10.18: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott langsiktig varians tilnærmet lik 0



Figur 10.19: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott langsiktig varians lik 0.01



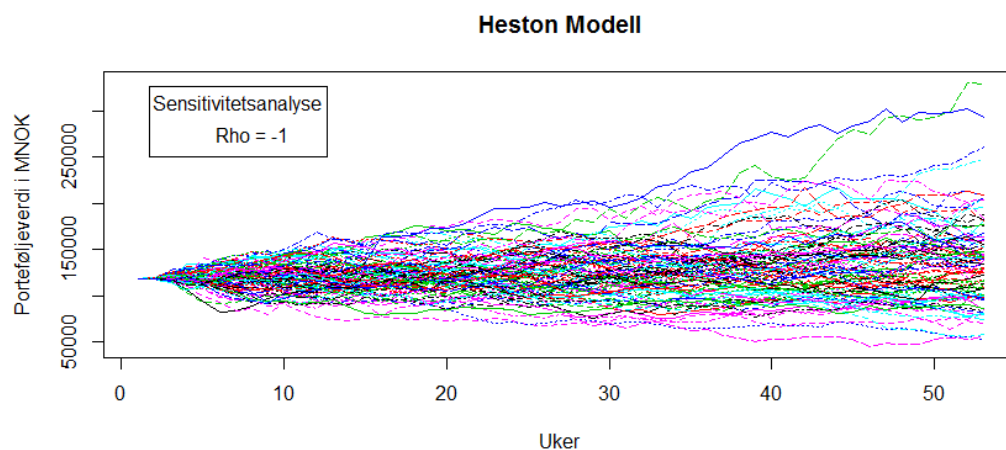
Figur 10.20: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott langsiktig varians lik 0.1



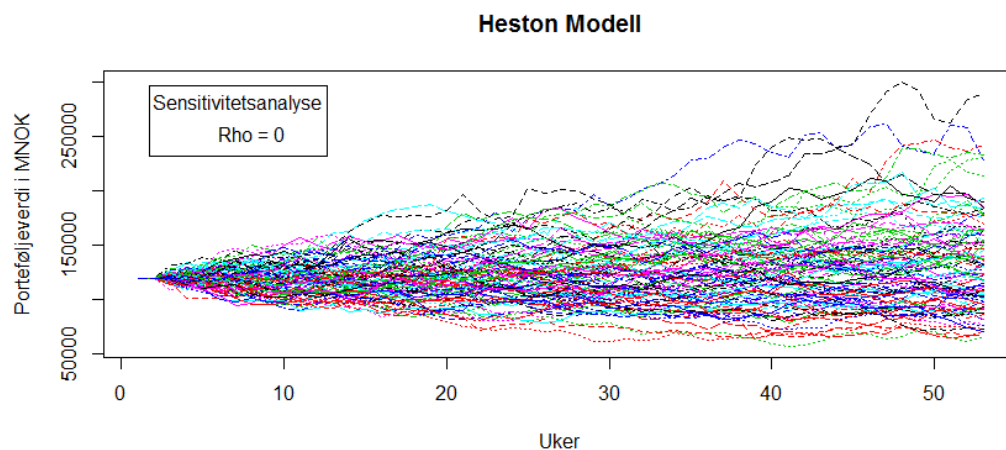
Figur 10.21: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott langsiktig varians lik 0.2

Korrelasjonskoeffisient (ρ)

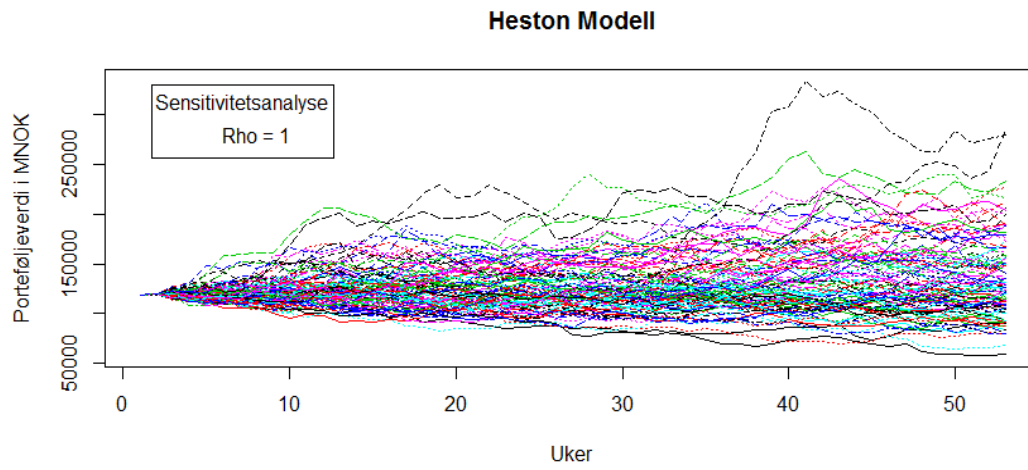
Korrelasjonskoeffisienten var en av de mindre sensitive parameterne i analysen. Denne parameteren bestemmer hvordan de to Wiener prosessene skal korrelere med hverandre.



Figur 10.22: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott korrelasjonskoeffisient lik -1



Figur 10.23: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott korrelasjonskoeffisient lik 0

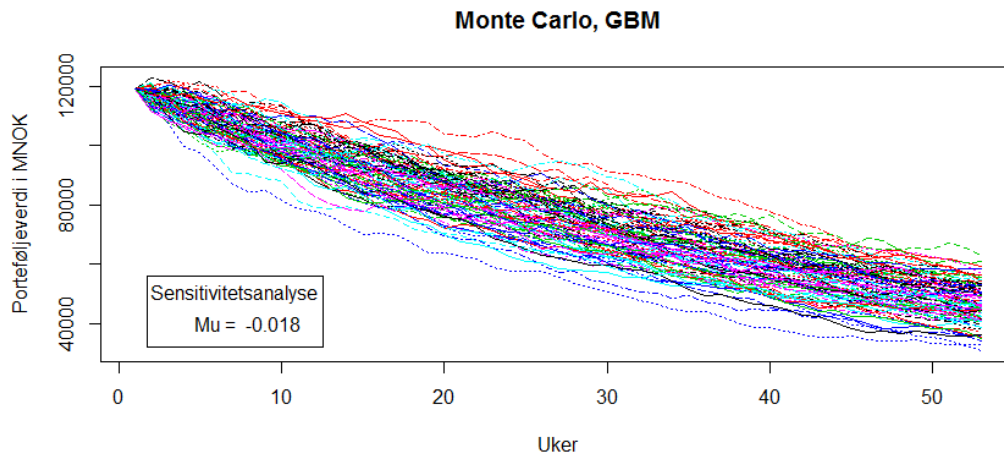


Figur 10.24: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott korrelasjonskoeffisient lik 1

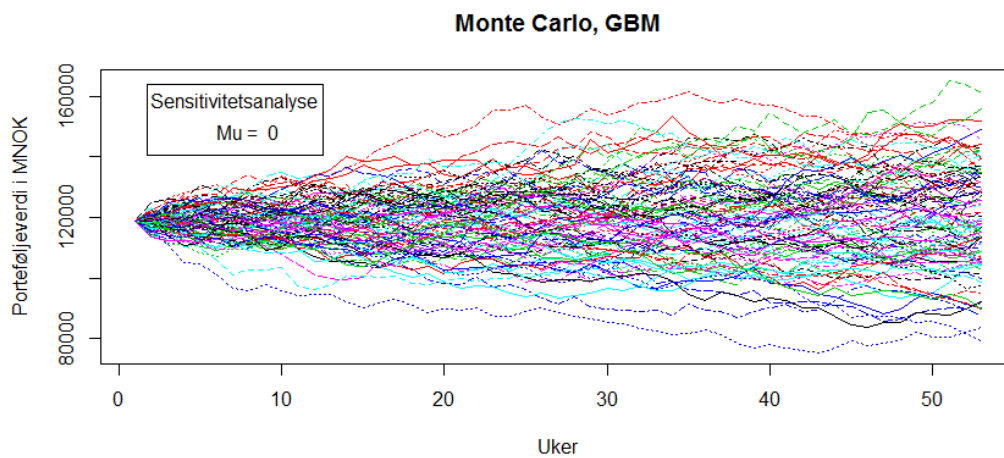
Monte Carlo, GBM

Avkastning

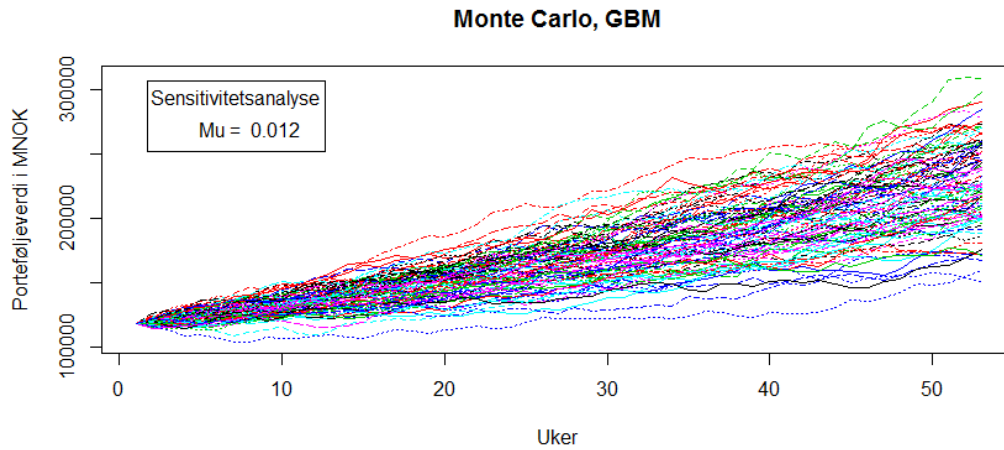
Endringer i den langsiktige avkastningen har stor betydning for simulasjonen under GBM. Fra figur 10.25 til figur 10.27 ser vi at helningen på simulasjonene endrer seg drastisk når en endrer på μ .



Figur 10.25: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik -0.018, Monte Carlo



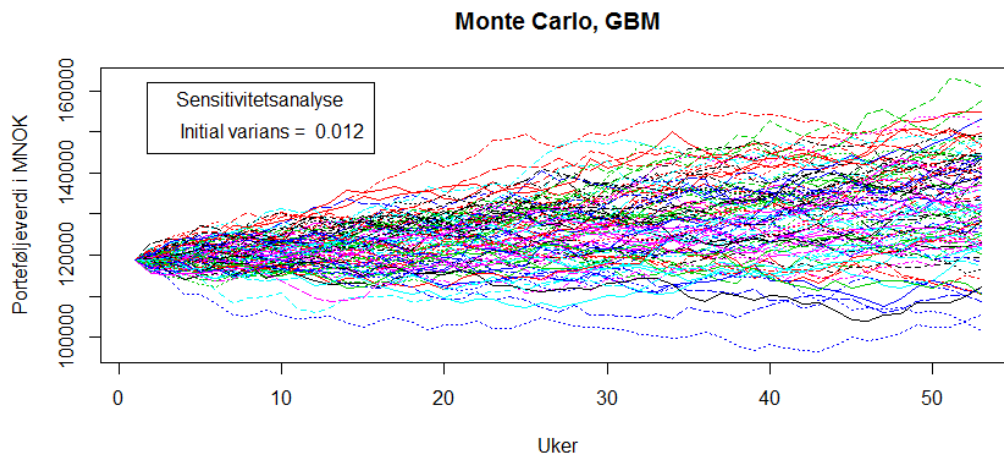
Figur 10.26: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik 0, Monte Carlo



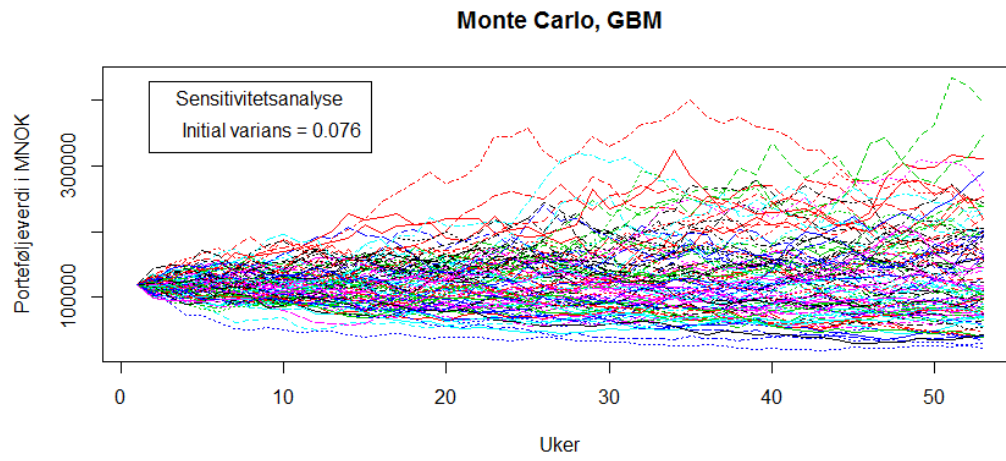
Figur 10.27: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik 0.012, Monte Carlo

Initial standardavvik

I GBM skal initial standardavviket øket spredningen på simulasjonene, som igjen vil øke VaR estimatene. Nedenfor illustreres hvordan spredningen endrer seg når en stiller på parameteren.



Figur 10.28: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott initial varians lik 0.012, Monte Carlo



Figur 10.29: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott initial varians lik 0.076, Monte Carlo

10.8 Vedlegg H: Simuleringskode

Under har vi presenter simuleringskoden som simulerer de to Wiener prosessene som inngår i Heston modellen. Kildeteksten er konstruert på en slik måte da vi kan bruke den på flere typer data.

```
1 set.seed(451)
2 #Lag 2 Wiener prosesser som er korrelert med rho
3 shocks = simshocks(n = N, horizon = horizon,
4     frequency = "annual",
5     method = "classic",
6     family = 1, par = rho)
7
8 simshocks <- function (n, horizon, frequency = c("annual", "semi-annual",
9     "quarterly", "monthly", "weekly", "daily"), method = c("classic",
10    "antithetic", "mm", "hybridantimm", "TAG"), family = NULL,
11    par = NULL, par2 = NULL, type = c("CVine", "DVine"))
12 {
13   if (floor(n) != n)
14     stop("'n' must be an integer")
15   if (n <= 1)
16     stop("'n' must be > 1")
17   if (floor(horizon) != horizon)
18     stop("'horizon' must be an integer")
19   frequency <- match.arg(frequency)
20   delta <- switch(frequency, annual = 1, `semi-annual` = 0.5,
21     quarterly = 0.25, monthly = 1/12, weekly = 1/52, daily = 1/252)
22   method <- match.arg(method)
23   m <- horizon/delta
24   type <- match.arg(type)
25   if (is.null(family) && is.null(par)) {
26     if (method == "classic") {
27       return(ts(data = rnormESGcpp(N = n, M = m), start = delta,
28         end = horizon, deltat = delta))
29     }
30     if (method == "antithetic") {
31       half.n <- n/2
32       if (floor(half.n) != half.n)
33         stop("'n' must be divisible by 2")
34       temp <- rnormESGcpp(N = half.n, M = m)
35       return(ts(data = cbind(temp, -temp), start = delta,
36         end = horizon, deltat = delta))
37     }
38     if (method == "mm") {
39       return(ts(data = scaleESG(rnormESGcpp(N = n, M = m)),
40         start = delta, end = horizon, deltat = delta))
```



```

41 }
42 if (method == "hybridantimm") {
43   half.n <- n/2
44   if (floor(half.n) != half.n)
45     stop("'n' must be divisible by 2")
46   temp <- rnormESGcpp(N = half.n, M = m)
47   return(ts(data = scaleESG(cbind(temp, -temp)), start = delta,
48     end = horizon, deltat = delta))
49 }
50 if (method == "TAG") {
51   return(ts(data = TAG(n, m), start = delta, end = horizon,
52     deltat = delta))
53 }
54 }
55 else {
56   nb.sim <- n * m
57   if (method == "classic") {
58     shocks.sim <- qnorm(CDVineSim(N = nb.sim, family,
59       par, par2, type))
60     d <- dim(shocks.sim)[2]
61     return(lapply(1:d, function(i) ts(data = matrix(shocks.sim[,
62       i], nrow = m, ncol = n), start = delta, end = horizon,
63         deltat = delta)))
64   }
65   if (method == "antithetic") {
66     half.nb.sim <- nb.sim/2
67     if (floor(half.nb.sim) != half.nb.sim)
68       stop("'n' must be divisible by 2")
69     temp <- qnorm(CDVineSim(N = half.nb.sim, family,
70       par, par2, type))
71     shocks.sim <- rbind(temp, -temp)
72     d <- dim(shocks.sim)[2]
73     return(lapply(1:d, function(i) ts(data = matrix(shocks.sim[,
74       i], nrow = m, ncol = n), start = delta, end = horizon,
75         deltat = delta)))
76   }
77   if (method == "mm") {
78     shocks.sim <- qnorm(CDVineSim(N = nb.sim, family,
79       par, par2, type))
80     d <- dim(shocks.sim)[2]
81     return(lapply(1:d, function(i) ts(data = scaleESG(matrix(shocks.sim[,
82       i], nrow = m, ncol = n)), start = delta, end = horizon,
83         deltat = delta)))
84   }
85   if (method == "hybridantimm") {
86     half.nb.sim <- nb.sim/2

```

```

87   if (floor(half.nb.sim) != half.nb.sim)
88     stop("'n' must be divisible by 2")
89   temp <- qnorm(CDVineSim(N = half.nb.sim, family,
90                     par, par2, type))
91   shocks.sim <- rbind(temp, -temp)
92   d <- dim(shocks.sim)[2]
93   return(lapply(1:d, function(i) ts(data = scaleESG(matrix(shocks.sim[,
94                                                         i], nrow = m, ncol = n)), start = delta, end = horizon,
95                                                         deltat = delta)))
96 }
97 if (method == "TAG") {
98   if (!is.null(family) && family > 0)
99     warning("'for method == 'TAG', only the independence copula is implemented")
100  return(lapply(1:d, function(i) ts(data = TAG(n = n,
101                                          m = m), start = delta, end = horizon, deltat = delta)))
102 }
103 }
104 }

```

Kode for simulering av stokastisk volatilitet, samt implementering av denne i fondsutviklingen i Heston modellen.

```

1  #Simuler volatiliteten og utvikling
2  sim.vol = simdiff(n = N, horizon = horizon,
3                  frequency = "annual",
4                  model = "CIR", x0 = variance, theta1 = kappa*theta,
5                  theta2= kappa,
6                  theta3 = volvol, eps = shocks[[1]])
7
8  sim.price = simdiff(n = N, horizon = horizon,
9                    frequency = "annual",
10                   model = "GBM", x0 = bts0, theta1 = btmu,
11                   theta2 = sim.vol, eps = shocks[[2]])
12
13  Simdiff <- function (n, horizon, frequency = c("annual", "semi-annual",
14         "quarterly", "monthly", "weekly", "daily"), model = c("GBM",
15         "CIR", "OU"), x0, theta1 = NULL, theta2 = NULL, theta3 = NULL,
16         lambda = NULL, mu.z = NULL, sigma.z = NULL, p = NULL, eta_up = NULL,
17         eta_down = NULL, eps = NULL)
18  {
19    if (floor(n) != n)
20      stop("'n' must be an integer")
21    if (n <= 1)
22      stop("'n' must be > 1")
23    if (floor(horizon) != horizon)
24      stop("'horizon' must be an integer")

```

```

25 frequency <- match.arg(frequency)
26 delta <- switch(frequency, annual = 1, `semi-annual` = 0.5,
27   quarterly = 0.25, monthly = 1/12, weekly = 1/52, daily = 1/252)
28 m <- horizon/delta
29 nbdates <- m + 1
30 model <- match.arg(model)
31 if (is.null(eps)) {
32   eps <- rnormESGcpp(N = n, M = m)
33 }
34 else {
35   if (!all.equal(dim(eps), c(m, n)))
36     stop(paste("dimensions required for 'eps' : nrow (observation dates) = ",
37       m, "\n and ncol (number of scenarios) = ", n,
38       "\n Use 'simshocks' function\n with same number of observations, horizon and
39 frequency to obtain 'eps'"))
39 }
40 if (model == "GBM") {
41   if (!is.null(theta3))
42     warning("unused parameter : 'theta3'")
43   if (length(theta1) == 1) {
44     theta1 <- matrix(data = theta1, nrow = nbdates, ncol = n)
45   }
46   else {
47     if (prod(dim(theta1) == c(nbdates, n)) == 0)
48       stop(paste("dimensions required for 'theta1' : a numeric or nrow (observation dates) = ",
49         nbdates, "\n and ncol (number of scenarios) = ",
50         n))
51   }
52   if (length(theta2) == 1) {
53     theta2 <- matrix(data = theta2, nrow = nbdates, ncol = n)
54   }
55   else {
56     if (prod(dim(theta2) == c(nbdates, n)) == 0)
57       stop(paste("dimensions required for 'theta2' : a numeric or nrow (observation dates) = ",
58         nbdates, "\n and ncol (number of scenarios) = ",
59         n))
60   }
61 }
62 if (model == "CIR") {
63   if (is.null(theta1) || is.null(theta2) || is.null(theta3))
64     stop("'theta1', 'theta2' and 'theta3' must be provided")
65   if (length(theta1) != 1 || length(theta2) != 1 || length(theta3) !=
66     1)
67     stop(paste("length required for 'theta1', 'theta2' and 'theta3' : 1"))
68   return(ts(rCIRESGcppexact(N = n, horizon = horizon, Delta = delta,
69     x0 = x0, theta = c(theta1, theta2, theta3), eps = eps),

```

```

70     start = 0, end = horizon, deltat = delta))
71 }
72 if (model == "OU") {
73   if (is.null(theta1) || is.null(theta2) || is.null(theta3))
74     stop("'theta1', 'theta2' and 'theta3' must be provided")
75   if (length(theta1) != 1 || length(theta2) != 1 || length(theta3) !=
76       1)
77     stop(paste("length required for 'theta1', 'theta2' and 'theta3' : 1"))
78   return(ts(rOUESGcppexact(N = n, horizon = horizon, Delta = delta,
79     x0 = x0, theta = c(theta1, theta2, theta3), eps = eps),
80     start = 0, end = horizon, deltat = delta))
81 }
82 if (model == "GBM") {
83   if (is.null(mu.z) && is.null(sigma.z) && is.null(p) &&
84       is.null(eta_up) && is.null(eta_down)) {
85     return(ts(rGBMESGcpp(N = n, horizon = horizon, Delta = delta,
86       x0 = x0, theta1 = theta1, theta2 = theta2, eps = eps),
87       start = 0, end = horizon, deltat = delta))
88   }
89   if (!is.null(lambda) && !is.null(mu.z) && !is.null(sigma.z)) {
90     return(ts(rGBMjumpsnormESGcpp(N = n, horizon = horizon,
91       Delta = delta, x0 = x0, theta1 = theta1, theta2 = theta2,
92       lambda = lambda, mu = mu.z, sigma = sigma.z,
93       eps = eps), start = 0, end = horizon, deltat = delta))
94   }
95   if (!is.null(lambda) && !is.null(p) && !is.null(eta_up) &&
96       !is.null(eta_down)) {
97     return(ts(rGBMjumpskouESGcpp(N = n, horizon = horizon,
98       Delta = delta, x0 = x0, theta1 = theta1, theta2 = theta2,
99       lambda = lambda, eta_up = eta_up, eta_down = eta_down,
100      p = p, eps = eps), start = 0, end = horizon,
101      deltat = delta))
102   }
103 }
104 }

```

Kode for Monte Carlo simulering

```

1 # Simuler fondsutvikling med Monte Carlo
2 asset.paths <- function(s0, mu, sigma,
3     nsims = 10000,
4     periods = c(0, 1)
5     )
6 {
7   s0 = as.vector(s0)
8   nsteps = length(periods)

```

```

9 dt = c( periods[1], diff( periods) )
10
11 if( length(s0) == 1 ) {
12   drift = mu - 0.5 * sigma^2
13   if( nsteps == 1 ) {
14     s0 * exp(drift * dt + sigma * sqrt(dt) * rnorm(nsim,0,1))
15   } else {
16     temp = matrix(exp(drift * dt + sigma * sqrt(dt) * rnorm(nsteps * nsim)), nc=nsim)
17     for(i in 2:nsteps) temp[i,] = temp[i,] * temp[(i-1),]
18     s0 * temp
19   }
20 } else {
21   require(MASS)
22   drift = mu - 0.5 * diag(sigma)
23   n = length(mu)
24
25   if( nsteps == 1 ) {
26     s0 * exp(drift * dt + sqrt(dt) * t(mvnorm(nsim, rep(0, n), sigma)))
27   } else {
28     temp = array(exp(as.vector(drift %*% t(dt)) + t(sqrt(dt) * mvnorm(nsteps * nsim, rep(0, n),
29 sigma))), c(n, nsteps, nsim))
30     for(i in 2:nsteps) temp[,i,] = temp[,i,] * temp[, (i-1),]
31     s0 * temp
32   }
33 }

```

10.9 Figurliste

<i>Figur 3.1: Grafisk illustrasjon av normalfordelt VaR, med VaR linje på 95 prosent sannsynlighetsnivå</i>	17
<i>Figur 3.2: Grafisk illustrasjon av student-t fordelt VaR med fem frihetsgrader, med VaR linje på 95 prosent sannsynlighetsnivå for normalfordeling (sort) og student-t (rød)</i>	18
<i>Figur 4.1: Prosessfigur av Monte Carlo simulasjon</i>	25
<i>Figur 4.2: Prosessfigur av Heston modell simulasjon</i>	27
<i>Figur 5.1: Utsnitt fra datasettet</i>	32
<i>Figur 5.2: Porteføljeverdi i milliarder på SPN sin aksjeportefølje fra 2009 til 2016.</i>	33
<i>Figur 5.3: Log avkastning på SPN sin aksjeportefølje</i>	33
<i>Figur 5.4: QQ-plot av SPN</i>	34
<i>Figur 5.5: Utvikling av OSEBX og S&P 500</i>	35
<i>Figur 5.6: Utvikling av VIX indeks og S&P 500</i>	38
<i>Figur 6.1: Backtestresultater for Monte Carlo 95 prosent VaR</i>	40
<i>Figur 6.2: Backtestresultater for Monte Carlo 99 prosent VaR</i>	40
<i>Figur 6.3: Backtestresultater for Heston 95 prosent VaR</i>	41
<i>Figur 6.4: Backtestresultater for Heston 99 prosent VaR</i>	41
<i>Figur 6.5: Resultater fra krysskorrelasjon med Heston 95 prosent VaR</i>	44
<i>Figur 6.6: Resultater fra krysskorrelasjon med Monte Carlo 95 prosent VaR</i>	45
<i>Figur 6.7: Distribusjon fra simulering for Monte Carlo (høyre) og Heston (venstre)</i>	46
<i>Figur 6.8: Resultater fra sensitivitetsanalyse av mean reversion</i>	48
<i>Figur 6.9: Resultater fra sensitivitetsanalyse av volatilitete av varians</i>	49
<i>Figur 6.10: Resultater fra sensitivitetsanalyse av avkastning i Heston</i>	50
<i>Figur 6.11: Resultater fra sensitivitetsanalyse av initial standardavvik i Heston</i>	51
<i>Figur 6.12: Resultater fra sensitivitetsanalyse av langsiktig varians</i>	52
<i>Figur 6.13: Resultater fra sensitivitetsanalyse av mean reversion</i>	53
<i>Figur 6.14: Resultater fra sensitivitetsanalyse av avkastning i Monte Carlo</i>	54
<i>Figur 6.15: Resultater fra sensitivitetsanalyse av initial standardavvik i Monte Carlo</i>	55
<i>Figur 10.1: Histogram av log avkastning SPN</i>	68
<i>Figur 10.2: Korrelasjonsplott mellom OSEBX og SPX</i>	68
<i>Figur 10.3: Krysskorrelasjon Monte Carlo 99 prosent</i>	69
<i>Figur 10.4: Krysskorrelasjon Heston 99 prosent</i>	69
<i>Figur 10.5: Simulasjonsplott av Monte Carlo</i>	70
<i>Figur 10.6: Simulasjonsplott av Heston</i>	71
<i>Figur 10.7: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott kappa tilnærmet lik 0</i>	76
<i>Figur 10.8: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott kappa lik 0.1</i>	77
<i>Figur 10.9: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott kappa lik 0.5</i>	77
<i>Figur 10.10: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott kappa lik 1</i>	77
<i>Figur 10.11: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott volatilitet av varians tilnærmet lik 0</i>	78
<i>Figur 10.12: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott volatilitet av varians lik 0.1</i>	78
<i>Figur 10.13: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott volatilitet av varians lik 0.3</i>	79
<i>Figur 10.14: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik -0.018, Heston</i>	79
<i>Figur 10.15: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik -0.009, Heston</i>	80
<i>Figur 10.16: Sensitivitetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik 0.012, Heston</i>	80

<i>Figur 10.17: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott initial varians, Heston</i>	81
<i>Figur 10.18: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott langsiktig varians tilnærmet lik 0</i>	81
<i>Figur 10.19: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott langsiktig varians lik 0.01.....</i>	82
<i>Figur 10.20: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott langsiktig varians lik 0.1.....</i>	82
<i>Figur 10.21: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott langsiktig varians lik 0.2.....</i>	82
<i>Figur 10.22: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott korrelasjonskoeffisient lik -1.....</i>	83
<i>Figur 10.23: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott korrelasjonskoeffisient lik 0.....</i>	83
<i>Figur 10.24: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott korrelasjonskoeffisient lik 1</i>	84
<i>Figur 10.25: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik -0.018, Monte Carlo</i>	85
<i>Figur 10.26: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik 0, Monte Carlo</i>	85
<i>Figur 10.27: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott avkastning lik 0.012, Monte Carlo</i>	86
<i>Figur 10.28: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott initial varians lik 0.012, Monte Carlo</i>	86
<i>Figur 10.29: Sensitivetsanalyse, simulasjonsplott initial varians lik 0.076, Monte Carlo</i>	87

10.10 Tabell liste

<i>Tabell 5.1: Statistisk oppsummering av aksjeporteføljen</i>	33
<i>Tabell 6.1: Resultater fra backtest</i>	43
<i>Tabell 10.1: Utdrag fra datasett.....</i>	67
<i>Tabell 10.2: Jarque Bera Test og Shapiro Wilk Test</i>	67
<i>Tabell 10.3: Deskriptiv statistikk av distribusjon for Monte Carlo og Heston</i>	70
<i>Tabell 10.4: VaR estimater per 01.01.2016 til 01.01.2017</i>	70
<i>Tabell 10.5: Heston: Sensitivitetsanalyse av avkastning og initial varians</i>	72
<i>Tabell 10.6: Heston: Sensitivitetsanalyse av langsiktig varians og mean reversion</i>	73
<i>Tabell 10.7: Heston: Sensitivitetsanalyse av korrelasjonskoeffisient og volatilitet av varians.....</i>	74
<i>Tabell 10.8: Monte Carlo: Sensitivitetsanalyse av avkastning og initial volatilitet.....</i>	75