

**Ragnhild Boldvik  
Gyda Kristine Mohus**

---

# **Hva er de finansielle konsekvensene av å ekskudere selskaper basert på olje og gass fra Statens pensjonsfond utland?**

En analyse av hvordan investeringsstrategien til SPU passer inn i  
Norges portefølje av eiendeler

**Masteroppgave i økonomi og administrasjon  
Høgskolen i Oslo og Akershus, Fakultet for Samfunnsfag**

## Sammendrag

I denne oppgaven undersøker vi hvorvidt Norges portefølje er tilstrekkelig diversifisert med hensyn på olje- og gassinvesteringene til Statens Pensjonsfond Utland, og hva som vil være de finansielle konsekvensene av å eventuelt trekke seg ut av slike investeringer. Vi tar utgangspunkt i porteføljeteori og målet Sharpe ratio for å avgjøre hvilken sammensetning av Norges portefølje som gir det beste forholdet mellom risiko og meravkastning. Problemstillingen undersøkes i to ulike modeller. For å oppnå det beste risiko-avkastningsforholdet finner vi at SPU bør trekke seg ut av nåværende andel investert i olje- og gassaksjer og samtidig investere mer i en veldiversifisert portefølje av andre aksjer. Resultatene viser at Norge oppnår en forbedret avkastning lik 2,17 og 2,96 milliarder kroner per år, avhengig av hvilken modell vi ser på. At SPU bør trekke seg ut av nåværende andel investert i olje- og gassaksjer er også konsistent når vi tester for underliggende forutsetninger i modellen. Forbedringen i avkastning varierer fra om lag 1 milliard til 2,70 milliarder kroner per år, avhengig av hvilken forutsetning som undersøkes.

## Abstract

In this thesis we investigate whether the Norwegian portfolio of assets is sufficiently diversified in terms of the Government Pension Fund Global's investments in oil and gas stocks, and the financial consequences from withdrawing from such investments. By applying portfolio theory and the measure Sharpe ratio, we attempt to identify the portfolio that provides the best compromise between risk and excess return. The problem is applied in two different models, and the result shows that to achieve the best risk-return relationship, The GPFG should withdraw from its current proportion invested in oil and gas stocks and invest a higher proportion in a well-diversified portfolio of stocks. The improvement in yield from such strategy is equivalent to 2,17 and 2,96 billion NOK per year, dependent on which model we apply. The fact that The GPFG should withdraw from its current proportion invested in oil and gas stocks is consistent when we test for the underlying assumptions in the models. The improved yield range from about 1 to 2.70 billion NOK per year, depending on what assumption we examine.

## Forord

Denne masteroppgaven er skrevet som en avsluttende del av masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Høgskolen i Oslo og Akershus med fordypning i finans og økonomistyring.

Statens pensjonsfond utland er en sentral del av norsk økonomi men har utgjort en liten del av utdanningen vår. Da vi ble tipset om problemstillingen gjennom vår veileder, så vi på denne oppgaven som en mulighet til å lære mer om temaet. Hvordan investeringene til Statens pensjonsfond utland passer inn i Norges portefølje av eiendeler har dessuten i den senere tid også vært mye omdiskutert, samtidig som det er lite studier knyttet til dette. Dette har bidratt til å styrke vår motivasjon for å skrive om dette emnet.

Gjennom arbeidet med oppgaven har vi hatt nytte av teori og modeller vi har lært opp gjennom hele studiet, samtidig har vi blitt utfordret ved å anvende fagstoffet i nye sammenhenger. Prosessen har derfor vært krevende, men samtidig lærerik.

Vi vil takke vår veileder Helge Nordahl for et fint samarbeid med nyttige tilbakemeldinger underveis i prosessen.

Oslo, mai 2015

Ragnhild Boldvik og Gyda Kristine Mohus

## Innholdsfortegnelse

<b>Sammendrag</b> .....	<b>ii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>ii</b>
<b>Forord</b> .....	<b>iii</b>
<b>Liste over figurer</b> .....	<b>vi</b>
<b>Liste over tabeller</b> .....	<b>vi</b>
<b>1 Innledning</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 Oppgavens struktur</b> .....	<b>4</b>
<b>2 Teori og forskning</b> .....	<b>5</b>
<b>2.1 Porteføljeteori og kapitalverdimodellen</b> .....	<b>5</b>
<b>2.2 Sovereign Wealth Funds (SWF)</b> .....	<b>7</b>
<b>3 Norges formue</b> .....	<b>12</b>
<b>3.1 Petroleumsvirksomheten</b> .....	<b>12</b>
<b>3.2 Statens pensjonsfond</b> .....	<b>14</b>
3.2.1 Statens pensjonsfond utland .....	14
3.2.2 Statens pensjonsfond Norge .....	16
<b>3.3 Statlig eierskap</b> .....	<b>16</b>
3.3.1 Statens Direkte Økonomiske Engasjement .....	17
3.3.2 Statoil ASA .....	17
<b>3.4 Humankapital</b> .....	<b>18</b>
<b>4 Råvarepriser</b> .....	<b>20</b>
<b>4.1 Oljepris</b> .....	<b>20</b>
4.1.1 ”Organization of the Petroleum Exporting Countries” (OPEC) .....	21
4.1.2 Historisk utvikling .....	22
4.1.3 Oljepris og aksjemarkedet .....	23
<b>4.2 Stokastiske prosesser</b> .....	<b>25</b>
4.2.1 Geometrisk brownsk bevegelse (Random walk).....	25
4.2.2 Mean reversion .....	26
<b>4.3 Egenskaper ved oljeprisen</b> .....	<b>28</b>
<b>5 Kalibrering</b> .....	<b>30</b>
<b>5.1 Datasett</b> .....	<b>30</b>
5.1.1 Indekser .....	31
<b>5.2 Norges portefølje</b> .....	<b>33</b>
5.2.1 SPU.....	33
5.2.2 SPN.....	34
5.2.3 Statoil .....	34
5.2.4 Petroleumsformuen .....	34
5.2.5 Andeler .....	35
<b>5.3 Verdi av SDØE-porteføljen</b> .....	<b>36</b>
5.3.1 Kontantstrøm per produsert fat .....	37
5.3.2 Petroleumsproduksjon .....	43
5.3.3 Diskonteringsrente .....	44
5.3.4 Beregning av verdi .....	45
<b>6 Alternativ kalibrering</b> .....	<b>47</b>
<b>6.1 Datasett</b> .....	<b>47</b>
<b>6.2 Norges portefølje</b> .....	<b>47</b>
<b>7 Resultater</b> .....	<b>48</b>



<b>7.1</b>	<b>Beregninger bak hovedkalibreringen</b> .....	<b>48</b>
<b>7.2</b>	<b>Resultater fra hovedkalibrering</b> .....	<b>53</b>
<b>7.3</b>	<b>Beregninger bak alternativ kalibrering</b> .....	<b>56</b>
<b>7.4</b>	<b>Resultater fra alternativ kalibrering</b> .....	<b>58</b>
7.4.1	Daglige vs. ukentlige data .....	60
<b>7.5</b>	<b>Med kullindeks</b> .....	<b>61</b>
7.5.1	World DS-Coal.....	61
7.5.2	Resultater med kullindeks .....	61
<b>7.6</b>	<b>Dataanalyse</b> .....	<b>62</b>
<b>7.7</b>	<b>Justert Sharpe ratio</b> .....	<b>64</b>
7.7.1	Hovedkalibrering.....	65
7.7.2	Alternativ kalibrering .....	66
<b>7.8</b>	<b>Resultater oppsummert</b> .....	<b>67</b>
<b>8</b>	<b>Sensitivitetsanalyser</b> .....	<b>68</b>
<b>8.1</b>	<b>Tidsserien delt inn i tre 4-års perioder</b> .....	<b>68</b>
8.1.1	2003-2006.....	68
8.1.2	2007-2010.....	69
8.1.3	2011-jan. 2015.....	69
<b>8.2</b>	<b>Oljeprisen</b> .....	<b>69</b>
8.2.1	Høyere mean reversion rate.....	70
8.2.2	Mean reversion koeffisienten =0 (random walk).....	70
<b>8.3</b>	<b>Petroleumsproduksjon</b> .....	<b>70</b>
8.3.1	Lengre tidsperiode.....	71
8.3.2	Inkluderer uoppdagede ressurser.....	71
<b>8.4</b>	<b>Betaverdi</b> .....	<b>72</b>
8.4.1	Beta=0,4 .....	72
8.4.2	Beta=0,8 .....	72
<b>9</b>	<b>Konklusjon</b> .....	<b>74</b>
<b>10</b>	<b>Litteraturliste</b> .....	<b>77</b>
<b>11</b>	<b>Vedlegg</b> .....	<b>83</b>
<b>11.1</b>	<b>Vedlegg A: Porteføljeteori</b> .....	<b>83</b>
11.1.1	Forventet avkastning og varians til en enkelt eiendel.....	83
11.1.2	Forventet avkastning og varians til en portefølje.....	84
11.1.3	Markowitz' porteføljeteori.....	85
11.1.4	Kapitalverdimodellen.....	88
<b>11.2</b>	<b>Vedlegg B: Beregning av SDØE-verdi</b> .....	<b>92</b>
11.2.1	Beregning av durasjon .....	92
11.2.2	Produksjonsprognose .....	92
11.2.3	Beregning av tidsserie.....	93
<b>11.3</b>	<b>Vedlegg C: Dataanalyse</b> .....	<b>94</b>
11.3.1	Moment til en tilfeldig variabel .....	94
11.3.2	Egenskaper ved våre data.....	97
11.3.3	Normalitetsplot.....	99
<b>11.4</b>	<b>Vedlegg D: Tabeller fra modellene</b> .....	<b>101</b>
11.4.1	Hovedkalibrering .....	101
11.4.2	Alternativ kalibrering.....	102
<b>11.5</b>	<b>Vedlegg E: Sensitivitetsanalyser</b> .....	<b>104</b>

## Liste over figurer

Figur 2.1-1: Kapitalverdimodellen .....	6
Figur 3.1-1: Utvikling i statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten .....	13
Figur 4.1-1: Plot av råoljepris i 2013-dollar for perioden 1861-2013 .....	22
Figur 4.1-2: Plot av rullerende 1-års korrelasjoner.....	24
Figur 5.1-1: Sammensetning av industrier i FTSE Global All Cap Index.....	32
Figur 5.3-1: Regresjon (kontantstrøm per fat og oljepris, begge justert) .....	39
Figur 5.3-2: Utskrift fra regresjonsanalyse .....	41
Figur 7.2-1: Normalitetsplot av porteføljen før og etter optimering (Hovedkalibrering).....	55
Figur 7.4-1: Normalitetsplot av porteføljen før og etter optimering (Alternativ kalibrering) .....	59
Figur 11.1-1: Portefølje med to eiendeler.....	87
Figur 11.1-2: Portefølje med flere eiendeler.....	88
Figur 11.1-3: Kapitalverdimodellen .....	89
Figur 11.1-4: Verdipapirmarkedslinjen .....	91
Figur 11.2-1: Beregning av durasjon .....	92
Figur 11.2-2: Produksjonsprognose.....	92
Figur 11.2-3: Ornstein-Uhlenbeck prosess .....	93
Figur 11.2-4: Beregning av tidsserie.....	93
Figur 11.3-1: Normalitetsplot SDØE & FTSE .....	99
Figur 11.3-2: Normalitetsplot Statoil & OSEBX .....	100
Figur 11.3-3: Normalitetsplot olje og gassindeks & oljepris.....	100

## Liste over tabeller

Tabell 2.2-1: Verdens 10 største SWFs (Oppdatert mai 2015).....	8
Tabell 5.2-1: Andeler i hovedkalibrering (Tall i mrd. kroner) .....	35
Tabell 5.3-1: Regresjoner med ikke-justerte tall .....	38
Tabell 5.3-2: Regresjoner med justerte tall.....	38
Tabell 6.2-1: Andeler i den alternative kalibreringen (Tall i mrd. kroner).....	47
Tabell 7.1-1: Korrelasjonsmatrise (Hovedkalibrering).....	50
Tabell 7.1-2: Varians-kovariansmatrise (Hovedkalibrering).....	51
Tabell 7.1-3: Norges portefølje (Hovedkalibrering).....	52
Tabell 7.2-1: Norges portefølje optimal (Hovedkalibrering).....	53
Tabell 7.2-2: Norges portefølje optimal med begrensning (Hovedkalibrering) .....	54
Tabell 7.2-3: 1% og 0.5% persentil (Hovedkalibrering) .....	55
Tabell 7.3-1: Korrelasjonsmatrise (Alternativ kalibrering) .....	56
Tabell 7.3-2: Varians-kovariansmatrise (Alternativ kalibrering) .....	57
Tabell 7.3-3: Norges portefølje (Alternativ kalibrering) .....	57
Tabell 7.4-1: Norges portefølje optimal (Alternativ kalibrering).....	58
Tabell 7.4-2: Norges portefølje optimal med begrensning (Alternativ kalibrering).....	58
Tabell 7.4-3: 1% og 0.5% persentil (Alternativ kalibrering).....	60
Tabell 7.5-1: Norges portefølje optimert med kullindeks.....	61
Tabell 7.6-1: Dataanalyse oppsummert .....	63
Tabell 7.7-1: Norges portefølje med justert Sharpe (Hovedkalibrering).....	65
Tabell 7.7-2: Norges portefølje med justert Sharpe (Alternativ kalibrering) .....	66
Tabell 7.8-1: Oppsummering av resultater .....	67
Tabell 8.4-1: Oppsummering sensitivitetsanalyser.....	73
Tabell 11.3-1: Dataanalyse oppsummert .....	97
Tabell 11.4-1: Varians-kovariansmatrise optimal (Hovedkalibrering).....	101
Tabell 11.4-2: Varians-kovariansmatrise optimal med begrensning (Hovedkalibrering) .....	101
Tabell 11.4-3: Korrelasjonsmatrise (Med kullindeks).....	101
Tabell 11.4-4: Varians-kovariansmatrise (Med kullindeks).....	102

Tabell 11.4-5: Varians-kovariansmatrise optimal løsning (Alternativ kalibrering) .....	102
Tabell 11.4-6: Varians-Kovariansmatrise optimal løsning med begrensning (Alternativ kalibrering).....	102
Tabell 11.4-7: Alternativ kalibrering (Med daglig data) .....	103
Tabell 11.4-8: Korrelasjonsmatrise (Med daglig data).....	103
Tabell 11.4-9: Varians-kovariansmatrise (Med daglig data) .....	103
Tabell 11.5-1: Sensitivitet: 2003-2006 .....	104
Tabell 11.5-2: Sensitivitet: 2007-2010 .....	104
Tabell 11.5-3: Sensitivitet: 2011-jan 2015 .....	104
Tabell 11.5-4: Sensitivitet: 20% høyere mean reversion rate .....	105
Tabell 11.5-5: Sensitivitet: dobbelt så høy mean reversion rate.....	105
Tabell 11.5-6: Sensitivitet: mean reversion rate=0.....	105
Tabell 11.5-7: Sensitivitet: Lenger tidsperiode for produksjon.....	106
Tabell 11.5-8: Sensitivitet: inkluderer uoppdagede ressurser i produksjonsprognoser .....	106
Tabell 11.5-9: Sensitivitet: Beta=0,4 .....	106
Tabell 11.5-10: Sensitivitet: Beta=0,8 .....	107

## 1 Innledning

Denne oppgaven er inspirert av en problemstilling undersøkt av en gruppe utnevnt av Finansdepartementet og presentert i Meld. St.19 (2013-2014) Forvaltningen av Statens pensjonsfond i 2013, samt diskutert av økonomiprofessorene Steinar Holden og Michael Hoel i Dagens Næringsliv den 04.12.14. Problemstillingen omhandler investeringene til Statens pensjonsfond utland, også kalt oljefondet. Dette, sammen med vår problemstilling vil vi presentere i det følgende.

I St.meld.nr. 20 (2008-2009) la Finansdepartementet frem resultatet fra en analyse som så på et forslag om å endre sammensetningen av Statens pensjonsfond utland for å gjøre statens formue mindre eksponert for oljeprisen. Dette gjennom å vri investeringene til Statens pensjonsfond utland (SPU) mot selskaper, land eller valutaer som har avkastning negativt korrelert med oljeprisendringer. Undersøkelsen så på effekten av å utelukke investeringer i SPU fra olje- og gasssektoren, men de fant ingen resultater som tilsa at de skulle utelukke slike selskaper. I stortingsmelding nr. 19 om forvaltningen av Statens pensjonsfond i 2013, gjør Finansdepartementet rede for en ny analyse; analysen ser på sammenhengen mellom oljeprisen og avkastningen på olje- og gassaksjer på kort og lang sikt. Eksisterer det sammenhenger mellom finansmarkeder, oljepris og økonomisk utvikling vil ekskludering av olje- og gassaksjer kunne bidra til at statens formue blir mindre påvirket av endringer i oljeprisen.

Finansdepartementets analyse fremhever at virkningene av å ekskludere olje- og gassaksjer vil avhenge blant annet av om man kan likestille det å eie oljeaksjer med å eie oljereserver. Med utgangspunkt i historisk avkastning viser Finansdepartementet til resultater som viser at det er forskjell på å eie aksjer i olje- og gasssektoren og på å eie oljereserver på lang sikt. På kort sikt viser analysene at olje- og gassaksjer påvirkes mer av endringer i oljeprisen enn andre sektorer, mens på lang sikt varierer avkastningen i olje- og gassaksjer mer med det brede aksjemarkedet enn med variasjoner i oljeprisen. Siden oljefondet har et langsiktig perspektiv fremheves det at dette er et vesentlig poeng som taler for å fortsette med eksisterende investeringsstrategi.

I sin diskusjon referer Finansdepartementet til ulike studier som ser på sammenhengen mellom oljeprisen, makroøkonomien og finansmarkedene. Blant disse studiene er det enighet om at oljemarkedet har stor betydning for verdensøkonomien. Det er derimot ulike oppfatninger om sammenhengen mellom oljepris og makroøkonomiske variabler, og sammenhengen mellom oljepris og aksjekurs. De viser også til at korrelasjonen mellom oljepris og avkastningen i olje- og gasssektoren endres over tid. At korrelasjonen ikke er stabil, mener Finansdepartementet vil kunne være problematisk for en eventuell endring av investeringsstrategi, da det vil være vanskelig å treffe med en investeringsstrategi som over tid reduserer oljepriserisikoen. I tillegg belyser de at samvariasjonen som stadig endrer seg vil innebære at investeringsstrategien må tilpasses deretter, dette vil kunne føre til høye transaksjonskostnader.

Økonomiprofessorene Steinar Holden og Michael Hoel kommenterer Finansdepartementets problemstilling i en kronikk i Dagens Næringsliv den 04.12.2014. Holden og Hoel argumenterer for at SPU bør selge seg ut av olje- og gassaksjer og i stedet investere i en balansert portefølje av andre aksjer. Dette begrunner de med at Norge er kraftig overeksponert mot olje sammenliknet med en balansert markedsportefølje, og at investeringer i olje- og gassaksjer vil bety økt risiko for den fremtidige avkastningen fra fondet.

De hevder overeksponeringen mot olje skyldes at 40 prosent av fremtidig avkastning fra fondet vil komme fra fremtidige oljeinntekter. Videre mener de derfor at det ikke kun er samvariasjonen mellom olje- og gassaksjer som er det sentrale i denne problemstillingen, men at samvariasjonen mellom olje- og gassaksjer og statens fremtidige oljeinntekter er vel så viktig. Her mener de det ikke er nok bare å se på deres samvariasjon med oljeprisen, da det også er andre forhold som f.eks. kostnadsnivå i petroleumsvirksomheten som vil påvirke lønnsomheten i oljeaksjer. De argumenterer med at økte kostnader vil kunne bety lavere inntjening for oljeaksjer, dermed også lavere fremtidig oljeinntekt for staten. Dersom oljeprisen hadde steget samtidig, ville dette ha redusert samvariasjonen mellom oljeaksjer og oljeinntekter, på tross av at det åpenbart er en sammenheng.

At det vil være en tydelig samvariasjon mellom oljeaksjer og oljeinntekter på norsk sokkel, mener Holden og Hoel det er rimelig å anta, da skattesystemet med 77 prosent skatt på oljeselskapenes overskudd gir en sammenheng mellom hvordan oljeselskapene presterer og statens oljeinntekter.

Denne diskusjonen om hvorvidt Statens pensjonsfond utland skal og bør investere i selskaper som er basert på olje og gass har, som vi ser, interessante problemstillinger sett fra et økonomisk perspektiv. Dersom vi betrakter Norge som en portefølje av eiendeler bestående av blant annet arbeidskraft, naturressurser, Statens pensjonsfond utland, Statens pensjonsfond Norge og statens eierandeler i Statoil, kan det tenkes at denne porteføljen i stor grad er avhengig av oljeprisen. Dette kan begrunnes med at en stor del av disse eiendelene er knyttet til petroleumsnæringen, som utgjør en viktig del av norsk økonomi.

Porteføljeteori ser på forholdet mellom avkastning og risiko, og gir en anbefaling om hvordan en portefølje bør konstrueres med utgangspunkt i å maksimere avkastningen og minimere risikoen. Korrelasjoner mellom eiendeler står sentralt i denne sammenhengen. Ved å kombinere ulike eiendeler i en portefølje vil man kunne redusere den totale risikoen til porteføljen. Hvilken portefølje som er den optimale med hensyn på forholdet mellom risiko og meravkastning kan betraktes gjennom målet Sharpe ratio. Ved å maksimere Sharpe ratio finner man den porteføljen som gir høyest mulig avkastning for en gitt risiko.

I lys av porteføljeteorien og med utgangspunkt i at Norges portefølje, som gjennom sine eiendeler i stor grad er eksponert for olje- og gasspriser, vil det derfor være interessant å stille spørsmål om det vil være optimalt at SPU investerer i oljeaksjer, og på denne måten gjør Norges velferd ytterligere eksponert for oljeprisen? Hva vil skje med Norges velferd dersom oljeprisen går opp eller ned? Hvordan passer oljefondet inn i porteføljen? Med dette har vi formulert følgende problemstilling:

### **Hva er de finansielle konsekvensene av å ekskludere selskaper basert på olje og gass fra Statens pensjonsfond utland?**

Med finansielle konsekvenser vil vi her konsentrere oss om hvordan forholdet mellom forventet avkastning og risiko til Norges portefølje endres ved en endret investeringsstrategi. Til å besvare spørsmålet vil vi ta utgangspunkt i to ulike modeller hvor Statoil AS, statens petroleumsinntekter, Statens pensjonsfond utland og Statens pensjonsfond Norge utgjør vår portefølje. I dette arbeidet står estimering av avkastninger, korrelasjonsmatriser og varians-kovariansmatriser sentralt. Når modellen er estimert og optimert, vil vi foreta sensitivitetsanalyser, robusthetstester, og gjøre vurderinger rundt dataene vi bruker.

## 1.1 Oppgavens struktur

I det neste kapitlet vil vi presentere porteføljeteorien og kapitalverdimodellen, som danner det teoretiske grunnlaget for denne oppgaven. Vi vil i tillegg gi en gjennomgang av forskning knyttet til statlige investeringsfond. Deretter vil vi i kapittel 3 gi en kort innføring i petroleumsvirksomheten i Norge, Statens pensjonsfond og statlige eide selskaper. I kapittel 4 presenterer vi oljeprisen, hvordan den dannes, hvordan den historiske utviklingen har vært, og prosesser for å modellere oljeprisen. I kapittel 5 presenterer vi hovedkalibreringen med tilhørende datasett, og indeksene vi benytter i begge modellene. En alternativ kalibrering og underliggende datasett gjøres rede for i kapittel 6. I kapittel 7 presenterer vi først beregningene optimeringene er basert på, deretter resultatene fra optimeringene. Vi vil i kapittel 7 også gi en oppsummering av egenskaper knyttet til våre data, hvor vi også gjør en justering av Sharpe ratio for å ta hensyn til disse egenskapene. I kapittel 8 presenterer vi sensitivitetstester, før vi helt til slutt i kapittel 9 konkluderer og kommer med forslag til videre forskning.

## 2 Teori og forskning

Vår analyse tar utgangspunkt i porteføljeteori og kapitalverdimodellen, som er sentrale teorier innen finans. Basert på forholdet mellom risiko og avkastning gir porteføljeteorien en anbefaling om hvordan en portefølje bør konstrueres. Vi vil presentere hovedpunktene i teoriene nedenfor. Statens pensjonsfond utland står sentralt i vår analyse, vi vil derfor til slutt i dette kapitlet også gi en gjennomgang av slike statlige investeringsfond, hva det er og forskning knyttet til temaet.

### 2.1 Porteføljeteori og kapitalverdimodellen

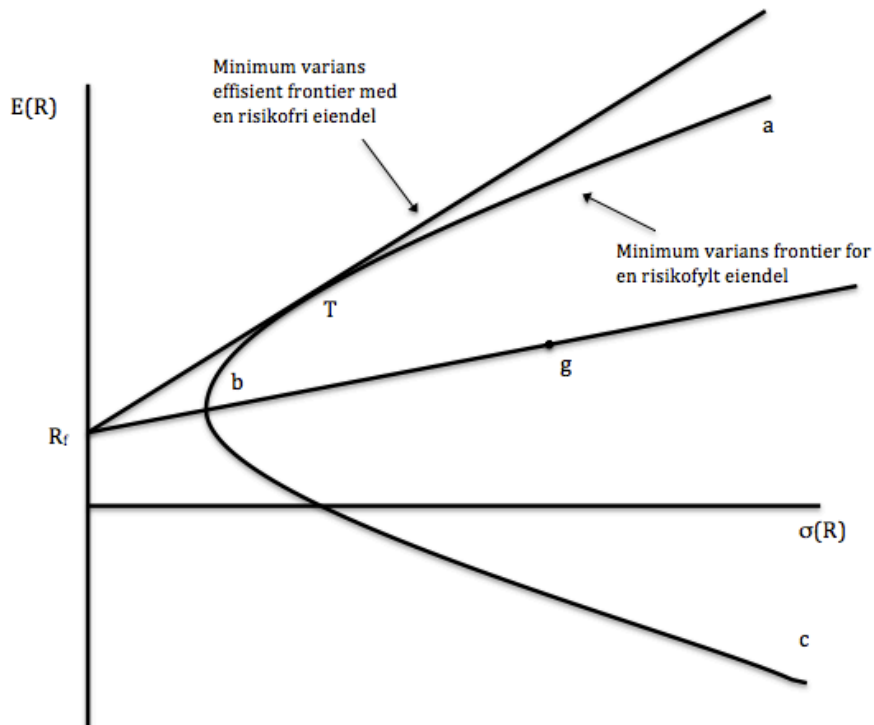
Med utgangspunkt i forholdet mellom forventet avkastning og risiko, og ved bruk av markedsporteføljen som estimat på systematisk risiko, estimerer kapitalverdimodellen(KVM) avkastningskravet for en investering. KVM sier at forventet avkastning til en eiendel er en positiv lineær funksjon av beta til markedet, og at markedet er tilstrekkelig for å forklare avkastningen. Både Markowitz' porteføljeteori, kapitalverdimodellen, og forventet avkastning og varians er gitt en inngående presentasjon av i vedlegg A. Vi vil her gi en kort oppsummering, og fremheve sidene ved porteføljeteorien og kapitalverdimodellen som benyttes i vår analyse.

Kapitalverdimodellen bygger videre på Markowitz' (1952) porteføljeteori som gir en anbefaling om hvordan en portefølje bør konstrueres med tanke på å gi høyest mulig avkastning til lavest mulig risiko. De statistiske målene forventningsverdi og varians står dermed sentralt, samt prinsippet om diversifisering. Gjennom å kombinere ulike eiendeler i en portefølje vil man, som følge av ulik samvariasjon mellom eiendelene, kunne oppnå en risikoreduksjon. Samvariasjonen kan måles gjennom målet kovarians eller standardiserte kovarianser; korrelasjoner. Med antakelsen blant annet om at investorer er risikoaverse, viser Markowitz (1952) hvordan investorer vil velge en portefølje gjennom å maksimere avkastningen og minimere risikoen.

Til å identifisere den optimale porteføljen av risikofylte eiendeler inkluderer kapitalverdimodellen i tillegg også en risikofri eiendel i porteføljen. Med dette som utgangspunkt viser KVM at alle effisiente porteføljer, det vil si porteføljer som gir høyere forventet avkastning for samme risiko eller lavere risiko til samme avkastning, er en



kombinasjon av tangentporteføljen og en risikofri eiendel. Tangentporteføljen er porteføljen av risikofylte eiendeler som alle vil holde, da denne gir det beste forholdet mellom risiko og avkastning (Berk & DeMarzo, 2011). Dette kan illustreres grafisk, som Fama og French (2004) gjør:



Figur 2.1-1: Kapitalverdimodellen

Porteføljens avkastning er representert ved y-aksen, og porteføljens risiko på x-aksen. Kurven *abc* representerer ulike porteføljer med hensyn på kombinasjoner av forventet avkastning og risiko, som alle minimerer risikoen på ulike nivåer av avkastninger. Kurven kalles derfor for "minimum varians frontier". Markowitz (1952) konkluderer med at bare porteføljer over *b* langs *abc* i figuren er effisiente. KVM derimot viser at det effisiente settet av tilgjengelige porteføljer kan representeres ved en rett linje, og alle investorer vil plassere seg langs den linjen som tangerer kurven *abc* (Brealey mfl., 2014). Tangeringspunktet, *T*, er den optimale porteføljen, altså den porteføljen som tilfredsstillt kravet om høyest mulig avkastning for et gitt nivå på risikoen. Tangentlinjen kalles kapitalmarkedslinjen, og helningen til denne linjen kalles Sharpe ratio (Berk & DeMarzo, 2011). Sharpe ratio kan benyttes til å identifisere den optimale porteføljen av risikofylte investeringer, og er gitt av følgende uttrykk:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{\text{Risikopremie}}{\text{Standardavvik}} = \frac{r - r_f}{\sigma}$$

Målet gir uttrykk for meravkastningen man får av å holde en portefølje av risikofylte eiendeler fremfor en risikofri, og måler altså forholdet mellom belønning og risiko som en portefølje gir. Den porteføljen det vil være optimalt å kombinere med en risikofri eiendel, er porteføljen med høyest Sharpe ratio (Berk & DeMarzo, 2011; Brealey mfl., 2014).

Fama og French (2004) viser til tidligere studier som viser at kapitalverdimodellen har liten støtte i empirien. Dette kan skyldes at man ikke har passende tester for å teste kapitalverdimodellen, men trolig også at teorien er basert på et svakt teoretisk fundament og mange forenklete forutsetninger, slik som at investorer kun er opptatt av gjennomsnittlig avkastning og varians i et én-periode portefølje problem. Mest sannsynlig vil investorer også være opptatt av hvordan porteføljens avkastning varierer med fremtidig inntekt og fremtidig investeringsmuligheter.

På tross av at kapitalverdimodellen ikke nødvendigvis forklarer forventet avkastning tilstrekkelig, vil vi likevel fokusere på denne og Sharpe ratio i oppgaven. Dette begrunner vi med modellens enkle anvendelse.

## 2.2 Sovereign Wealth Funds (SWF)

Et Sovereign Wealth Fund betegner et statlig eid fond som har opprinnelse fra råvarer som olje, gass, kobber og mineraler, eller ikke-råvarer som valutareserver. Et land kan for eksempel ha handelsoverskudd som følge av stor tilgang på olje, og i et slikt tilfelle kan det være behov for å diversifisere formuen gjennom å opprette et statlig investeringsfond og investere i en annen valuta. Andre behov kan være behov om å sikre og stabilisere økonomien fra volatil import/eksport og å øke sparing for fremtidig generasjoner. Behovene vil variere med hvert enkelt fond<sup>1</sup>.

Eiendelene i et Sovereign Wealth Fund holdes ofte i et annet lands valuta og fondene kan enten forvaltes av det offentlige eller det kan være satt ut til en privat enhet, enten i eller utenfor landet. Et SWF kjennetegnes av en langsiktig investeringshorisont og begrenset likviditetsbehov.

---

<sup>1</sup> <http://www.swfinstitute.org/sovereign-wealth-fund/> (24.05.15)

Sovereign Wealth Funds Institute er en global organisasjon opprettet for å holde følge med statlige investeringsfond. De oppgir at per 05.05.15 er totalverdien av alle SWFs 7104,4 milliarder dollar, hvor verdien som er olje- og gassrelatert utgjør 4 287,2 milliarder dollar<sup>2</sup>. Listet opp etter størrelse kan de ti største fondene i verden ses av tabell 2.2-1:

Land	SWF	Formue mrd. \$	Etablert	Kilde
Norge	SPU	\$882	1990	Olje
UAE-Abu Dhabi	ADIA	\$773	1976	Olje
Saudi Arabia	SAMA Foreign Holdings	\$757,2	Ikke tilgjengelig	Olje
Kina	China Investment Corporation	\$652,7	2007	Ikke råvare
Kina	SAFE Investment Company	\$567,9	1997	Ikke råvare
Kuwait	Kuwait Investment Authority	\$548	1953	Olje
Kina - Hong Kong	HK Monetary Authority Inv. Portfolio	\$400,2	1993	Ikke råvare
Singapore	Qatar Investment Authority	\$320	1981	Ikke råvare
Qatar	Qatar Investment Authority	\$256	2005	Olje og Gass
Kina	National Social Security Fund	\$236	2000	Ikke råvare

Tabell 2.2-1 Verdens 10 største SWFs (Oppdatert mai 2015)

SWF har inntil nylig ikke vært særlig utbredt, og det eksisterer derfor ikke så mye forskning på området. Mye av forskningen som eksisterer ser på hva som vil være den optimale investeringsstrategien for et SWF. Vi vil presentere noe av denne i det følgende.

Scherer (2009) fokuserer på oljebaserte fond og forsøker å undersøke optimal aktivaallokering for slike tilfeller. Det fremheves at den optimale porteføljen må tilfredsstillende både behovet for optimal vekst gjennom spekulering og behovet for å sikre råvarerisiko.

<sup>2</sup> <http://www.swfinstitute.org/fund-rankings/> (05.05.15)

Nivået på risikoen man skal ta avhenger av andelen finansiell formue i forhold til råvareformue, og av egenskapene ved oljesikringen til investeringene. I analysen inkluderes risikoen som er knyttet til et fond basert på olje, nemlig usikkerheten knyttet til oljereservene. Er det stor risiko knyttet til størrelsen på oljereservene bør fondet investere mindre risikabelt, og motsatt. Videre finner de at den optimale hastigheten på uttak av olje krever at porteføljen av investeringer må justeres med tiden, hvor eldre fond må investere med høyere risiko enn mer nylig opprettede fond.

Bremer mfl. (2013) viser til at Norge har en høy og volatil eksponering til olje- og gasspriser gjennom oljereservene. De stiller spørsmål ved hvordan eiendelene over bakken skal fordeles med tanke på investeringsstrategien til SPU dersom det også er eiendeler under bakken, spesielt dersom midlene under bakken ikke kan sikres. De hevder at SPU er tilstrekkelig forvaltet i henhold til eksisterende finansteori, men at det ikke er tatt hensyn til oljereservene.

Bremer mfl. (2013) foreslår en optimal investeringsstrategi for SPU når disse er tatt hensyn til. I denne strategien hevder de at SPU bør holde mer risikofylte eiendeler (giringseffekt) og færre eiendeler positivt korrelert med oljeprisen (sikringseffekt) for å motvirke oljepriseksponeringen. Denne strategien innebærer altså å kombinere short og long posisjoner i ulike industrier, og short posisjonene bør tas i industriene hvor avkastningen er høyest korrelert med oljeprisen. De finner at disse industriene er olje- og gass, konsumgoder og teknologi. Videre sier den optimale investeringsstrategien også noe om konsumet; de hevder at det bør anvendes en konstant andel av den totale velferden, hvilket SPU gjør i dag gjennom handlingsregelen. Dersom oljeformuen ikke kan sikres tilstrekkelig fremhever de at konsumet bør være lavere for å forebygge tap. I strategien tar de også hensyn til oljeuttak; dersom oljeprisen er medsyklisk, det vil si at den er volatil og positivt korrelert med finansmarkedene, hevder de at man bør ta ut olje i et raskere tempo. Dette for å øke avkastningen på olje i bakken for å på denne måten kompensere for den ekstra risikoen.

Strategien er vanskelig å gjennomføre i praksis. Dette som følge av begrensninger knyttet til short posisjoner, transaksjonskostnader og ustabile korrelasjoner mellom aktiva. Bremer mfl. (2013) foreslår derfor også en alternativ strategi som er mer gjennomførbar, men som ikke nødvendigvis er like god. Denne strategien tar nivået på oljeuttaket som gitt, investerer kun i markedsporteføljen, og varierer aktivaallokeringen mellom aksjer og obligasjoner og handlingsregelen. Strategien er enklere å gjennomføre da den ikke krever short posisjoner og

gir lavere transaksjonskostnader. Den er heller ikke avhengig av tidsvarierende korrelasjoner mellom eiendelene. Strategien innebærer at aksjeandelen i fondet bør øke ettersom olje utvinnes og risikoen knyttet til reserver under bakken blir lavere, mens konsumet bør falle til under 3% av fondets eiendeler ettersom reservene uttømmes.

Hva som vil være den optimale investeringsstrategien til et statlig investeringsfond er det uenighet om. Trond Døskeland (2010) foreslår et rammeverk for å fastsette investeringsstrategien. Til å bestemme den optimale investeringsstrategien tar han utgangspunkt i det som karakteriserer et SWF, nemlig dens lange tidshorisont og begrensede likviditetsbehov. Disse karakteristikaene gjør at fondene kan akseptere kortsiktige svingninger i avkastningen mot en høyere forventet avkastning på lang sikt.

Døskeland (2010) påpeker at hovedformålet med et statlig investeringsfond er å bidra med langsiktig avkastning, og sammen med de andre finansielle eiendelene skal fondet bidra med å maksimere landets formue. Formuen avhenger av landets forpliktelser. En utfordring blir dermed å definere disse forpliktelsene, som er gitt som nåverdien av fremtidige negative kontantstrømmer.

I utarbeidelsen av investeringsstrategien tas forpliktelsene som gitt. Døskeland (2010) fremhever at det er allokeringen av de finansielle eiendelene som kan påvirkes, det er derfor disse som bør være i fokus når strategien skal utarbeides. Eieren må først velge hvilke eiendeler som skal investeres, deretter bestemme aktivaallokeringen, altså andelen som skal investeres i hver av aktivaklassene.

Det andre valget man må foreta, er valget mellom en aktiv eller passiv investeringsstrategi. En passiv investeringsstrategi vil si at fondets resultater måles mot en definert referanseportefølje. Med en aktiv investeringsstil defineres ofte ikke en referanseportefølje. Man har da et overordnet mål om å maksimere avkastningen. Valget knyttet til aktiv eller passiv investeringsstil henger sammen med teorien om effisiente markeder. Teorien om effisiente markeder går kort sagt ut på at all tilgjengelig informasjon om en eiendel inngår i prisen og reflekterer eiendelens reelle verdi, dermed vil det ikke være mulig å slå markedet gjennom aktiv forvaltning (Brealey mfl., 2014). Dersom man tror på effisiente markeder er med andre ord en passiv stil den beste måten å investere på.

Døskeland (2010) vektlegger videre at de finansielle eiendelene brukes til å sikre forpliktelsene, derfor er det viktig å forstå de langsiktige sammenhengene mellom forpliktelser og finansielle eiendeler. Begge må kunne karakteriseres ved forventet avkastning, varians og kovarians, slik at man kan identifisere hvor like de finansielle eiendelene er forpliktelsene.

Til å bestemme aktivallokeringen til et SWF, som også tar hensyn til forpliktelsesprofilen, tar Døskeland (2010) utgangspunkt i sammenhengen mellom formue(W), forpliktelser(L) og finansielle eiendeler(FA):  $FA = W + L$ . Risikoen til en aktivaklasse måles som kovariansen mellom avkastningen(R) og formuen:

$$Cov(R, W) = Cov(R, FA) - Cov(R, L)$$

Aktivaklassen sikrer formuen i tilfeller hvor det er negativ kovarians med de finansielle eiendelene og/eller positiv kovarians med forpliktelsene.

Rammeverket til Døskeland (2010) sier altså at man skal velge aktivaallokering som reflekterer den langsiktige relasjonen mellom finansielle eiendeler og fondets forpliktelser. Ulike fond med ulike kjennetegn vil derfor ha ulik optimal aktivaallokering. Likevel hevder Døskeland (2010) at det beste for et fond ofte er å investere en relativt stor andel i risikable eiendeler, det vil si aksjer. Dersom fondet kun investerer i risikofrie eiendeler, vil det ofte ikke være i stand til å oppfylle forpliktelsene sine.

Døskeland (2007) undersøker SPU sin aktivaallokering med utgangspunkt i de langsiktige sammenhengene mellom pensjonsforpliktelsene og de finansielle aktivaene. Her finner han at for Norge er aksjer mer likt pensjoner enn langsiktige obligasjoner. Dersom pensjoner utgjør en viktig del av forpliktelsene til Norge, bør derfor SPU ha en relativt stor andel i aksjer.

Et relevant spørsmål i vår oppgave vil være hvorvidt SPU bør investere i det brede aksjemarkedet i stedet for eiendeler som er positivt korrelert med oljeprisen når de tar hensyn til Norges oljereserver, slik som Bremer mfl. (2013) blant annet ser på. Det kunne også vært interessant å i tillegg inkludere SPU sine forpliktelser i analysen, slik som Døskeland gjør i sitt rammeverk. Da forpliktelsene er vanskelig å definere, samt at vår analyse fokuserer på aksjeinvesteringene til SPU og ikke aktivaallokeringen, som Døskeland fokuserer på, vektlegger vi ikke dette rammeverket videre i vår oppgave.

### 3 Norges formue

Problemstillingen i denne oppgaven innebærer å undersøke hvordan Statens pensjonsfond utland, med sine investeringer, passer inn i Norges portefølje av eiendeler. Vi vil derfor i dette kapitlet gi en gjennomgang av Norges formue og hvilke sentrale eiendeler denne formuen består av. Finansdepartementet deler Norges nasjonalformue inn i petroleumsformue, finanskapital, realkapital og humankapital. Det er naturligvis også andre faktorer som utgjør en viktig del av Norges formue, blant annet naturressurser, befolkningens helsetilstand med mer. Disse holdes utenfor på samme måte som Regjeringen (2015) da de er vanskelig å tallfeste. Petroleumsformuen presenterer vi gjennom en kort innføring i petroleumsvirksomheten i Norge. Deretter presenterer vi deler av Norges finanskapital gjennom Statens pensjonsfond, og etter dette andre sentrale statlig eide selskaper. Til slutt vil vi også gi en kort gjennomgang av Norges humankapital, da denne anses som en viktig del av Norges formue.

#### 3.1 Petroleumsvirksomheten

Målt i verdiskapning, statlige inntekter og eksport utgjør petroleumssektoren Norges største og viktigste næring. Næringen står for om lag en tredjedel av statens inntekter og over halvparten av landets samlede eksport (Meld.St.19, 2014).

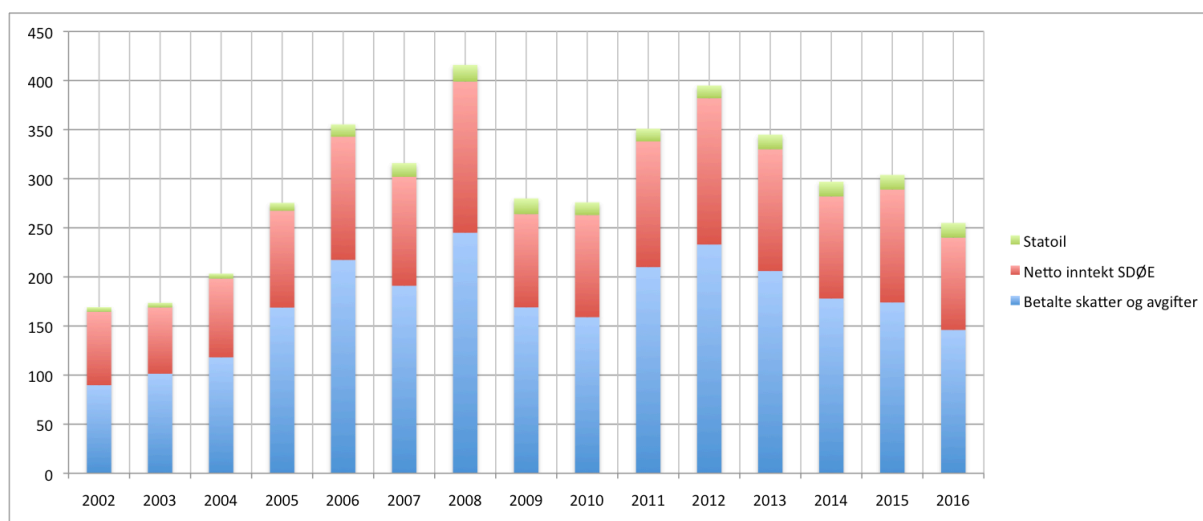
Petroleumsvirksomheten i Norge startet på 1960-tallet, da de første lisensene for utvinning av petroleum ble utdelt. Den første oljeproduksjonen startet fra feltet Ekofisk i 1971. Etter dette ble flere store felt funnet, blant annet Statfjord, Oseberg, Gullfaks og Troll. Disse er og har vært viktig for utviklingen av petroleumsvirksomheten. I dag foregår det meste av petroleumsproduksjonen i flere mindre felt. Siden petroleumsproduksjonen startet i 1970-årene har petroleumsnæringen bidratt med ca. 11 000 mrd. kroner til nasjonalproduktet målt i 2013-kroner, og har dermed spilt en sentral rolle for utviklingen av velferdssamfunnet (Oljedirektoratet, 2014a).

Petroleumsnæringen bidrar med inntekter til staten gjennom skatter og avgifter fra petroleumsvirksomheten, avkastning på statens eierandeler i Statoil, og inntekter fra salg av olje- og gass fra de direkte eierandelene staten har i felt gjennom Statens direkte økonomiske engasjement (SDØE). SDØE vil vi forklare nærmere i avsnitt 3.3.1. Med skatter og avgifter

fra petroleumsvirksomheten menes det skatt på overskuddet til virksomheter som driver med utvinning av petroleum. I tillegg til alminnelig selskapsskatt på 27% betales det også en særskatt lik 50%, dermed blir marginal skatt for slike selskaper lik 77% (SSB, 2013). Statens petroleumsinntekter overføres til Statens pensjonsfond utland.

Den samlede inntekten fra petroleumsvirksomheten var 378,7 milliarder kroner i 2013. Av dette var samlet innbetaling fra skatter og avgifter fra petroleumsvirksomheten og CO<sub>2</sub>-avgiften 206,4 milliarder. Inntektene fra SDØE utgjorde 157,9 milliarder, og utbytte fra Statoil ASA 14,4 milliarder kroner. Totalt utgjorde disse inntektene i overkant av 27% av statens totale inntekter (Meld.St.3, 2014).

Utviklingen i statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten, og hvor stor andel de ulike inntektskildene utgjør i perioden 2002-2016, fremgår av figuren nedenfor. Tallene er hentet fra Nasjonalbudsjettene 2004-2015, og representerer Nasjonalregnskapstall for 2002-2013. 2015 og 2016 er prognoser på fremtidige netto kontantstrømmer fra petroleumsvirksomheten hentet fra Nasjonalbudsjettet. Som det fremgår av figur 3.1-1, utgjør skatter og avgifter fra petroleumssektoren den største andelen av statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten. Inntektene fra Statoil utgjør i gjennomsnitt ca. 5% i perioden. I tillegg ser vi at statens petroleumsinntekter etter 2012 har vært avtagende, noe som trolig skyldes avtagende oljeressurser. Inntektene påvirkes naturligvis også av oljeprisen; etter nedgangen i netto kontantstrøm fra 2008 til 2009, førte høye olje- og gasspriser til at kontantstrømmen igjen økte fra 2009 (Oljeskattekontoret, 2013).



Figur 3.1-1: Utvikling i statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten



## 3.2 Statens pensjonsfond

Statens pensjonsfond består av Statens pensjonsfond utland og Statens pensjonsfond Norge. Formålet med fondet fremkommer av Lov av 21. Desember 2005 nr. 123 om Statens pensjonsfond (Statens pensjonsfond-loven), §1: ”Statens pensjonsfond skal understøtte statlig sparing for finansiering av folketrygdens pensjonsutgifter og underbygge langsiktige hensyn ved anvendelse av statens petroleumsinntekter”.

### 3.2.1 Statens pensjonsfond utland

Statens pensjonsfond utland er et såkalt Sovereign Wealth Fund. Fondet består av Norges petroleumsinntekter, og ble etablert i 1990. Første overføring av kapital var i 1996, og på dette tidspunktet var verdien av fondet 46 milliarder kroner. Markedsverdien per april 2015 er ca. 6700 milliarder kroner.

SPU ble etablert med det formål at fondet skulle bidra med større handlerom i den økonomiske politikken, dekke eventuelle underskudd på statsbudsjetter (overskudd blir overført til SPU), samt løse utfordringene knyttet til økte pensjonsforpliktelser og avtagende petroleumsinntekter<sup>3</sup>. Fondet skal sikre at også senere generasjoner skal ha nytte av inntektene generert av petroleumsressursene (Meld.St.19, 2014). I dag anses det som en viktig oppgave for SPU å sørge for at den sterke veksten i folketrygdens pensjonsutgifter kan finansieres gjennom å støtte den statlige sparingen<sup>4</sup>. Likevel fremhever Norges Bank, som forvalter av SPU, at fondet ikke er øremerket noen formål.

Inntektene til fondet er statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten som består av utbytte fra Statoil, petroleumsskatt og driftsoverskudd fra SDØE, netto finanstransaksjoner fra petroleumsvirksomheten, og fondets avkastning. Utgifter er overføringer til statsbudsjettet for å dekke budsjettunderskuddet, når man ikke ser på oljeinntekter. Uttak fra fondet er begrenset og gitt av handlingsregelen, som er satt til forventet årlig realavkastning på fondet på 4%. Handlingsregelen sikrer at fondet både kommer dagens befolkning og fremtidig generasjoner til gode<sup>2</sup>.

---

<sup>3</sup> <http://www.nbim.no/fondet/historien/> (19.03.15)

<sup>4</sup> <http://www.nbim.no/fondet/om-oljefondet/> (19.03.15)

Forvaltningen av SPU foretas av Norges Bank innenfor mandater fastsatt av Finansdepartementet, hvor Norges Bank Investment Management (NBIM) foretar den operative forvaltningen. Investeringsstrategien vektlegger at investeringene skal bidra til høyest mulig avkastning innenfor et moderat nivå på risiko (Meld.St.19, 2014). Videre fokuseres det på å utnytte fondets langsiktige tidshorisont og å tjene på investeringer som gir risikopremier over tid. For å unngå at fastlandsøkonomien overopphettes, samt for å skjerme fastlandsøkonomien for effekten av varierende oljepriser, investeres midlene i fondet kun i utlandet<sup>5</sup>.

Den lange tidshorisonten til SPU gir fondet en høy risikobærende evne. Dette muliggjør en investeringsstrategi som tåler svingninger på kort- og mellomlang sikt, og som på lang sikt vil gi høyere forventet avkastning. Til eksempel er aksjeavkastninger mer volatile, men avkastningene forventes å være høyere over tid, noe som kan forklare valget om en relativt høy aksjeandel for fondet. Den langsiktige aksjeandelen er i dag lik 60 %, mens andelen av investert i obligasjoner er ned til 35%, og opptil 5% i eiendom. Aksjeandelen bestemmer derfor en stor del av risikonivået til fondet, mens investeringer i statsobligasjoner er med på å dempe denne risikoen. Samtidig oppnår fondet en risikoreduksjon ved at investeringene er spredt på ulike eiendeler, i ulike land og markeder (Meld.St.19, 2014).

Investeringene i fondet måles mot referanseindeksene for aksjer, obligasjoner og eiendom, som er utarbeidet av henholdsvis FTSE Group, Barclays Capital og Investment Property Databank<sup>6</sup>.

For aksjeinvesteringene følger de en aktiv indekseringsstrategi, som vil si at det tillates avvik fra referanseindeksen<sup>7</sup>. En indekseringsstrategi er en strategi som stadig søker etter å etterlikne sammensetningen til en referanseindeks, ofte vil dette innebære å etterlikne referanseindeksen med hensyn på valg av sektorer, regioner for investeringene, og i samme størrelses orden. Med en aktiv indekseringsstrategi forsøker NBIM å oppnå en høyere avkastning enn referanseindeksen. For aksjeinvesteringene har Finansdepartementet fastsatt aksjeindeksen FTSE Global All Cap som referanseindeks. Den årlige avkastningen på SPU har vært 5,8% siden 1998<sup>3</sup>. I 2014 var avkastningen 7,4%, som tilsvarer 544 milliarder

---

<sup>5</sup> <http://www.nbim.no/fondet/om-oljefondet/> (19.03.15)

<sup>6</sup> <http://www.nbim.no/investeringene/referanseindeksene/> (19.03.15)

<sup>7</sup> <http://www.nbim.no/globalassets/documents/features/2003-2006/2002-fra-passiv-til-aktiv-indeksforvaltning.pdf> (19.03.15)

kroner. Fordelt på de ulike aktivklassene ga aksjeinvesteringene en avkastning på 7,9%, renteinvesteringene 6,4%, og eiendomsinvesteringene 10,4%. Avkastningen på aksje- og renteinvesteringene var 0,8 prosentpoeng lavere enn referanseindeksene som fondene måles mot (NBIM, 2014).

### 3.2.2 Statens pensjonsfond Norge

Statens pensjonsfond Norge (SPN) har som formål å bidra til statlig sparing. Kapitalen i SPN består av tidligere opptjent overskudd fra folketrygden, og er et lukket fond, det vil si at ingen nye midler tilføres SPN, kun avkastning fra fondet<sup>8</sup>. Midlene i fondet er plassert som innskudd i Folketrygdfondet, som forvalter kapitalen etter mandat fastsatt av Finansdepartementet (Meld.St.19, 2014). Markedsverdien til SPN var ved utgangen av første halvår 2014 183,5 milliarder kroner<sup>9</sup>.

Målet med forvaltningen av SPN er å skape høyest mulig avkastning innenfor moderat nivå på risiko. Hvordan dette skal gjøres er fastsatt i mandat om forvaltningen av statens pensjonsfond Norge, hvor det gjøres rede for fondets strategiske referanseindeks. Også her er det åpnet opp for å avvike noe fra referanseindeksen i forvaltningen<sup>10</sup>.

Referanseindeksen er fordelt på to aktivaklasseindekser; 60% investeres i en aksjeindeks og 40% i en obligasjonsindeks. Videre er indeksene fordelt på regioner; 85% investeres i Norge og 15% i Norden (ikke Norge og Island). Aksjeinvesteringene består derfor av 85% i hovedindeksen på Oslo Børs, OSEBX og 15% av VINX Benchmark, hvor de utelater selskaper børsnotert på Island og i Norge. Obligasjonsindeksen består av 85% av de finansielle instrumenter Barclays Capital Global Aggregate Norway består av, og 15% av Barclays Capital Global Aggregate Scandinavia hvor Norge er ekskludert<sup>7</sup>.

### 3.3 Statlig eierskap

Den norske økonomien er blant annet kjennetegnet av et betydelig statlig eierskap. Staten har direkte eierskap i om lag 70 selskaper fra ulike sektorer og bransjer, som forvaltes av ulike departementer. Det statlige eierskapet kan begrunnes med at det bidrar til å ivareta

---

<sup>8</sup> [www.folketrygdfondet.no/statens-pensjonsfond-norge/category269.html](http://www.folketrygdfondet.no/statens-pensjonsfond-norge/category269.html) (20.03.15)

<sup>9</sup> <https://www.regjeringen.no/nb/tema/okonomi-og-budsjett/statens-pensjonsfond/statens-pensjonsfond-norge-spn/markedsverdien-til-spn/id710461/> (07.05.15)

<sup>10</sup> [www.folketrygdfondet.no/mandat/category275.html-Kapittel3](http://www.folketrygdfondet.no/mandat/category275.html-Kapittel3) (29.01.15)

samfunnsøkonomiske og samfunnsmessige hensyn<sup>11</sup>. For vårt formål har vi valg å vektlegge Petoro AS som forvalter av SDØE-porteføljen og Statoil ASA. Norge har også eierandeler i flere selskaper. I denne sammenhengen bidrar disse med en relativt liten andel av statens totale inntekter og vi har derfor valgt å holde de andre statlige eide selskapene utenfor vår analyse.

### 3.3.1 Statens Direkte Økonomiske Engasjement

Den norske stat eier store andeler i olje- og gasslisensene gjennom Statens Direkte Økonomiske Engasjement (SDØE). Disse eierandelene omfatter en tredjedel av Norges olje- og gassreserver og tilhørende anlegg<sup>12</sup>. Porteføljen ble etablert i 1985, og ble forvaltet av Statoil frem til 2001. Det statlig eide selskapet Petoro AS ble etablert 9. Mai 2001 for å overta forvaltningen av SDØE-porteføljen<sup>13</sup>.

I følge en verdivurdering gjennomført av Rystad Energy (2014) på vegne av Olje- og Energidepartementet, var SDØE-porteføljen per 1. Januar 2014 verdsatt til 1234 milliarder norske kroner. Verdsettelsen synliggjør hvilke verdier staten eier og hvordan disse forvaltes. I 2013 var andelen av norsk produksjon i porteføljen 28%, og den er derfor i stor grad representativ for norsk sokkel generelt, selv om den er noe mer vektet mot gass sammenliknet med de fleste selskapene på sokkelen. Porteføljen har blitt påvirket av svakt nedgående oljepriser, økte kostnader og svakere kontantstrøm. Norsk olje konkurrerer i et globalt marked hvor oljeprisen har blitt satt under press på grunn av økt tilbud av olje fra Nord-Amerika.

### 3.3.2 Statoil ASA

Statoil er et internasjonalt energiselskap børsnotert i New York og i Oslo, hvor hovedaktiviteten er produksjon av olje og gass. Per april 2015 har selskapet virksomhet i 36 land og om lag 23.000 ansatte, og er den klart største operatør på norsk kontinentalsokkel. Statoil er 67% statlig eid av Olje- og energidepartementet, hvor hovedformålet med eierskapet er forretningsmessig drift<sup>14</sup>. Av statens eierandeler på Oslo Børs utgjør Statoil 57%

---

<sup>11</sup> <https://www.regjeringen.no/nb/tema/naringsliv/statlig-eierskap/statlig-eierskap1/id2009187/> (21.04.15)

<sup>12</sup> <https://www.petoro.no/om-petoro> (28.04.15)

<sup>13</sup> <https://www.petoro.no/om-petoro/etablering> (24.04.15)

<sup>14</sup> <http://www.statoil.com/no/about/inbrief/pages/default.aspx> (22.04.15)

(Regjeringen, 2013b). Markedsverdien er per 1. kvartal 2015 om lag 414,44 milliarder kroner.

### 3.4 Humankapital

Finansdepartementet publiserer stadig anslag for Norges nasjonalformue for å vise hva hovedkildene til Norges inntekter i fremtiden er. Som nevnt innledningsvis i kapitlet, deles Norges nasjonalformue da inn i fast realkapital, finanskapital, naturressurser og humankapital. Statens pensjonsfond utland inngår i finanskapitalen. Regjeringen (2015) viser at største delen av Norges nasjonalformue består av verdien av arbeidskraft i dag og i fremtiden.

Humankapitalen utgjør 81,3%, finanskapitalen 4,9%, realkapitalen 10,7%, og petroleumsformuen 3,1%. I Nasjonalbudsjettet for 2015 er verdien av Norges nasjonalformue 16 millioner kroner.

For fast realkapital og finanskapital benytter Finansdepartementet verdianslaget fra nasjonalregnskapet, mens for petroleumsformuen og humankapitalen beregnes de fremtidige inntektsstrømmene som henholdsvis nåverdien av den anslåtte fremtidige ressursrenten i petroleumssektoren og nåverdien av fremtidige arbeidsinntekter.

Humankapitalen representerer hele bidraget fra arbeidskraften. Det vil si at i tillegg til arbeidskraften/de timene vi arbeider, består den av utdanningsnivået til arbeidsstokken/kvaliteten på arbeidskraften. I tillegg består den av de formelle og uformelle institusjonene i samfunnet, som for eksempel organisasjoner og kulturer. Finansdepartementet beregner humankapitalen med en diskonteringsrente på 4%.

Regjeringen (2015) viser hvor følsom verdien av nasjonalformuen er for hvilken diskonteringsrente som benyttes for å neddiskontere fremtidige inntektsstrømmer fra arbeid og fremtidig grunnrente i petroleumssektoren. Dersom man neddiskonterer disse med 2% og ikke 4%, øker nasjonalformuen fra 16 millioner til 120 millioner per innbygger, denne økningen kommer fra den økte verdien av arbeidskraften. Den neddiskonterte verdien av all fremtidig arbeidsinnsats, også kalt humankapitalen utgjør i dette scenarioet 97,4% av Norges nasjonalformue, og oljeformuen står kun for 0,6%. Til sammenlikning var disse andelene henholdsvis 81,3% for humankapitalen og 3,1% for petroleumsformuen med en diskonteringsrente på 4%.

Av denne gjennomgangen ser vi at humankapitalen utgjør en viktig, og kanskje også en økende del av Norges nasjonalformue ettersom naturressursene etter hvert vil uttømmes. Men vi ser også at verdianslaget er veldig usikkert og følsom ovenfor forutsetningene som legges til grunn. Det kan imidlertid tenkes at humankapitalen også er eksponert for oljeprisendringer gjennom sysselsettingen i denne sektoren, noe som kan tale for at vi burde inkludere denne for å vurdere Norges totale eksponering mot olje. Likevel utgjør denne en relativt liten andel av den totale sysselsettingen i Norge (ca. 3% i følge SSB), og vil derfor trolig ha liten betydning for våre resultater (SSB, 2015). Med dette, og at humankapitalen er vanskelig å tallfeste, velger vi derfor å holde humankapitalen utenfor våre analyser.

## 4 Råvarepriser

Som en åpen økonomi hvor eksporten utgjør om lag 40 prosent av BNP og import nesten 30 prosent (i 2012), er priser på råvarer viktig for norsk økonomi (Regjeringen, 2013a). I 2014 utgjorde eksportverdien av råolje og naturgass 55,1 prosent av den totale vareeksporten<sup>15</sup>, og eksportinntektene er derfor i stor grad avhengig av utviklingen i oljeprisen. Oljeprisen vil også ha betydning for aktiviteten i oljenæringen; denne er med på å bestemme etterspørselen rettet mot fastlandsøkonomien i form av etterspørsel knyttet til investeringer, produktinnsats og arbeidskraft. Cappelen mfl. (2014) viser hvordan en endring i oljeprisen vil kunne påvirke makroøkonomiske faktorer som arbeidsledighet, reallønninger og offentlig og privat konsum. De viser at arbeidsledigheten vil øke med ett prosentpoeng, reallønningen vil bli 3,6 prosentpoeng lavere, og offentlig og privat konsum vil reduseres med henholdsvis 4 og 6 prosentpoeng dersom tilbudssiden fører til at oljeprisen reduseres med en tredjedel.

Av denne diskusjonen fremgår det at Norges økonomi i stor grad påvirkes av oljeprisendringer. Siden vår oppgave stiller spørsmål ved om nettopp denne eksponeringen er for høy, vil vi i dette kapitlet gi en gjennomgang av oljeprisdannelsen og den historiske utviklingen i oljeprisen. Deretter vil vi presentere ulike stokastiske prosesser som benyttes for å modellere råvarepriser, med fokus på oljepris. Med en forståelse av hvordan oljeprisen dannes og med kunnskap om hvordan utviklingen historisk sett har vært, kan man få en bedre forståelse av mulig utvikling i oljeprisen. OPEC som har som mål å sikre stabile internasjonale petroleumsmarkeder, har hatt en innvirkning på oljeprisdannelsen vi vil derfor også gi en kort presentasjon av OPEC.

### 4.1 Oljepris

Råoljen utvinnes som råstoff i petroleumsindustrien, og er en av de viktigste råvarene i verden i dag<sup>16</sup>. Kvaliteten og dermed også prisen på råoljen, avhenger av hvilke områder den er hentet fra. Oljens tetthet og innhold av svovel bestemmer oljens kvalitet; lette og søte oljer prises høyere enn sure og tunge oljer<sup>17</sup>. For å gjøre prisbildet enklere har det blitt opprettet ulike benchmarks ut i fra hvor oljen hentes opp. De mest kjente hovedklassene er Brent Blend, OPEC Reference Basket, Dubai Crude, Oman Crude og West Texas Intermediate.

<sup>15</sup> <https://www.ssb.no/utenriksokonomi/statistikker/muh/aar-forelopige> (21.04.15)

<sup>16</sup> <https://snl.no/råolje> (09.04.15)

<sup>17</sup> <http://commodityhq.com/2011/crude-oil-guide-brent-vs-wti-whats-the-difference/> (21.04.15)

Brent Blend er en av hovedklassene for handel av søt, lett råolje, og er referanseoljen for produksjon og salg av olje i Nordsjøen<sup>18</sup>. Den brukes til å prise to tredjedeler av verdens internasjonalt omsatte råoljeforsyninger.

Oljeprisen bestemmes av forholdet mellom tilbud og etterspørsel. Hvor mye en oljeprodusent er villig til å produsere og selge kan presenteres med en tilbudskurve. Dersom oljeprisen øker vil produsentene reagere med å øke produksjon for å på denne måten øke profitten.

Tilsvarende vil de redusere produksjonen for å spare kostnader dersom oljeprisen faller.

Forholdet mellom oljeprisen og hva konsumentene er villig til å kjøpe kan presenteres med en etterspørselskurve. Konsumentene vil redusere deres konsum dersom oljeprisen øker, og øke konsumet dersom oljeprisen faller (Prasodjo, Ukjent dato).

Av denne diskusjonen ser vi at prisen på råolje blir påvirket av hendelser som potensielt forstyrrer flyten av olje til markedet. Slike hendelser kan skape usikkerhet om tilbudet eller etterspørselen i fremtiden, noe som kan føre til høyere volatilitet i prisene<sup>19</sup>. Dette kan for eksempel være hendelser som dårlig vær<sup>15</sup>, i tillegg kan politiske situasjoner i oljeproduserende land kan også ha stor innvirkning på oljeprisen<sup>20</sup>.

#### 4.1.1 "Organization of the Petroleum Exporting Countries" (OPEC)

Organisasjonen av petroleumseksporterende land, OPEC, ble opprettet i 1960.

Medlemslandene er per 2015 Algerie, Angola, Ecuador, Iran, Irak, Kuwait, Libya, Nigeria, Qatar, Saudi Arabia, Emiratene og Venezuela<sup>21</sup>. Målet til OPEC er å samordne og forene petroleumspolitikken til sine medlemsland samt sikre stabilisering av oljemarkeder for å sikre en effektiv, økonomisk og regelmessig tilførsel av petroleum til forbrukerne, en stabil inntekt til produsentene og en rimelig avkastning til de som investerer i petroleumsindustrien. OPEC har hatt en innvirkning på oljeprisdannelsen, da de har som mål å sikre stabile internasjonale petroleumsmarkeder. De har fastsatt produksjonskvoter for hvert av medlemslandenes utvinning, noe som også påvirker andre produsentland som står ovenfor OPEC, særlig Russland, Mexico, Norge, Kasakhstan og Storbritannia (OPEC, 2012).

---

<sup>18</sup> [https://snl.no/Brent\\_Blend](https://snl.no/Brent_Blend) (24.03.15)

<sup>19</sup> [http://www.eia.gov/finance/markets/spot\\_prices.cfm](http://www.eia.gov/finance/markets/spot_prices.cfm) (09.04.15)

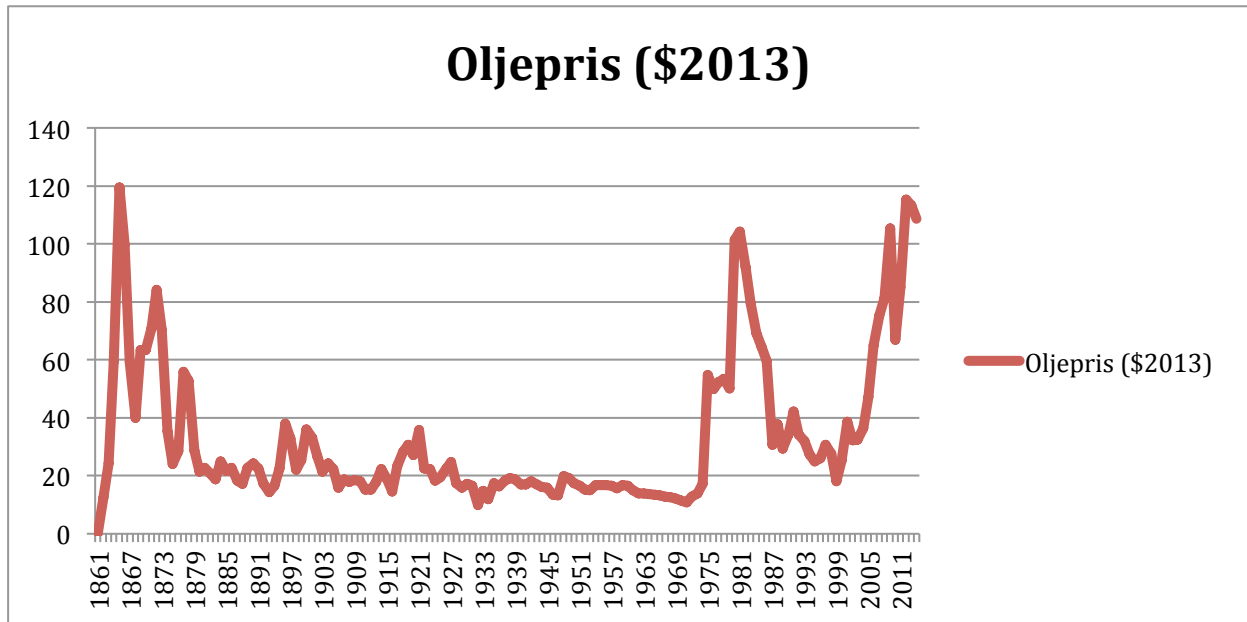
<sup>20</sup> <http://www.onefinancialmarkets.com/market-library/uk-brent-oil> (09.04.15)

<sup>21</sup> [http://www.opec.org/opec\\_web/en/about\\_us/25.htm](http://www.opec.org/opec_web/en/about_us/25.htm) (09.04.15)



### 4.1.2 Historisk utvikling

Prisen på råolje i 2013-verdier for perioden 1861-2013 er plottet i figuren under. Oljeprisen varierer mellom 9,93 dollar per fat i 1931 og 119 dollar per fat i 1864. Gjennomsnittsprisen for perioden er 33 dollar.



Figur 4.1-1: Plot av råoljepris i 2013-dollar for perioden 1861-2013

Kilde: BP Statistical Review 2014

1861-1944: US Average

1945-1983: Arabian Light postet at Ras Tanura

1984-2013: Brent dated

Det er en rekke forhold i denne perioden som forklarer prisutviklingen<sup>22</sup>:

**1862-1865:** Borgerkrig i USA fører til økte råvarepriser, men sammenliknet med konkurrerende råvarer har oljeprisen mindre skatter, slik at etterspørselen øker.

**1865-1890:** Oljeprisen varierer med variert boring i USA.

**1890-1892:** Nedgangstid og høy produksjon i USA og Russland driver oljeprisen ned.

**1895:** Høyere priser grunnet at oljefelt i Pennsylvania synker i perioden 1891-1894, samt kolera epidemien i 1894 som reduserte produksjonen i Azerbaijan.

**1920:** Rask anskaffelse av biler øker oljekonsumet.

**1931:** Rekordhøye priser som følge av Den store depresjonen fører til redusert etterspørsel.

**1947:** Etter krigen øker bruken av bil som fører til mangel på drivstoff i mange stater.

<sup>22</sup> <http://www.businessinsider.com/annotated-history-crude-oil-prices-since-1861-2014-12> (23.05.15)

**1956-1957:** Suez-krisen fører til at 10% av verdens oljereserver blir tatt av markedet, men produksjonen utenfor Midtøsten fører til økte priser i mellomtiden.

**1972:** Topp i Amerikansk oljeproduksjon.

**1973-1974:** De Arabiske stater iverksetter forbud mot handel mot land som støtter Israel i Yom Kippur-Krigen.

**1978-1979:** Iran kutter produksjon og eksport, og avslutter kontrakter med amerikanske selskaper.

**1980:** Iran-Irak krigen fører til at eksport fra disse områdene fortsetter å synke.

**1980-tallet:** Etterspørselens respons på tilbudssjokk presser prisene ned.

**1986:** Saudi Arabia øker produksjon for å gjenvinne markedsandel.

**1988:** Iran og Irak øker produksjon mot slutten av krigen.

**1990:** Irak invaderer Kuwait og Kuwait kutter eksporten frem til 1994.

**1999:** Etterspørselen i Asia forbedres etter 1997-krisen.

**Tidlig 2000-tallet:** Produksjonen synker grunnet mangel på investeringer.

**2001-2003:** 11. September og invasjon av Irak skaper bekymringer om stabiliteten til Midtøsten, som fører til at oljearbeidere i Venezuela streiker.

**Midten av 2000-tallet:** Asia driver økende etterspørsel da produksjonen stagnerer og Saudi Ariabias ekstra kapasitet avtar.

**2007-2008:** Finanskrisen

**2011:** Opprøret i den Arabiske verden forstyrrer produksjonen i Libya.

Det årlige standardavviket over hele perioden er 27%. Når vi deler inn perioden i 20-års perioder ser vi at perioden 1860-1880 har det høyeste standardavviket med ca. 45%. Etterfulgt av 1960-1980 som har et standardavvik lik 30%. Det laveste standardavviket lik 11%, ser vi for perioden 1940-1960. I perioden 2000-2013 er det årlige standardavviket 21,5%.

### 4.1.3 Oljepris og aksjemarkedet

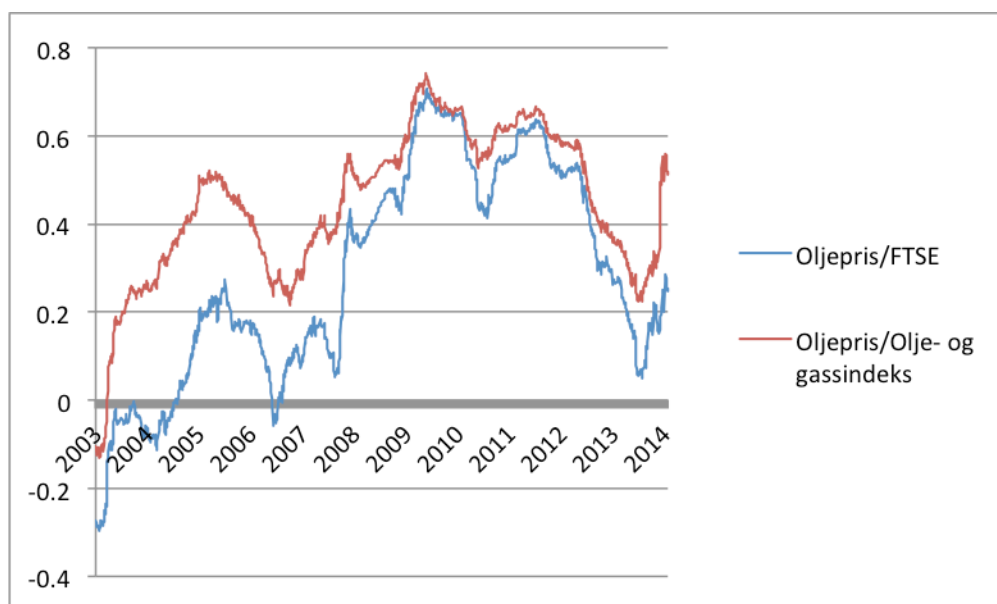
Historisk sett har det norske aksjemarkedet blitt påvirket av utviklingen i oljeprisen. Dette kan ses i sammenheng med at Norge eksporterer olje, og at en relativt stor andel av selskapene på Oslo Børs er oljeselskaper.

Endringer i oljeprisen vil påvirke aksjemarkedet. En sammenheng det er naturlig å anta er at et fall i oljeprisen vil virke positivt på aksjemarkedet, dette fordi lavere gasspriser betyr bedre

økonomi for konsumentene. Tilsvarende vil økte oljepriser føre til dårligere privatøkonomi som vil virke negativt på økonomisk aktivitet og dermed aksjemarkedet. Empirien viser at sammenhengen avhenger av hva som er kilden til endringen i oljeprisen, om det er knyttet til etterspørsel eller tilbud (Kilian & Park, 2007).

Det vises også at forholdet mellom aksjemarkedet og oljeprisen varierer over tid. Blant annet viser Finansdepartementet til en analyse i Meld.St.19 om Forvaltningen av Statens pensjonfond i 2013, som illustrerer hvordan korrelasjonen mellom oljeprisen Brent Spot og verdensindeksen til FTSE varierer over tid. En ikke-statisk korrelasjon gjør det vanskelig å anta noe bestemt forhold for aksjemarkedet og oljeprisen.

Nedenfor har vi plottet rullerende 1-års korrelasjoner mellom oljeprisen Brent Blend og verdensindeksen til FTSE, og oljeprisen Brent Blend og olje- og gassindeksen til FTSE Global All Cap Index. Tallene er basert på daglige data i perioden 2003-2014 og er hentet fra Thomson Reuters Eikon.



Figur 4.1-2: Plot av rullerende 1-års korrelasjoner

Av figuren ser vi at korrelasjonen mellom både oljeprisen og verdensindeksen FTSE og mellom oljeprisen og olje- og gassindeksen varierer over tid. Videre ser vi at samvariasjonen mellom oljeprisen og olje- og gassaksjer (representert av olje- og gassindeksen til FTSE) er høyere enn samvariasjonen mellom oljeprisen og andre aksjer (FTSE). At samvariasjonen er høyere mellom oljeprisen og olje- og gassaksjer enn mellom oljeprisen og verdensindeksen, tyder på at man ved en investering i olje og gassaksjer vil bli mer eksponert for utviklingen i

oljeprisen sammenliknet med en investering i det brede aksjemarkedet, her representert av FTSE Global.

Perioden er relativt kort, vi har derfor også beregnet korrelasjoner basert på årlige avkastninger mellom oljeprisen og 30 ulike bransjeindekser i perioden 1926-2013. Korrelasjonene mellom oljeprisen og industriene er alle negative, med unntak av sektorene stål, kull, gruve og olje. Også dette tyder på at det er knyttet ekstra oljeprisrisiko til investeringer i olje- og gassaksjer.

## 4.2 Stokastiske prosesser

Råvarepriser har en tendens til å ha en annen atferd enn hva andre priser fastsatt i finansmarkedene har. På grunn av ubalanser i kortsiktig tilbud og etterspørsel har også atferden til spotprisene en tendens til å avvike fra futures- og forwardpriser. Det er spesielt egenskaper ved volatiliteten til spot-energipriser som fører til dette. Dette kan være egenskaper som:

*Sesongvariasjoner:* Svingninger i tilbud og etterspørsel grunnet vær- og klimaendringer.

*Mean reversion:* Prisene har en tendens til å svinge og variere over tid til verdier som bestemmes av kostnadene for produksjon og etterspørsel.

*Sjokk:* For eksempel kan uventede politiske hendelser føre til store endringer i pris (Blanco mfl., 2001).

Stokastiske prosesser som brukes til å modellere råvarepriser skal fange opp disse spesielle egenskapene. En stokastisk prosess er et sett av stokastiske variabler, og definert som en prosess som over tid utvikler seg tilfeldig. Stokastiske prosesser kan brukes til å modellere oljeprisen fordi den ser ut til å fluktuere tilfeldig uten å bli påvirket av andre aktører i markedet (Tsay, 2005).

To modeller som ofte benyttes til å modellere stokastiske prosesser, er Geometrisk Brownsk bevegelse og Ornstein-Uhlenbeck som vi vil presentere i det følgende.

### 4.2.1 Geometrisk brownsk bevegelse (Random walk)

Den økonomiske litteraturen om modellering av råvarepriser startet med at Gibson og Schwartz (1990) benyttet en geometrisk brownsk bevegelse for å modellere oljespotpriser

med Black-Scholes-Mertons formel for opsjonsprising. En vanlig forutsetning i for eksempel realopsjonsteori er at oljeprisprosessen følger en geometrisk brownsk bevegelse, men det kan stilles spørsmål ved om disse prosessene egner seg for modellering av råvarer.

En geometrisk brownsk bevegelse følger en random walk, det vil si at dagens pris er beste estimat på fremtidig pris. I en random walk tidsserie eksisterer det ikke noe mønster, og prisene er dermed uforutsigbare. En slik tidsserie er det mest kjente eksemplet på en ikke-stasjonær prosess. En stasjonær prosess kjennetegnes av at den har et tidsfast gjennomsnitt, varians og kovarians, og man er derfor i stand til å predikere fremtidige verdier basert på historiske verdier. I en ikke-stasjonær prosess derimot vil gjennomsnitt, varians og kovarians variere med tiden, slik at man i dette tilfellet ikke vil være i stand til å predikere basert på historiske observasjoner (Tsay, 2005).

#### 4.2.2 Mean reversion

Mange forhold taler for at oljeprisen i stedet for å følge en random walk, følger en mean reversion prosess. Det vil si at prisen over tid vil bevege seg mot et langsiktig gjennomsnitt. De økonomiske faktorene som taler for dette er at lavere oljepriser vil gi redusert leting, utbygging og substitusjon mot petroleum. Høye priser vil derimot gi økt utbygging og substitusjon vekk fra petroleum (Fevang & Osmundsen, 2000). Siden olje produseres og selges i et konkurransedyktig marked, vil prisene nærme seg den langsiktige marginalkostnaden. Dette betyr at eventuelle prissjokk kun vil være midlertidige, og at over en tilstrekkelig lang periode vil dermed prisene kunne tenkes å følge en mean reverting prosess, og ikke en random walk (Pindyck, Ukjent dato).

Mean reversion er en mye benyttet prosess for å modellere råvarepriser, da de realiserer det økonomiske argumentet om at når prisene er ”for høye” vil etterspørselen reduseres og tilbudet øke og produsere en motvirkende effekt. Når priser er for lave vil det motsatte skje: prisene presses tilbake til en form for langsiktig gjennomsnitt, mens på kort sikt vil prisen variere tilfeldig (Smith, 2010).

Matematisk kan en mean reversion prosess vises av følgende (Blanco & Soronow, 2001b):

$$S_{t+1} - S_t = a(S^* - S_t) + \sigma \varepsilon_t$$

Hvor den forventede endringen i spotpris fra periode  $t$  til  $t+1$  ( $S_{t+1}-S_t$ ) er avhengig av en mean reversion komponent ( $a(S^*-S_t)$ ), som består av et likevektsnivå  $S^*$ , samt en mean reversion rate  $a$  som sier noe om hastigheten prisen beveger seg mot likevektsnivået med.  $\sigma \varepsilon_t$  gir uttrykk for tilfeldig sjokk som også påvirker prisendringen.

Dersom spotprisen er under likevektsnivået, vil mean reversion komponenten være positiv, noe som resulterer i at prisen beveger seg oppover mot likevektsnivået. Alternativt, dersom spotprisen er over likevektsnivået, vil komponenten være negativ, slik at spotprisen beveger seg nedover mot likevektsnivået. Over tid resulterer dette i en prisbane som driver spotprisen mot likevektsnivået, hastigheten bestemmes av mean reversion raten (Blanco & Soronow, 2001b).

Raten for mean reversion og likevektsnivået kan estimeres ved hjelp av lineær regresjon, hvor raten er gitt av det negative til koeffisienten eller stigningstallet fra regresjonen.

Likevektsnivået finner man ved å dividere skjæringspunktet med raten for mean reversion (Skorodumov, 2008).

$$\Delta X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \sigma \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

Det vil si at observasjoner av spotprisen kan betraktes gjennom en lineær sammenheng mellom endringen i spotpris ( $\Delta X_t$ ) og spotprisen en periode tilbake ( $X_{t-1}$ ).  $\beta_0$  er skjæringspunktet til regresjonslinjen, og det negative til  $\beta_1$  er den estimerte mean reversion raten (Blanco & Soronow, 2001).

En klassisk måte å teste for mean reversion i en tidsserie er å teste om koeffisienten  $\beta_1$  er signifikant forskjellig fra 1 i følgende uttrykk:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \sigma \varepsilon_t$$

Nullhypotesen er at  $\beta_1=1$ , det vil si at en unit-root er tilstede i prosessen, og at prosessen har et uendelig minne. Ved en p-verdi lavere enn 5% kan vi forkaste nullhypotesen og konkludere med at prosessen er mean reverting (stasjonær). Dersom p-verdien er høyere enn 5% inneholder tidsserien en unit root (ikke-stasjonær) og prosessen er en random walk (*Geman, Ukjent dato*).

#### 4.2.2.1 Ornstein-Uhlenbeck prosess

Den mest benyttede modellene for å modellere mean reversion prosesser er Ornstein-Uhlenbeck prosessen, som er gitt av følgende formel:

$$dP_t = \lambda(x - P_t)dt + \sigma dW_t$$

$\lambda$  = mean reversion raten

$x$  = likevektsnivå

$\sigma$  = volatiliteten

$P_t$  = spotpris

For å modellere prisene fremover i tid benyttes følgende sammenheng, hvor den negative til koeffisienten,  $a$  representerer mean reversion raten,  $\lambda$ .

$$E(P_t) = P_0 e^{-at} + x(1 - e^{-at})$$

$P_t$  = spotpris

$x$  = likevektsnivå

$a$  = koeffisient

$t$  = hvor mange dager/uker frem i tid

(Skorodumov, 2008)

### 4.3 Egenskaper ved oljeprisen

Hvilken prisprosess som best beskriver virkeligheten har man ikke med statistisk signifikans kunnet avgjøre ved hjelp av tidsserieanalyser (Fevang & Osmundsen, 2000). Geman (Ukjent dato) har observert et mean reversion mønster i oljeprisen over perioden 1994 til 2000, men mønsteret forandrer seg til en random walk fra 2000 til 2006.

Skorodumov (2008) undersøker mean reversion med utgangspunkt i data på Brent Crude i tidsperioden 1999 til 2008, og WTI Crude oil i tidsperioden 1990 til 2008. For Brent Crude oil finner han kun mean reversion i årene 2003, 2005 og 2006, mens for WTI Crude oil finner han mean reversion i ca. halvparten av årene. I 2007 og 2008 får han ikke-signifikante verdier for begge oljetyperne, altså observerer han ikke mean reversion i disse årene.

Pindyck (Ukjent dato) observerer oppførselen til oljeprisen på lang sikt (1870-1996). Ved hjelp av unit-root tester finner han at prisene følger en mean reversion prosess, men at prosessen går sakte mot likevektsnivået som følge av en lav rate for mean reversion. Med

dette mener han at for investeringsbeslutninger kunne en like gjerne behandlet prisen som en random walk.

Hvilken prisprosess som legges til grunn for oljeprisen vil ha konsekvenser for risikoen knyttet til investeringer. Dersom man for eksempel legger en mean reversion prosess til grunn for prisendringer, vil nedsiderisikoen være begrenset, og risikoen knyttet til oljeprisen generelt vil være lavere enn dersom en random walk prosess var lagt til grunn (Fevang & Osmundsen, 2000).

Videre i analysen vil vi anta at oljeprisen følger en mean reversion prosess. Dette begrunner vi med at Pindyck (2008) finner at oljeprisen fulgte en mean reversion prosess på lang sikt. I tillegg er det, som presentert tidligere, flere økonomiske forhold som indikerer at oljeprisen følger mean reversion, blant annet at olje produseres og selges i et konkurransedyktig marked og at oljeprisen derfor beveger seg mot den langsiktige marginalkostnaden.



## 5 Kalibrering

Med utgangspunkt i forventningsvariansproblemet fra standard porteføljeteori ønsker vi å belyse i hvilken grad Norges portefølje er eksponert for oljeprisutviklingen og hvorvidt porteføljen er tilstrekkelig diversifisert. I denne forbindelse benytter vi Sharpe ratio til Norges portefølje for å finne den optimale andelen SPU bør investere i olje- og gassaksjer, og hvor stor andelen i andre aksjer bør være. Forventningsvariansproblemet vil vi presentere i to modeller; en hovedkalibrering og en alternativ kalibrering, hvor definisjonen av Norges portefølje skiller disse fra hverandre. I dette kapittelet vil vi presentere hovedkalibreringen med underliggende datasett, den alternative presenteres i neste kapittel.

### 5.1 Datasett

I hovedkalibreringen har vi hentet inn historiske ukentlige priser på FTSE Global All Cap Index, Statoil, hovedindeksen på Oslo Børs (OSEBX) og FTSE World Oil & Gas. Vi har benyttet programvaren Thomson Reuters Eikon til dette. FTSE Global All Cap Index og OSEBX har vi valgt da disse oppgis som henholdsvis SPU og SPN sine referanseindekser, og vi ser det som naturlig at også vi benytter disse i vår modell.

Dataene er innhentet for perioden 03.01.03 - 30.01.15. Perioden er begrenset av at vi mangler tidsserier lengre tilbake for flere av variablene i modellen. Med en lengre tidsperiode ville vi hatt flere observasjoner, og større muligheter til å trekke slutninger uten at enkelthendelser påvirker resultatene signifikant. Derimot kunne bruk av en lengre tidsperiode, føre til at perioden ikke nødvendigvis er representativ for fremtiden (Damodaran 2012).

I denne kalibreringen beregner vi også en tidsserie av verdier på SDØE-porteføljen. Som vi vil komme tilbake til i presentasjonen av modellen, er disse verdiene blant annet estimert basert på en regresjonsanalyse mellom kontantstrømmen overført til staten per produsert fat per dag fra SDØE-porteføljen og oljepris fra tilhørende periode. Begge er hentet fra kvartalsrapportene til SDØE-porteføljen for perioden første kvartal 2003 til og med tredjekvartal 2014. Der var observasjoner på det årlige gjennomsnittet for valutakursen, oljeprisen og produksjonen og den totale årlige kontantstrømmen fra 1. til 3. kvartal oppgitt. Vi har derfor beregnet tallene for fjerde kvartal selv, og får totalt 46 observasjoner på hver av variablene kontantstrøm og oljepris. I tillegg har vi også hentet inn driftsresultatet per

produsert fat fra tilhørende periode og gjennomført samme analyse, for å se om dette gir andre resultater.

Til grunnlag for beregningene av verdiene til SDØE-porteføljen, har vi også benyttet Oljedirektoratets prognoser for norsk olje- og gassproduksjon, og en tidsserie av inflasjonsjustert risikofri rente (10 års obligasjoner) hentet fra US Department of Treasury i perioden 03.01.03 - 30.01.15.

Totalt får vi 630 observasjoner på logaritmisk avkastning for hver av variablene: verdensindeksen FTSE, Statoil, OSEBX, olje- og gassindeksen til FTSE, oljeprisen Brent Blend og SDØE.

Investeringsstrategien til oljefondet bygger på å skape størst mulig finansiell avkastning målt i internasjonal kjøpekraft. En idé ville derfor være å beregne en valutavektet portefølje. I stedet har vi valgt å holde det enkelt, og beregner alle våre data i begge kalibreringene i amerikanske dollar, også OSEBX har vi regnet om til dollar.

### **5.1.1 Indekser**

I avsnittene som følger vil vi presentere indeksene vi har inkludert i våre analyser.

#### **5.1.1.1 Oslo Børs Benchmark Index (OSEBX)**

Oslo Børs Benchmark Index er hovedindeksen på Oslo Børs, og inneholder et representativt utvalg av alle noterte aksjer på Oslo Børs. Indeksen brukes i hovedsak for å måle avkastningen på det norske aksjemarkedet. Den revideres halvårlig, og endringer implementeres 1.desember og 1.juni hvert år. I perioden mellom revideringene holdes antall aksjer i indeksen fast, med unntak av kapitaljusteringer med utvanning for eksisterende aksjonærer. OSEBX er også justert for utbytte<sup>23</sup>. Per 20.03.15 er indeksen vektet til å bestå av 26 aksjer, hvor blant annet DNB, Statoil, Telenor og Yara har de største andelene.

Verdipapirene i OSEBX er justert for fri flyt. Fri flyt er definert som den delen av aksjekapitalen til et selskap som er fritt tilgjengelig for kjøp og salg i markedet, med andre

---

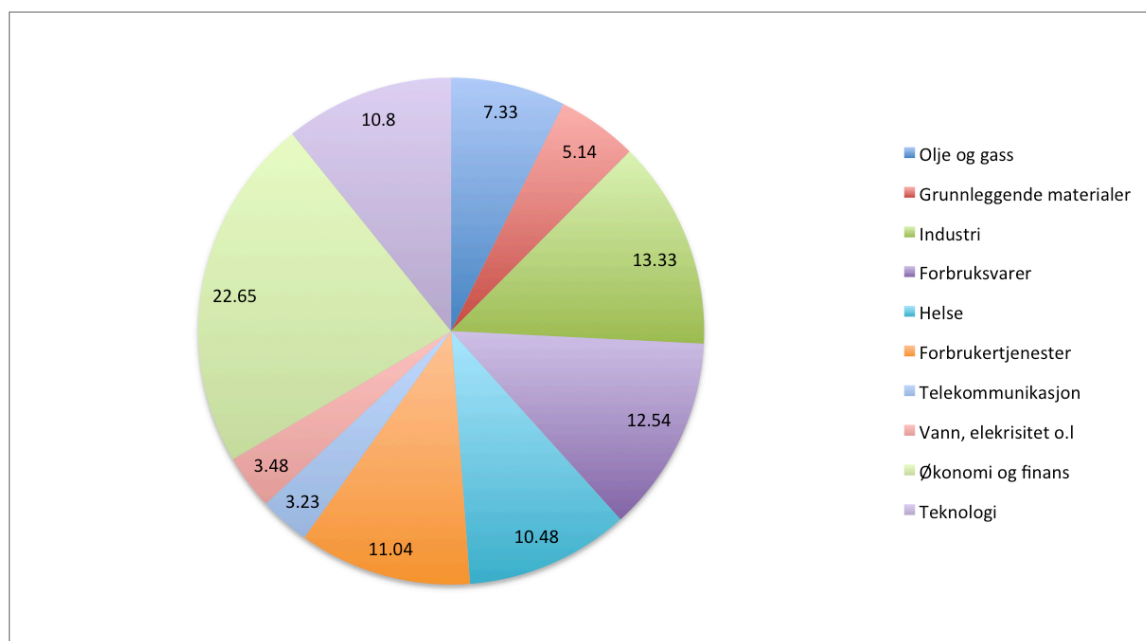
<sup>23</sup> <http://www.oslobors.no/markedsaktivitet/> - / (20.03.15)

ord er det kun allmenn tilgjengelig informasjon som brukes i beregning av fri flyt (OsloBørs, 2013).

### 5.1.1.2 FTSE Global All Cap Index

FTSE Global All Cap indeks er en markedsverdivektet indeks som representerer verdens aksjemarked. Den består av om lag 7400 aksjer som omfatter både utviklede og fremvoksende markeder, og anses som passende for investeringer som blant annet fond og derivater. Den har eksistert siden 31. Desember 2002. Indeksen revideres halvårlig i mars og september hvert år (FTSE, 2014a).

Av faktaheftet til FTSE ser vi at per 31.12.14 er indeksen satt sammen av følgende industrier:



Figur 5.1-1: Sammensetning av industrier i FTSE Global All Cap Index

### 5.1.1.3 FTSE World Oil & Gas

Olje- og gassindeksen vi benytter i vår analyse er konstruert av alle olje- og gasselskapene som inngår i indeksen FTSE All-World Index, som per 31.12.14 består av 177 olje- og gasselskaper (FTSE, 2014b).

## 5.2 Norges portefølje

I vår hovedmodell antar vi at Norges formue utgjør en portefølje bestående av følgende aktiva: SPU, SPN, Statoil og inntekter fra petroleumsvirksomheten (kontantstrømmen til staten fra SDØE-porteføljen og skatteinntekter).

SPN investerer en stor andel i OSEBX, som blant annet består av de statlige eide selskapene DNB og Telenor. Med dette antar vi at de resterende statlig eide selskapene utenom Folketrygdfondet, Petoro og Statoil er representert i vår modell gjennom OSEBX. De resterende selskapene som ikke inngår i OSEBX er dessuten så små at de antakeligvis ikke vil ha noen betydning for vår analyse. Som nevnt tidligere holder vi derfor disse utenfor vår analyse.

Vi har også valgt å holde oljefondets forpliktelser utenfor modellen. Det finnes flere studier som tar utgangspunkt i en aktiva-passiva modell for å vurdere investeringsstrategien til fond liknende oljefondet. Som vist tidligere tar Døskeland (2010) hensyn til Sovereign Wealth Funds sine forpliktelser til å bestemme optimal investeringsstrategi. For oss ville det derfor også kunne være aktuelt å inkludere oljefondets forpliktelser, men dette ville ikke være helt uten problemer da definisjonen av disse forpliktelsene er uklar. Dersom man definerer SPU sine forpliktelser til å skulle sikre velferdssamfunnet, har i så fall hver innbygger i Norge gjeld til seg selv, noe det kan stilles spørsmål ved. I tillegg ser vi, som nevnt tidligere, på aksjeinvesteringene og ikke aktivaallokeringen til SPU.

### 5.2.1 SPU

Investeringsstrategien til SPU angir en langsiktig aksjeandel lik 60%. Resterende 40% består av om lag 35% i en obligasjonsindeks og opptil 5% i eiendom. I vår modell antar vi at avkastningen på obligasjonsindeksen er tilnærmet risikofri, og vi har derfor utelatt denne fra porteføljen. Andelen investert i eiendom er relativt liten slik at vi også holder denne utenfor analysen. Per 01.01.15 er verdien av SPU 6 500 milliarder kr, dermed blir verdien av aksjeandelen SPU bidrar med lik 3900 milliarder kr (60% av 6500 mrd.).

### 5.2.2 SPN

SPN forvaltes med utgangspunkt i et langsiktig mål om at 85% skal investeres i Norge, og de resterende 15% skal investeres i Norden. 60% av investeringene i Norge skal investeres i aksjer. Også i dette tilfellet holder vi obligasjonsinvesteringene utenfor analysen, siden disse antas å være risikofrie. Vi har også utelatt investeringene i Norden, da denne andelen er relativt liten. Dermed blir SPN sin aksjeandel i norske aksjer lik 51% ( $85\% \cdot 60\%$ ). Med dette finner vi at verdien av SPN per 01.01.15 er 93,58 milliarder kr når markedsverdien av SPN er 183,5 milliarder kr.

### 5.2.3 Statoil

Norge eier andeler i Statoil gjennom Olje og Energidepartementet, og eierandelene per 1.1.2015 utgjør 67%<sup>24</sup>. Statoil sin aksjekurs og antall utestående aksjer på samme tidspunkt er henholdsvis 130,10 kr (02.01.15) og 3 188 647 103 aksjer (03.02.15), som tilsvarer en markedsverdi lik 414,44 milliarder kroner. Verdien på statens eierandel i Statoil, er per 01.01.15 derfor omlag 277 milliarder kr.

### 5.2.4 Petroleumsformuen

Statens petroleumsinntekter, definert ved statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten, omfatter skatter og avgifter fra petroleumsvirksomheten, driftsresultatet i SDØE og avkastning på statens eierandeler i Statoil<sup>25</sup>. I vår modell definerer vi statens petroleumsformue til å bestå av statens skatteinntekter fra petroleumsvirksomheten og kontantstrømmen fra SDØE, da Statoil sin markedsverdi allerede er tatt hensyn til i modellen.

Til å finne en verdi på denne formuen benytter vi definisjonen av statens petroleumsinntekter brukt i Nasjonalbudsjettet og Nasjonalregnskapet. Her defineres totalformuen i petroleumsvirksomheten som nåverdien av fremtidig årlig kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten fra og med inneværende år. Verdien anslås i statsbudsjettet for 2014 til i overkant av 4 300 milliarder 2014-kroner. Av disse utgjør statens andel 4000 milliarder

---

<sup>24</sup> <https://www.regjeringen.no/nb/tema/energi/statlig-eierskap-i-energisektoren/deleid-selskap/id2353247/> (14.04.15)

<sup>25</sup> <https://www.ssb.no/offentlig-sektor/statens-petroleumsinntekter> (06.02.15)

kroner, som er nåverdien av statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten datoen denne ble fastsatt.

Vi finner verdien per 02.01.15 ved å justere denne verdien til oljeprisen denne dagen. Da verdien på 4000 milliarder kr er basert på en gjennomsnittlig oljepris lik 656 kr, og prisen på nordsjøolje per 2. Januar er 422 kr (Thomson Reuters Eikon), blir verdien vi finner for petroleumsformuen omlag 2572 milliarder kr (Prop.1.S, 2015). Statoil utgjør ca. 5 % av statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten, for å finne verdien på petroleumsformuen til Norge uten Statoil trekker vi derfor ut denne andelen. Vi får at verdien på Norges petroleumsformue er 2443,6 milliarder kroner (95% av 2572 milliarder kroner).

### 5.2.5 Andeler

Totalt får vi at Norges portefølje har en verdi lik 6715 milliarder kroner. Aktivaandelene vi antar i vår modell kan ses av tabell 5.2-1 nedenfor.

<i>Norges portefølje</i>			
<i>Aktiva</i>	<i>Verdi</i>	<i>Andel</i>	<i>Benchmark</i>
<i>SPU</i>	3900	0,58	<i>FTSE Global All Cap</i>
<i>SPN</i>	93,5	0,01	<i>OSEBX</i>
<i>Statoil</i>	278	0,04	<i>Statoil</i>
<i>Petroleumsinntekter</i>	2443,5	0,36	<i>SDØE verdi</i>
<i>Olje- og gassaksjer</i>	0	0	<i>Olje- og gassindeks</i>
<b><i>SUM</i></b>	<b>6715</b>	<b>1</b>	

Tabell 5.2-1: Andeler i hovedkalibrering (Tall i mrd. kroner)

Vi har benyttet historiske priser på FTSE Global All Cap Index, hovedindeksen på Oslo Børs OSEBX, aksjekursen til Statoil, FTSE World Oil & Gas, samt en estimert tidsserie av verdier for SDØE-porteføljen. Som det fremgår av figuren, representerer FTSE Global All Cap og OSEBX henholdsvis SPU og SPN. Olje- og gassindeksen skal representere SPU sine investeringer i olje- og gassaksjer, utover det som følger av FTSE Global All Cap.

Både FTSE Global All Cap, OSEBX, Statoil og olje- og gassindeksen er tidsserier. Da vi ikke har noen tidsserie for statens petroleumsinntekter utenom aksjekursen til Statoil, har vi estimert en tidsserie av verdier for SDØE-porteføljen, som skal representere både inntekter fra SDØE og skatteinntekter fra Norges petroleumsvirksomhet. Med dette antar vi at skatt fra

oljeinntektene har lik risiko som SDØE-porteføljen, en antakelse som ikke er helt urimelig, da skatteinntektene kommer fra oljeselskaper som har andeler i samme felt som SDØE. Siden kontantstrømmen per produsert fat som overføres til staten fra SDØE i stor grad er drevet av oljeprisen, har vi antatt at prisen på nordsjøolje, Brent Blend, driver kontantstrømmen i denne estimeringen. Vi vil i det følgende presentere beregningene som ligger til grunn for tidsserien av verdier til SDØE.

Ved å estimere fremtidige verdier på SDØE forsøker vi også å fange opp korrelasjonene mellom Norges portefølje og de fremtidige oljeinntektene, dette er korrelasjoner Holden og Hoel mener står sentralt for å avgjøre hvorvidt investeringer i olje- og gassaksjer passer inn i Norges portefølje.

### 5.3 Verdi av SDØE-porteføljen

Til å finne en tidsserie av verdier for SDØE-porteføljen, har vi tatt utgangspunkt i følgende problem:

$$SDØE_1 = \frac{\pi(p_1) * x_1}{(1 + r_1)} + \frac{\pi(p_2) * x_2}{(1 + r_1)^2} + \frac{\pi(p_3) * x_3}{(1 + r_1)^3} + \dots + \frac{\pi(p_n) * x_n}{(1 + r_1)^n}$$

hvor

$SDØE_1$  = estimert SDØE verdi 30.01.15

$\pi(p_i)$  = estimert fremtidig kontantstrøm per produsert fat olje ekvivalenter<sup>26</sup> per dag

$p_i$  = oljeprisen (inkludert for å vise at kontantstrømmen til SDØE avhenger av oljeprisen)

$x_i$  = petroleumsproduksjonen (olje og gass) til SDØE

$r_1$  = diskonteringsrente

Utrykket over illustrerer verdien av SDØE-porteføljen 30.01.15. Med utgangspunkt i oljeprisen 30.01.15 og ved hjelp av en Ohrnstein-Uhlenbeck prosess, estimerer vi fremtidig kontantstrøm per produsert fat ( $\pi(p_i)$ ) for perioden 2015-2040 (vi antar at petroleumsproduksjonen vil være tom. 2040). Den estimerte kontantstrømmen i hver periode multipliseres så med tilhørende petroleumsproduksjon ( $x_i$ ). Disse verdiene diskonteres med en inflasjonsjustert rente, som forklares nærmere i kapittel 5.3.3. Verdien 30.01.15 finner vi

---

<sup>26</sup> Oljeekvivalent (o.e.): Brukes når olje, gass, kondensat og NGL skal summeres. Begrepet er enten knyttet til den energimengden som blir frigjort ved forbrenning av de ulike petroleumstypene eller til salgsvardiene, slik at alt kan sammenlignes med olje (Oljedirektoratets oljeordliste)

dermed ved å summere de diskonterte kontantstrømmene til én verdi. Neste verdi ( $SDØE_2$ ) i tidsserien er 23.01.15. Denne verdien beregner vi derfor med utgangspunkt i oljeprisen 23.01.15. De estimerte kontantstrømmene per produsert fat multipliseres så med produksjonen, og diskonteres med renten 23.01.15, og summeres til slutt til én verdi. Resten av tidsserien av  $SDØE$ -verdier finner vi ved å gjøre de samme beregningene, for alle resterende observasjoner vi har på oljeprisen. Dermed får vi en ukentlig tidsserie av verdier for  $SDØE$ -porteføljen for perioden 03.01.03-30.01-15.

I det følgende vil vi gi en mer dyptgående gjennomgang av beregningene som ligger til grunn for  $SDØE$ -verdier, først kontantstrømmen, deretter produksjonen, diskonteringsrenten og til slutt viser vi ett talleksempel fra  $SDØE$  beregningen.

### 5.3.1 Kontantstrøm per produsert fat

Til å estimere kontantstrømmen per produsert fat for  $SDØE$  har vi tatt utgangspunkt i en regresjonsanalyse hvor vi ser på ulike variabler, justert for trend og ikke justert for trend. Alle tall er i dollar.

Trendjusteringen har vi gjennomført ved å regne ut det aritmetiske gjennomsnittet til endringen i den estimerte kontantstrømmen. Dette har vi opphøyd i endringen i tid fra siste observasjon. Deretter har vi multiplisert verdien på den estimerte kontantstrømmen med dette gjennomsnittet. Vi benytter også samme metode for å justere oljeprisen. Følgende uttrykk illustrerer justeringen:

$$\text{Justert } P_t = P_t * \bar{P}_t^{(\Delta t - 90)/90}$$

Hvor

$P_t$  = kontantstrøm

$\bar{P}_t$  = aritmetisk gjennomsnitt

$\Delta t$  = endring i tid

90 = antall dager i et kvartal

En svakhet ved aritmetisk gjennomsnitt er at den gir lite informasjon om tallmaterialet ettersom det ikke baserer seg på vekter. Dersom datamaterialet inneholder enkelte unormalt høye verdier, vil dette kunne gi et skjevt bilde av gjennomsnittet.



Vi har gjennomført en regresjonsanalyse mellom de kvartalsvise kontantstrømmene overført til staten per produsert fat og oljeprisen i tilhørende periode. Vi har også gjennomført den samme analysen hvor vi har trendjustert kontantstrømmen og oljeprisen. Denne regresjonen gir oss noe høyere  $R^2$ , men i dette tilfellet er kun koeffisienten signifikant, og ikke skjæringspunktet.

Med den teori at kontantstrømmen vil avta over tid, har vi også gjennomført en regresjon med kontantstrøm, oljepris, og oljepris kvadrert. I tillegg gjennomfører vi den samme regresjonen men med trendjusterte variabler. Fra begge regresjonene får vi ikke-signifikante resultater.

Det kan også tenkes at oljeprisen i forrige periode påvirker kontantstrømmen neste periode. Derfor har vi i tillegg gjennomført en regresjonsanalyse hvor vi har inkludert oljeprisen lagget en periode tilbake. I denne analysen får vi ikke-signifikante koeffisienter. Samme regresjon med justerte variabler gir også ikke-signifikante koeffisienter på alle variablene utenom "oljepris lagget". Vi ser også at  $R^2$  er høyere enn i tilfellet med ikke-justerte variabler.

I tabellene 5.3-1 og 5.3-2 nedenfor har vi oppsummert resultatene fra de ulike regresjonene vi har gjennomført med henholdsvis ikke-justert og justerte verdier, hvor tilhørende t-verdier til koeffisientene står i parentes. I hver av regresjonene har vi 46 observasjoner, med unntak av regresjonen hvor vi har inkludert variabelen "oljepris lagget", der det naturligvis er en observasjon mindre.

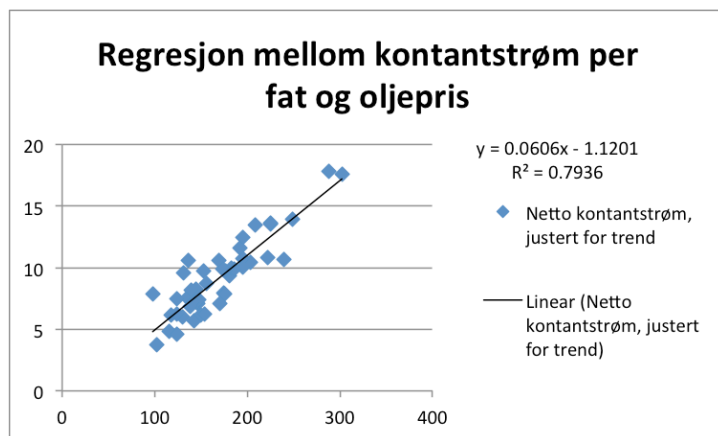
Regresjon	Skjæringspunkt	Koeffisient	$R^2$	Justert $R^2$
Oljepris	0,846(2,78)	0,043(11,91)	0,76	0,75
Oljepris, Oljepris <sup>2</sup>	1,043(1,32)	0,037(1,61), 0,000(0,27)	0,76	0,75
Oljepris, Oljepris <sup>2</sup> , Oljepris lagget	1,164(1,40)	0,021(0,82), 0,000(0,43), 0,013(0,01)	0,76	0,74

Tabell 5.3-1: Regresjoner med ikke-justerte tall

Regresjon	Skjæringspunkt	Koeffisient	$R^2$	Justert $R^2$
Oljepris	-1,120(-1,38)	0,061(13,01)	0,79	0,79
Oljepris, Oljepris <sup>2</sup>	1,734(0,64)	0,029(0,96), 0,000(1,10)	0,80	0,79
Oljepris, Oljepris <sup>2</sup> , Oljepris lagget	0,043(0,02)	0,018(0,71), 0,000(1,02), 0,023(3,38)	0,86	0,85

Tabell 5.3-2: Regresjoner med justerte tall

Da de fleste variablene vi har inkludert i tillegg til oljeprisen ikke er signifikante, velger vi å fokusere på den enkle modellen hvor vi ser på sammenhengen mellom kontantstrøm per produsert fat og oljepris. Da vi heller ikke får noen markante forskjeller i resultatene når vi benytter ikke-justerte tidsserier sammenliknet med justerte, velger vi å fokusere på regresjonen basert på justerte tidsserier av kontantstrøm og oljepris, da denne gir en noe høyere  $R^2$ , og høyere t-verdi på koeffisienten. Når vi benytter en regresjon basert på tidligere kontantstrømmer overført staten til å estimere fremtidig verdi, antar vi at det historiske forholdet mellom inntekter og kostnader også gjelder for fremtiden. Dette er en antakelse som ikke er særlig realistisk, faktorer som økte investeringer og endrede produksjonsvolum, sammen med endrede råvarepriser, vil påvirke forholdet mellom inntekter og kostnader. Likevel vil det kunne tenkes at dette ikke vil være noe problem for oss da vi justerer for trend.



**Figur 5.3-1: Regresjon (kontantstrøm per fat og oljepris, begge justert)**

Resultatene fra regresjonen mellom de kvartalsvise kontantstrømmene per produsert fat per dag overført til staten og oljeprisen viser at oljeprisen forklarer en høy andel av variasjonen i kontantstrømmen til SDØE da  $R^2$  er lik 0,794. Dette gir en indikasjon på at oljeprisen kan benyttes i modelleringen av fremtidig verdi på kontantstrømmen til SDØE, og vi antar dermed at oljeprisen driver denne kontantstrømmen. Skjæringspunktet er -1,12, noe som er logisk da kontantstrømmen antakeligvis vil være negativ dersom oljeprisen er null.

Koeffisienten til oljepris er 0,06 og har en p-verdi lavere enn 5% og en t-verdi på 13,01 og er derfor signifikant på 5% nivå. Vi kan sette opp følgende regresjonslinje, som også er illustrert i figur 5.3-1:

$$Y = -1.12 + 0.06X$$

Kontantstrømmen er per 1000 fat oljeekvivalenter per dag, og dataene er basert på kvartalsvise regresjoner. Dermed må koeffisienten divideres med 90 og multipliseres med 1000 for at vi skal kunne si noe om hvordan en oljeprisøkning påvirker kontantstrømmen til SDØE. Vi får dermed en helning lik:

$$\frac{0.06}{90} * 1000 = 0.67$$

Det vil si at dersom oljeprisen øker med 1 dollar vil kontantstrømmen per fat øke med 0,67 dollar. Dersom kontantstrømmen var helt avhengig av oljeprisen ville koeffisienten vært lik 1, og da ville også kostnadsnivået vært konstant. Ved at helningen her er 0,67 tar vi hensyn til at kostnads- og inntektsnivået til SDØE endrer seg. Dette resultatet stemmer også overens med hva Holden og Hoel ville anta, nemlig at det ikke kun er oljeprisen som bestemmer fremtidig oljeinntekter.

I tillegg til de overnevnte regresjonene, har vi også gjennomført regresjon mellom driftsresultatet per produsert fat til SDØE og oljeprisen fra tilhørende periode. Også her finner vi at det er liten forskjell på sluttresultatene vi får om vi benytter driftsresultat per produsert fat eller kontantstrømmen per produsert fat overført til staten. Korrelasjonen mellom disse er 0,94, og hvilken vi velger vil mest trolig ha liten betydning for hvilke resultater vi får til slutt. Vi mener kontantstrømmen overført til staten vil være det mest riktige å bruke, da det er dette som utgjør verdien til staten. Likevel vil man kunne argumentere med at denne er avhengig av investeringene SDØE foretar.

Ved hjelp av den estimerte regresjonslinjen og historiske oljepriser på nordsjøolje vil vi estimere kontantstrømmen til SDØE. For å modellere denne fremover i tid må vi først anta en prosess kontantstrømmen trolig vil følge. Fra tidligere studier som ser på egenskapene til oljeprisen, virker det ikke uvanlig å anta at oljeprisen følger en mean reversion prosess, som vil si at på lang sikt vil prisen bevege seg mot et langsiktig likevektsnivå. Siden vi antar at kontantstrømmen drives av oljeprisen; kan vi tenke oss at kontantstrømmen til SDØE per produsert fat også følger en lignende prosess, slik at det eksisterer et langsiktig nivå som kontantstrømmen vil stabilisere seg mot. Eksisterer det et likevektsnivå vil vi benytte dette for å modellere fremtidig kontantstrøm.

For å undersøke om tidsserien av estimert kontantstrøm per produsert fat følger en mean reversion prosess, gjennomfører vi en ny regresjon mellom logavkastningen til kontantstrømmen per fat og kontantstrømmen i år  $t$ ,  $P_t$  (begge justert for trend):

$$\ln\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right) = \beta_0 + \beta_1 P_t + \sigma \varepsilon_t$$

I denne sammenhengen er raten for mean reversion den negative til koeffisienten. Resultatene fra regresjonen fremgår av figur 5.3-2.

<i>Regresjonsstatistikk</i>	
Multipel R	0.02605581
R-kvadrat	0.00067891
Justert R-kvadrat	-0.0009149
Standardfeil	0.08853015
Observasjoner	629

	<i>Koeffisienter</i>	<i>Standardfeil</i>	<i>t-Stat</i>	<i>P-verdi</i>
Skjæringspunkt	0.00088708	0.00770569	0.11512057	0.90838641
X-variabel 1	-0.0002734	0.00041895	-0.6526583	0.51421583

Figur 5.3-2: Utskrift fra regresjonsanalyse

Raten for mean reversion er derfor 0.00027. Den tilhørende p-verdien er 0,51 og koeffisienten er derfor ikke signifikant på 5%-nivå. Skjæringspunktet er 0,000887, heller ikke denne er signifikant.  $R^2$  til regresjonsmodellen er 0,00067. At resultatene er ikke-signifikante kan tyde på at SDØE-kontantstrømmen ikke følger en mean reversion prosess. Likevel kan det tenkes at resultatene ikke er signifikante som følge av lite data, snarere enn at egenskapene til en slik prosess ikke eksisterer. Som tidligere nevnt viser tidligere studier at det er varierende bevis på hvilke prosesser oljeprisen følger. Det varierer blant annet med hvilken tidsperiode og horisont man undersøker, hvor det på kort sikt ser det ut som at oljeprisen kan følge random walk.

Pindyck (Ukjent dato) fant at oljeprisen på langsikt ser ut som at oljeprisen følger en mean reversion prosess. Han argumenterer for at dette kan være naturlig da olje produseres og selges i et konkurransedyktig marked, og at prisene vil bevege seg mot den langsiktige marginalkostnaden. Altså vil det kunne tenkes at prissjokk kun er midlertidige. Han finner imidlertid at raten for mean reversion er lav, slik at prosessen beveger seg sakte mot likevektsnivået. Den lave raten vi får fra regresjonen ser ut til å stemme overens med dette. Når raten er såpass lav, ligner prosessen en random walk og derfor vil resultatet trolig ikke

avhenge av valg av prisprosess. Siden dette er en langsiktig analyse velger vi likevel å ta utgangspunkt i at oljeprisen, og dermed kontantstrømmen, følger en mean reversion prosess. For å se hvordan dette eventuelt påvirker resultatene vi får, vil vi gjennomføre sensitivitetstester, blant annet ved å legge inn en høyere rate og en rate lik null (random walk). Dette presenterer vi i kapittel 8.

For å beregne likevektsnivået kontantstrømmen beveger seg mot dividerer vi skjæringspunktet med raten for mean reversion:

$$x = \frac{\text{skjæringspunkt}}{\text{mean reversion rate}} = \frac{\beta_0}{-\beta_1} = \frac{0.000887}{-(-0.00027)} = 3.24$$

(Blanco & Soronow, 2001)

Likevektsnivået er derfor 3,24. Setter vi dette inn i sammenhengen mellom oljeprisen og kontantstrømmen tilsvarer dette en oljepris lik 72,7 dollar:

$$Y = -1.12 + 0.06X$$

$$3.24 = -1.12 + 0.06X$$

$$X = \frac{3.24 + 1.12}{0.06} = 72.7$$

Likevektsnivået på 3,24 benytter vi videre som utgangspunkt for å modellere kontantstrømmen per produsert fat i fremtiden. I denne modelleringen har vi benyttet en Ornstein-Uhlenbeck prosess, som er gitt ved:

$$E(P_t) = P_{t-1}e^{-\beta_1 t} + x(1 - e^{-\beta_1 t})$$

Hvor

$E(P_t)$  = estimert kontantstrøm for periode t

$P_{t-1}$  = estimert kontantstrøm periode t-1

x = likevektsnivå

$\beta_1$  = koeffisient

t = hvor mange dager/uker frem i tid

(Blanco & Soronow, 2001)

### 5.3.2 Petroleumsproduksjon

Til å finne fremtidig petroleumsproduksjon i vår modell har vi tatt utgangspunkt i eksisterende prognoser for fremtidig produksjon av olje og gass på norsk kontinentalsokkel, utarbeidet av Oljedirektoratet. Da produksjonen avhenger av en rekke faktorer, slik som nye funn, kostnadsnivå, og prisnivå som igjen påvirker bestemmelser om utvinning, revurdering av utbyggelse av felt, er det naturligvis stor usikkerhet knyttet til produksjonsestimatene (Oljedirektoratet, 2014b). Denne usikkerheten og hvordan det påvirker resultatene våre vil vi komme nærmere inn på i sensitivitetsanalysene.

Oljedirektoratets prognoser eksisterer kun frem til 2030. Vi antar at 2040 er det siste året med petroleumsproduksjon, noe som åpenbart er urealistisk, men å anta en evig petroleumsproduksjon vil også være lite realistisk, og vi setter derfor 2040 som siste år. For å finne petroleumsproduksjonen i perioden 2030-2040, har vi tatt utgangspunkt i gjenværende petroleumsreserver. De totale utvinnbare ressursene på norsk sokkel er i ressursregnskapet for 2013 estimert til å være 14,1 milliarder  $\text{sm}^3$  (Oljedirektoratet, 2014c). Av disse utgjør reserver, betingende ressurser i funn og betingende ressurser i felt 4901 millioner  $\text{sm}^3$ . Siden kontantstrømmen er oppgitt i oljeekvivalenter per fat per dag benytter vi omgjøringsfaktoren for  $\text{sm}^3$  til fat på 6,29 (Oljedirektoratet, 2013). Vi finner derfor at gjenværende reserver per fat o.e. er 123,31  $((4901/250)*6,29)$  millioner per dag, totalt 30 827,3 millioner fat. Da uoppdagede ressurser er svært usikre har vi valgt å holde disse utenfor våre estimat. Dette er en forenkling som trolig er lite realistisk da det er lite sannsynlig at nye funn brått vil ta slutt etter 50 år med petroleumsaktivitet.

Vi trekker fra produksjon i årene 2014-2030, og finner at gjenværende reserver per 2030 er 62,22 millioner fat o.e per dag, totalt 15 550 millioner fat. Ser vi på utviklingen i produksjonen vil det antakeligvis være rimelig å anta en fallende produksjon etter 2030 (Oljedirektoratet, 2014c). Men på grunn av manglende prognoser og kunnskap om hva som vil være et realistisk anslag på dette fremover har vi antatt at produksjonen for årene 2030-2039 er lik gjennomsnittet for produksjonsprognosene i årene 2014-2030, altså 3,6 millioner fat o.e. per dag. Videre antar vi at resten av produksjonen på 30 millioner fat oljeekvivalenter per dag produseres i 2040.

SDØE-andelen av norsk produksjon utgjør i 2013 28%. Denne andelen forventes å falle ned mot 22% i 2024, som følge av at staten ikke har eierandeler i alle funn som forventes å skape

vekst på norsk sokkel fremover (RystadEnergy, 2014). For vårt formål antar vi denne andelen holder seg konstant, også etter 2024. I vedlegg B figur 11.2-2 er petroleumsproduksjonen for perioden 2014-2040 oppsummert.

### 5.3.3 Diskonteringsrente

Til å finne diskonteringsrenten tar vi utgangspunkt i sammenhengen gitt av kapitalverdimodellen. Som estimat på risikofrirente benytter vi en tidsserie av realrente på 10 års obligasjoner fra US Department of Treasury. Valget av obligasjoner tar utgangspunkt i beregnet durasjon av kontantstrømmene til SDØE den 30.01.15. Som grunnlag for beregning av durasjon har vi benyttet en rente på 2%, dette begrunner vi med dagens lave rentenivå. Videre baserer vi beregningen på de estimerte kontantstrømmene til SDØE multiplisert med produksjonen. Vi har benyttet den siste observasjonen på estimerte kontantstrømmer for SDØE for å få et mest mulig oppdatert tall. Durasjonen vil variere med kontantstrømmen som ligger til grunn, derfor vil det kunne tenkes at den hadde blitt ulik dersom vi hadde brukt en tidligere observasjon på estimert kontantstrøm i stedet.

Beregningen gir oss en durasjon i overkant av 14 år. Durasjonsberegningen kan ses av vedlegg B i avsnitt 11.2.1. På grunn av manglende observasjoner på inflasjonsjusterte statsobligasjoner (TIPS) med løpetid lik 15 år, benytter vi 10-års obligasjoner. Da SDØE-porteføljen ikke kan antas å være risikofri må vi legge til et risikopåslag. Damodaran viser til at i de siste syv årene har den globale risikopremien ligget på rundt 5%<sup>27</sup>. Vi benytter derfor også dette i vår analyse. I Januar 2015 observerer vi at ugiret beta for oljeindustrien varierer mellom 0,6 - 0,9<sup>28</sup>. Siden SDØE-porteføljen ikke er sammenliknbar med et vanlig petroleumsselskap, blant annet fordi den er 100% statlig eid, kan vi ikke uten videre benytte disse for å finne beta til SDØE-porteføljen. Vi velger derfor å ta utgangspunkt i en beta lik 0,6, som er beta til oljeprisen. Dette begrunner vi med at vi tidligere har antatt at oljeprisen driver kontantstrømmen til SDØE-porteføljen. Betaverdien multipliserer vi med markedsrisikopremien på 5%, vi får dermed et risikopåslag lik 3%. Hvordan valget av betaverdien påvirker våre resultater vil vi presentere i kapittelet om sensitivitetsanalyser.

---

<sup>27</sup> <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/> (22.05.15)

<sup>28</sup> [http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New\\_Home\\_Page/datafile/Betas.html](http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/datafile/Betas.html) (21.05.15)

### 5.3.4 Beregning av verdi

Hittil i kapittelet har vi vist hvordan vi har funnet alle komponentene som inngår i beregningen av SDØE-verdien. I dette avsnittet vil vi benytte dette til å illustrere verdiberegningen.

Med utgangspunkt observasjonen på Brent Blend den 30.01.15 kan vi benytte sammenhengen vi fant mellom kontantstrøm per produsert fat og oljeprisen for å estimere kontantstrømmen per produsert fat o.e.:

$$Y = -1.12 + 0.06 * 46.57 = 1.6742$$

Dette er da den estimerte kontantstrømmen for oljeprisen den 30.01.15 og periode 1 i verdierestimeringen. Denne benytter vi til å estimere fremtidig kontantstrøm som danner grunnlaget for verdien til SDØE denne datoen. Vi benytter OU-prosessen til å estimere verdien for periode 2:

$$1.6472 * e^{-0.00027*52} + 3.2442 * (1 - e^{-0.00027*52}) = 1.6964$$

Siden våre verdier er på ukentlig basis gjelder dette også raten for mean reversion. Når vi skal finne verdier fremover, må vi derfor multiplisere raten for mean reversion med tidssteget, som i dette tilfellet er 52. Dermed er verdien vi får en approksimert verdi for periode 2.

For periode 3 blir tilsvarende beregning:

$$1.6964 * e^{-0.00027*52} + 3.2442 * (1 - e^{-0.00027*52}) = 1.7182$$

Dette gjør vi for alle de resterende 23 periodene. Med tilhørende produksjonsprognoser og diskonteringsrente blir SDØE verdien den 30.01.15:

$$\left(\frac{1.6742 * 1037.76}{1 + 0.0318}\right) * 4 + \left(\frac{1.6964 * 1043.97}{(1 + 0.0318)^2}\right) * 4 + \left(\frac{1.7182 * 1074.09}{(1 + 0.0318)^2}\right) * 4 + \dots \\ + \left(\frac{2.1439 * 6573.16}{(1 + 0.0318)^{26}}\right) * 4 = 142\,440.92$$

Produksjonen er oppgitt i 1000 fat o.e. per dag og kontantstrømmen er per produsert fat per dag og basert på kvartalsvise observasjoner, derfor multipliserer vi de diskonterte kontantstrømmene med 4 for å få årlige verdier. Med en dollarkurs 30.01.15 (fra Thomson Reuters Eikon) 7,7195 tilsvarer dette 1099,6 milliarder kroner. Dette er verdien 30.01.15.



Med samme beregninger for alle observasjonene på oljeprisen, får vi en tidsserie av verdier for SDØE for perioden 01.03.03-30.01.15. Beregningene er illustrert i vedlegg B avsnitt 11.2.3. Som nevnt tidligere, brukes denne tidsserien videre i hovedkalibreringen til å representere Norges petroleumsinntekter, på samme måte som FTSE Global All Cap index representerer SPU.

## 6 Alternativ kalibrering

I denne alternative tilnærmingen til modellen ønsker vi å teste om den estimerte tidsserien for SDØE- verdier eventuelt påvirker våre resultater, og benytter isteden oljeprisen til å representere statens petroleumsinntekter, da det er rimelig å anta at disse avhenger av oljeprisen.

### 6.1 Datasett

Datasettet i denne kalibreringen består av FTSE Global All Cap Index, Statoil, hovedindeksen på Oslo Børs (OSEBX), FTSE World Oil & Gas og spotprisen på Brent Blend. Vi har hentet inn både daglige og ukentlige data, men vi ser at de ukentlige gir mer fornuftige resultater, slik at det er også disse vi vil vektlegge i vår analyse. Derfor benytter vi også i dette alternativet ukentlig data i perioden 03.01.03-30.01.15, og får dermed 630 observasjoner på logaritmisk avkastning på hver av variablene: FTSE Global All Cap Index, Statoil, OSEBX, olje- og gassindeksen til FTSE og oljeprisen Brent Blend.

### 6.2 Norges portefølje

I stedet for å benytte den estimerte verdien på SDØE benytter vi altså i denne tilnærmingen oljeprisen direkte til å representere Norges inntekter fra petroleumsvirksomheten. Til å representere de andre aktivaene i Norges portefølje benytter vi som tidligere FTSE Global All Cap Index, OSEBX i dollar, Statoil og olje- og gassindeksen. Som det fremgår av tabell 6.2-1 benytter vi også de samme andelene som presentert i forrige kapittel.

<i>Norges portefølje</i>			
<i>Aktiva</i>	<i>Verdi</i>	<i>Andel</i>	<i>Benchmark</i>
<i>SPU</i>	3900	0,58	<i>FTSE Global All Cap</i>
<i>SPN</i>	93,5	0,01	<i>OSEBX</i>
<i>Statoil</i>	278	0,04	<i>Statoil</i>
<i>Petroleumsinntekter</i>	2443,5	0,36	<i>Oljepris</i>
<i>Olje- og gassaksjer</i>	0	0	<i>Olje- og gassindeks</i>
<b><i>SUM</i></b>	<b>6715</b>	<b>1</b>	

Tabell 6.2-1: Andeler i den alternative kalibreringen (Tall i mrd. kroner)

## 7 Resultater

I dette kapitlet vil vi presentere beregningen bak de estimerte porteføljene, først hovedkalibreringen, deretter den alternative kalibreringen. Beregningene danner grunnlaget for optimeringene vi gjennomfører. Disse har vi gjennomført ved hjelp av analyseverktøyet *Problemløser* i Excel. Vi bruker den ikke-lineære løsningsmetoden og maksimerer Sharpe ratio til porteføljen ved å endre andelene investert i FTSE Global All Cap Index og olje- og gassindeksen. I optimeringen holdes de resterende andelene konstant, og vi har en begrensning som sier at summen av andelene i Norges portefølje må være 1. I noen av tilfellene vil vi også legge inn en begrensning om at det SPU maksimalt kan trekke seg ut av olje- og gassindeksen med er 7,33%. Dette er nåværende andel SPU investerer i olje- og gassaksjer gjennom referanseindeksen FTSE Global All Cap Index, forutsatt at de ikke avviker fra denne. Ved at vi optimerer med hensyn på verdensindeksen og en olje- og gassindeks, tar vi utgangspunkt i at olje- og gassindeksen er mer eksponert for oljeprisendringer mens verdensindeksen representerer en mer veldiversifisert portefølje av andre aksjer.

Resultatene fra optimeringene presenterer vi etter gjennomgangen av beregningene. Senere i kapitlet vil vi også presentere resultater fra en optimering hvor vi benytter daglige data, og en optimering hvor vi også inkluderer en kullindeks, før vi helt til slutt presenterer analyser av våre data.

### 7.1 Beregninger bak hovedkalibreringen

Analysen vi gjennomfører innebærer å optimere Norges portefølje med utgangspunkt i Sharpe ratio for den estimerte porteføljen. Sharpe ratio til en eiendel er som vist i gjennomgangen om kapitalverdimodellen lik (Brealey mfl., 2014):

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{r - r_f}{\sigma}$$

For å beregne denne for hver enkelt eiendel som inngår i porteføljen, trenger vi derfor eiendelenes forventede avkastning og standardavvik. Til å beregne dette benytter vi sammenhengen gitt av kapitalverdimodellen (vedlegg A).

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i,m}(E(r_m) - r_f)$$

Hvor beta til eiendel  $i$  er gitt av:

$$\beta = \frac{Cov_{i,m}}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{i,m}\sigma_i}{\sigma_m}$$

Med dette som utgangspunkt begynner vi derfor med å beregne eiendelenes forventede avkastning for deretter å finne deres standardavvik. Med bakgrunn i de innsamlede dataene tar vi utgangspunkt i logaritmisk avkastning:

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

hvor avkastningen på tidspunkt  $t$  er gitt som forskjellen mellom den naturlige logaritmen til prisen på tidspunkt  $t$  og den naturlige logaritmen på tidspunkt  $t-1$ . Sammenliknet med andre avkastninger har denne en fordel ved at den summeres på en konsistent måte. For å finne avkastningene over flere perioder, summerer man avkastningene fra hver periode. Dessuten er de ofte enklere å tolke sett med utgangspunkt i en økonomisk sammenheng (Tsay, 2005)

Når vi tar utgangspunkt i historiske avkastninger til å estimere forventede avkastninger og varianser, antar vi at tidligere historiske avkastninger er gode indikatorer også for fremtidige avkastninger (Damodaran, 2012). Som det fremgår i beskrivelsen av oljeprisen er det en rekke faktorer i historien som har påvirket oljeprisutviklingen, og vi ser at de historiske korrelasjonene varierer alt ettersom hvilke periode vi benytter som grunnlag for beregningen. Dette vil trolig også gjelde aksjemarkedet. Av dette ser vi at perioden vi velger sannsynligvis vil kunne ha stor innvirkning på resultatene vi får, blant annet vil det kunne tenkes at finanskrisen i 2008-2010, vil kunne påvirke våre resultater. Vi vil senere presentere en sensitivitetsanalyse hvor vi beregner korrelasjoner i perioden før, under og etter finanskrisen, for å på denne måten forsøke å få et inntrykk av hvordan tidsperioden vi har valgt vil påvirke våre endelige resultater.

Når vi har beregnet eiendelenes avkastning benytter vi excel funksjonen *stdav*, og finner det årlige standardavviket til hver av eiendelene. Siden dataene er ukentlige observasjoner, multipliserer vi med kvadratroten av 52.

De estimerte avkastningene benytter vi videre som grunnlag til å finne porteføljens korrelasjonsmatrise. Vi benytter funksjonen *Korrelasjon* i excel til å beregne disse, og setter opp korrelasjonsmatrisen for hovedkalibreringen, denne fremgår av tabell 7.1-1.

<b>Korrelasjonsmatrise</b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE</i>
<i>FTSE</i>	1				
<i>Statoil</i>	0,65899	1			
<i>OSEBX</i>	0,58854	0,47910	1		
<i>Olje- og gassindeks</i>	0,85484	0,82530	0,55853	1	
<i>SDØE</i>	0,27863	0,48526	0,18612	0,47727	1

**Tabell 7.1-1: Korrelasjonsmatrise (Hovedkalibrering)**

Med 5 aktiva i porteføljen får vi en 5x5 matrise. Langs diagonalen er korrelasjonen til eiendelene med seg selv, og disse er derfor 1. Før vi optimerer ser vi at korrelasjonene mellom alle aktivaene i modellen er positive, det vil si at avkastningene til alle aktivaene i modellen beveger seg i samme retning. Av tabell 7.1-1 ser vi også at korrelasjonene mellom FTSE og olje- og gassindeksen er relativt høy (0,85). SDØE sin korrelasjon er høyest med Statoil og olje- og gassindeksen. Årsaken til dette er at vi har basert verdien på SDØE på oljeprisen, og siden olje- og gassindeksen og Statoil er positivt korrelert med oljeprisen (ser av beregningene i alternativ kalibrering) er det ikke unaturlig at også korrelasjonen mellom SDØE og disse er positive.

Med utgangspunkt i de estimerte standardavvikene og aktivaenes korrelasjon med markedet (her: FTSE Global All Cap index), beregner vi beta. Siden FTSE Global All Cap Index representerer markedet antar vi i modellen at betaverdien til denne er lik 1.

Som det fremgår av tabell 7.1-3, finner vi i tilfellet for olje- og gassindeksen at det årlige standardavviket er 0,247. Siden det årlige standardavviket til FTSE er 0,183 og korrelasjonen mellom FTSE og olje- og gassindeksen er 0,855 fra tabell 7.1-1, finner vi beta til olje- og gassindeksen ved hjelp av følgende beregning:

$$\beta = \frac{0.247 * 0.855}{0.183} = 1.155$$

Som estimat på risikofri rente er det vanlig å benytte renten på langsiktige statsobligasjoner. Vi tar utgangspunkt i amerikanske statsobligasjoner med løpetid på 30 år. Renten på denne er

per januar 2015 om lag 2,5%, og vi benytter dette i modellene<sup>29</sup>. Markedsrisikopremien antar vi, som i beregningen av SDØE-verdiene, er 5%, da det er dette den har ligget på i det globale markedet de seneste årene. Forventet avkastning til olje- og gassindeksen finner vi dermed gjennom følgende beregning:

$$r = 2.5\% + 1.155 * 5\% = 8.28\%$$

Basert på disse beregningene, finner vi Sharpe ratio til olje- og gassindeksen:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{8.28\% - 2.5\%}{0.247} = 23.4\%$$

Vi gjør de samme beregningene også for de andre aktivaene som inngår i Norges portefølje. Resultatene fremgår av tabell 7.1-3. Til å finne porteføljens Sharpe ratio beregner vi porteføljens varians-kovariansmatrise, som vist i tabell 7.1-2.

<i><b>Varians-Kovariansmatrise</b></i>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE</i>
<i>FTSE</i>	0,01125				
<i>Statoil</i>	0,00092	0,00017			
<i>OSEBX</i>	0,00020	0,00002	0,00001		
<i>Olje- og gassindeks</i>	0	0	0	0	
<i>SDØE</i>	0,00506	0,00110	0,00010	0	0,02929

Tabell 7.1-2: Varians-kovariansmatrise (Hovedkalibrering)

Til eksempel er kovariansen mellom Statoil og FTSE beregnet som produktet av porteføljeandelene i henholdsvis Statoil og FTSE, korrelasjonene mellom disse og deres standardavvik:

$$\sigma = 0.5808 * 0.0414 * 0.183 * 0.320 * 0.660 = 0.00092$$

I varians-kovariansmatrisen er variansen til hver enkelt eiendel gitt av diagonalen, i vårt tilfelle får vi dermed fem ulike varianser. I og med at varians-kovariansmatrisen er symmetrisk får vi totalt 10 ulike kovarianser. Andelen til olje- og gassindeksen er satt til 0 før vi optimerer, derfor er kovariansene til olje- og gassindeksen med de andre aktivaene i modellen lik 0.

<sup>29</sup> <http://www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/Historic-Yield-Data-Visualization.aspx> (25.05.15)

Med bakgrunn i varians-kovariansmatrisen beregner vi porteføljens standardavvik, som kvadratrotten av summen av varians-kovariansmatrisen, multiplisert med aktivaandelene. Vi finner at porteføljens standardavvik er 0,236. Porteføljens beta og forventet avkastning er vektete gjennomsnitt av henholdsvis beta og forventet avkastning til de ulike aktivaene. Porteføljens beta er i dette tilfellet 0,9, mens forventet avkastning til porteføljen er 7%. Til slutt finner vi Sharpe ratio til porteføljen:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{7\% - 2.5\%}{0.236} = 19.09\%$$

Resultatet av beregningene vi har foretatt kan ses av tabell 7.1-3.

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,470	0,236
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,717	0,900
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,09%	7,00%
<i>Vekter</i>	58,08%	4,14%	1,39%	0%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	7,63%	19,09%

Tabell 7.1-3: Norges portefølje (Hovedkalibrering)

Vi optimerer modellen ved å maksimere Sharpe ratio til Norges portefølje ved å endre vektene investert i verdensindeksen FTSE Global All Cap Index, som representerer aksjeinvesteringene til SPU, og olje- og gassindeksen FTSE World Oil & Gas, som representerer SPU sine investeringer i olje- og gassaksjer. De andre vektene, som er investeringene til SPN, statens eierandel i Statoil og Norges petroleumsinntekter, holdes konstante i optimeringen.

## 7.2 Resultater fra hovedkalibrering

Optimeringen av Norges portefølje i hovedkalibreringen gir følgende resultat (se vedlegg D tabell 11.4-1 for varians-kovariansmatrisen til den optimale løsningen):

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE-verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,470	0,214
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,717	0,836
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,09%	6,68%
<i>Vekter</i>	98,88%	4,14%	1,39%	-40,80%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	7,63%	19,56%

Tabell 7.2-1: Norges portefølje optimal (Hovedkalibrering)

Når vi optimerer Sharpe ratio til Norges portefølje ved å endre andelene investert i FTSE Global All Cap Index og olje- og gassindeksen, finner vi at andelen investert i FTSE Global All Cap Index bør være 98,88%, og andelen investert i olje- og gassindeksen -40,80%. Med disse andelene har porteføljen en Sharpe lik 19,56%, sammenliknet med den ikke-optimale porteføljes Sharpe lik 19,09%. Dette betyr at Norge oppnår et bedre risiko-avkastningsforhold ved at SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer, og heller investerer en større andel i andre aksjer. Årsaken til dette er at porteføljen blir mer diversifisert og får dermed et bedre forhold mellom avkastning og risiko. Forbedringen i forholdet mellom avkastning og risiko er i tråd med hva kapitalverdimodellen sier; nemlig at man bør investere alt i markedsporteføljen, da denne er mer diversifisert ved at den representerer hele markedet.

Det vil være vanskelig å shorte aksjer i et så stort volum som det den optimale løsningen tilsier. Siden FTSE Global All Cap Index består per 31.12.14 av 7,33% i olje- og gassaksjer, er dette den aktuelle andelen i olje- og gassaksjer SPU kan trekke seg ut med. Når vi optimerer med en betingelse om at andelen investert i olje- og gassaksjer ikke kan være lavere enn -7,33, får vi egenskaper ved porteføljen, som vist i tabell 7.2-2 (se vedlegg D tabell 11.4-2 for varians-kovariansmatrise til denne løsningen).



<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE-verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,470	0,231
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,717	0,888
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,09%	6,94%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	7,63%	19,23%

Tabell 7.2-2: Norges portefølje optimal med begrensning (Hovedkalibrering)

Beregningene som ligger bak tabellene er, som tidligere nevnt, gjennomført i excel. For at tabellene skal være oversiktlige har vi valgt å ikke oppgi alle desimaler. I excel inkluderes alle desimaler, så dersom man baserer beregningene kun på disse tabellene, vil det derfor naturligvis oppstå avvik fra resultatene vi oppgir. For at det skal være klarhet i hva vi har gjort, viser vi derfor her et eksempel hvor vi inkluderer flere desimaler.

Den optimale porteføljen vist i tabell 7.2-2 har et standardavvik lik 0,230955, forventet avkastning lik 6,94183% og Sharpe lik 19,23240%. For å finne forbedringen i avkastningen fra å følge en strategi hvor SPU trekker seg ut med 7,33% i olje- og gassaksjer, må vi først finne den forventede avkastningen fra den risikjusterte porteføljen hvor 7,33% er investert i olje- og gassaksjer. Denne finner vi på følgende måte:

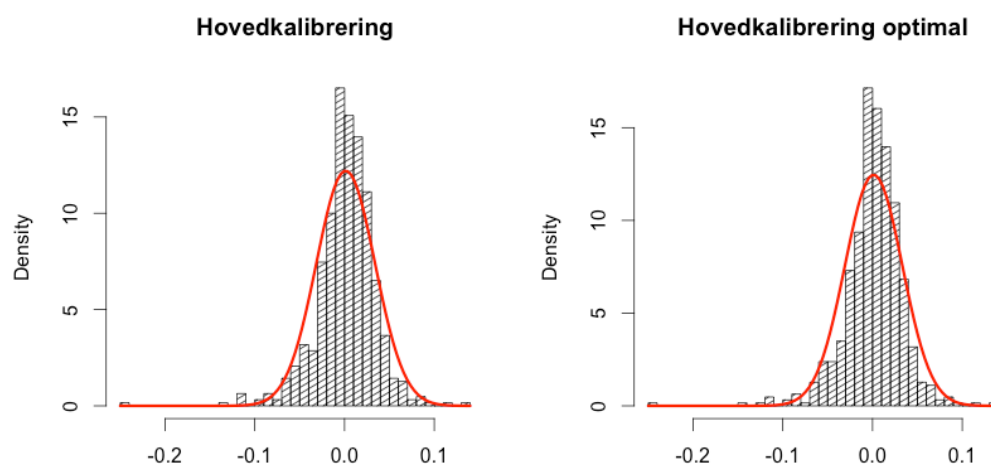
$$0.0230955 * 0.190923 + 2.5\% = 0.0690946 = 6.90946\%$$

Hvor 0,190923 er Sharpe ratio til den ikke-optimale porteføljen. Når den forventede avkastningen til denne risikjusterte porteføljen er 6,90946, blir dermed forbedringen i avkastningen om lag 0,03235%, ved at SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer. Dette tilsvarer ca. 2,17 milliarder kroner per år når verdien av Norges portefølje i vår modell er 6700 milliarder per 01.01.15.

Avkastningene og forbedringene i avkastningene er forventede verdier, at de virkelige verdiene vil avvike fra forventningen utgjør en risiko i en investeringssammenheng. For å forsøke å fastlå hvilken risiko som er knyttet til en investering kan man ta utgangspunkt i den observerte sannsynlighetsfordelingen til en variabel, hvor særlig halerisiko vil være av

interesse. Denne angir sannsynligheten for å observere ekstreme verdier, og i denne forbindelse kan målene skewness og kurtosis benyttes. Disse angir sannsynligheten for å observere ekstreme verdier sammenliknet med en normalfordelt variabel (vi gir en beskrivelse av disse målene i avsnitt 7.6). Vi vil i det følgende undersøke hvordan halerisikoen til Norges portefølje endrer seg ved endret investeringsstrategi, med utgangspunkt i skewness og kurtosis. Beregningene er gjennomført i excel med funksjonene *Skjevfordeling* og *Kurt*.

Tidsserien for porteføljen når SPU har trukket seg ut med 7,33% i olje- og gassaksjer har en skewness lik -1,05 og kurtosis lik 6,94. Til sammenlikning var skewness -1,04 og kurtosis 6,84 i modellen hvor andelen i olje- og gassaksjer var satt til 0. Av dette ser vi at halerisikoen har økt for porteføljen hvor SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer, men som det fremgår av figuren 7.2-1 nedenfor, har ikke fordelingen til porteføljen endret seg betydelig.



**Figur 7.2-1: Normalitetsplot av porteføljen før og etter optimering (Hovedkalibrering)**

For å forsøke å si noe mer om hvordan porteføljens halerisiko endrer seg med de optimale andelenes har vi beregnet persentiler. Dette målet angir en verdi som en gitt prosentandel av observasjonene vil falle under. I tabell 7.2-3 har vi beregnet 1% og 0,5% persentil.

Beregningene er gjennomført ved å benytte formelen *persentil* i excel.

	<i>Investert i olje- og gassaksjer</i>		<i>Endring</i>	
<i>Persentil</i>	<i>7,33%</i>	<i>0%</i>	<i>I avkastning</i>	<i>I mrd NOK</i>
<i>1%</i>	-17,899%	-17,791%	0,108%	7,2
<i>0.5%</i>	-21,251%	-20,926%	0,325%	21,8

**Tabell 7.2-3: 1% og 0.5% persentil (Hovedkalibrering)**

Vi ser altså at 1% av avkastningene vil falle under -17,791% når SPU har trukket seg ut av olje- og gassaksjer. Til sammenlikning var denne avkastningen -17,899% før. Vi ser dermed at med utgangspunkt i 1% persentil har porteføljens halerisiko blitt redusert. Dette tilsvarer en økning i de 1% laveste avkastningene lik 7,2 milliarder kroner ( $0,0108\% \cdot 6700$ ). Også med utgangspunkt i 0,5% persentil har halerisikoen blitt redusert når SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer. Denne reduksjonen tilsvarer en økning i avkastningen lik 21,8 milliarder.

Når vi undersøker 0,5% persentil og kun har 630 observasjoner, undersøker vi med andre ord kun de tre dårligste avkastningene. Det kan derfor stilles spørsmål ved om vi i denne beregningen faktisk kan fastslå noe konkret om halerisikoen. Da beregningen er basert på få observasjoner, kan det tenkes at resultatene kun er historiske tilfeldigheter og resultatene fra persentilberegningene bør derfor ikke tillegges for stor vekt.

### 7.3 Beregninger bak alternativ kalibrering

For denne porteføljen beregner vi en korrelasjonsmatrise og en varians-kovariansmatrise på samme måte som i hovedkalibreringen. Vi beregner også standardavvik, beta, forventet avkastning og Sharpe ratio for alle enkelteidene porteføljen består av, og for porteføljen totalt. I denne kalibreringen får vi følgende korrelasjons- og varians-kovariansmatrise for porteføljen før vi optimerer:

<b><i>Korrelasjonsmatrise</i></b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Olje</i>
<i>FTSE</i>	1				
<i>Statoil</i>	0,65899	1			
<i>OSEBX</i>	0,58854	0,47910	1		
<i>Olje- og gassindeks</i>	0,85484	0,82530	0,55853	1	
<i>Olje</i>	0,32058	0,55030	0,25660	0,53685	1

Tabell 7.3-1: Korrelasjonsmatrise (Alternativ kalibrering)

<b>Varians-Kovariansmatrise</b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Olje</i>
<i>FTSE</i>	0,01125				
<i>Statoil</i>	0,00092	0,00017			
<i>OSEBX</i>	0,00020	0,00002	0,00001		
<i>Olje- og gassindeks</i>	0	0	0	0	
<i>Olje</i>	0,00430	0,00092	0,00010	0	0,01603

Tabell 7.3-1: Varians-kovariansmatrise (Alternativ kalibrering)

Som det fremgår av tabell 7.3-1 er korrelasjonen mellom FTSE Global All Cap Index og olje- og gassindeksen den høyeste også i dette alternativet. Siden flere av de store selskapene som inngår i OSEBX er oljeselskaper, er det ikke unaturlig at oljeprisen og OSEBX er positivt korrelerte (Næs mfl., 2008). Vi ser i dette tilfellet at også vi får en positiv korrelasjon mellom oljeprisen og OSEBX, men at korrelasjonen mellom verdensindeksen FTSE og oljeprisen er høyere. Dette kan trolig skyldes at vi bruker OSEBX i dollar. Når vi i stedet benytter OSEBX i kroner finner vi at korrelasjonen mellom OSEBX og oljeprisen er 0,446 som er høyere enn FTSE sin korrelasjon med oljeprisen.

Utgangspunktet for optimeringen av den alternative kalibreringen kan ses av tabell 7.3-3:

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Olje</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,348	0,201
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,611	0,861
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,28%	6,14%	8,28%	5,55%	6,81%
<i>Vekter</i>	58,08%	4,14%	1,39%	0	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,05%	16,11%	23,40%	8,78%	21,41%

Tabell 7.3-2: Norges portefølje (Alternativ kalibrering)

Porteføljens standardavvik er 0,201, betaverdien 0,861 og forventet avkastning 6,81%. Sharpe ratio til porteføljen blir dermed 21,41%.

## 7.4 Resultater fra alternativ kalibrering

Egenskapene ved den optimale løsningen kan ses av tabell 7.4-1 (se vedlegg D tabell 11.4-1 for varians-kovariansmatrisen).

<i>Norges portefølje</i>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Olje</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,348	0,180
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,611	0,797
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,28%	6,14%	8,28%	5,55%	6,48%
<i>Vekter</i>	99,56%	4,14%	1,39%	-41,48%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,05%	16,11%	23,40%	8,78%	22,18%

Tabell 7.4-1: Norges portefølje optimal (Alternativ kalibrering)

Når vi optimerer Sharpe ratio til porteføljen i den alternative kalibreringen finner vi at det optimale for Norges portefølje vil være å investere 99,56% i FTSE Global All Cap Index og -41,48% i olje- og gassindeksen. Det vil si at det også i denne modellen gir et bedre forhold mellom risiko og avkastning dersom SPU trekker seg ut av olje og gass, og investerer mer i andre aksjer. Sharpe er i dette tilfellet 22,18% mot 21,41% som den var før optimeringen.

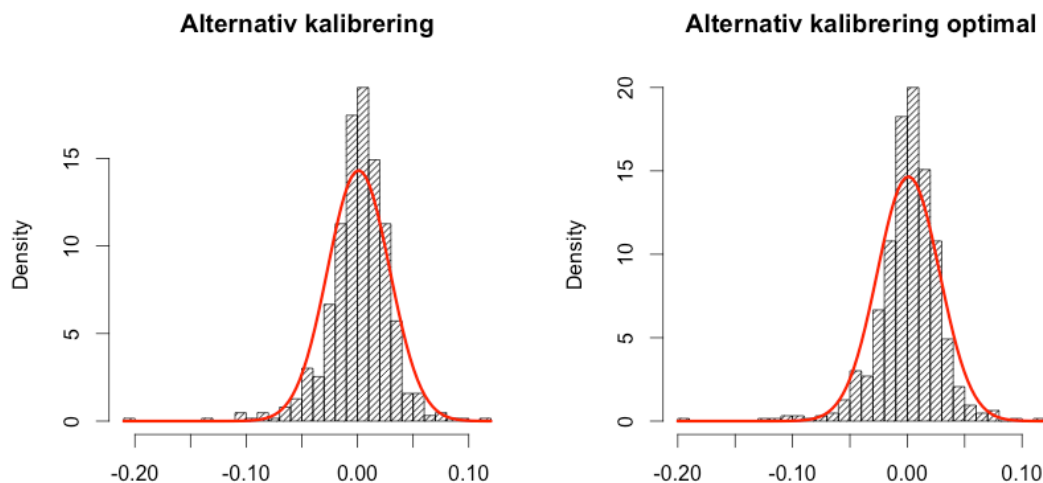
Når vi optimerer med begrensning om at SPU ikke kan trekke seg ut av olje- og gassaksjer med mer enn 7,33%, får vi følgende egenskaper ved porteføljen (variens-kovariansmatrise i D tabell 11.4-2):

<i>Norges portefølje</i>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Olje</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,348	0,196
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,611	0,849
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	5,55%	6,75%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	8,78%	21,64%

Tabell 7.4-2: Norges portefølje optimal med begrensning (Alternativ kalibrering)

Porteføljen hvor man har trukket seg ut med en andel lik 7,33% i olje- og gassaksjer har et standardavvik lik 0,196, forventet avkastning lik 6,748% og Sharpe lik 21,64%. For samme risiko (0,196) har en portefølje bestående av 7,33% i olje- og gassaksjer gjennom FTSE sine investeringer, forventet avkastning lik 6,703% og Sharpe ratio lik 21,41%. Dermed vil man i dette tilfellet oppnå en forbedret avkastning på omtrent 0,044160%, det vil si omlag 2,96 milliarder kroner per år.

Porteføljen når SPU har trukket seg ut med 7,33% i olje- og gassaksjer har en skewness lik -1,07 og kurtosis lik 6,61. Til sammenlikning var skewness -0,56 og kurtosis 2,84 i modellen før vi optimerte. I dette tilfellet ser vi at halerisikoen til porteføljen med utgangspunkt i skewness og kurtosis har økt når SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer. Figur 7.4-1 nedenfor viser fordelingen til porteføljen før og etter optimering, også her ser vi endringen er minimal.



**Figur 7.4-1: Normalitetsplot av porteføljen før og etter optimering (Alternativ kalibrering)**

Av persentilberegningen i denne kalibreringen finner vi at 1% av avkastningene faller under -8,935% når SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer. Til sammenlikning var denne avkastningen ca. -8,923% før de trakk seg ut. Dette tilsvarer en økning i halerisikoen for dette persentilet som i kroner tilsvarer 0,8 milliarder. På samme måte har 0,5% av observasjonene lavere avkastning enn -17,405% når SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer. Før de trakk seg ut var denne avkastningen -17,989%. I dette persentilet har halerisikoen blitt redusert, med en verdi som tilsvarer 39 milliarder kroner. Tabell 7.4-3 oppsummerer dette.

<i>Persentil</i>	<i>Investert i olje- og gassaksjer</i>		<i>Endring</i>	
	<i>7,33%</i>	<i>0%</i>	<i>I avkastning</i>	<i>I mrd NOK</i>
<i>1%</i>	-8,923%	-8,935%	-0,012%	-0,8
<i>0.5%</i>	-17,989%	-17,405%	0,583%	39

Tabell 7.4-3: 1% og 0.5% persentil (Alternativ kalibrering)

Som nevnt i hovedkalibreringen er disse beregningene basert på få observasjoner og bør derfor ikke tillegges for mye vekt.

#### 7.4.1 Daglige vs. ukentlige data

I tillegg til modellene med ukentlig data har vi sett på hvordan resultatene påvirkes når vi bruker daglig data i samme tidsperiode. Vi inkluderer FTSE Global All Cap Index, Statoil, indeksen FTSE World Oil & Gas og oljeprisen Brent Blend.

Når vi optimerer modellen med ukentlige data finner vi at andelen SPU bør investere i FTSE Global All Cap index øker, mens andelen investert i olje- og gassaksjer blir negativ. Det samme ser vi i modellen med daglige data, men her blir andelen de bør trekke seg ut av olje- og gassaksjer noe lavere når vi ikke legger inn en begrensningen om at andelen i olje- og gass ikke kan være lavere enn 7,33%. De optimale andelen er i dette tilfellet 77,14% i verdensindeksen, -19,06 i olje- og gassindeksen. For mer detaljer knyttet til denne optimeringen se vedlegg D tabell 11.4-7-11.4-9.

Vi ser dermed at daglige data gir samme resultatet som ukentlig data, nemlig at SPU bør trekke seg ut av nåværende andel i olje- og gassaksjer. Vi har fokusert på modellene basert på ukentlig data da daglige data kan gi noe mindre presise resultater, blant annet som følge av tidsforskjellen mellom Norge og USA. Siden Norge ligger foran i tid, vil noen av prisene som handles på børs i USA være ”lagget”, og ved å bruke ukentlige data vil ikke dette lenger være et problem.

Et annet problem med daglige avkastninger er at det kan føre til skjevhet i estimatene knyttet til dager det ikke handles på. For eksempel kan betaestimer basert på daglige data hvor det er dager det ikke handles på være underestimert. Ved å bruke ukentlige eller månedlige data reduserer man disse skjevhetene signifikant (Damodaran, 2012).

## 7.5 Med kullindeks

I dette avsnittet vil vi presentere en optimering av hovedkalibreringen hvor vi har optimert med hensyn på andelene investert i en kullindeks i tillegg til verdensindeksen og olje- og gassindeksen. Dette gjør vi for å undersøke hvordan resultatene blir når vi når vi åpner for at SPU også kan trekke seg ut av kullinvesteringer.

### 7.5.1 World DS-Coal

Kullindeksen vi benytter består av 17 kullselskaper, og er derfor svært snever og vil nødvendigvis ikke være representativ for investeringene SPU har i kullselskaper gjennom FTSE Global All Cap Index. Kullindeksen betegnes å være en global indeks, og vi ser at selskapene som inngår i indeksen dekker ulike verdensdeler, og vi benytter derfor denne på tross av at den består av få selskaper.

### 7.5.2 Resultater med kullindeks

Vi optimerer Norges portefølje med hensyn på andelene investert i FTSE, en kullindeks og olje- og gassindeksen med en begrensning om at andelen ikke kan være lavere enn -7,33%. Resultatene kan ses av tabell 7.5-1 (for varians-kovariansmatrise og korrelasjonsmatrise til denne løsningen se vedlegg D tabell 11.4-3 og 11.4-4).

<i>Norges portefølje</i>							
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Kullindeks</i>	<i>SDØE-verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,327	0,470	0,227
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	1,391	0,717	0,929
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	9,5%	6,09%	6,86%
<i>Vekter</i>	69,5%	4,14%	1,39%	-7,33%	-4,0%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,4%	18,04%	16,11%	23,40%	21,29%	7,63%	19,24%

Tabell 7.5-1: Norges portefølje optimert med kullindeks

Vi finner at det optimale for SPU vil være å investere 69,5% i FTSE, og trekke seg ut med en andel tilsvarende 4% i kullindeksen, samtidig som å trekke seg ut av olje- og gassaksjer med 7,33%. Sammenliknet med tilsvarende analyse hvor vi ikke inkluderte kullindeksen, skal SPU her altså trekke seg ut med samme andel i olje og gass, investere en høyere andel i



verdensindeksen, og i tillegg trekke seg ut av kullselskaper. Som en mulig forklaring på dette resultatet ser vi at korrelasjonen mellom kullindeksen og verdensindeksen FTSE er lavere enn den er mellom olje- og gassindeksen og verdensindeksen. Det vil derfor være bedre for Norges portefølje at SPU trekker seg ut av begge industriene, men en høyere andel ut av olje- og gassaksjer enn kull. Ideelt sett burde det vært lagt inn en begrensning på hvor stor andel man kan trekke seg ut av kullindeksen med, men da kullselskapene som inngår i verdensindeksen er vanskelig å definere, vet vi ikke hvor stor andel kullselskapene utgjør.

Sammenliknet med utgangspunktet hvor andelene i olje- og gassindeksen og kullindeksen var null (men investert gjennom FTSE) er forbedringen i forventet avkastning til samme risiko 0,03423%, som tilsvarer om lag 2,29 milliarder kroner per år. Dersom vi sammenlikner med optimeringen hvor vi kun tok hensyn til olje- og gassinvesteringene, ser vi at forbedringen i avkastningen er høyere. Årsaken til dette er igjen i tråd med hva kapitalverdimodellen sier, nemlig at porteføljen blir mer diversifisert ved at en høyere andel investeres i verdensindeksen, ved at SPU også trekker seg ut av kullinvesteringer i tillegg til olje og gass.

## 7.6 Dataanalyse

I det følgende vil vi gi en oppsummering av analysen av dataene som ligger til grunn for modellene vi anvender, men først vil vi gi en kort gjennomgang av de statistiske målene som kan benyttes til å beskrive en variabel og dens fordeling. For nærmere beskrivelse av de statistiske målene og resultatene fra dataanalysen, se vedlegg C.

Dersom en variabel er normalfordelt kan fordelingen forklares med målene gjennomsnitt og standardavvik, som utgjør henholdsvis moment en og to til en variabel. For andre fordelinger må man se på momenter av høyere orden, hvor det tredje momentet måler symmetrien til variabelen i forhold til gjennomsnittet, og det fjerde momentet måler oppførselen til halen til variabelen. I statistikk blir skewness og kurtosis ofte brukt til å oppsummere graden av asymmetri og tykkelsen på halene til variabelen (Tsay, 2005).

En normalfordelt variabel har skewness lik null, som vil si at den er symmetrisk. Dersom skewness til variabelen er positiv har variabelen haler mot høyresiden, tilsvarende har den haler mot venstresiden når den er negativ. Excess kurtosis til en normalfordelt variabel er lik null. En fordeling med positiv excess kurtosis har tykkere haler enn en normalfordeling. I

praksis har en slik fordeling tendens til å inneholde flere ekstremverdier enn en normalfordeling (Tsay, 2005). Hvorvidt en variabel er normalfordelt kan dermed avgjøres ved å undersøke henholdsvis skewness og kurtosis.

I stedet for å undersøke skewness og kurtosis hver for seg, kan man også teste om en variabel er normalfordelt gjennom en Jarque Bera-test, som kombinerer målene til én felles test (se vedlegg C avsnitt 11.3.1.1). Nullhypotesen i denne testen er at avkastningen er generert av en normalfordeling, og denne forkastes dersom den kjikvadratfordelte testobservatoren er høyere enn 5,99 som er den kritiske verdien ved to frihetsgrader og 5% signifikansnivå (Tsay, 2005).

Til å foreta dataanalysen har vi benyttet funksjonene *Gjennomsnitt*, *Skjevfordeling* og *Kurt* i excel for å beregne henholdsvis gjennomsnitt, skewness og kurtosis for alle variablene. I tillegg har vi også gjennomført JB-tester i programmet R. Resultatene kan ses av tabell 7.6-1.

	<i>Gj. snitt</i>	<i>Skewness</i>	<i>Excecss kurtosis</i>	<i>Testobservator (JB)</i>	<i>P-verdi</i>	<i>Nullhypotese</i>
<i>SDØE verdi</i>	0,0012	-0,6190	4,1221	477,01	2.2e-16	Forkast
<i>FTSE</i>	0,0013	-1,4229	11,7920	3798,26	2.2e-16	Forkast
<i>Statoil</i>	0,0011	-0,6092	6,6531	219,32	2.2e-16	Forkast
<i>OSEBX</i>	0,0027	-0,8019	4,9233	691,01	2.2e-16	Forkast
<i>Olje- og gassindeks</i>	0,0018	-1,2817	10,8568	3211,58	2.2e-16	Forkast
<i>Oljepris</i>	0,0006	-0,5409	2,7798	228,84	2.2e-16	Forkast

Tabell 7.6-1: Dataanalyse oppsummert

Av tabellen ser vi at for alle variablene inkludert i vår modell kan nullhypotesen om normalfordeling forkastes. Alle har p-verdier lavere enn 5% og testobservatorer fra JB-testen som er høyere enn 5,99. At våre variabler ikke er generert av en normalfordeling er en svakhet ved vår analyse, da vi i analysen tar utgangspunkt i Sharpe ratio, og med dette antar vi at varians og forventet avkastning forklarer variablene tilstrekkelig. Sharpe ratio fanger opp porteføljens gjennomsnittlige risiko, men tar ikke hensyn til skjevhet i avkastningen, altså asymmetrisk risiko. Dermed kan bruken av Sharpe ratio, når antakelsen om normalfordeling ikke er oppfylt, føre til feil investeringsbeslutninger.

En ikke-normalfordelt variabel har som tidligere nevnt en fordeling med skewness og kurtosis. Sett med utgangspunkt i en investeringsammenheng vil disse momentene kunne tolkes som risikoparametere. Skewness gir uttrykk for sannsynligheten for ekstreme avkastninger, hvor avkastninger med positiv skjevfordeling gir lavere sannsynlighet for tap og høyere sannsynlighet for positive ekstremverdier, mens avkastninger med negativ skjevfordeling vil gi en høyere sannsynlighet for tap. Kurtosis sier noe om fordelings haler, eventuelt hvor spiss eller flat en fordeling er sammenliknet med en normalfordeling (Hair mfl., 2014). Desto høyere kurtosis, desto tykkere haler har avkastningens fordeling. For en fordeling med relativt tykke haler er det større sannsynlighet for å observere ekstreme avkastninger. Av dette kan vi konkludere med at en risikoavers investor vil preferere en positiv skjev fordeling fremfor en negativ skjevfordeling, på samme måte vil investorer mest sannsynlig preferere lavere, fremfor høyere kurtosis (Damodaran, 2012).

Vi ser av tabellen at alle variablene i vårt tilfelle er negativt skjevt fordelt (alle skewness er negative), og har tykkere haler enn en normalfordelt variabel. Å basere analysen vår på et mål som antar normalfordeling kan dermed bli misledende.

## 7.7 Justert Sharpe ratio

Finansdepartementet viser gjennom NBIM (2015) til målet justert Sharpe ratio i en rapport om SPU. Dette er et mål som inkluderer en ”kompensasjonsfaktor” for negativt skjev fordeling og en faktor for excess kurtosis, på denne måten tar den hensyn til at investorer prefererer lav kurtosis og positiv skjevfordeling fremfor negativ.

$$\text{Justert Sharpe Ratio} = SR \left[ 1 + \left( \frac{S}{6} \right) SR - \left( \frac{K - 3}{24} \right) SR^2 \right]$$

Hvor

SR = Tradisjonell Sharpe ratio

S = Skewness (sentralmoment 3)

K = Kurtosis (sentralmoment 4)

(Pezier & White, 2006)

Dersom skewness er negativ og excess kurtosis er positiv, vil justert Sharpe ratio være lavere enn den tradisjonelle. En normalfordelt variabel har som tidligere nevnt skewness og excess kurtosis lik 0, slik at i dette tilfellet vil justert Sharpe være lik den tradisjonelle.

### 7.7.1 Hovedkalibrering

Siden våre analyser, oppsummert i tabell 7.6-1, indikerer at ingen av våre variabler er normalfordelte, har vi gjennomført en analyse hvor vi i stedet for det tradisjonelle målet på Sharpe ratio benytter det justerte. I tilfellet for verdensindeksen FTSE er justeringen foretatt på følgende måte:

$$\text{Justert Sharpe Ratio} = 0.27 \left[ 1 + \left( \frac{-1.42}{6} \right) 0.27 - \left( \frac{11.79}{24} \right) 0.27^2 \right] = 0.25$$

Denne justeringen gjennomfører vi for alle variablene. I tilfellet for porteføljen, er skewness og kurtosis avhengig av de optimale andelene, slik at den vil endre seg når andelene endres. Når vi beregner justert Sharpe for porteføljen viser vi først til skewness og kurtosis til de ikke-optimale andelene, men i beregningen av de optimale andelene endres skewness og kurtosis for porteføljen. Med en begrensning om at andelen investert i olje- og gassindeksen ikke kan være lavere enn -7,33% blir justeringen slik:

$$\text{Justert Sharpe Ratio} = 0.19 \left[ 1 + \left( \frac{-1.05}{6} \right) 0.19 - \left( \frac{6.94}{24} \right) 0.19^2 \right] = 0.18$$

Egenskapene ved den optimale porteføljen med justert Sharpe ratio kan ses av tabell 7.7-1. Vi ser at med en begrensning om at andelen i olje- og gassindeksen ikke kan bli lavere enn -7,33%, gir denne optimeringen de samme optimale andelene som i tilfellet med tradisjonell Sharpe. Standardavviket er 0,231, forventet avkastning er 6,94% og Sharpe er 18,38%. Til sammenlikning har den ikke-optimale porteføljen en Sharpe lik 18,26%, og til samme risiko er avkastningen 6,73%. Forbedringen i avkastning tilsvarer om lag 0,22381% eller 15 milliarder kroner per år.

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,470	0,231
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,717	0,888
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,09%	6,94%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Justert Sharpe Ratio</i>	24,59%	17,65%	15,68%	21,65%	7,56%	18,38%

Tabell 7.7-1: Norges portefølje med justert Sharpe (Hovedkalibrering)

### 7.7.2 Alternativ kalibrering

Også i den alternative kalibreringen har vi justert Sharpe ratio for skewness og kurtosis. Resultatene fremkommer av tabell 7.7-2. Vi ser at vi også i denne kalibreringen, får de samme optimale andelene som når vi benyttet tradisjonell Sharpe ratio.

<i>Norges portefølje</i>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Olje</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,348	0,196
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,611	0,849
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	5,55%	6,75%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Justert Sharpe Ratio</i>	24,59%	17,65%	15,68%	21,65%	8,70%	20,52%

Tabell 7.7-2: Norges portefølje med justert Sharpe (Alternativ kalibrering)

Den justerte Sharpe ratio for porteføljen hvor SPU har trukket seg ut av olje- og gassaksjer er 20,52%. Standardavviket og den forventede avkastningen er henholdsvis 0,196 og 6,747%. Til sammenlikning er justert Sharpe ratio når SPU investerer 7,33% i olje- og gassaksjer gjennom verdensindeksen FTSE 20,03% og den forventede avkastningen til samme risiko (0,196) er 6,432%. Forbedringen i avkastning på 0,31551% tilsvarer om lag 21,1 milliarder kroner.

For begge kalibreringene får vi en høyere forbedring i avkastningen i løsningen hvor SPU trekker seg ut av olje- og gassindeksen når vi justerer Sharpe ratio sammenliknet med når vi ikke justerer. Dette kan bety at vi får skjeve resultater når vi benytter en modell som antar normalfordeling. Ved å justere sharpe kompenseres det for negativ skewness og høy excess kurtosis, noe alle våre variabler har. Dersom man antar normalfordeling, men dette ikke er tilfredsstillt, vil negativ skewness og høy excess kurtosis gi høyere sannsynlighet for dårlige avkastninger og ekstremverdier. For våre variabler fører dette derfor til en lavere forventet avkastning. Derfor er det naturlig at forbedringen i avkastning er høyere når skewness og kurtosis er tatt hensyn til. At forbedringen i avkastningen avviker i så stor grad fra når vi benytter den tradisjonelle Sharpe, kan være en indikasjon på at målet ikke nødvendigvis er en god metode, slik at disse resultatene må tolkes med forsiktighet.

## 7.8 Resultater oppsummert

I tabell 7.8-1 oppsummerer vi resultatene fra optimeringene vi har gjennomført. Vi ser at i alle modellene er det optimalt for SPU å trekke seg ut av nåværende andel investert i olje- og gassaksjer og investere en høyere andel i verdensindeksen. Forbedringen i avkastning varierer mellom 2,17 og 21,1 milliarder, men vi bemerker oss at den er urealistisk høy i modellene med justert Sharpe. Ved at SPU også kan trekke seg ut av kullaksjer, oppnår vi en høyere forbedring i avkastning som følge av mer diversifisert portefølje, sammenliknet med hovedkalibreringen.

	<i>Investert i FTSE Global</i>	<i>Investert i olje- og gassindeks</i>	<i>Investert i kullindeks</i>	<i>Porteføljens standardavvik</i>	<i>Endret avkastning</i>	<i>Endring i mrd. kroner</i>
<i>Hovedkalibrering</i>	65,4%	-7,33%	-	0,231	0,032355%	2,17
<i>Alternativ</i>	65,4%	-7,33%	-	0,196	0,044160%,	2,96
<i>Med kullindeks</i>	69,5%	-7,33%	-4,0%	0,227	0,034230%	2,29
<i>Hovedkalibrering (Justert sharpe)</i>	65,4%	-7,33%	-	0,231	0,223806%	15
<i>Alternativ (Justert sharpe)</i>	65,4%	-7,33%	-	0,196	0,315511%	21,1

Tabell 7.8-1: Oppsummering av resultater

## 8 Sensitivitetsanalyser

For å undersøke hvor følsomme resultatene i modellen er ovenfor våre antakelser og valg av tidsperiode, har vi foretatt sensitivitetsanalyser hvor vi endrer på faktorer som det er knyttet stor usikkerhet til i modellen: tidsperioden, den underliggende prisprosess i oljeprisen, produksjonsprognoser for petroleum og betaværdien til SDØE og derfor renten vi bruker til å beregne denne tidsserien. Siden oljefondet ikke kan gå short i olje- og gassaksjer begrenser vi alle optimeringene til at andelen SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer ikke kan være større enn 7,33%. Endringene foretas i hovedkalibreringen. Nedenfor presenterer vi resultatene fra sensitivitetsanalysene, for tilhørende tabeller se vedlegg E.

### 8.1 Tidsserien delt inn i tre 4-års perioder

En svakhet ved vår analyse er at den bygger på en relativt kort tidsperiode. SPU har en langsiktig investeringshorisont, samt at enkelthendelser i en kort tidsperiode trolig vil ha en stor innvirkning på hvilke resultater vi får, dette taler for at vi burde hatt en lengre tidsperiode. Mangel på observasjoner på FTSE Global All Cap Index og renter i beregningen av verdier på SDØE-porteføljen, gjør at perioden begrenses til 2003. For å undersøke hvordan korrelasjonene varierer innenfor vår tidsperiode, som følge av hendelser som for eksempel finanskrisen, har vi delt tidsperioden i tre 4 års perioder: 2003-2006, 2007-2010 og 2011- jan. 2015. Dermed får vi modeller basert på tiden før finanskrisen, under finanskrisen, og etter finanskrisen.

#### 8.1.1 2003-2006

I perioden 2003-2006 finner vi at den optimale porteføljen er at SPU trekker seg ut med 7,33% i olje og gassaksjer og investerer 65,4% i verdensindeksen. Denne porteføljen har en forventet avkastning lik 4,697%, standardavvik lik 0,214 og Sharpe ratio lik 10,3%. Til sammenlikning har den ikke-optimale portefølje med lik risiko (0,214), forventet avkastning lik 4,657% og Sharpe lik 10,1%. Per år oppnår dermed oljefondet en forbedring i avkastning lik 0,04028% ved å trekke seg ut av olje- og gassaksjer. I kroneverdier tilsvarer dette en forbedring på om lag 2,70 milliarder per år. Vi bemerker imidlertid at denne tidsperioden gir merkelig estimater for SDØE verdiene. Blant annet ser vi fra tabell 11.5-1 i vedlegg E, at vi får vi en negativ forventet avkastning på SDØE.

### 8.1.2 2007-2010

Når vi benytter perioden 2007-2010, er også det optimale at SPU trekker seg ut av nåværende andel på 7,33% i olje- og gassaksjer og investerer en høyere andel i verdensindeksen. Sharpe ratio til den denne porteføljen er 16,9%, forventet avkastning er 7,479% og standardavviket er lik 0,295. For lik risiko har en portefølje, som gjennom verdensindeksen investerer 7,33% i olje- og gassaksjer, forventet avkastning lik 7,456% og Sharpe ratio lik 16,8%. Dermed vil man i dette tilfellet oppnå en forbedret avkastning lik 0,02330%. Når verdien av Norges portefølje er 6700 milliarder, tilsvarer dette en forbedret avkastning på om lag 1,56 milliarder kroner per år.

### 8.1.3 2011-jan. 2015

I perioden etter finanskrisen, 2011- jan. 2015, finner vi at den optimale porteføljen er at SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer. Denne porteføljen har en Sharpe ratio lik 25,5%, forventet avkastning lik 6,766% og standardavvik på 0,167. For samme risiko har den ikke-optimale porteføljen Sharpe lik 25,4% og forventet avkastning lik 6,751%. I dette tilfellet oppnår man dermed en forbedring i avkastning på 0,01475% per år, som i kroneverdier utgjør om lag 1 milliard.

Når vi deler perioden 2003- jan. 2015, i mindre perioder ser vi at forbedringen i avkastningene varierer i de ulike periodene. Av dette ser vi at tidsperioden man velger antakeligvis vil ha mye å si for hvilke verdier vi får, selv om vi ser at hovedkonklusjonen er den samme.

## 8.2 Oljeprisen

I beregningen av tidsserien av SDØE-verdier antar vi at kontantstrømmen per produsert fat for SDØE drives av oljeprisen. Videre i beregningen har vi lagt til grunn at oljeprisen følger en mean reversion prosess, og modellert den fremover i tid ved hjelp av Ornstein-Uhlenbeck prosessen. I mean reversion prosesser eksisterer det et likevektsnivå som prisen beveger seg mot, og en mean reversion rate som forteller oss hvor hyppig prisen beveger seg mot dette nivået. Begge disse parameterne er estimert ved hjelp av en regresjonsanalyse mellom endringen i verdien (den estimerte kontantstrømmen) fra periode  $t$  til  $t+1$  og verdien i periode  $t$ . Det kan tenkes at tidsserien vi estimerer er påvirket av hvilke verdier vi får på raten for mean reversion, og vi vil derfor undersøke hvordan resultatene våre påvirkes hvis vi velger et



høyere nivå på denne, samt hvis vi setter denne til null. Dersom mean reversion raten er lik null betyr det at serien følger en random walk, det vil si at det beste estimatet man har på prisen i morgen er dagens pris.

### 8.2.1 Høyere mean reversion rate

Mean reversion raten vi får fra regresjonen er 0.0002734. Dersom vi øker denne med 20%, til 0,000328, er resultatene i den optimale modellen fortsatt det samme: andelen investert i olje- og gassindeksen er -7,33% og andelen investert i verdensindeksen 65,4%. Porteføljen har et standardavvik lik 0,225 og en Sharpe ratio lik 19,57% og avkastning lik 6,911%, en forbedring fra 6,877%. Dette gir en forbedring i porteføljeavkastningen på 0,03313%, som tilsvarer om lag 2,22 milliarder kroner.

Dersom vi i stedet dobler raten for mean reversion, slik at den blir 0,0005469, er den optimale løsningen fortsatt at andelen investert i olje- og gassaksjer er -7,33% og andelen investert i verdensindeksen er 65,4%. Denne porteføljen har et standardavvik lik 0,207, Sharpe ratio lik 20,7% og en forventet avkastning lik 6,792%. Til sammenlikning har den ikke-optimale porteføljen med samme risiko en Sharpe ratio lik 20,6% og forventet avkastning på 6,756%. Forbedringen i forventet avkastning er ca. 0,03616%, som tilsvarer en forbedring på omtrent 2,42 milliarder kroner ved at SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer.

### 8.2.2 Mean reversion koeffisienten =0 (random walk)

Dersom vi antar at oljeprisen følger en random walk er det optimale at SPU investerer 65,4% i verdensindeksen og trekker seg ut av nåværende andel investert i olje- og gassaksjer. Denne porteføljen har et standardavvik lik 0,288, avkastning lik 7,07%, Sharpe lik 15,85% og forventet avkastning lik 7,069%. Til lik risiko har den ikke-optimale porteføljen en Sharpe lik 15,79% og en forventet avkastning lik 7,053%, slik at forbedringen i avkastningen blir 0,01615% per år, som i kroneverdier utgjør 1,08 milliarder.

## 8.3 Petroleumsproduksjon

I beregningen av SDØE-tidsserien multipliserer vi estimatene på kontantstrøm per produsert fat med petroleumsproduksjonsprognoser for tilhørende periode. Da det ikke eksisterer prognoser lenger enn til 2030, har vi antatt at produksjonen fortsetter på samme nivå (snittet

fra 2014 til 2030) frem til 2039, og at resten av reservene produseres i 2040. Dette er en noe urealistisk antakelse, da det er lite sannsynlig at produksjonen vil avslutte brått i 2040. Det kan tenkes at tidsserien av SDØE verdier og derfor den optimale kalibreringen påvirkes av petroleumsproduksjonen vi legger til grunn for beregningene, og vi vil derfor i det følgende teste om resultatene i den optimale kalibreringen endres dersom vi antar at produksjonen varer lenger. I produksjonsprognosene lagt til grunn for beregningen av SDØE-tidsserien har vi ekskludert de uoppdagede ressursene da det er knyttet stor usikkerhet til verdien på disse. Vi vil derfor også undersøke om resultatene forandrer seg dersom vi inkluderer disse.

### 8.3.1 Lengre tidsperiode

I dette scenarioet antar vi at produksjonen fortsetter å være lik gjennomsnittet for 2014-2030 lik 3,59 millioner fat o.e. per dag frem til oljereservene er uttømt. Med andelen til SDØE lik 22% tilsvarer dette 790 570 fat o.e. per dag i årene 2031-2047. I 2048 produseres resten av reservene (som er 248 594 fat o.e. per dag). Dette scenarioet gir samme optimale løsning som tidligere; en andel lik -7,33% i olje- og gassindeksen og 65,4% i verdensindeksen. Porteføljen har et standardavvik på 0,231 en Sharpe på 19,22% og en forventet avkastning på 6,940%. Den ikke-optimale porteføljen til samme risiko har en Sharpe lik 19,08% og forventet avkastning lik 6,908%. Den årlige forbedringen i avkastningen er 0,03222%, altså 2,16 milliarder kroner.

### 8.3.2 Inkluderer uoppdagede ressurser

Her har vi inkludert de uoppdagede ressursene i prognosene fra 2013 til 2030. I tillegg har vi inkludert de uoppdagede ressursene på 2835 millioner  $\text{sm}^3$  o.e. (Oljedirektoratet, 2014c) i de gjenværende reservene per 2014. De totale gjenværende ressursene blir 7736 (4901+2835) millioner  $\text{sm}^3$  o.e., som tilsvarer 194,64 ((7736/250)\*6,29) millioner fat o.e. per dag. Vi antar at produksjonen fra 2031 til 2039 er lik snittet fra 2014 til 2030, og at resten av reservene produseres i 2040. Med disse antakelsene blir resultatet i den optimale modellen fortsatt at andelen i olje- og gassindeksen er -7,33% og andelen i FTSE er 65,4%. Porteføljen har et standardavvik på 0,226, forventet avkastning på 6,903% og Sharpe på 19,48%. Til sammenlikning hadde den ikke-optimale porteføljen med samme risiko en avkastning på 6,871% og en Sharpe lik 19,34%. Forbedringen i avkastningen per år er derfor 0,03117%, som i kroneverdier tilsvarer 2,09 milliarder.

## 8.4 Betaverdi

I beregningen av tidsserien av SDØE-verdier diskonterer vi de estimerte fremtidige kontantstrømmene for å finne nåverdiene. I diskonteringsrenten antar vi en beta lik 0,6, som med en markedsrisikopremie lik 5% tilsvarer et risikopåslag på 3%. Vi undersøker hvordan SDØE-verdiene og dermed også resultatene endrer seg når vi i stedet benytter en betaverdi for SDØE lik 0,4 og 0,8.

### 8.4.1 Beta=0,4

Dersom vi i stedet antar at SDØE-porteføljen har en beta lik 0,4, er risikopåslaget 2%. Resultatet i den optimale modellen er fortsatt at SPU bør trekke seg ut av olje- og gassaksjer med en andel lik 7,33%, og investere 65,4% i verdensindeksen. Denne optimale porteføljen har en Sharpe lik 19,3%, forventet avkastning lik 6,934% og standardavvik lik 0,230. Til sammenlikning har den ikke-optimale porteføljen til samme risiko, Sharpe ratio lik 19,16% og forventet avkastning lik 6,901%. Forbedring i avkastning blir dermed 0,03215%, dvs. 2,15 milliarder kroner per år.

### 8.4.2 Beta=0,8

Risikopåslaget for SDØE-porteføljen blir 4%, når beta er lik 0,8. Det optimale resultatet endrer seg ikke; andelen investert i olje- og gassindeksen er -7,33% og andelen investert i verdensindeksen er 65,4%. Sharpe til den optimale porteføljen er 19,16%, forventet avkastning er 6,950% og standardavviket 0,232. Til samme risiko er den forventede avkastningen 6,917% og Sharpe ratio lik 19,02% for den ikke-optimale porteføljen. Dermed blir forbedringen i avkastningen 0,03246% per år, altså 2,17 milliarder kroner.

Vi oppsummerer resultatene fra sensitivitetsanalysene i tabell 8.4-1. Som det fremgår av denne tabellen varierer resultatene fra optimeringene når vi endrer på de ulike parametrene i modellen. Forbedring i avkastning varierer mellom 1 milliard og 2,70 milliarder kroner per år, alt ettersom hvilke faktorer vi endrer på. Vi fant i hovedkalibreringen at SPU ville kunne oppnå en forbedring i avkastning lik 2,17 milliarder kroner per år. Likevel ser vi at hovedkonklusjonen om at det vil være lønnsomt å trekke seg ut av olje- og gassaksjer ikke endres betydelig; alle løsningene sier at det optimale vil være å trekke seg ut av nåværende andel i olje- og gassaksjer, og heller investere mer i verdensindeksen.

		<i>Investert i FTSE World</i>	<i>Investert i Olje- og gassindeks</i>	<i>Porteføljens standardavvik</i>	<i>Endret avkastning</i>	<i>Endring i mrd. kroner</i>
<i>Delt inn i 4- årsperioder</i>	<i>2003 - 2006</i>	-7,33%	65,4%	0,21	0,04028%	2,70
	<i>2007 - 2010</i>	-7,33%	65,4%	0,30	0,02330%	1,56
	<i>2011 - Januar 2015</i>	-7,33%	65,4%	0,17	0,01475%	1,00
<i>Oljeprisen</i>	<i>20% høyere mean reversion rate</i>	-7,33%	65,4%	0,23	0,03313%	2,22
	<i>Dobbelt så høy mean reversion rate</i>	-7,33%	65,4%	0,21	0,03616%	2,42
	<i>Random Walk</i>	-7,33%	65,4%	0,29	0,01615%	1,08
<i>Petroleums- produksjon</i>	<i>Lenger tidsperiode</i>	-7,33%	65,4%	0,23	0,03222%	2,16
	<i>Inkluderer uoppdagede ressurser</i>	-7,33%	65,4%	0,23	0,03117%	2,09
<i>Betaverdi</i>	<i>Beta = 0.4</i>	-7,33%	65,4%	0,23	0,03215%	2,15
	<i>Beta = 0.8</i>	-7,33%	65,4%	0,23	0,03246%	2,17

**Tabell 8.4-1: Oppsummering sensitivitetsanalyser**

## 9 Konklusjon

I denne oppgaven finner vi den optimale investeringsstrategien til Statens pensjonsfond utland med hensyn på forholdet mellom forventet avkastning og risiko til Norges portefølje. I hovedkalibreringen har vi tatt utgangspunkt i en portefølje bestående av Statoil, Statens pensjonsfond utland, Statens pensjonsfond Norge, SDØE-porteføljen og skatteinntekter fra petroleumsvirksomheten. Disse aktivaene representeres ved henholdsvis aksjekursen til Statoil, FTSE Global All Cap Index, OSEBX og en estimert tidsserie av SDØE-verdier. Når vi optimerer Sharpe ratio til porteføljen ved å endre på andelene investert i en olje- og gassindeks og en verdensindeks, finner vi at det optimale vil være at Statens pensjonsfond utland trekker seg ut av nåværende andel investert i olje- og gassaksjer (7,33%). Ved en slik strategi vil SPU oppnå en forbedret avkastning som tilsvarer 2,17 milliarder kroner per år. For en slik strategi ser vi at skewness og kurtosis til porteføljen øker marginalt. Halerisikoen reduseres både med utgangspunkt i 1% og 0,5% persentil.

I den alternative kalibreringen, hvor oljeprisen er inkludert for å representere inntekter fra SDØE og statens skatteinntekter fra petroleumssektoren, får vi liknende resultater som i hovedkalibreringen. Forbedringen i avkastning tilsvarer i denne modellen om lag 2,96 milliarder kroner per år. Her ser vi at kurtosis og skewness også øker. Tar vi utgangspunkt i 1% persentil ser vi at halerisikoen øker i denne kalibreringen, mens vi ser en reduksjon om vi tar utgangspunkt i 0,5% persentil.

Av dataanalysene vi har gjennomført på enkeltvariablene og porteføljen, fremgår det at verken porteføljen eller variablene oppfyller kravet om normalitet, som er en underliggende forutsetning i vår modell. Analysene viser at både porteføljen og alle variablene er negativt skjevt fordelt og har tykkere haler. Dette har vi forsøkt å ta hensyn til ved å benytte målet justert Sharpe ratio, som skal kompensere for dette. Når vi benytter dette målet blir resultatet fortsatt at SPU bør trekke seg ut av nåværende andel investert i olje- og gassaksjer (7,33%) og investere mer i verdensindeksen. Men i dette tilfellet blir forbedringen i avkastningen betydelig høyere sammenliknet med modellene hvor vi benytter tradisjonell Sharpe ratio. Forbedringen tilsvarer om lag 15 milliarder kroner per år i hovedkalibreringen og 21,1 milliarder kroner per år i den alternative. At forbedringen i avkastning blir såpass mye høyere i tilfellet hvor vi benytter justert Sharpe, kan tyde på at antakelsen om normalfordeling gir skjeve resultater, forutsatt at dette målet er nøyaktig.

Vi foretar også følsomhetsanalyser ved å endre på underliggende forutsetninger i hovedkalibreringen. Først deler vi inn tidsperioden i tre kortere perioder, deretter tester vi forutsetningene knyttet til oljeprisen og hvordan prisprosess den følger. Etter dette har vi gjennomført tester knyttet til våre forutsetninger om fremtidig petroleumsproduksjon vi har brukt til å beregne SDØE-verdien. Til slutt har vi også endret på betaverdien til SDØE for å teste hvordan resultatene påvirkes av hvilken risikopremie som benyttes i beregningen av SDØE-verdier. At det optimale vil være å trekke seg ut av nåværende andel i olje- og gassaksjer finner vi også i alle disse tilfellene. Med betingelsen om at den maksimale andelen SPU kan trekke seg ut av olje- og gassaksjer med er 7,33%, varierer forbedringen i avkastning mellom 1 og 2,70 milliarder kroner per år. At sensitivitetstestene gir samme optimale andeler som hovedkalibreringen tyder på at selv om modellen er basert på en rekke forutsetninger, er ikke disse utslagsgivende for resultatene.

Modellen tar utgangspunkt i å maksimere forholdet mellom meravkastning og risiko, og det optimale resultatet sier at SPU bør trekke seg ut av nåværende andel olje- og gassaksjer og investere en høyere andel i en mer veldiversifisert portefølje av andre aksjer. I tråd med hva Holden og Hoel påstår, tyder våre resultater på at SPU i dag ikke er tilstrekkelig diversifisert med tanke på hvordan eiendelene i Norges portefølje og de fremtidige inntektene fra petroleumssektoren er eksponert for endringer i oljeprisen. De finansielle konsekvensene av at SPU trekker seg ut av olje- og gassaksjer er dermed et bedre forhold mellom meravkastning og risiko i Norges portefølje. En endret investeringsstrategi vil også påvirke porteføljens halerisiko. Med utgangspunkt i skewness og kurtosis ser vi at halerisikoen øker i begge kalibreringene, men dersom vi tar utgangspunkt i persentil er det mer usikkert hvordan halerisikoen påvirkes.

En betydelig svakhet ved vår analyse er den korte tidsperioden modellen tar utgangspunkt i. Modellen er dessuten også svært forenklet med tanke på hvilke eiendeler som inkluderes i Norges portefølje. Det ville være interessant også å inkludere flere av de statlige eide selskapene, og obligasjonsindeksene i SPU og SPN. Videre har vi måtte ta en rekke forutsetninger i beregningen av SDØE tidsserien, men vi har forsøkt å avdekke om disse påvirker resultatene betydelig gjennom sensitivitetsanalysene. Likevel ville det kanskje være en bedre tilnærming å gjennomføre en mer dyptgående verdivurdering av SDØE, basert på blant annet oljeprisbane og ulike produksjonsprognoser slik som Rystad Energy gjør i sin

verdivurdering. Til slutt ville det være interessant å gjennomføre samme analyse i en modell hvor vi antar andre fordelinger på de underliggende variablene, da det fremgår at disse ikke tilfredsstillter egenskapene til en normalfordeling slik vi forutsetter i våre modeller.

## 10 Litteraturliste

### Kilder

Lov om Statens pensjonsfond (2005).

Berk, J., & DeMarzo, P. 2011. *Corporate Finance*. 2. utgave. Edinburgh: Pearson Education Limited.

Blanco, C., Choi, S., & Soronow, D. 2001. *Energy Price Processes Used for Derivatives Pricing & Risk Management*. Financial Engineering Associates, 74-80 Hentet 27.05.15 fra [http://web2.uwindsor.ca/courses/business/assaf/a\\_brownian.pdf](http://web2.uwindsor.ca/courses/business/assaf/a_brownian.pdf)

Blanco, C., & Soronow, D. 2001. *Mean Reversion Processes - Energy Price Processes Used For Derivatives Pricing & Risk Management*. Financial Engineering Associates, 68-72 Hentet 27.05.15 fra [http://www.fianzaonline.com/forum/attachments/econometria-e-modelli-di-trading-operativo/2046757d1424436117-quando-entrare-nel-tsa-a\\_mean\\_reverting\\_processes.pdf](http://www.fianzaonline.com/forum/attachments/econometria-e-modelli-di-trading-operativo/2046757d1424436117-quando-entrare-nel-tsa-a_mean_reverting_processes.pdf)

Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. 2014. *Investments*. 10. utgave: McGraw-Hill Education.

Brealey, R. A., Myers, S. C. & Allen, F. 2014. *Principle of Corporate Finance* 11. utgave. Berkshire: McGraw-Hill Education.

Bremer, T. van den, Ploeg, F. van der, & Wills, S. 2013. *The Elephant in the Ground: Managing Oil and Sovereign Wealth*. Oxford Centre for the Analysis of Resource Rich Economies, Paper 129, 40.

Cappelen, Å., Eika, T., & Prestmo, J. B. 2014. *Virkningen på norsk økonomi av et kraftig fall i oljeprisen*. Økonomiske analyser, 3,31-41

Damodaran, A. 2012. *Investment Valuation*. 3.utgave. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Døskeland T. M. 2007. *Strategic asset allocation for a country: the Norwegian case*. Utgiver 167-201. doi: 10.1007/s11408-007-0044-8

Døskeland T. 2010. *Investeringsstrategien til Sovereign Wealth Funds*. Universitetsforlaget, 33-41

Fama, E. F., & French, K. R. 2004. *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence*. Journal of Economic Perspectives, 18, 24-46.

Fevang, H. J., & Osmundsen, P. 2000. *Investeringsvigninger og risikostyring i petroleumsnæringen*. Magma.

FTSE. 2014a *Factsheet 31.12.14*. Hentet fra

<http://www.ftse.com/analytics/factsheets/Home/Search>



- FTSE. 2014b. *Factsheet 31.12.14 (FTSE All-World Index)*.  
<http://www.ftse.com/analytics/factsheets/Home/Search>
- Geman, H. (Ukjent dato). *Mean Reversion vs. Random Walk in Oil and Natural Gas Prices*.  
 University of London, United Kingdom ESSEC Business School, France.
- Gibson, R., & Schwartz, E. S. 1990. *Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims*. *The Journal of Finance*, 45(3), 959-976.
- Hair Jr., J. F., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. e. 2014. *Multivariate Data Analysis*.  
 7. utgave. Edinburgh: Pearson Education Limited.
- Hill, R. A. 2010. *Portfolio Theory & Financial Analyses* . 1. Utgave. ISBN 978-87-7681-605-6
- Hoel, M., og Holden, S. 04.12.14. Gå ut av olje- og gassaksjer. *Dagens Næringsliv*.  
<http://www.dn.no/meninger/debatt/2014/12/04/2152/Oljefondet/g-ut-av-olje-og-gassaksjer>
- Kilian, L., & Park, C. 2007. *The Impact of Oil Price Shocks on the U.S. Stock Market*.  
 University of Michigan. <http://www-personal.umich.edu/~lkilian/ier22166r1.pdf>
- Markowitz, H. 1952. *Portfolio Selection*. *Journal of Finance*, 7(1),77-91.
- Meld.St.3, 2013-2014. 2014. *Statsregnskapet 2013*. Finansdepartementet
- Meld.St.19, 2013-2014. 2014. *Forvaltningen av Statens Pensjonsfond i 2013*.  
 Finansdepartementet.
- NBIM. 2014. *Årsrapport for Oljefondet*. Hentet 20.03.15, fra  
[http://www.nbim.no/contentassets/0ff9cd1d5c8e4737a7b7262d3ec167d4/2014\\_arsrapport.pdf](http://www.nbim.no/contentassets/0ff9cd1d5c8e4737a7b7262d3ec167d4/2014_arsrapport.pdf)
- NBIM. 2015. *Government Pension Fund Global Historical Performance Measurement*.  
<http://www.nbim.no/globalassets/documents/submissions/2014/historical-performance-and-risk-review---final-10-march-2014.pdf> (12.05.15)
- Næs, R., Skjeltorp, J. A., & Ødegaard, B. A. 2008. *Hvilke faktorer driver kursutviklingen på Oslo Børs*. Norsk Økonomisk Tidsskrift.
- Oljedirektoratet. 2013. *Omregningstabell*. <http://www.npd.no/Global/Norsk/3-Publikasjoner/Ressursrapporter/Ressursrapport2013/Omregningstabell.pdf> (05.04.15)
- Oljedirektoratet. 2014a. *Faktahefte om norsk petroleumsvirksomhet*.  
<http://npd.no/no/Publikasjoner/Faktahefter/Fakta-2014/> (04.02.15)
- Oljedirektoratet. 2014b. *Ressursrapport*. <http://www.npd.no/Global/Norsk/3-Publikasjoner/Ressursrapporter/Ressursrapport2014/RessRapp2014nett.pdf> (14.04.15)

- Oljedirektoratet. 2014c. *Ressursregnskap*. <http://www.npd.no/no/Tema/Ressursregnskap-og-analyser/Temaartikler/Ressursregnskap/2014/> (08.04.15)
- Oljeskattekontoret. 2013. *Petroleumssektoren og petroleumsskatten i tall og trender*. <http://www.skatteetaten.no/upload/PDFer/OSK%20-%20Oljeskattkontoret/Petroleumssektoren%20trender%202013.pdf?epslanguage=nb-NO> (27.05.15)
- OPEC. 2012. *Statue*. [http://www.opec.org/opec\\_web/static\\_files\\_project/media/downloads/publications/OP-EC\\_Statute.pdf](http://www.opec.org/opec_web/static_files_project/media/downloads/publications/OP-EC_Statute.pdf) (19.05.15)
- OsloBørs. 2013. *Oslo Børs Index Methodology*.
- Pezier, J., & White, A. 2006. *The Relative Merits of Investable Hedge Fund Indices and of Funds og Hedge Funds in Optimal Passive Portfolios*. The University of Reading, 1(1), 32.
- Pindyck, R. S. (Ukjent dato). *The Long-Run Evolution of Energy Prices*. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology
- Prasodjo, D. (Ukjent dato). *Oil Price Analysis: Supply, Demand, and Futures Trading*. <http://petronomist.com/oil-price-analysis-2/> (09.04.15)
- Prop.1.s, (2014-2015) Gul bok. 2015. *Statsbudsjettet*. Finansdepartementet
- Regjeringen. 2013a. *Lønnsdannelsen og utfordringer for norsk økonomi*. <https://www.regjeringen.no/contentassets/7682d9ecd19b4794bb687c160a020f07/no/pdfs/nou201320130013000dddpdfs.pdf> (08.05.15)
- Regjeringen. 2013b. *Statens eierberetning*. Fiskeridepartementet
- Regjeringen. 2015. *Beregning av Norges nasjonalformue i Nasjonalbudsjettet 2015*. [https://www.regjeringen.no/nb/tema/okonomi-og-budsjett/norsk\\_okonomi/beregning-av-norges-nasjonalformue-i-nasjonalbudsjettet-2015/id2406737/](https://www.regjeringen.no/nb/tema/okonomi-og-budsjett/norsk_okonomi/beregning-av-norges-nasjonalformue-i-nasjonalbudsjettet-2015/id2406737/) (03.05.15)
- RystadEnergy. 2014. *Verdivurdering av Statens Direkte Økonomiske Engasjement*.
- Scherer, B. 2009. *Portfolio Choice for Oil-Based Sovereign Wealth Funds*. EDHEC-Risk Institute.
- Skorodumov, B. 2008. *Estimation of mean reversion in Oil and Gas markets*. Mitsui & Co. Energy Risk Management LTD.
- Smith, W. 2010. *On the Simulation and Estimation of the Mean-Reverting Ornstein-Uhlenbeck Process*. 1(1).
- SSB. 2013. *Statens petroleumsinntekter*. <https://www.ssb.no/offentlig-sektor/statens-petroleumsinntekter> (06.02.15)

SSB. 2015. *Sysselsatte i petroleumsnæringene og relaterte næringer*.

<https://www.ssb.no/arbeid-og-lonn/artikler-og-publikasjoner/sysselsatte-i-petroleumsnaringene-og-relaterte-naringer-2013> (05.05.15)

Tsay, R. 2005. *Analysis of Financial Time Series*. 2.utgave. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

UBC. (Ukjent dato). *A Test of Normality*. Hentet 07.05.15, fra

<http://faculty.arts.ubc.ca/dwhistler/325ClassNotes/chapNorTestPRN.pdf>

## **Data**

**BP Statistical Review 2014:** Oljepris årlig i perioden 1861-2013 (1861-1944: US Average, 1945-1983: Arabian Light posted at Ras Tanura, 1984-2013: Brent Dated) er hentet fra BP Statistical Review of World Energy 2014: <http://www.bp.com/en/global/corporate/about-bp/energy-economics/statistical-review-of-world-energy/statistical-review-downloads.html> (07.05.15)

**Center for Research in Security Prices:** Årlige data i perioden 1926 – 2013 på 30 industriporteføljer, blant annet mat, papir, kull, husholdning, tekstil og lignende, er hentet fra CRSP (Center for Research in Security Prices).

**Datastream:** Ukentlige data: Oljeindeks (FTSE World Oil & Gas \$ – Total return index) og kullindeks (World DS-Coal – Total return index) hentet i perioden 02.01.03-30.01.15.  
Daglige data: Oljeindeks (FTSE World Oil & Gas \$ – Total return index) og kullindeks (World DS-Coal – Total return index) hentet i perioden 02.01.03-27.01.15.

**US Department of Treasury:** Daily Treasury Yield Curve Rates (TIPS) er hentet for perioden 02.01.03-30.01.15 fra

[www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/TextView.aspx?data=yield](http://www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/TextView.aspx?data=yield)

**Finansdepartementet:** Statens kontantstrøm fra petroleumssektoren i perioden 2002-2016 er hentet fra Nasjonalbudsjettene 2004-2015:

St.Meld.1 2003-2004. (2004). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet

St.Meld.1 2004-2005. (2005). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet

St.Meld.1 2005-2006. (2006). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2006-2007. (2007). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2007-2008. (2008). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2008-2009. (2009). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2009-2010. (2010). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2010-2011. (2011). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2011-2012. (2012). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2012-2013. (2013). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2013-2014. (2014). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet  
St.Meld.1 2014-2015. (2015). *Nasjonalbudsjettet*. Finansdepartementet

**Petoro:** Kvartalsrapporter er hentet for perioden 1. kvartal 2003 – 3. Kvartal 2014 fra:

1. Kvartal 2003 og 2004:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2004/Petoro\\_1\\_kvartal\\_20041.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2004/Petoro_1_kvartal_20041.pdf) (22.01.15)

2. Kvartal 2003 og 2004:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2004/rapp2\\_2004.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2004/rapp2_2004.pdf) (22.01.15)

3. Kvartal 2003 og 2004:

<https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2004/tredjekvartal04.pdf> (22.01.15)

1. Kvartal 2005 og 2006:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2006/Petoro\\_1\\_kv\\_2006\\_NORSK.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2006/Petoro_1_kv_2006_NORSK.pdf) (22.01.15)

2. Kvartal 2005 og 2006:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2006/petoro2K\\_2006.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2006/petoro2K_2006.pdf) (22.01.15)

3. Kvartal 2005 og 2006:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2006/norskpetoro\\_3\\_kv2006.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2006/norskpetoro_3_kv2006.pdf) (22.01.15)

1. Kvartal 2007 og 2008:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2007/SDOE\\_1ste\\_kvartal\\_2007.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2007/SDOE_1ste_kvartal_2007.pdf) (22.01.15)

2. Kvartal 2007 og 2008:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2008/petoro\\_2kvartal\\_siste08.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2008/petoro_2kvartal_siste08.pdf) (22.01.15)

3. Kvartal 2007 og 2008:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2008/petoro\\_tredje\\_kvartal\\_2008.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2008/petoro_tredje_kvartal_2008.pdf) (22.01.15)

1. Kvartal 2009 og 2010:

[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q1-2010.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro_Kvartalsrapport_Q1-2010.pdf) (22.01.15)

2. Kvartal 2009 og 2010:

- [https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q2-2010.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro_Kvartalsrapport_Q2-2010.pdf) (22.01.15)
3. Kvartal 2009 og 2010:  
[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q3-2010.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro_Kvartalsrapport_Q3-2010.pdf) (22.01.15)
  1. Kvartal 2011 og 2012:  
[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q1-2012.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro_Kvartalsrapport_Q1-2012.pdf) (22.01.15)
  2. Kvartal 2011 og 2012:  
[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q2-2012.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/Petoro_Kvartalsrapport_Q2-2012.pdf) (22.01.15)
  3. Kvartal 2011 og 2012:  
[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2012/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q3-2012.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2012/Petoro_Kvartalsrapport_Q3-2012.pdf) (22.01.15)
  1. Kvartal 2013 og 2014:  
[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2014/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q1-2014.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2014/Petoro_Kvartalsrapport_Q1-2014.pdf) (22.01.15)
  2. Kvartal 2013 og 2014:  
[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2014/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q2-2014.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2014/Petoro_Kvartalsrapport_Q2-2014.pdf) (22.01.15)
  3. Kvartal 2013 og 2014:  
[https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2014/Petoro\\_Kvartalsrapport\\_Q3\\_2014\\_web.pdf](https://www.petoro.no/Hva%20vi%20sier/Kvartalsrapporter/2014/Petoro_Kvartalsrapport_Q3_2014_web.pdf) (22.01.15)

**Thomson Reuters Eikon:** Ukentlige data: Brent Blend (BRT-), FTSE All Cap Index (.FTGEISAC), Statoil (STO.N), USD/NOK, OSEBX (.OSEBX) hentet i perioden 02.01.03-30.01.15.

Daglige data: Brent Blend (BRT-), FTSE All Cap Index (.FTGEISAC), Statoil (STO.N), USD/NOK og OSEBX (.OSEBX) er hentet i perioden 02.01.03-27.01.15.

## 11 Vedlegg

### 11.1 Vedlegg A: Porteføljeteori

Porteføljeteorien ser på forholdet mellom avkastning og risiko, og gir anbefaling om hvordan en portefølje bør konstrueres med tanke på å maksimere avkastningen og minimere risikoen. I denne forbindelse er det særlig to statistiske mål som står sentralt; forventningsverdi og varians. Vi vil i det følgende presentere disse i tilfellet for en enkelt eiendel, samt for en portefølje. Deretter vil vi gi en gjennomgang av kapitalverdimodellen og Sharpe ratio.

#### 11.1.1 Forventet avkastning og varians til en enkelt eiendel

Forventningsverdi i finansteorien er verdien en investor forventer en investering vil gi over en bestemt tidsperiode. Denne verdien beregnes som et vektet snitt av mulige avkastninger, der vektene representerer utfallenes sannsynligheter og er gitt av variabelens sannsynlighetsfordeling (Brealey mfl., 2014).

$$\text{Forventet avkastning: } E(R) = \sum_R p_R * R$$

Variasjoner i forventet avkastning utgjør en risiko når man investerer. Denne variasjonen måles ofte med utgangspunkt i de statistiske målene varians og standardavvik. Varians til en eiendel, er definert som forventet kvadrert avvik fra forventet avkastning (Brealey mfl., 2014).

$$\text{Varians til avkastningen: } Var(R) = E[(R - E[R])^2] = \sum_R p_R * (R - E[R])^2$$

Kvadratrotten av variansen gir standardavviket, og omtales ofte som avkastningens volatilitet.

$$\text{Avkastningens volatilitet: } \sigma(R) = \sqrt{Var(R)}$$

*Empiriske estimat:*

Når man benytter historiske data til å estimere forventet avkastning, er avkastningen gitt av den gjennomsnittlige avkastningen:

$$R = \frac{1}{T}(R_1 + R_2 + \dots + R_T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$$

I beregningen av empirisk varians og standardavvik trekker man fra en frihetsgrad. Dermed er det empiriske estimatet på variansen gitt av:

$$Var(R) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2$$

Standardavviket er, som før, gitt av kvadratroten til variansen.

### 11.1.2 Forventet avkastning og varians til en portefølje

I en portefølje bestående av flere eiendeler, er den forventede avkastningen til porteføljen et vektet snitt av de forventede avkastningene til investeringene i porteføljen. Vektene utgjør i dette tilfellet andelen av den totale investeringen som investeres i hver enkelt eiendel (Berk & DeMarzo, 2011).

$$\text{Forventet avkastning: } E[R_p] = E\left[\sum_i x_i R_i\right] = \sum_i E[x_i R_i] = \sum_i x_i E[R_i]$$

Ved å inkludere ulike eiendeler i en portefølje kan man oppnå risikoreduksjon, dette kalles diversifisering. Risikoreduksjonene skyldes ulik samvariasjon mellom eiendelene, som avhenger av hvilken grad eiendelen er eksponert for de samme risikofaktorene. Risiko kan deles inn i usystematisk og systematisk risiko. Usystematisk risiko er variasjoner i avkastningen som skyldes bedriftsspesifikk informasjon. Systematisk risiko derimot er fluktuasjoner som skyldes informasjon i markedet som påvirker alle aktører i markedet (Berk & DeMarzo, 2011).

I en portefølje bestående av mange eiendeler kan den usystematiske risikoen diversifiseres bort. Derfor er det kun den systematiske risikoen som er relevant i en veldiversifisert portefølje. Denne type risiko kan måles gjennom eiendelenes beta. Beta til en eiendel måler altså hvor sensitiv eiendelen er ovenfor bevegelser i markedet (Brealey mfl., 2014).

Samvariasjon mellom eiendeler kan måles med kovarians. Kovarians er det forventede produktet av to eiendeler avvik fra gjennomsnittet. Kovariansen mellom avkastning  $R_i$  og  $R_j$  er:

$$\text{Kovarians: } Cov(R_i, R_j) = E[(R_i - E[R_i])(R_j - E[R_j])]$$

For empiriske estimat:

$$Cov(R_i, R_j) = \frac{1}{T-1} \sum_t (R_{i,t} - \bar{R}_i)(R_{j,t} - \bar{R}_j)$$

Kovarians kan både være positiv og negativ, alt avhenger av forholdet mellom avkastningene. Siden kovarians er et prosentvismål er det vanskelig å ta utgangspunkt i dette til å si noe om den relative risikoen til en eiendel. Derfor brukes ofte korrelasjon som mål på samvariasjonen mellom to eiendeler. Korrelasjoner er standardiserte kovarianser. Standardiseringen skjer ved at kovariansen mellom to eiendeler divideres med produktet av eiendelenes standardavvik (Damodaran, 2012).

$$\text{Korrelasjon: } \rho(R_i, R_j) = \frac{Cov(R_i, R_j)}{\sigma(R_i) * \sigma(R_j)}$$

Korrelasjonen varierer mellom -1 og +1. En positiv korrelasjon betyr at variablene beveger seg sammen som følge av felles risiko mellom variablene. En negativ korrelasjon betyr at variablene beveger seg i motsatt retning av hverandre, og man kan dermed diversifisere bort deler av risikoen. Så lenge det ikke er perfekt korrelasjon, dvs. korrelasjon lik +1 mellom eiendelene, vil porteføljevariansen være lavere enn summen av risikoen til hver enkelt eiendel som inngår i porteføljen (Berk & DeMarzo, 2011).

### 11.1.3 Markowitz' porteføljeteori

Harry Markowitz står sentralt i porteføljeteorien, med sin artikkel Portfolio Selection (1952) la han grunnlaget for moderne porteføljeteori.

Med utgangspunkt i diversifisering viser Markowitz hvordan man, gjennom å kombinere eiendeler i en portefølje, kan redusere den totale risikoen til porteføljen (Brealey mfl., 2014). I vurderingen av hvorvidt porteføljen er god eller ikke, tar Markowitz utgangspunktet i gjennomsnittlig avkastning og varians til eiendelene som inngår i porteføljen. Modellen hans blir derfor ofte omtalt som "mean-variance model" (Fama & French, 2004). Bak denne



modellen ligger antakelse om effisiente markeder, som sier at dagens pris er uavhengig av hva prisen i går var. Prisbevegelsene er derfor tilfeldige. Dersom avkastningene til investeringene antas å være tilfeldig vil deres forventede avkastning defineres med utgangspunkt i en normalfordeling, og investeringene kan dermed forklares fullt ut med forventet gjennomsnittlig avkastning og varians (Hill, 2010).

Markowitz teori bygger blant annet på følgende forutsetninger:

1. Rasjonelle investorer; det vil si at aktørene investerer med utgangspunkt i å maksimere avkastningen.
2. Risikoaverse investorer, det vil si at en investor vil kun ta mer risiko dersom investoren får tilstrekkelig kompensasjon i form av høyere avkastning. Denne antakelsen impliserer også investorer som ønsker å oppnå høyest mulig avkastning til lavest mulig risiko (Bodie, Kane, & Marcus, 2014).

Ulike kombinasjoner av eiendeler gir ulike porteføljer med hensyn til forholdet mellom avkastning og risiko. Markowitz (1952) presenterer følgende problem: Avkastningen til en portefølje er vektet gjennomsnitt av tilfeldige variabler, der vektene velges av investorene. Dermed blir forventet avkastning til porteføljen lik

$$E(R) = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i$$

Variansen til porteføljen er gitt av

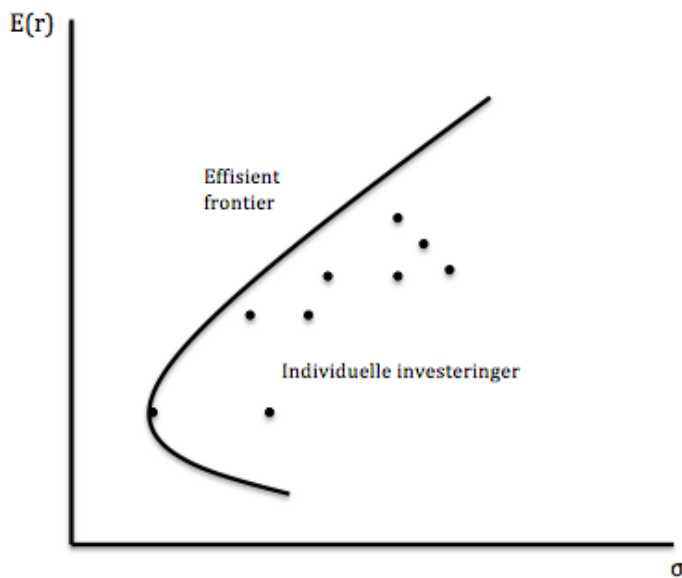
$$Var = \sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} X_i X_j$$

For faste oppfattelser av sannsynlighetsfordelingen har investorene mulighet til å velge ulike kombinasjoner av avkastning og varians, avhengig av valg av portefølje ( $X_1, \dots, X_N$ ) (Markowitz, 1952).

De ulike porteføljene man kan konstruere med de tilgjengelige eiendelene, klassifiserte Markowitz som tilgjengelig sett av porteføljer. Videre benyttet Markowitz antakelsen om risikoaverse investorer til å identifisere et sett effisiente porteføljer.

En portefølje er effisient når ingen annen portefølje gir høyere forventet avkastning for samme risiko, eller lavere risiko til samme avkastning. Siden investorer er risikoaverse, vil en portefølje som gir høyere avkastning per enhet risiko, være foretrukket fremfor en portefølje med lavere avkastning til lik risiko. Investoren vil med andre ord maksimere avkastningen og minimere risikoen, og plasserer seg et sted på det effisiente settet (Berk & DeMarzo, 2011).

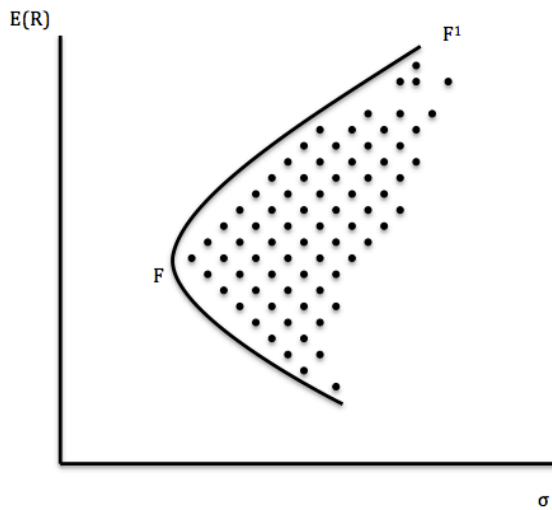
De ulike porteføljene kan illustreres grafisk, med forventet avkastning til porteføljen på y-aksen og standardavviket til porteføljen på x-aksen. I et tilfelle hvor det er to eiendeler som utgjør porteføljen, kan figur 11.1-1 illustrere problemet.



Figur 11.1-1: Portefølje med to eiendeler

Figuren viser ulike kombinasjoner av avkastning og risiko som er tilgjengelig med de ulike eiendelene. Med utgangspunkt i Markowitz sin definisjon av effisiente porteføljer kan vi identifisere det effisiente settet av porteføljer ("effisient frontier"). I figuren ligger dette på øvre delen av grafen, da det ikke finnes andre porteføljer i figuren som er bedre med hensyn til forholdet mellom risiko og avkastning. Dersom vi utvider porteføljen til å bestå av flere eiendeler, vil dette gi mulighet for å bedre diversifisering og forbedring av effisient frontier.

En portefølje bestående av flere eiendeler kan fremstilles grafisk som vist i figur 11.1-2.



Figur 11.1-2: Portefølje med flere eiendeler

Som det fremgår av figuren, vil ikke lenger de mulige porteføljene utgjøre en linje, men i stedet et område. Likevel vil investorene kun være opptatt av porteføljene liggende på linjen,  $F-F'$ . Alle andre porteføljer liggende til høyere for og under  $F-F'$  representerer porteføljer med lavere avkastningen for gitt nivå på risiko (Hill, 2010). Også i dette tilfellet vil resultatet være at investoren vil plassere seg ett sted på det effisiente settet, avhengig av investorens holdning til risiko.

#### 11.1.4 Kapitalverdimodellen

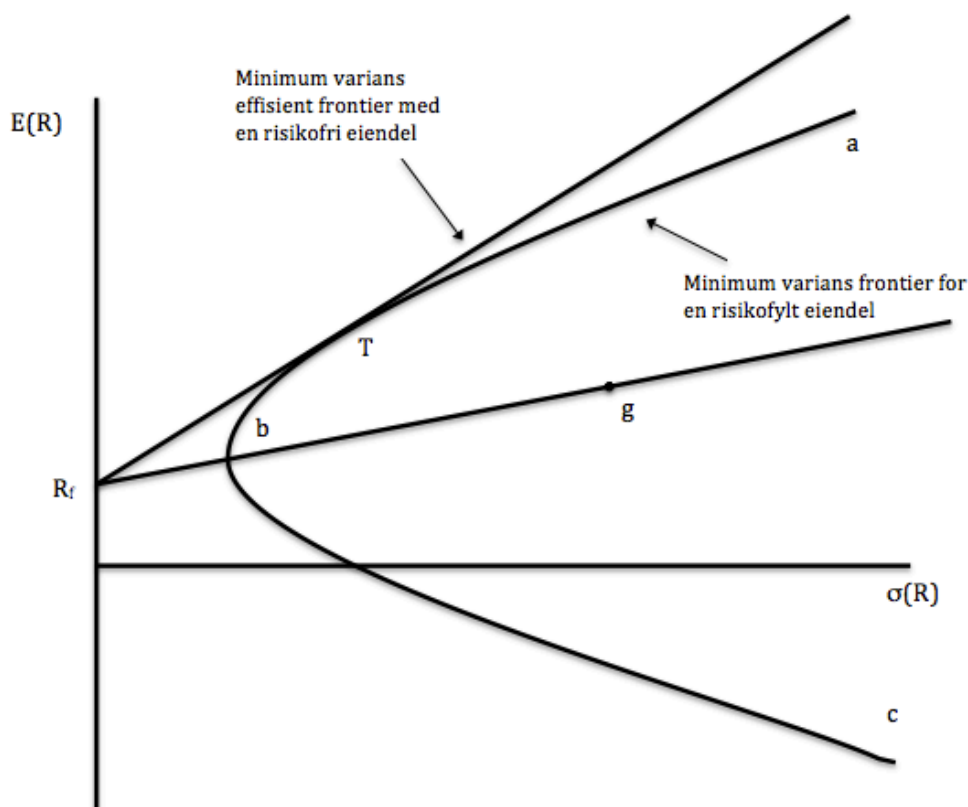
Sharp (1964) og Lintner (1965) bygger videre på Markowitzs porteføljeteori og utvikler kapitalverdimodellen (Capital asset pricing modell(CAPM)) (Fama & French, 2004). Med utgangspunkt i sammenhengen mellom forventet avkastning og risiko, og ved bruk av markedsporteføljen som estimat på systematisk risiko, estimerer kapitalverdimodellen avkastningskravet for en investering. Modellen er en av de mest brukte metodene for å estimere avkastningskrav (Berk & DeMarzo, 2011).

Kapitalverdimodellen bygger på en rekke forutsetninger:

1. Det antas perfekte kapitalmarkeder med mange investorer. Dermed er alle individuelle investorer pristakere.
2. Investeringshorisonten gjelder for samme periode for alle investorer, det som kommer i neste periode er irrelevant

3. Alle finansielle eiendeler kan handles, og alle investeringer er delbare.
  4. Investorer kan låne og plassere til en fast risikofri rente
  5. Det eksisterer ingen skatter eller transaksjonskostnader (begge er viktige i den virkelige verden)
  6. Investorene er rasjonelle og har risikoaversjon
  7. Homogene forventninger, derfor genererer alle investorer den samme "effisient frontier".
- (Bodie et al., 2014; Damodaran, 2012)

Med disse antakelsene vises det i kapitalverdimodellen hvordan risikoen til en portefølje kan reduseres ved å inkludere en risikofri eiendel i porteføljen bestående av risikofylte eiendeler, og hvordan dette kan brukes til å identifisere den optimale porteføljen av risikofylte investeringer (Berk & DeMarzo, 2011). Fama og French (2004) viser hvordan kapitalverdimodellen kan fremstilles grafisk. Her illustrert av figur 11.1-3.



Figur 11.1-3: Kapitalverdimodellen

Porteføljens avkastning er representert ved y-aksen, og porteføljens risiko på x-aksen. Kurven *abc* representerer ulike porteføljer med hensyn på kombinasjoner av forventet avkastning og risiko, som alle minimerer risikoen på ulike nivåer av avkastninger. Kurven kalles derfor

for ”minimum varians frontier”. Markowitz konkluderer med at bare porteføljer over  $b$  langs  $abc$  i figuren er effisiente. Når man i moderne porteføljeteori inkluderer en risikofri eiendel, kan man i stedet representere det effisiente settet med en rett linje, som vist i figuren (Fama & French, 2004).

Dersom en portefølje består av en andel  $x$  i en risikofri eiendel med avkastning lik  $R_f$ , og en andel  $(1-x)$  i en portefølje  $g$  bestående av risikofylte investeringer. Dersom alt investeres i den risikofrie eiendelen vil avkastningen til porteføljen være lik den risikofrie renten, i figuren tilsvarer dette punktet  $R_f$ . Ved å plassere en andel av investeringen til  $R_f$  samtidig som å investere en positiv andel i  $g$  beveger man seg langs linjen  $R_f g$ . Punkter til høyre for  $g$  representerer situasjoner hvor man låner til  $R_f$ , for så å investere dette i  $g$  (Fama & French, 2004).

Dersom vi kombinerer den risikofrie eiendelen med en portefølje som er høyere opp på ”efficient frontier” enn det  $g$  er, vil linjen bli brattere. En brattere linje betyr at man vil få en høyere forventet avkastning for hvert nivå på risiko. Portefølje  $g$  er derfor ikke den effisiente porteføljen. I stedet vil den optimale porteføljen være tangentporteføljen, gitt ved punktet T i figuren. Denne porteføljen tilfredsstiller kravet om høyest mulig avkastning for et gitt nivå på risikoen (Berk & DeMarzo, 2011).

Tangentlinjen punktet T ligger på kalles kapital markedslinjen (Capital market line (CML)), alle investorer vil plassere seg et sted på denne linjen. Med dette viser Kapitalverdimodellen at alle effisiente porteføljer er en kombinasjon av tangentporteføljen og en risikofri eiendel (Berk & DeMarzo, 2011). Siden alle investorer holder den samme porteføljen av risikofylte eiendeler, betyr dette at summen av alles portefølje må være lik porteføljen av alle tilgjengelige risikofylte eiendeler. Den effisiente porteføljen er derfor lik markedsporteføljen av risikofylte eiendeler.

Helningen til tangentlinjen omtales ofte som Sharpe Ratio til markedsporteføljen, og er gitt av følgende uttrykk:

$$Sharpe\ Ratio = \frac{E[R_p] - r_f}{\sigma(R_p)}$$

Sharpe Ratio gir uttrykk for meravkastningen man får for å holde en risikofull eiendel fremfor en risikofri. Det måler altså forholdet mellom belønning og risiko som en portefølje gir. Den porteføljen det vil være optimalt og kombinere med en risikofri eiendel, er den porteføljen med høyest Sharpe Ratio (Berk & DeMarzo, 2011).

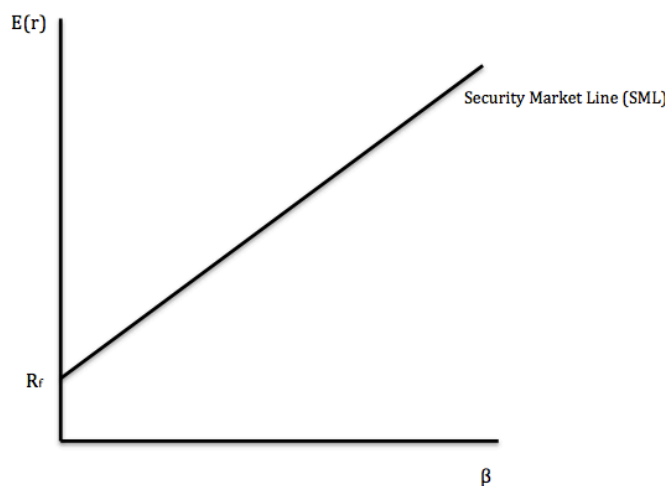
Kapitalverdimodellen sier at forventet avkastning til en eiendel er en positiv lineær funksjon av beta til markedet, og at markedet er tilstrekkelig for å forklare avkastningen.

Sammenhengen er gitt ved følgende formel:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{i,m}(E(r_m) - r_f)$$

(Berk & DeMarzo, 2011)

Dette forholdet mellom beta og avkastning kalles også verdipapirmarkedslinjen (security market line (SML)), og illustreres i figur 11.3-4.



Figur 11.1-4: Verdipapirmarkedslinjen

Kapitalverdimodellen viser at den forventede avkastningen  $E(r_i)$  til aksje  $i$  består av en risikofri rente  $r_f$  og aksjens risikopremie. Risikopremien er avhengig av den systematiske risikoen, som i modellen er gitt ved aksjens betaverdi  $\beta_i$ , som er gitt av følgende uttrykk:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

Beta i dette tilfellet måler altså eiendelens volatilitet som følge av systematisk risiko relativt til markedet (Berk & DeMarzo, 2011), og gir dermed uttrykk for eiendel  $i$  sitt risikobidrag til porteføljen (Brealey mfl., 2014).

## 11.2 Vedlegg B: Beregning av SDØE-verdi

### 11.2.1 Beregning av durasjon

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CF	1737.42225	1770.96061	1845.52899	1887.74583	1907.1675	1941.67102	1983.84451	2023.88812	1996.31975
r	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %
PV(CF)	1703.35515	1702.19205	1739.08319	1743.98535	1727.38037	1724.1483	1727.05603	1727.36902	1670.43106
PV(CF)/V	0.04073101	0.0407032	0.04158535	0.04170257	0.04130551	0.04122823	0.04129776	0.04130524	0.03994373
(PV(CF)/V)*t	0.04073101	0.0814064	0.12475606	0.16681029	0.20652756	0.24736935	0.28908429	0.33044192	0.35949354
t	10	11	12	13	14	15	16	17	18
CF	1903.98967	1794.56404	1665.31229	1538.79055	1365.3873	1201.39257	1120.2155	1576.13574	1590.09388
r	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %
PV(CF)	1561.93468	1443.30153	1313.08738	1189.53515	1034.79293	892.652376	816.016288	1125.61714	1113.31914
PV(CF)/V	0.03734934	0.03451255	0.03139884	0.02844443	0.0247442	0.02134531	0.01951277	0.02691601	0.02662194
(PV(CF)/V)*t	0.37349336	0.37963809	0.37678612	0.36977765	0.34641885	0.32017959	0.31220427	0.45757221	0.47919492
t	19	20	21	22	23	24	25	26	
CF	1603.85496	1617.42176	1630.79703	1643.98347	1656.98375	1669.80049	1682.43628	14092.1085	
r	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	2 %	
PV(CF)	1100.93538	1088.47848	1075.96044	1063.39268	1050.78605	1038.15084	1025.49685	8421.15213	
PV(CF)/V	0.02632582	0.02602794	0.02572861	0.02542809	0.02512663	0.0248245	0.02452191	0.2013685	Durasjon
(PV(CF)/V)*t	0.50019051	0.52055889	0.54030081	0.55941791	0.57791259	0.59578796	0.61304783	5.235581	14.404683

Figur 11.2-1: Beregning av durasjon

### 11.2.2 Produksjonsprognose

	A	B	C	D	E
1	Prognose for produksjon av olje og gass				
2					
3	År	Mill fat o.e per dag (produsert) i 1000	SDØES andel	SDØES andel fat o.e	
4	2014	3.697673257	3697.67326	28 %	1035.348512
5	2015	3.706295234	3706.29523	28 %	1037.762665
6	2016	3.728475806	3728.47581	28 %	1043.973226
7	2017	3.836050743	3836.05074	28 %	1074.094208
8	2018	3.875210483	3875.21048	28 %	1085.058935
9	2019	3.867858098	3867.8581	28 %	1083.000268
10	2020	3.891558137	3891.55814	28 %	1089.636278
11	2021	3.930546002	3930.546	28 %	1100.552881
12	2022	3.965112679	3965.11268	28 %	1110.23155
13	2023	3.868519265	3868.51927	28 %	1083.185394
14	2024	3.785616956	3785.61696	27 %	1022.116578
15	2025	3.666891254	3666.89125	26 %	953.391726
16	2026	3.503113259	3503.11326	25 %	875.7783147
17	2027	3.338555849	3338.55585	24 %	801.2534038
18	2028	3.061346741	3061.34674	23 %	704.1097505
19	2029	2.789586022	2789.58602	22 %	613.7089249
20	2030	2.577181698	2577.1817	22 %	566.9799736
21	Snitt	3.593505381			
22	Gjenværende i 2013:		19.604	mill sm <sup>3</sup> o.e per dag	
23			123.309	mill fat o.e per dag	
24					
25			62.220	reserver i 2030	
26					
27					
28	2031	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
29	2032	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
30	2033	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
31	2034	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
32	2035	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
33	2036	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
34	2037	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
35	2038	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
36	2039	3.593505381	3593.50538	22 %	790.5711839
37	2040	=C25-(SUM(B28:B36))	29878.0201	22 %	6573.164418
38					

Figur 11.2-2: Produksjonsprognose

### 11.2.3 Beregning av tidsserie

Estimering av kontantstrøm per produsert fat fremover i tid ved hjelp av Ornstein-Uhlenbeck prosessen :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Koeffisienter	Standardfeil	t-Stat					-0.000273431	(reversion rate)	
2	Skjæringspunkt	0.000887083	0.007705685	0.115120571					-3.24427128	(mean level)	
3	X-variabel 1	-0.000273431	0.000418949	-0.652658258							
4											
5											
6	År			1	2	3	4	5	6	7	8
7	Produksjon			1037.7627	1043.9732	1074.0942	1085.0589	1083.0003	1089.6363	1100.5529	1110.2316
8	Timestamp										
9	30.01.15	0.18	0.0318	1.6742	=(\$D9*EXP(\$I\$1*52))+(-\$I\$2*(1-EXP(\$I\$1*52)))				1.7819	1.8026	1.8229
10	23.01.15	0.18	0.0318	1.6454	1.6680	1.6902	1.7122	1.7338	1.7551	1.7761	1.7969
11	16.01.15	0.22	0.0322	1.7018	1.7236	1.7450	1.7662	1.7871	1.8077	1.8279	1.8479
12	09.01.15	0.34	0.0334	1.7474	1.7685	1.7894	1.8099	1.8302	1.8501	1.8698	1.8892
13	02.01.15	0.37	0.0337	2.2148	2.2293	2.2437	2.2578	2.2717	2.2854	2.2990	2.3123
14	26.12.14	0.53	0.0353	2.4122	2.4239	2.4355	2.4469	2.4582	2.4693	2.4802	2.4910
15	19.12.14	0.44	0.0344	2.4242	2.4358	2.4472	2.4584	2.4695	2.4805	2.4913	2.5019
16	12.12.14	0.42	0.0342	2.5922	2.6014	2.6105	2.6194	2.6283	2.6369	2.6455	2.6540
17	05.12.14	0.51	0.0351	2.9750	2.9788	2.9825	2.9862	2.9899	2.9935	2.9970	3.0005
18	28.11.14	0.3	0.033	3.2084	3.2089	3.2094	3.2099	3.2104	3.2109	3.2113	3.2118
19	21.11.14	0.4	0.034	3.6470	3.6413	3.6357	3.6302	3.6247	3.6194	3.6141	3.6088
20	14.11.14	0.38	0.0338	3.5456	3.5413	3.5372	3.5330	3.5289	3.5249	3.5210	3.5171
21	07.11.14	0.27	0.0327	3.8960	3.8868	3.8777	3.8688	3.8600	3.8513	3.8427	3.8343
22	31.10.14	0.34	0.0334	3.9512	3.9412	3.9314	3.9217	3.9121	3.9027	3.8934	3.8842
23	24.10.14	0.32	0.0332	4.0610	4.0495	4.0381	4.0269	4.0158	4.0050	3.9942	3.9836
24	17.10.14	0.28	0.0328	3.9992	3.9885	3.9780	3.9677	3.9575	3.9474	3.9375	3.9277
25	10.10.14	0.29	0.0329	4.1966	4.1832	4.1699	4.1568	4.1439	4.1312	4.1187	4.1064
26	03.10.14	0.42	0.0342	4.3250	4.3097	4.2947	4.2799	4.2653	4.2508	4.2366	4.2226
27	26.09.14	0.51	0.0351	4.5698	4.5511	4.5326	4.5144	4.4965	4.4788	4.4614	4.4442
28	19.09.14	0.51	0.0351	4.6610	4.6410	4.6213	4.6018	4.5827	4.5638	4.5452	4.5268
29	12.09.14	0.42	0.0342	4.6586	4.6386	4.6189	4.5995	4.5804	4.5615	4.5429	4.5246

Figur 11.2-3: Ornstein-Uhlenbeck prosess

Etter å ha multiplisert kontantstrømmen per fat med produksjon i tilhørende periode, diskonterer vi dette for å finne nåverdien og multipliserer med 4, da våre estimat på kontantstrøm per fat er kvartalsvise. Alle disse nåverdiene summeres til en totalverdi. Når vi gjør dette for alle observasjonene på sammenhengen mellom kontantstrøm per produsert fat og oljeprisen, får vi en tidsserie av SDØE-verdier.

	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE	BF	BG
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	VERDI	Valutakurs	Verdi i mrd. NOK
8													
9	3702.79535	3620.4565	3539.24099	3459.17714	3380.2896	3302.59957	3226.12506	3150.88106	3076.87979	2997.695	=SUM(AE9:BD9)		1099.572706
10	3660.18941	3579.74664	3500.34283	3422.01005	3344.77653	3268.66693	3193.70251	3119.9014	3047.2788	2972.5319	=SUM(number1; [number2]; ...)	092.203295	
11	3719.03982	3634.02778	3550.27644	3467.8089	3386.64474	3306.80026	3228.28868	3151.12039	3075.3031	2995.3508	143442.356	7.549	1082.846344
12	3712.00721	3621.49924	3532.56162	3445.20591	3359.44042	3275.27045	3192.69853	3111.72462	3032.3463	2955.5323	144064.198	7.5887	1103.344469
13	4363.9032	4241.79369	4122.73255	4006.66354	3893.53027	3783.27625	3675.84505	3571.18034	3469.22596	28019.0808	172583.1	7.5898	1309.871211
14	4526.35007	4387.86446	4253.34431	4122.69052	3995.80563	3872.59388	3752.96121	3636.81528	3524.06546	28390.7107	181204.601	7.4639	1352.493025
15	4610.77716	4473.30568	4339.66185	4209.75326	4083.48896	3960.77947	3841.53678	3725.6744	3613.10736	29131.7722	183989.577	7.3618	1354.494465
16	4864.86852	4716.65047	4572.74245	4433.02955	4297.39939	4165.74207	4037.95014	3913.91859	3793.54482	30569.9755	194842.657	7.3645	1434.918748
17	5329.84	5154.25245	4984.37434	4820.0237	4661.02418	4507.20487	4358.40018	4214.44963	4075.19773	32763.0383	216120.079	7.1288	1540.676818
18	5855.9288	5669.24241	5488.81262	5314.11585	5144.97036	4981.20017	4822.63483	4669.1093	4520.46376	36388.5506	236424.785	7.0277	1661.522463
19	6385.84126	6168.01663	5957.7196	5754.68565	5558.65977	5369.39606	5186.65746	5010.21535	4839.84931	38872.9361	260725.111	6.8045	1774.104016
20	6261.72531	6051.10827	5847.65036	5651.10487	5461.23372	5277.80719	5100.60359	4929.40901	4764.01699	38281.625	255059.82	6.751	1721.908845
21	6886.82874	6655.77355	6432.62338	6217.10123	6008.94009	5807.88253	5613.68041	5426.09448	5244.89407	42153.0698	280566.404	6.8054	1909.366606
22	6887.49094	6650.96791	6422.72931	6202.47795	5989.92761	5784.80261	5586.83742	5395.77624	5211.3727	41849.8636	281627.598	6.7518	1901.493214
23	7068.92473	6825.64428	6590.92007	6364.44333	6145.91674	5935.05404	5731.57957	5535.22785	5345.74325	42926.5029	289182.886	6.5945	1907.01654
24	7025.67936	6787.53859	6557.64295	6335.69961	6121.42643	5914.55159	5714.81316	5521.95878	5335.74526	42868.7898	286709.724	6.5418	1875.597674
25	7300.91107	7049.45134	6806.86193	6572.82112	6347.01923	6129.15813	5918.95081	5716.12097	5520.40257	44328.8172	298752.461	6.5083	1944.370644
26	7329.05094	7065.70639	6812.05056	6567.71727	6332.35458	6105.62423	5887.20108	5676.77259	5474.03836	43889.5656	302032.482	6.5229	1970.127677
27	7564.48462	7282.64235	7011.56181	6750.82079	6500.01415	6258.75304	6026.66429	5803.38975	5588.58562	44747.7197	313780.844	6.445	2025.455347
28	7692.27468	7404.35614	7127.48825	6861.23507	6605.17836	6358.91681	6122.0654	5894.25465	5675.13	45433.0739	319365.658	6.3516	2028.482914
29	7803.45726	7517.94845	7243.16389	6978.68901	6724.12574	6479.09185	6243.2203	6016.15861	5797.56828	46453.8634	322668.75	6.3601	2052.205519
30	8306.06642	8013.3994	7731.35889	7459.54643	7197.579	6945.08839	6701.72063	6467.13539	6241.00546	50078.0661	341297.999	6.2776	2142.532318

Figur 11.2-4: Beregning av tidsserie



## 11.3 Vedlegg C: Dataanalyse

### 11.3.1 Moment til en tilfeldig variabel

En variabel kan beskrives gjennom momenter/ulike statistiske egenskaper. Moment  $S$  til en kontinuerlig tilfeldig variabel er definert på følgende måte:

$$m_s = E[X^S] = \int_{-\infty}^{\infty} x^s f(x) dx$$

Første moment er gjennomsnitt og er gitt av følgende:

$$m_1 = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \mu_x$$

Sentral moment  $S$  til  $X$  er definert som:

$$cm_s = E[(X - \mu_x)^s] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^s f(x) dx$$

Andre sentral moment er varians, og måler variasjonen til  $X$ :

$$cm_2 = E[(X - \mu_x)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 f(x) dx = \sigma_x^2$$

Den positive kvadratroten til variansen gir standardavviket til  $X$ :

$$\sigma_x = \sqrt{cm_2}$$

Fordelingen til en normalfordelt variabel kan fullt ut forklares med gjennomsnittet og standardavviket. For en ikke-normalfordelt variabel vil formen på fordelingen forklares med moment tre og fire. Moment tre er skewness, og er gitt av følgende:

$$S(x) = E\left[\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^3\right] = \frac{cm_3}{\sigma_x^3}$$

(Tsay, 2005)

Skewness måler symmetrien til  $X$  i forhold til gjennomsnittet. En normalfordelt variabel er symmetrisk og skewness lik 0. Sammenliknet med en normalfordelt variabel, har en positivt skjevfordelt variabel relativt få store verdier og haler til høyere. En negativt skjevfordelt variabel har relativt få små verdier og haler til venstre. Verdier som faller utenfor intervallet -1 til +1 gir indikasjoner på at fordelingen er vesentlig skjev (Hair mfl., 2014).

Fjerde moment er kurtosis. Utrykket for kurtosis er gitt av følgende:

$$K(x) = E \left[ \left( \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^4 \right] = \frac{cm_4}{\sigma_x^4}$$

Kurtosis sier noe om fordelings haler, eventuelt: hvor spiss eller flat en fordeling er, sammenliknet med en normalfordeling (Hair mfl., 2014). En normalfordelt variabel har en kurtosis lik 3. Desto større kurtosis, desto tykkere haler. En fordeling med relativt tykke haler legger mer vekt til ekstreme verdier, slik at ekstreme hendelser er mer sannsynlig. Med utgangspunkt i investeringer sier kurtosis altså noe om tendensen til at prisen på en investering går opp eller ned fra nåværende nivå i en av retningene (Damodaran, 2012).

Fordelingen til en variabel er viktig for hvilke statistiske antakelser man gjør. For en normalfordelt variabel vil det kun være aktuelt å se på første og andre moment, da både skewnes og excess kurtosis er null for en normalfordelt variabel. En investering med en normalfordelt avkastning, kan forklares fullt ut med forventet avkastning standardavviket. Dersom en rasjonell investor står ovenfor et valg mellom to investeringer med samme standardavvik, men ulik forventet avkastning, vil investoren alltid velge investeringen med høyest forventet avkastning (Damodaran, 2012).

For avkastninger som ikke er normalfordelte eller symmetriske, vil ofte investorer preferer positiv skjevfordeling fremfor negativ skjevfordeling, på samme måte vil investorer mest sannsynlig preferer lavere, fremfor høyere kurtosis (Damodaran, 2012).

Til å vurdere hvorvidt en variabel er normalfordelt eller ikke, kan man ta utgangspunkt i et histogram som viser fordelingen til de observerte dataene sammenliknet med en normalfordelingen. En kanskje mer nøyaktig metode er å teste for normalitet er gjennom statistiske tester, som tar utgangspunkt i de statistiske egenskapene til variabelens skewness og kurtosis (Hair mfl., 2014).

I empiriske undersøkelser kan kurtosis og skewness beregnes på følgende måte, når vi antar avkastningene kommer fra et tilfeldig utvalg  $X$  med  $T$  observasjoner:

$$\mu_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t$$

Variansen til utvalget er gitt av:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu}_x)^2$$

Skewness til utvalget er gitt av:

$$S(x) = \frac{1}{(T-1)\hat{\sigma}_x^3} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu}_x)^3$$

Og utvalgets kurtosis er gitt av:

$$K(x) = \frac{1}{(T-1)\hat{\sigma}_x^4} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu}_x)^4$$

Under normalitetsforutsetningen er  $S(X)$  og  $K(X)-3$  (excess kurtosis) tilnærmet normalfordelt med gjennomsnitt lik 0, og varians lik  $6/T$  og  $24/T$ , dette benyttes til å beregne t-verdier til. For skewness til utvalget er t-verdien gitt av  $S(X)/((6/T)^{0,5})$ . Den tilsvarende verdien for excess kurtosis er gitt av  $K(X)-3/((24/T)^{0,5})$  (Tsay, 2005).

For å teste skewness til avkastningene tester man nullhypotesen om at  $S(X)=0$ , mot alternativhypotesen  $S(X) \neq 0$ . Vi forkaster nullhypotesen når p-verdien er mindre enn det valgte signifikansnivået  $\alpha$ . P-verdien angir i dette tilfellet sannsynligheten for å observere en t-verdi som er lik eller høyere enn den vi har observert gitt at nullhypotesen er sann.

Nullhypotesen for å teste excess kurtosis til avkastningne er  $K(X)-3=0$  mot alternativhypotesen som er  $K(X)-3 \neq 0$ . Nullhypotesen forkastes dersom om p-verdien er lavere enn signifikansnivået  $\alpha$  (Tsay, 2005).

### 11.3.1.1 Jarque-Bera test

I stedet for å teste skewness og kurtosis hver for seg, kombinerer Jarque-Bera testen (heretter JB-testen) både skewness og kurtosis i testobservatoren, og tester under ett om normalforutsetningen holder. Testobservatoren er gitt av følgende formel:

$$JB = \frac{\widehat{S}^2(r)}{6/T} + \frac{(\widehat{K}(r) - 3)^2}{24/T}$$

Testobservatoren er asymptotisk kjikvadratfordelt med to frihetsgrader. Nullhypotesen i JB-testen er at avkastningene er generert fra en normalfordeling. Denne forkastes dersom testobservatoren fra JB-testen er høyere enn den kritiske verdien fra kjikvadratfordelingen, som ved 2 frihetsgrader og 95% konfidensintervall, er lik 5.99 (UBC, Ukjent dato; Tsay, 2005)

### 11.3.2 Egenskaper ved våre data

I det påfølgende vil vi presentere egenskapene til dataene som ligger til grunn for vår analyse.

	<i>Gj. snitt</i>	<i>Skewness</i>	<i>Excess kurtosis</i>	<i>Testobservator (JB)</i>	<i>P-verdi</i>	<i>Nullhypotese</i>
<i>SDØE verdi</i>	0,0012	-0,6190	4,1221	477,01	2.2e-16	Forkast
<i>FTSE</i>	0,0013	-1,4229	11,7920	3798,26	2.2e-16	Forkast
<i>Statoil</i>	0,0011	-0,6092	6,6531	219,32	2.2e-16	Forkast
<i>OSEBX</i>	0,0027	-0,8019	4,9233	691,01	2.2e-16	Forkast
<i>Olje- og gassindeks</i>	0,0018	-1,2817	10,8568	3211,58	2.2e-16	Forkast
<i>Oljepris</i>	0,0006	-0,5409	2,7798	228,84	2.2e-16	Forkast

Tabell 11.3-1: Dataanalyse oppsummert

#### *SDØE verdi*

Logavkastningen til SDØE tidsserien har en skewness lik -0,62 og excess kurtosis lik 4,12. En negativ skewness vil si at fordelingen har flere verdier under gjennomsnittet, altså er den negativt skjevt fordelt. Siden excess kurtosis er større en null, indikerer dette at fordelingen til variabelen har tykkere haler enn en normalfordelt variabel. Sammenliknet med FTSE, OSEBX og Oljeindeksen ser vi at denne fordeling er mer lik en normalfordeling. Den er

marginalt negativt skjevt fordelt og har noe tykkere haler enn en normalfordeling. Vi har plottet fordelingen til avkastningene sammen med normalfordelingskurven i avsnitt 11.3.3. Fra JB-testen har vi en testobservator lik 477,01, som er høyere enn den kritiske verdien på 5,99. I tillegg er p-verdien er  $2,2e-16$ , og vi forkaster derfor nullhypotesen om normalfordelt fordeling.

#### *FTSE Global All Cap Index*

For logavkastningen til FTSE er skewness -1,42, det vil si at også denne variabelen har en negativ skjevfordeling. Fordelingen har også tykkere haler enn en normalfordeling, da excess kurtosis er 11,79. Hvordan fordelingen til variabelen avviker fra en normalfordeling ser vi også i histogrammet med normalitetskurven. Vi tester også om fordelingen kommer fra en normalfordeling gjennom en JB-test. Testobservatoren er kjikvadratfordelt, og er lik 3798,26 og p-verdien er svært liten  $2,2e-16$ . Med et konfidensnivå lik 95% er den kritiske verdien 5,99, og vi forkaster derfor nullhypotesen om at fordelingen er generert fra en normalfordeling.

#### *Statoil*

For Statoil er skewness lik -0,61 og excess kurtosis lik 6,65, altså ser heller ikke denne fordelingen ut til å komme fra en normalfordeling. Dette fremkommer også av histogrammet med normalfordelingskurven og JB-testen, som har en testobservator høyere enn den kritiske verdien lik 219,32.

#### *OSEBX*

Skewness til OSEBX er lik -0.80 og excess kurtosis lik 4,92. Fra JB-testen har vi en testobservator lik 691,01 og p-verdi på  $2,2e-16$ , vi forkaster dermed nullhypotesen også for denne variabelen.

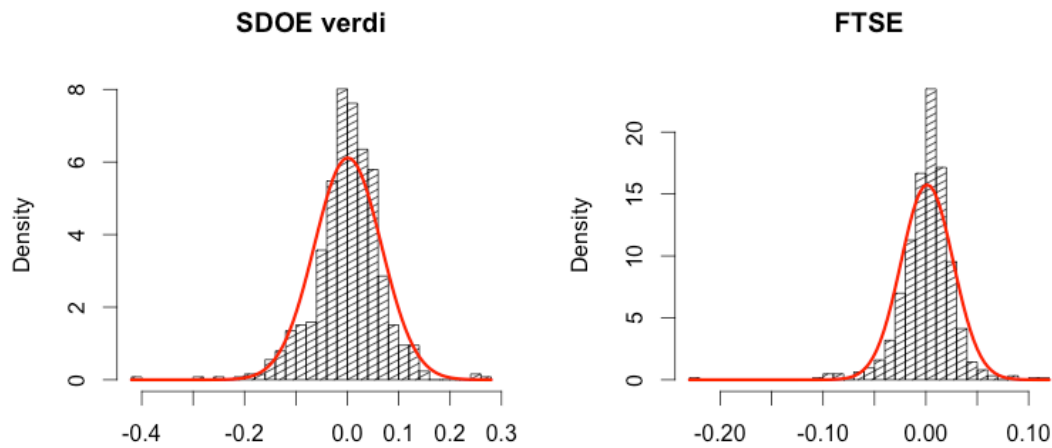
#### *Olje- og gassindeks*

Logavkastningen på olje- og gassindeksen har skewness lik -1,28 og excess kurtosis lik 10,86. Testobservatoren fra JB-testen er 3211,58 og p-verdien er  $2,2e-16$ . Altså er heller ikke denne generert av en normalfordeling.

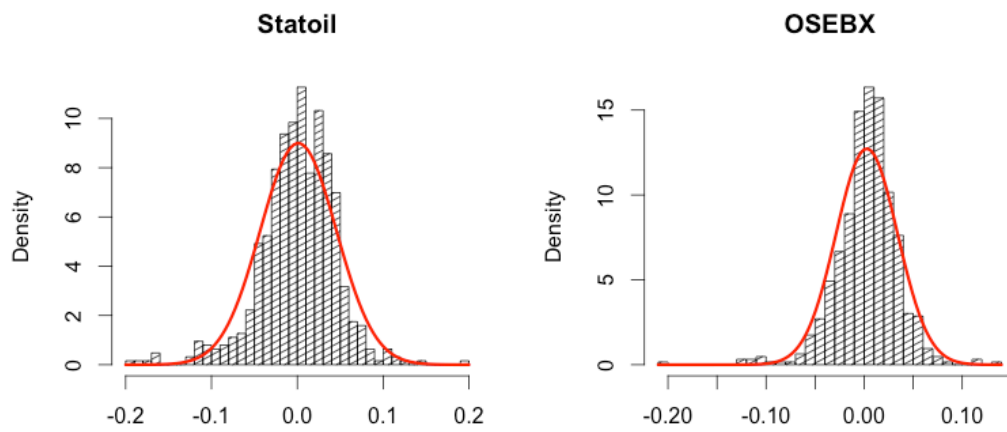
## Oljepris

For Oljeprisen er skewness lik  $-0.54$  og excess kurtosis lik  $2,78$ . Testobservatoren fra JB-testen er  $228,84$ , med tilhørende p-verdi lik  $2,2e-16$ , og vi forkaster nullhypotesen om normalitet.

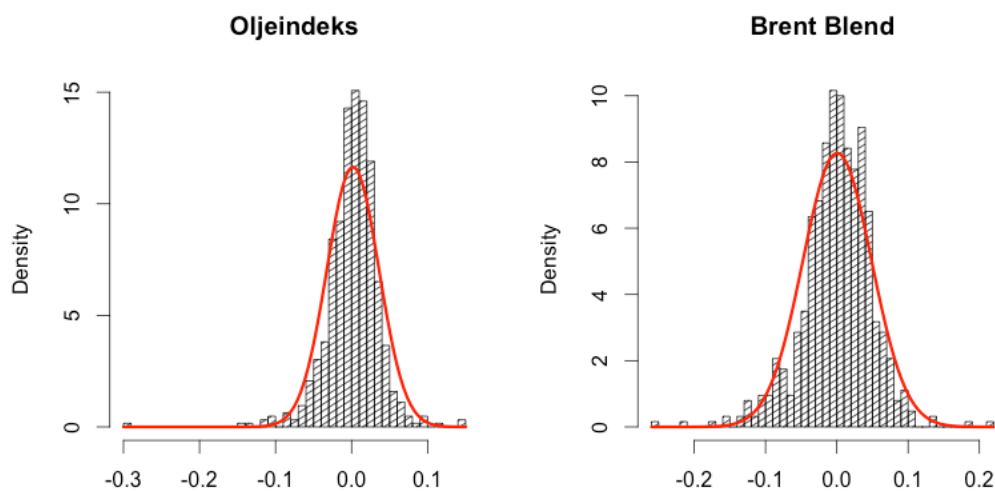
### 11.3.3 Normalitetsplot



Figur 11.3-1: Normalitetsplot SDØE & FTSE



Figur 11.3-2: Normalitetsplot Statoil & OSEBX



Figur 11.3-3: Normalitetsplot olje og gassindeks & oljepris

## 11.4 Vedlegg D: Tabeller fra modellene

### 11.4.1 Hovedkalibrering

<b>Varians-Kovariansmatrise</b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE</i>
<i>FTSE</i>	0,03262				
<i>Statoil</i>	0,00157	0,00017			
<i>OSEBX</i>	0,00033	0,00002	0,00001		
<i>Olje- og gassindeks</i>	-0,01555	-0,00098	-0,00018	0,01014	
<i>SDØE</i>	0,00861	0,00110	0,00010	-0,00823	0,02929

Tabell 11.4-1: Varians-kovariansmatrise optimal (Hovedkalibrering)

<b>Varians-Kovariansmatrise</b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE</i>
<i>FTSE</i>	0,01427				
<i>Statoil</i>	0,00104	0,00017			
<i>OSEBX</i>	0,00022	0,00002	0,00001		
<i>Olje- og gassindeks</i>	-0,00185	-0,00018	-0,00003	0,00033	
<i>SDØE</i>	0,00570	0,00110	0,00010	-0,00148	0,02929

Tabell 11.4-2: Varians-kovariansmatrise optimal med begrensning (Hovedkalibrering)

<b>Korrelasjonsmatrise</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Kullindeks</i>	<i>SDØE</i>
<i>FTSE</i>	1					
<i>Statoil</i>	0,65899	1				
<i>OSEBX</i>	0,58854	0,47910	1			
<i>Olje- og gassindeks</i>	0,85484	0,82530	0,55853	1		
<i>Kullindeks</i>	0,77780	0,67079	0,49498	0,79258	1	
<i>SDØE</i>	0,27863	0,48526	0,18612	0,47727	0,43405	1

Tabell 11.4-3: Korrelasjonsmatrise (Med kullindeks)



<b>Varians-Kovariansmatrise</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Kullindeks</i>	<i>SDØE</i>
<i>FTSE</i>	0,01609					
<i>Statoil</i>	0,00111	0,00017				
<i>OSEBX</i>	0,00024	0,00002	0,00001			
<i>Olje- og gassindeks</i>	-0,00196	0,00018	-0,00003	0,00033		
<i>Kullindeks</i>	-0,00130	-0,00012	-0,00002	0,00019	0,00017	
<i>SDØE</i>	0,00605	0,00110	0,00010	0,00148	-0,00103	0,02929

Tabell 11.4-4: Varians-kovariansmatrise (Med kullindeks)

#### 11.4.2 Alternativ kalibrering

<b>Varians-Kovariansmatrise</b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Olje</i>
<i>FTSE</i>	0,03307				
<i>Statoil</i>	0,00158	0,00017			
<i>OSEBX</i>	0,00034	0,00002	0,00001		
<i>Olje- og gassindeks</i>	-0,01592	-0,00100	-0,00018	0,01048	
<i>Olje</i>	0,00738	0,00092	0,00010	-0,00696	0,01603

Tabell 11.4-5: Varians-kovariansmatrise optimal løsning (Alternativ kalibrering)

<b>Varians-Kovariansmatrise</b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Olje</i>
<i>FTSE</i>	0,01427				
<i>Statoil</i>	0,00104	0,00017			
<i>OSEBX</i>	0,00022	0,00002	0,00001		
<i>Olje- og gassindeks</i>	-0,00185	-0,00018	-0,00003	0,00033	
<i>Olje</i>	0,00485	0,00092	0,00010	-0,00123	0,01603

Tabell 11.4-6: Varians-Kovariansmatrise optimal løsning med begrensning (Alternativ kalibrering)

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Oljepris</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,171	0,369	0,247	0,243	0,349	0,184
<i>Beta</i>	1	1,447	0,711	1,222	0,614	0,832
<i>Forventet avkastning</i>	7,5%	9,7%	6,1%	8,6%	5,6%	6,7%
<i>Vekter</i>	77,14%	4,14%	1,39%	-19,06%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	29,2%	19,6%	14,4%	25,1%	8,8%	22,6%

Tabell 11.4-7: Alternativ kalibrering (Med daglig data)

<b>Korrelasjonsmatrise</b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Oljepris</i>
<i>FTSE</i>	1				
<i>Statoil</i>	0,67168	1			
<i>OSEBX</i>	0,49330	0,36419	1		
<i>Olje- og gassindeks</i>	0,85923	0,80321	0,43950	1	
<i>Oljepris</i>	0,30159	0,38218	0,25214	0,44480	1

Tabell 11.4-8: Korrelasjonsmatrise (Med daglig data)

<b>Varians-Kovariansmatrise</b>					
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>Oljepris</i>
<i>FTSE</i>	0,01744				
<i>Statoil</i>	0,00135	0,00023			
<i>OSEBX</i>	0,00022	0,00002	0,00001		
<i>Olje- og gassindeks</i>	-0,00526	-0,00057	-0,00007	0,00215	
<i>Oljepris</i>	0,00505	0,00074	0,00011	-0,00262	0,01610

Tabell 11.4-9: Varians-kovariansmatrise (Med daglig data)

## 11.5 Vedlegg E: Sensitivitetsanalyser

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,116	0,276	0,215	0,182	0,574	0,214
<i>Beta</i>	1	1,100	0,726	1,044	-0,533	0,439
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,00%	6,13%	7,72%	-0,16%	4,70%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	43,04%	19,90%	16,85%	28,62%	-4,64%	10,29%

Tabell 11.5-1: Sensitivitet: 2003-2006

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,254	0,397	0,283	0,326	0,489	0,295
<i>Beta</i>	1	1,149	0,778	1,150	1,010	0,996
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,24%	6,39%	8,25%	7,55%	7,48%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	19,69%	14,48%	13,73%	17,64%	10,34%	16,88%

Tabell 11.5-2: Sensitivitet: 2007-2010

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,149	0,270	0,163	0,209	0,312	0,167
<i>Beta</i>	1	1,193	0,574	1,237	0,639	0,853
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,46%	5,37%	8,69%	5,69%	6,77%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	33,52%	22,06%	17,62%	29,65%	10,22%	25,53%

Tabell 11.5-3: Sensitivitet: 2011-jan 2015

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,450	0,225
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,700	0,882
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,00%	6,91%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	7,78%	19,57%

Tabell 11.5-4: Sensitivitet: 20% høyere mean reversion rate

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,389	0,207
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,635	0,858
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	5,68%	6,79%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	8,16%	20,73%

Tabell 11.5-5: Sensitivitet: dobbelt så høy mean reversion rate

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,662	0,288
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,787	0,914
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,44%	7,07%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	5,95%	15,85%

Tabell 11.5-6: Sensitivitet: mean reversion rate=0

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,471	0,231
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,716	0,888
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,08%	6,94%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	7,61%	19,22%

Tabell 11.5-7: Sensitivitet: Lenger tidsperiode for produksjon

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,455	0,226
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,696	0,881
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	5,98%	6,90%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	7,65%	19,48%

Tabell 11.5-8: Sensitivitet: inkluderer uopptagede ressurser i produksjonsprognoser

<b>Norges portefølje</b>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,466	0,230
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,713	0,887
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,06%	6,93%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	7,64%	19,30%

Tabell 11.5-9: Sensitivitet: Beta=0,4

<i>Norges portefølje</i>						
	<i>FTSE</i>	<i>Statoil</i>	<i>OSEBX</i>	<i>Olje- og gassindeks</i>	<i>SDØE verdi</i>	<i>Portefølje</i>
<i>Standardavvik</i>	0,183	0,320	0,226	0,247	0,474	0,232
<i>Beta</i>	1	1,154	0,728	1,155	0,722	0,890
<i>Forventet avkastning</i>	7,50%	8,27%	6,14%	8,28%	6,11%	6,95%
<i>Vekter</i>	65,41%	4,14%	1,39%	-7,33%	36,39%	100%
<i>Sharpe Ratio</i>	27,38%	18,04%	16,11%	23,40%	7,61%	19,16%

Tabell 11.5-10: Sensitivitet: Beta=0,8