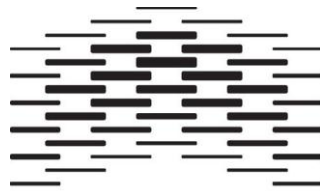


**MASTEROPPGAVE**  
**Master i Læring i Komplekse systemer**  
**September, 2014**

Opplæring for elever med matematikkvansker

Hege Tryggestad

**Fakultet for helsefag**  
**Institutt for atferdsvitenskap**



HØGSKOLEN I OSLO  
OG AKERSHUS

## Opplæring for elever med matematikkvansker

### Takk

Jeg vil rette en stor takk til min eminente og kunnskapsrike veileder Sigmund Eldevik, ph.d. og BCBA-D. Du har virkelig bidratt i hele prosessen. Tusen takk for sparket du ga meg til å komme i gang, jeg har lært utrolig mye. I arbeidet med masteroppgaven har du vært en inspirator, diskusjonspartner og en grundig og målrettet veileder. Jeg er imponert over din stadige søken etter ny viten og din tålmodighet ved ”dumme” og gjentakende spørsmål, gjerne om samme tema.

Tusen takk til Høgskolelektor Gerd Hilde Lunde ved Høgskolen i Oslo og Akershus for gode faglige diskusjoner og innspill på hvordan optimalisere opplæringen for barna. Tusen takk for at du var så positiv og genuint opptatt av faget, og at du gjennomførte ukentlig veiledning og oppfølging av studenter og barn på en av skolene.

En stor takk vil jeg også rette til 6 bachelorstudenter i læringspsykologi ved Høgskolen i Oslo og Akershus. Tusen takk for at dere ville være med på Summa Summarum, og takk for at dere jobbet beinhardt med alle øvelsene og registreringene.

Til Eva, Vera, Bente, Eva M, Liz og Mari: tusen takk for deres engasjement, de elevene dere jobber med er heldige. Stor takk også til barna og deres foreldre som takket ja til å prøve noe nytt.

Jeg vil også takke mine tidligere kollegaer på Senter for Tidlig Intervensjon, for inspirerende diskusjoner og avklaringer. Dere er gull verdt.

Til verdens beste Cathrine: Du er unik! Takk for gode og nyttige samtaler om opplæring, anvendt atferdsanalyse og funksjonelle ferdigheter. Tusen takk for støtte, omsorg og oppmuntring.

Til Sivert og Vemund: I år skal jeg være med å bake pepperkaker.

## Innhold

### Artikkel 1

Sammendrag.....	1
Hvor gode er norske elever i matematikk?.....	2
Betydningen av nedsatte matematikkferdigheter .....	3
Utviklingen av grunnleggende matematiske ferdigheter .....	4
Identifisering av elever med vansker.....	5
Hva er matematikkvansker? .....	7
Hvordan foregår undervisningen i norsk skole? .....	9
Effekten av spesialpedagogisk opplæring .....	10
Opplæringsprinsipper for elever med matematikkvansker .....	11
Implikasjoner for effektive intervensjoner ved matematikkvansker .....	16
Referanser.....	19

### Artikkel 2

Sammendrag.....	1
Innledning.....	2
Metode.....	6
Deltagere .....	6
Setting.....	7
Materiell .....	7
Datainnsamling.....	8
Alle Teller .....	9
The Test of Early Mathematics Ability, TEMA-3 .....	9
The Early Numeracy Curriculum-Based Measurement (EN-CBM).....	9

## Opplæring for elever med matematikkvansker

Kartlegging med Summa Summarum .....	10
Design og dataanalyse .....	11
Statistiske analyser .....	12
Prosedyre .....	12
Intervensjon .....	13
Opplæring av personalet.....	15
Behandlingsintegritet .....	15
Reliabilitet .....	16
Resultater.....	17
Diskusjon.....	20
Referanser.....	27

## Oversikt over tabeller, figurer og appendiks

### Artikkel 1

Ingen tabeller, figurer eller appendiks.

### Artikkel 2

Tabell 1: Oppsummering av elevkarakteristika og intervensjonen

Summa Summarum ..... 31

Tabell 2: Oversikt over hvilke uker elevene mestret de fem første programmene

og til hvilke tidspunkter generalisering forekom ..... 32

Tabell 3: Antall programmer mestret etter direkte opplæring,

og antall programmer som ble mestret uten direkte opplæring ..... 33

Tabell 4: Gjennomsnittlig resultater på TEMA-3, EN-CBM og

Alle Teller for alle 5 deltagerne ..... 34

Figur 1: Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline,

intervensjonsperioden og follow-up for Anne, vist i multiple baseline design ..... 35

Figur 2: Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline,

intervensjonsperioden og follow-up for Sofie, vist i multiple baseline design ..... 36

Figur 3: Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline og

intervensjonsperioden for Maia, vist i multiple baseline design ..... 37

Figur 4: Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline,

intervensjonsperioden og follow-up for Jonas, vist i multiple baseline design ..... 38

Figur 5: Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline,

intervensjonsperioden og follow-up for Ellen, vist i multiple baseline design ..... 39

Figur 6: Percentilskårer fra TEMA-3 på pre, post og follow-up testing

for de fem barna i studien ..... 40

## Opplæring for elever med matematikkvansker

Appendiks A: Et eksempel på et opplæringsprogram på nivå 1 i Summa Summarum .....	41
Appendiks B: Oversikt over hvilke uker Anne mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom .....	43
Appendiks C: Oversikt over hvilke uker Sofie mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom .....	44
Appendiks D: Oversikt over hvilke uker Maia mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom .....	45
Appendiks E: Oversikt over hvilke uker Jonas mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom .....	46
Appendiks F: Oversikt over hvilke uker Ellen mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom .....	47

### Sammendrag

Det er en god del forskning rundt årsaker til matematikkvansker. Det er mindre forskning på hva som kan være effektive opplæringsmetoder for elever med denne typen vansker og man har ikke klart å enes om hvordan matematikkvansker skal defineres. Dette til tross, anslås det at omkring 10 prosent av elevene i norsk skole har matematikkvansker. I den første artikkelen oppsummerer jeg noe av forskningen som er gjort på effekter av spesialpedagogisk undervisning for elever med matematikkvansker, og skisserer hva som kjennetegner den undervisningen som virker best. Videre beskriver jeg hva som er de vanligste problemene og hvordan man kan identifisere elever med matematikkvansker.

I den andre artikkelen undersøker jeg effekten av individuell og intensiv matematikkopplæring gjennom en norsk versjon av Math Recovery (Summa Summarum). Deltagerne var 5 elever i grunnskolealder med varierende utfordringer. Felles for dem var at de var blant de svakeste i klassen i matematikk. Intervensjonen foregikk over 6 uker, med til sammen 30 økter à 30 minutter. Denne studien er en systematisk replikasjon av Tzanakaki, Hastings, Grindle, Hughes og Hoare (2014), hvor de i en randomisert studie undersøkte effekten av Math Recovery i Storbritannia hos elever med utviklingshemming. De fant at Math Recovery gruppen gjorde det signifikant bedre på standardiserte matematikk tester etter intervensjonen. Denne studien fikk lignende resultater med moderat til stor effektstørrelse, målt med standardiserte tester for matematikk. I gjennomsnitt hadde elevene i denne studien en fremgang i matematisk alder på 8 måneder. Resultatene fra dette prosjektet var positive, men Summa Summarum bør utprøves i større skala før jeg kan trekke mer generelle konklusjoner om effekt.

*Nøkkelord:* Matematikkvansker, spesialpedagogikk, individuell og intensiv matematikkopplæring, Math Recovery, Summa Summarum.

Abstract

There is considerable research on what might be causes to students having difficulties in mathematics. It is less research on effective interventions for students with these kind of difficult and there is no consensus on what it means to have difficulties in mathematics. In spite of this, it is estimated that approximately 10 percent of the students in Norwegian schools have difficulties with mathematics. This paper reviews some of the research on effects of special education, and outlines some characteristics of best practice teaching. Furthermore, I describe the most common problems seen and how to identify students with difficulties in mathematics.

The second paper examines effects of an individual and intensive intervention through a Norwegian version of Math Recovery (Summa Summarum). Five students in primary school that were performing poorly in mathematics participated in this study. Intervention lasted for six weeks with a total of 30 sessions, each with a duration of 30 minutes. This study is a systematic replication of Tzanakaki, Hastings, Grindle, Hughes and Hoare (2014), who examined the effects of Math Recovery in a randomized controlled study in the United Kingdom. They found that compared to the control group, the Math Recovery group did significantly better on standardized test of mathematics following intervention. I found similar results on Summa Summarum in Norway, with moderate to large effects size measured by standardized tests of mathematics. Following Summa Summarum the students gained an average of eight months in mathematical age.

The result of this study was promising, but future studies needs to evaluate the intervention when delivered in a larger scale and also in groups of students with students with mathematics difficulties.

*Keyword:* Mathematics difficulties, special education, individual and intensive mathematic intervention, Math Recovery, Summa Summarum.



## Sammendrag

Det er en god del forskning rundt årsaker til matematikkvansker. Det er mindre forskning på hva som kan være effektive opplæringsmetoder for elever med denne typen vansker og man har ikke klart å enes om hvordan matematikkvansker skal defineres. Dette til tross, anslås det at omkring 10 prosent av elevene i norsk skole har matematikkvansker. I denne artikkelen oppsummerer jeg noe av forskningen som er gjort på effekter av spesialpedagogisk undervisning for elever med matematikkvansker, og skisserer hva som kjennetegner den undervisningen som virker best. Videre beskriver jeg hva som er de vanligste problemene og hvordan man kan identifisere elever med matematikkvansker.

*Nøkkelord:* matematikkvansker, spesialpedagogikk.

### **Hvor gode er norske elever i matematikk?**

Programme for International Students Assessment (PISA) er et internasjonalt forskningsprosjekt i regi av Organisation for Economic Cooperation and Development (OECD). Hensikten med PISA er å undersøke hvor gode utdanningssystemene i de ulike land er til å lære elevene ferdigheter som er nødvendige for videre studier, arbeidsliv og generell deltagelse i samfunnet (Kjærnsli & Olsen, 2013). PISA undersøkelsen blir gjennomført hvert 3. år. Det er elever på 15 år som blir kartlagt i lesing, matematikk og naturfag. I undersøkelsen som ble gjennomført i 2012 deltok 515 000 elever på verdensbasis og deltagelsen var høy i Norge med 4700 elever. Den gjennomsnittlige poengskåren i 2012 i matematikk var 494 poeng, og de norske elevene oppnådd en poengsum på 489. Dette var en nedgang fra 2009 hvor resultatet var 498 poeng. Resultatene til de norske elevene i 2012 er ikke statistisk signifikant under OECD gjennomsnittet, og utviklingen fra 2003 til 2012 viser at norske elever presterer stabilt og i underkant av gjennomsnittet i OECD (Kjærnsli & Olsen, 2013). Norske elevers matematikkferdigheter blir også målt gjennom Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) hvert 4. år (Kjærnsli & Olsen, 2013). Ferdigheter i matematikk og naturfag blir undersøkt hos elever på 4. og 8. trinn. Resultatene fra TIMSS 2011 viste signifikant fremgang i matematikk sammenlignet med tidligere undersøkelser (Grønmo et al., 2012), og norske elever på 8. trinn skårer like godt som elevene i Finland. Grønmo et al. (2012) konkluderer med følgende utsagn: ”den negative trenden som Norge opplevde på begynnelsen av årtusenet i både TIMSS og PISA, ser ut til å ha snudd” (Grønmo et al., 2012, s. 39). De skriver videre at det fortsatt er et stykke igjen for å sikre gode nok ferdigheter hos norske elever og at det er forbedringsområder for norsk skole både i forhold til de flinke og de svake elevene i matematikk.

### **Betydningen av nedsatte matematikkferdigheter**

Etter at Kunnskapsløftet ble introdusert i 2006, er det en økende tilbakemelding og bekymring om at norsk skole har for mye vekt på teoretisk opplæring. Tretti prosent av alle som begynte på videregående opplæring fra 2005-2007 oppnådde ikke studie eller yrkeskompetanse innen fem år (Chaudhary, 2011). Dette tallet har vært stabilt siden 1994.

Reduserte ferdigheter i matematikk kan ha stor betydning for videre skolegang og arbeidsliv. Det kan føre til redusert inntekt, reduserte muligheter for valg av yrke og arbeidsoppgaver (Fuchs et al., 2008). Mange elever med utfordringer i matematikk slutter på skolen før videregående utdanning er fullført, de kan ha problemer med å hjelpe egne barn med matematikkleser og de kan ha vanskeligheter med å skaffe seg arbeid og derigjennom ha reduserte muligheter for å bidra til egen og fellesskapets utvikling (Sjøvoll, 2002). Det gir store samfunnsøkonomiske og individuelle gevinster når ungdom fullfører videregående opplæring (Tunstad, 2013). Geary (2011a) hevder at sosiale og individuelle kostnader av reduserte matematiske ferdigheter har større konsekvenser enn reduserte leseferdigheter, og at dette kan skyldes at flere har utfordringer med matematikk enn med lesing samtidig som stadig flere yrker har økende krav om gode matematikkferdigheter. Lyon et al. (2001) hevder at årsakene til elevers matematikkvansker kan være flere og at de spenner fra lite forberedte lærere, dårlig eller feil undervisning, for få ressurser til å følge opp med tidlig innsats, og til lite kunnskap om å avdekke elevers vansker og mangelfull kompetanse om effektive tiltak. Lærerens atferd og kompetanse har med andre ord stor betydning for utvikling av elevers matematikkferdigheter. Sjøvoll (2002) mener det er viktig at læreren ikke bare må være opptatt av faget, men også av å kunne motivere og hjelpe hver enkelt elev på sitt nivå.

For å oppnå et optimalt læringsmiljø i skolen er man avhengig av et godt og nært samarbeid mellom skole og hjem, og disse to arenaene er gjensidig avhengig av hverandre for å fremme elevenes læring og utvikling (Nordahl, 2007). I en metaanalyse av Patall, Cooper og

Robinson (2008) fant man at foreldrenes involvering og oppfølging av skolearbeid og lekser har større betydning i fag som språklig tilegnelse og lesing enn i matematikk. De hevder at dette kan skyldes at foreldrene ikke er oppdatert om lærestrategier som benyttes i matematikk på skolen og at det er lenge siden de selv har gjennomgått pensumet som deres barn har lekser i. Videre skriver de at foreldreveiledning knyttet til gjennomføring av lekser som for eksempel når og hvor skulle leksene gjøres, formidling av tydelige forventninger og forsterkning når elevene følger disse reglene, har vist seg å ha positiv effekt på elevenes utvikling (Patall et al., 2008).

### **Utviklingen av grunnleggende matematiske ferdigheter**

Tidlig innsats for elever som har behov for spesielt tilrettelagt undervisning i matematikk forutsetter at vi kan identifisere disse elevene på et tidlig tidspunkt. En stor utfordring er at det ikke er enighet om og generelt lite kunnskap om hva som kan regnes som normal utvikling av matematiske ferdigheter (Mazzocco, Murphy, Brown, Rinne, & Herold, 2013). Likevel, har flere forskere pekt på viktige steg i etablering av grunnleggende matematiske ferdigheter: I løpet av barnehagealder vil et typisk barn ha kunnskaper om tall og telle ferdigheter med en til en korrespondanse (Geary, 2011b; Tvedt & Johnsen, 2008), og begynnende ferdigheter i addisjon (Tvedt & Johnsen, 2008). På dette stadiet i matematikkutviklingen benytter barna flere strategier for å løse oppgaver, og den vanligste strategien er å telle på fingrene eller bruke andre objekter til telling (Siegler & Shrager, 1984; Tvedt & Johnsen, 2008). I løpet av det første skoleåret vil den typiske eleven utvikle repertoaret av strategier for å løse matematiske oppgaver, som for eksempel å telle fra den første i to samlinger eller å telle fra den største samlingen av to (Geary, 2011b). Skal eleven løse regnestykket  $4 + 3$  vil eleven telle begge samlingene fra 1, når de bruker strategien å telle fra den første i to samlinger. Når eleven benytter strategien å telle fra den største samlingen av

to, vil oppgaven bli løst ved at eleven sier: ”fire” for den første samlingen og så teller ”fem, seks, sju” for den andre. Etablering av flyt og automatisering av disse tidlige addisjonsstykkene kan gjøre at elevene svarer raskere, mer presist og har mindre feil enn om de må telle seg fram med fingrene. En annen fordel vil være at mestring av disse strategiene vil bidra til å videreutvikle nye strategier for oppgaver som kan konstrueres basert på en viss sum (Geary, 2011a). For eksempel i regnestykket  $5 + 6$ , der eleven husker at  $5 + 5$  er 10 for så å legge til 1.

Duncan et al. (2007) fant at viktige prediktorer for et godt utkomme i skolen er matematikkferdigheter, lesing og oppmerksomhet. Av disse tre var grunnleggende matematikkferdigheter den sterkeste prediktoren for gode skoleprestasjoner, før lesing og oppmerksomhetsferdigheter (Duncan et al., 2007). Mazzocco og Thompson (2005) fant at svake addisjonsferdigheter hos barn i barnehagealder var en risikofaktor for lærevansker i matematikk i 3. trinn. Tidlig grunnleggende regning synes altså å være spesielt viktig.

Flere studier (Geary, 2011a; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009; Mazzocco & Thompson, 2005) peker på viktige grunnleggende matematiske ferdigheter som elevene må mestre for å følge progresjonen i matematikkundervisningen: a) benevne tall, b) identifisering av tallkombinasjoner som hvilket tall er størst 3 eller 9, c) forståelse av mengde i kombinasjon med tallene, d) flyt eller automatisering av tall og mengde, e) telleferdigheter, og f) kunnskaper om tallinje og hvor tallene skal være på linjen. Disse ferdighetene viser seg å være relativt enkle å etablere, og progresjonen i forhold til hver enkelt kan også lett registreres (Locuniak & Jordan, 2008; Siegler & Ramani, 2008).

### **Identifisering av elever med vansker**

Det finnes gode screeningsinstrumenter, som The Early Numeracy Curriculum-Based Measurement (EN-CBM) (Clarke & Shinn, 2004), som kan identifisere elever med vansker i

matematikk (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). De kan identifiseres i 1. trinn ved at de ofte har problemer med å gjenkjenne og benevne hvilket tall som er størst, om utvalget består av to tall som for eksempel 4 og 9. Disse elevene bruker ofte primitive tellestrategier som å telle på fingrene og de har vansker med å svare raskt og presist på antall i en mengde (Gersten et al., 2005). Elever med matematikkvansker har ulike styrker og svakheter innenfor faget. De kan for eksempel være gode til å fingertelle for å løse en matematisk oppgave, mens de er mindre gode til å svare raskt og presist på enkle mattestykker som  $7 + 3 = 10$  (Dowker, 2005). De svakeste elevene i en klasse har gjerne behov for flere repetisjoner og mer øvelse enn de elevene som er innenfor normalvariasjonen, og de har store utfordringer med å generalisere de ferdighetene de har lært (Tvedt & Johnsen, 2008). Det mest fremtredende trekket er ikke bare at elever med matematikkvansker har mindre matematikkunnskaper enn de andre elevene i klassen, men også at matematikkunnskapene er kvalitativt forskjellig sammenlignet med jevnaldrende. Kvaliteten omhandler blant annet hvilke lærestrategier elevene bruker for å løse oppgaver, hvor begrepet strategi viser til hvilke fremgangsmåter eleven bruker for å løse en matematikkoppgave (Ostad, 2010).

Oppgavespesifikke strategier er ulike løsningsmåter eleven bruker når de løser en matematikkoppgave (Ostad, 2010), og kan deles i to ulike strategigrupper retrievalstrategier og backupstrategier. Når elevene benytter retrievalstrategier svarer de fort og har ikke behov for å bruke ulike hjelpeteknikker for å finne løsningen, mens backupstrategier benyttes når elevene for eksempel må telle på fingrene for å finne svaret på oppgaven. Kroesbergen og Van Luit (2003) hevder at elever med matematikkvansker ofte har utfordringer med generalisering av ferdigheter til nye oppgaver som ikke er øvd på, og at dette kan skyldes en utilstrekkelig bruk av strategier.

På 1990 tallet gjennomførte Ostad (2010) en undersøkelse hvor elever i grunnskolealder med og uten matematikkvansker ble sammenlignet i et longitudinelt

perspektiv, kalt matematikk uten matematikkvansker (MUM prosjektet). Hensikten var å undersøke om det var en forskjell mellom elever med og uten matematikkvansker i forhold til hvilke strategier de brukte og om det var noen forskjell i strategivalg gjennom grunnskolen på tvers av gruppene. Undersøkelsen ble gjennomført med 927 elever fordelt på 12 barneskoler i første, tredje og femte trinn. Resultatene fra MUM prosjektet viste at backupstrategiene ble brukt av hele 94 prosent av elevene i første trinn, men at utviklingene gikk i retning av mere og mere bruk av retrievalstrategier hos elever uten matematikkvansker. I tillegg til en økning i bruken av retrievalstrategier, benyttet de også flere varianter av backupstrategiene, slik at vi kan beskrive ferdighetene deres som strategifleksible (Ostad, 2001). Undersøkelsen viste også at elever med matematikkvansker hadde en ensidig bruk av backupstrategier for å løse matematikkoppgavene gjennom hele grunnskoletiden. Kort oppsummert viser dette at elever uten matematikkvansker hadde et utviklingsmønster som var karakterisert av strategifleksibilitet, mens elever med matematikkvansker hadde et utviklingsmønster som kan karakteriseres som strategirigid. Dette kan tyde på at ensidig bruk av backupstrategier kan være en god indikasjon på matematikkvansker (Ostad, 2010).

### **Hva er matematikkvansker?**

Forekomsten av elever med matematikkvansker i norsk skole anslås å være ca. 10 prosent (Ostad, 2010). Dette er omtrent det samme som forekomsten av elever med lese og skrivevansker. Det er imidlertid gjennomført betydelig mindre forskning knyttet til matematikkvansker enn til lese og skrivevansker (Dowker, 2005; Gersten et al., 2005; Rasanen & Ahonen, 1995). De senere årene har det nasjonalt og internasjonalt vært noe større interesse for matematikkvansker, dette gjenspeiles i egne temahefter i tidsskrifter som *Spesialpedagogikk* og *Journal of Learning Disabilities*. Det er vanskelig å få oversikt over forskningen som er gjort fordi det ikke er enighet om hvordan man skal definere

matematikkvansker. Forskningen som er gjennomført bærer også preg av stor variasjon i testprosedyrer og hvordan tiltak for denne gruppen elever utformes og gjennomføres (Lunde, 2006).

Lærevanskebegrepet kan sees som en samlebetegnelse for vanskeligheter innenfor syv ferdighetsområder herunder områdene lesing, skriving, språk og matematikk (Lyon et al., 2001). Lyon et al. (2001) hevder det er fornuftig å splitte opp disse ferdighetene og vurdere de som atskilte, da det ikke er noe evidens for at de har samme årsak. De mener det vil være viktig å etablere evidensbaserte definisjoner innenfor alle de syv ferdighetsområdene for å forbedre kartleggingsverktøy og intervensjoner rettet mot de ulike lærevanskene. Tradisjonelt har man ofte forklart lærevansker med nevrobiologiske faktorer, med andre ord vansker eller tilstander som ligger inne i eleven (Lyon et al., 2001). Dette til tross for at man har hatt (og har) meget begrensede muligheter til å avdekke slike tilstander. Tvillingstudier og studier av søsken og adopterte familiemedlemmer viser at det er et komplekst samspill mellom gener og miljø, når det gjelder utviklingen av individuelle egenskaper og ferdigheter (Novak & Pelàez, 2004), og dette gjelder også for matematiske ferdigheter (Kovas, Haworth, Dale, & Plomin, 2007). Atferd (eller manglende atferd) vil derfor alltid være et resultat av både arv og miljø. I vårt daglige arbeid med opplæring av elever, med eller uten behov for spesielt tilrettelagte opplæringsbetingelser, er det derfor viktig å fokusere på forhold vi kan tilpasse og endre, slik som opplæringsmetoder og tiltak.

Hovedtyngden av forskningen omkring matematikkvansker har konsentrert seg om teori og årsaksforklaringer, empirisk forskning og undersøkelser om effektive intervensjoner knyttet til matematikkvansker er det forsket mindre på (Gersten et al., 2005). Til tross for mye forskning omkring teori og årsaksforklaringer er det som nevnt over ikke etablert en konsensusdefinisjon av hva matematikkvansker er (Ostad, 2010). Forskerne opererer med ulike definisjoner som for eksempel skåre under 35. percentilen (Hanich, Jordan, Kaplan, &



Dick, 2001), skåre under 25. percentilen (Fuchs, Fuchs, & Prentice, 2004) og elever som presterer et trinn under deres jevnaldrende i matematikk (Russell og Ginsburg, 1984). Både i Norge og ellers i verden benytter man ulike begreper om samme fenomen som for eksempel: matematikkvansker, lærevansker i matematikk, spesifikke matematikkvansker og dyskalkuli (Lunde, 2006). Selv om forskere benytter ulike definisjoner og begreper om matematikkvansker er det enkelte forhold man er enige om. Det er bred konsensus om at elever med matematikkvansker er en heterogen gruppe og at det er mange ulike forklaringer på hvorfor de har vansker. Videre er det enighet om at mange av disse elevene også har utfordringer med lesing og skriving (Dowker, 2005; Ostad, 2010). Gersten et al. (2005) finner også at matematikkvansker kan endre seg over tid, og at lese og skrivevansker vil påvirke læring og progresjon i matematikk.

### **Hvordan foregår undervisningen i norsk skole?**

Opplæringsformatet i norsk skole er ofte slik at læreren introduserer et tema og timens aktivitet for hele klassen, gjennom tavleundervisning. Det er kun et mindretall av lærerne som ved oppstart av timene tydeliggjør for elevene hva som er øktens mål (Markussen og Seland, 2013). Dette resulterer i liten grad av oppsummering av læringsmål og læringsutbytte ved endt arbeidsøkt. Informasjonen som presenteres i begynnelsen av en opplæringsøkt er ofte en beskrivelse av de aktivitetene elevene skal gjennomføre og ikke reelle mål for timen. Når timens aktiviteter er presentert vil mesteparten av tiden i en skoletime så dreie seg om at elevene skal løse oppgaver individuelt eller i gruppe (Klette, 2013; Markussen & Seland, 2013). Tiden som skal brukes til øvelse på bruk av fagstoffet vil i varierende grad benyttes til småprat om andre tema enn faget, og dette kan skape uro og et dårlig læringsmiljø (Markussen & Seland, 2013). Det er helt avgjørende for en effektiv opplæring at læreren er en god klasseleder som tilrettelegger for ro og konsentrasjon blant elevene. Tvedt og Johnsen

(2008) beskriver en undervisningssituasjon hvor opplæringen og progresjonen blir lagt opp til den gruppe elever i en klasse som fungerer innenfor normalen, altså den største gruppen med elever. Når disse elevene har mestret oppgavene, vil vanskelighetsgraden på pensum flyttes et trappetrinn opp. Dette innebærer at det ikke sikres at alle elevene har mestret oppgavene, noe som kan resultere i at de svakeste elevene aldri lærer noe skikkelig (Tvedt & Johnsen, 2008). Dette blir en utfordring da vi vet at mestring på et trinn er avgjørende for progresjon på neste trinn. For eksempel er multiplikasjon en prerequisitt for divisjon, ved at mestring av multiplikasjonstabellen vil gjøre divisjon mye enklere (Tvedt & Johnsen, 2008). De svakeste elevene i klassen vil dermed ikke etablere prerequisittene for neste oppgave og vil få stadig større huller i atferdsrepertoaret og gradvis komme lenger og lenger bak de andre elevene i klassen.

### **Effekten av spesialpedagogisk opplæring**

Lyon et al. (2001) skriver at mye av den spesialpedagogiske opplæringen som gis i dag, jevnt over har så små effekter at den ikke bidrar til å tette gapet i ferdighetsnivå til jevnaldrende elever uten vansker. Dette synet deles også av Lunde (2003) som hevder at den tradisjonelle spesialpedagogiske hjelpen ikke bidrar til å øke elevenes matematiske ferdigheter og forståelse i matematikk.

Det er et økende antall elever som mottar spesialundervisning i Norge, og siden 2004 har andelen elever som mottar denne formen for opplæring økt med over 50 prosent. I skoleåret 2012-2013 var det 52 723 elever som fikk spesialundervisningen, og andelen øker (Clausen, 2013). Årsakene til denne økningen er sammensatt og noen mener at dette kan skyldes økende fokus på akademiske læring i matematikk og norsk (Nøra, 2013). Clausen (2013) hevder at Kunnskapsløftet fra 2006 (Kunnskapsdepartementet, 2006) har for store forventninger til skoleprestasjoner og gode resultater som gjør at flere elever ikke klarer å

følge med på en raskere progresjon innenfor hvert fag. Dette innebærer mindre tid og færre læringsmuligheter for elever som trenger flere repetisjoner for å mestre matematikkoppgavene enn flesteparten av elevene i klassen (se også Tvedt og Johnsen, 2008). Solli (2005) peker på at det er foretatt svært få undersøkelser om effekten av spesialundervisning i Norge, slik at det er vanskelig å si noe om hvordan det ville gått om eleven hadde fått/eventuelt ikke hadde fått spesialundervisning. En vanlig tilbakemelding fra elever og foresatte til elever med matematikkvansker er likevel at spesialundervisningen ikke i tilstrekkelig grad har bidratt til å tette huller i tidlige matteferdigheter og sikre at grunnleggende ferdigheter er mestret (Clausen, 2013).

For å få øket kunnskap om effektene av spesialundervisning har Høgskolene i Volda og Hedmark igangsatt et forskningsprosjekt, The Function of Special Education (SPEED). Prosjektet undersøker innholdet og effekten av spesialundervisningen for ca. 200 elever. Prosjektet avsluttes i 2015, og er finansiert av Norges forskningsråd og høgskolene.

### **Opplæringsprinsipper for elever med matematikkvansker**

Vi vet at matematikkvansker oppstår når barna er små (Schopman & Van Luit, 1996), og allerede i barnehagealder starter utviklingen av tallforståelse og telling (Kroesbergen & Van Luit, 2003). Vi vet at vi må kartlegge elevenes ferdigheter slik at vi kan øve på de ferdighetene som de ikke mestrer, og ikke kaste bort viktig opplæringstid på ferdigheter de kan eller som er for vanskelige. Vi vet vi må kartlegge tidlig, gjerne allerede i barnehagen eller på høsten i første trinn, slik at riktig og effektive tiltak kan iverksettes tidlig i skoleforløpet. Men hva vet vi om effektive tiltak og effektive opplæringsprinsipper? I en metaanalyse av 58 matematikkstudier av Kroesbergen og Van Luit (2003) og i artikkelen til Fuchs et al. (2008) er det beskrevet flere elementer som kjennetegner effektive matematikkintervensjoner:

- For opplæring i grunnleggende ferdigheter er Direct Instruction en av de mest effektive opplæringsformene. Dette er et opplæringsformat som er ferdighetsorientert og opplæringen gis av lærer enten en til en eller i små grupper. Opplæringen er nøye planlagt og mål og ferdigheter er delt opp i små målbare enheter.
- Effektiv opplæring må bestå av tydelige og konkrete instruksjoner hvor læreren beskriver og forklarer det elevene har behov for å lære.
- Matematikkferdighetene må etableres gradvis ved at man ”bygger stein på stein” slik at ferdighetene er sekvensert på en slik måte at vanskelighetsgraden på oppgavene gradvis øker. Dette innebærer at læreren har etablert mange små delmål som forklares og hvor elevene øver hvert delmål til mestring er oppnådd, og at man først da går videre til neste delmål.
- Mange repetisjoner og daglige øvelser på samme mål til mestring er nådd. Opplæringsmaterialet endres i takt med mestring slik at generalisering til nytt materiell og ny setting introduseres og øves på.
- Individuelle tilrettelagte motivasjonssystemer som hjelp til å etablere oppmerksomhet, samarbeid og optimale læringsbetingelser. De fleste elever med matematikkvansker har lang erfaring med unngåelsesatferd og har utfordringer med oppmerksomhet og samarbeid.
- Det er helt nødvendig å gjennomføre gjentatte målinger og samle informasjon om elevens fremgang underveis i en intervensjon, slik at vi sikrer at elevene lærer det de har behov for. Registrering av elevenes progresjon bidrar til at vi kan evaluere opplæringen og eventuelt justere intervensjonen slik at opplæringen blir effektiv eller avbryte ineffektive tiltak.
- Intervensjoner hvor opplæringen er basert på samarbeid med jevnaldrende er lite effektivt. Kroesbergen og Van Luit (2003) mener at dette blant annet kan skyldes at

jevnaaldrende ikke er så gode til å observere andre elevers behov for hjelp, og i tillegg er ikke unge elever så gode til å samarbeide og hjelpe hverandre.

- Teknologiske hjelpemidler kan benyttes som en motivasjonsfaktor eller som en hjelp til å øve på flyt av matematikkoppgaver, men hjelpemidlene kan ikke erstatte lærerbasert opplæring.

I en metaanalyse av Browder, Spooner, Ahlgrim-Delzell, Harris og Wakeman (2008) gjennomgikk de 68 studier i forhold til matematikkopplæring for elever med store kognitive svikt som for eksempel autisme og utviklingshemming. De hevder at systematisk instruksjon med operasjonaliserte mål, bruk av systematisk avtrapping av hjelp og feedback er de strategiene som per i dag kan sies å oppfylle kravene til evidensbasert praksis. De understreker også viktigheten av øvelser på ulike ferdigheter i dagliglivets situasjoner, slik at ferdighetene blir funksjonelle og meningsfulle for elevene (Browder et al., 2008).

Math Recovery (Wright, Martland, Stafford, & Stanger, 2006) er en forskningsbasert intervensjon for elever i grunnskolen som har utfordringer med matematikk. Math Recovery ble utviklet i Australia på 1990 tallet, og har siden den gang blitt implementert flere steder i USA, Storbritannia, New Zealand og Canada. I USA har Math Recovery blitt implementert i skoledistrikter i 25 stater, og over 6000 elever og 250 lærere har deltatt (Smith, Cobb, Farran, Cordray, & Munter, 2013; Wright et al., 2006). Hensikten med Math Recovery er å identifisere elever som strever med matematikk så tidlig som mulig (6-7 år gamle) og deretter gjennomføre effektiv og intensiv opplæring både individuelt og i grupper slik at eleven på sikt kan ha nytte av ordinær undervisning i vanlig klasse (Wright et al., 2006). Den individuelle opplæringen er intensiv og innebærer 30 minutters opplæring per dag i 12-14 uker. Math Recovery har fokus på telling, tall og regning og programmet er delt inn i fem nivåer. Nivå 1 har målsettinger knyttet til telling som for eksempel a) å si tallene fra 1-20, b) tallene fra 1-10, c) telle objekter, d) telle og identifisere antall i et mønster og e) finger mønstre. Nivå 2

konsentrerer seg om a) tallsekvenser fra 1-30, b) tallene fra 1-20, c) telle forlengs og baklengs hvor noen av objektene er synlig mens andre er tildekt, d) finger mønstre og e) like grupper og deling. Nivå 3-5 har mer vekt på regning og mindre på telling og fingermønstre (Wright et al., 2006). I Math Recovery er det i tillegg til mange ulike matematikkprogrammer og øvelser, også utarbeidet et kartleggingsverktøy. Kartleggingen gjennomføres individuelt og hele kartleggingsøkten videotapes. Dette gjøres for at læreren skal ha full fokus på eleven og observere hvordan eleven svarer på oppgaven, samt hvilke strategier eleven benytter for å komme frem til en løsning. Videoklippene gjennomgås etter at kartleggingen er avsluttet, for å registrere og oppsummere elevens prestasjoner. Kartleggingen benyttes for å finne elevens kunnskapsnivå og som grunnlag for beslutning om hvilke programmer eleven skal begynne opplæringen på. Kartleggingen brukes også for å måle elevens progresjon i løpet av skoletiden (Wright et al., 2006).

Dowker (2004) oppsummerer resultatene fra Math Recovery i perioden 1992 til 1997. Hun finner at over 75 prosent av alle elever som under pretest hadde matematiske ferdigheter godt under hva som var aldersadekvat, oppnådde aldersadekvate eller enda høyere skårer i matematikk etter Math Recovery.

En annen undersøkelse viste at av 210 elever hadde 48 prosent forbedret sine ferdigheter med 2 nivåer innenfor Math Recovery systemet etter intervensjon. Ytterligere 27 prosent hadde forbedret seg med ett nivå, 15 prosent hadde forbedret seg med tre nivåer mens kun 6 prosent av elevene ikke hadde noen forbedring i det hele tatt, etter Math Recovery (Willey, Holliday, & Martland, 2007).

Smith et al. (2013) undersøkte effekten av Math Recovery i forhold til 343 elever i første trinn. Intervensjon ble gitt en-til-en i 30 minutter 4-5 ganger per uke med en varighet på 11 uker. Elevene ble tilfeldig trukket ut til intervensjon med ulikt oppstartstidspunkt (september, desember og mars måned) eller til venteliste. Resultatene viste signifikante

effekter av Math Recovery med liten effektstørrelse på deltesten tallforståelse på Woodcock Johnson III (2001) og stor effektstørrelse på kartleggingen til Math Recovery.

Tzanakaki et al. (under utgivelse) og Tzanakaki, Hastings, Grindle, Hughes og Hoare (2014) har undersøkt effekten av en tilpasset versjon av Math Recovery for elever med autisme og utviklingshemming. Tilpasningene og endringene som ble gjort er i stor grad i tråd med punktene til både Kroesbergen og Van Luit (2003), Fuchs et al. (2008) og Browder et al. (2008). Denne versjonen av Math Recovery baserer seg på opplæringsformatet Discrete Trial Teaching (avgrensede forsøk). Det finnes mye dokumentasjon på at dette formatet ofte gir gode resultater i forhold til mange ulike ferdigheter for barn med spesielle behov (Smith, 2001) og metoden er en av hjørnesteinene i tidlig intervensjonsprogrammer for barn med autisme (Klintwall & Eikeseth, 2014). Resultatene fra denne studien viste at de seks elevene som deltok i prosjektet hadde framgang etter en intervensjonsperiode på 20 uker (samlet opplæringstid var ca. 20 timer) Framgangen varierte fra 9 til 15 måneder i matematisk alder.

I en større studie undersøkte de effektene av Math Recovery i forhold til 22 elever i grunnskolealder med autisme og utviklingshemming (Tzanakaki et al., 2014). Intervensjonsperioden var 12 uker (samlet opplæringstid varierte mellom 3 timer og 30 minutter til 10 timer og 20 minutter) og elevene ble tilfeldig plassert i en intervensjonsgruppe og en kontrollgruppe. Kontrollgruppen mottok matematikkundervisning som vanlig. Resultatene viste at intervensjonsgruppen gjorde det statistisk signifikant bedre enn kontrollgruppen på standardiserte matematiske tester. Framgangen hadde holdt seg til follow-up 7 måneder etter intervensjonen.

I den tilpassede versjonen av Math Recovery hadde man lagt større vekt på veldokumenterte metoder og teknikker kjent fra anvendt atferdsanalyse (Klintwall & Eikeseth, 2014; Smith, 2001; Tzanakaki et al., under utgivelse; Tzanakaki et al., 2014) Programmene var operasjonaliserte og for hvert mål var det en gradvis økende

vanskelighetsgrad. Det ble øvd på et mål til mestring før man gikk videre til neste målsetting, og det ble øvd på tilstrekkelige mange eksemplarer av hver oppgave for at generalisering skulle forekomme. Hver elev hadde også et individuelt tilrettelagt motivasjonssystem, og det ble daglig samlet data på elevenes progresjon og fremgang. Det ble formidlet hjelp og systematisk avtrapping av hjelpen, når elevene hadde behov for det.

Det er et kriterium at man oppnår generalisering av ferdigheter over samme type oppgaver før man får lov til å gå videre til neste nivå. Antall oppgaver som er nødvendig for å få til dette vil variere fra elev til elev og fra oppgavetype til oppgavetype. Det er derfor nødvendig at læreren har en måte å registrere når eleven klarer oppgavene uten hjelp. Dette skiller seg fra mer tradisjonell matematikk undervisning der eleven ofte må gjøre et visst antall oppgaver eller holde på med en oppgave en viss tid før han/hun kan gå videre, og progresjon er derfor ikke nødvendigvis knyttet til mestring av oppgavene. Har man mestring som kriterium for progresjon kan man redusere sjansen for at elever får huller i matematikkrepertoaret sitt og at de dermed vil få problemer senere. Innenfor atferdsanalysen kaller man denne opplæringsstrategien å trene et tilstrekkelig antall eksemplarer (Stokes & Baer, 1977).

### **Implikasjoner for effektive intervensjoner ved matematikkvansker**

Elever med matematikkvansker er en heterogen gruppe og de individuelle forskjellene er store. Det er ikke slik at matematikkvansker kan forklares kun med arv eller kun med miljøfaktorer, som dårlige lærere eller lite oppfølging hjemme. Vi ser av ulike internasjonale undersøkelser i matematikk som PISA og TIMSS at det er store forskjeller på hvordan elevene skårer i de ulike landene. Dette tyder på at miljøet er av stor betydning og at det i mange tilfeller bør være mulig tilrettelegge opplæringen bedre både for hele klassen og den enkelte elev (Dowker, 2004).



Opplæringsinstitusjoner som tar hensyn til de individuelle forskjellene og som klarer å avdekke styrker og svakheter hos hver enkelt elev, har et mye bedre utgangspunkt for å iverksette effektiv og individuell opplæring enn om man antar at ett pensum passer for alle (Miller & Mercer, 1997). Når vi har samlet informasjon om elevenes ferdigheter vet vi hvem som trenger spesielt tilrettelagt opplæring, og vi vet hva de har behov for. Først da kan vi iverksette forskningsbasert og målrettet opplæring som vi kan måle effekten av, og først da kan vi evaluere og eventuelt justere intervensjonen slik at vi sikrer at elevene lærer matematikk.

Helt fra begynnelsen av 1990-tallet har forskere rapportert om komponenter som bør være med i effektive matematikkintervensjoner som for eksempel: a) konkrete målsettinger, b) systematisk avtrapping av hjelp, c) øve på flyt og automatisering, d) regelmessig registrering av elevenes progresjon, e) feedback, f) ”bygge stein på stein” med gradvis vanskeligere oppgaver avhengig av mestring, g) øve på en oppgave til mestring istedenfor overflattisk øvelse på mange oppgaver, h) konkret og tydelig instruksjon fra en voksen, i) planlegge å øve på generalisering (Browder et al., 2008; Dixon, 1994; Kroesbergen & Van Luit, 2003; Mastropieri, Scruggs, & Shiah, 1991; Mercer & Miller, 1992). Klarer vi å ta i bruk disse teknikkene i matematikkopplæringen, kan vi øke sannsynligheten for at elevene vil lære matematikk raskere enn om vi ikke tar hensyn til disse anbefalingene.

Relativ lite (få timer) individuelt tilrettelagt undervisning for elever som strever med matematikk, kan medføre at disse elevene vil ha nytte av ordinær matematikkundervisning etter endt intervensjon. Og selv om det aldri er for sent å intervensjonere i forhold til utfordringer med matematikkfaget, vil opplæringen være mer effektiv om den igangsettes i tidlig alder (Dowker, 2004).

I Norge er det per i dag lite kunnskap om effekten av spesialundervisning og opplæring for elever med matematikkvansker, og mange ser frem til at vi får mer kunnskap

om dette. Fremtidig forskning bør gi oss noen svar om hvordan undervisningen for elever med matematikkvansker foregår, og i hvilken grad personalet på norske skoler benytter de overnevnte komponentene ved effektive matematikk intervensjoner. Det er mange interessante innspill og diskusjoner om valg av pensum og undervisningsmateriell, men kanskje er det riktig at valg av opplæringsmetode har større innvirkning på effekten av intervensjonen enn pensumet man velger (Slavin & Lake, 2008, s. 482).

Selv om det er lite forskning på effektive intervensjoner finnes det likevel flere godt dokumenterte opplæringsprinsipper, som nevnt over. Jeg mener at undervisningsinstitusjoner i større grad må basere sin undervisning på de opplæringsmetodene som har vist seg å være effektive, slik som metoder fra atferdsanalyse.

I artikkel 2, undersøker jeg effekten av en norsk versjon av Math Recovery i norsk skole. Dette matematikkprogrammet har jeg kalt Summa Summarum.

## Referanser

- Browder, D. M., Spooner, F., Ahlgrim-Delzell, L., Harris, A. A., & Wakeman, S. (2008). A Meta-Analysis on Teaching Mathematics to Students With Significant Cognitive Disabilities. *Exceptional Children, 74* (4), 407-432.
- Chaudhary, M. (2011). Sju av ti fullfører videregående opplæring. *Samfunnsspeilet/Statistisk sentralbyrå, 5-6*, 24-33.
- Clarke, B., & Shinn, M. R. (2004). A Preliminary Investigation Into the Identification and Development of Early Mathematics Curriculum-Based Measurement. *School Psychology Review, 33* (2), 234-248.
- Clausen, N. (2013). Varierende effekt av spesialundervisningen. Hentet 5. august 2014, fra [http://www.forskningsradet.no/prognett-praksisfou/Nyheter/Varierende\\_effekt\\_av\\_spesialundervisningen/1253987510085/p1224697992345](http://www.forskningsradet.no/prognett-praksisfou/Nyheter/Varierende_effekt_av_spesialundervisningen/1253987510085/p1224697992345)
- Dixon, B. (1994). Research guidelines for selecting mathematics curriculum. *Effective School Practices, 13* (2), 47-55.
- Dowker, A. (2004). *What works for children with mathematical difficulties?* (University of Oxford, Research report no. 554) Hentet fra [www.dfespublications.gov.uk](http://www.dfespublications.gov.uk).
- Dowker, A. (2005). Early Identification and Intervention for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38* (4), 324-332. doi: 10.1177/00222194050380040801
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., . . . Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Dev Psychol, 43* (6), 1428-1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Fuchs, L. S., Fucha, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven

- principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly*, 31, 79-92. doi: 10.2307/20528819
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., & Prentice, K. (2004). Responsiveness to mathematical problem-solving instruction: Comparing students at risk of mathematics disability with and without risk of reading disability. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 293-306. doi: 10.1177/0022194040370040201
- Geary, D. C. (2011a). Cognitive Predictors of Achievement Growth in Mathematics: A Five Year Longitudinal Study. *Dev Psychol*, 47 (6), 1539-1552. doi: 10.1037/a0025510
- Geary, D. C. (2011b). Consequences, Characteristics, and Causes of Mathematical Learning Disabilities and Persistent Low Achievement in Mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics*, 32 (3), 250-263 doi: 10.1097/DBP.0b13e318209edef
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 293-304. doi: 10.1177/00222194050380040301
- Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H., & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika forlag.
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93 (3), 615-626. doi: 10.1037/0022-0663.93.3.615
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics. *Developmental Psychology*, 45 (3), 850-867. doi: 10.1037/a0014939

- Kjærnsli, M., & Olsen, V. R. (2013). *Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. I R. J. Krumsvik & R. Säljö (Eds.), *Pratisk-pedagogisk utdanning: en antologi* (s. 173-201). Bergen: Fagbokforlaget.
- Klintwall, L., & Eikeseth, S. (2014). Early and Intensive Behavioral Intervention (EIBI) in Autism. I V. B. Patel, V. R. Preedy & C. R. Martin (Eds.), *Comprehensive Guide to Autism* (s. 117-137): Springer New York.
- Kovas, Y., Haworth, C. M., Dale, P. S., & Plomin, R. (2007). The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years. *Monogr Soc Res Child Dev*, 72 (3), vii, 1-144. doi: 10.1111/j.1540-5834.2007.00439.x
- Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs: A Meta-Analysis. *Remedial and Special Education*, 24, 97-114. doi: 10.1177/07419325030240020501
- Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Locuniak, M. N., & Jordan, N. C. (2008). Using Kindergarten Number Sense to Predict Calculation Fluency in Second Grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41 (5), 451-459. doi: 10.1177/0022219408321126
- Lunde, O. (2003). Språket som fundament for matematikkundervisningen. *Spesialpedagogikk*.(1), 38-44.
- Lunde, O. (2006). Fra matematikkvansker til matematikkmestring. *Spesialpedagogikk*. (Nr. 4), 4-7.
- Lyon, G. R., Fletcher, J. M., S.E, S., Shaywitz, B. A., Wood, F. B., Schulte, A., . . . Torgesen, J. K. (2001). Learning disabilities: An evidence-based conceptualization. I C. E. Finn,

- A. J. Rotherham & C. R. Hokanson (Eds.), *Rethinking special education for a new century*. (s. 259-287). Washington, D. C: Fordham Foundation and Progressive Policy Institute.
- Markussen, E., & Seland, I. (2013). *Den gode timen. En kvalitativ studie av undervisning og læringsarbeid på fire ungdomsskoler i Oslo*. (NIFU-rapport 3/2013). Hentet fra <http://www.udir.no/Tilstand/Forskning/Rapporter/NIFU/Den-gode-timen/>
- Mastropieri, M. A., Scruggs, T. E., & Shiah, S. (1991). Mathematics instruction for learning disabled students: A review of research. *Learning Disabilities Research & Practice*, 6, 89-98.
- Mazzocco, M. M. M., Murphy, M. M., Brown, E., Rinne, L., & Herold, K. H. (2013). Persistent consequences of atypical early number concepts. *Frontiers in Psychology*, 4. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00486
- Mazzocco, M. M. M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten Predictors of Math Learning Disability. *Learning Disabilities Research & Practice*, 20 (3), 142-155. doi: 10.1111/j.1540-5826.2005.00129.x
- Mercer, C. D., & Miller, S. P. (1992). Teaching students with learning problems in math to acquire, understand and apply basic math facts. *Remedial and Special Education*, 13 (3), 19-35.
- Miller, S. P., & Mercer, C. D. (1997). Educational aspects of mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 47-56.
- Nordahl, T. (2007). *Hjem og skole - hvordan skape et bedre samarbeid?* Oslo: Universitetsforlaget.
- Novak, G., & Pelàez, M. (2004). *Child and adolescent development: A behavioral systems approach*. Thousand Oaks: Sage Publications.

- Nøra, S. (2013). Advarer mot mer spesialundervisning. Hentet 5 august, 2014, fra <http://www.forskning.no/artikler/2013/januar/346239>
- Ostad, A. S. (2001). Matematikkvansker: Et resultat av forsinket eller kvalitativ forskjellig utvikling? *Spesialpedagogikk*, (3), 9-14.
- Ostad, A. S. (2010). *Matematikkvansker. En forskningsbasert tilnærming*. Oslo: Unipub.
- Patall, E. A., Cooper, H., & Robinson, J. C. (2008). Parent Involvement in Homework: A Research Synthesis. *Review of Educational Research*, 78 (4), 1039-1101. doi: 10.3102/0034654308325185
- Rasanen, P., & Ahonen, T. (1995). Arithmetic disabilities with and without reading difficulties: A comparison of arithmetic errors. *Developmental Neuropsychology*, 11, 274-295.
- Russell, R. L., & Ginsburg, H. P. (1984). Cognitive analysis of children's mathematical difficulties. . *Cognition and Instruction*, 1, 217-244.
- Schopman, E. A. M., & Van Luit, J. E. H. (1996). Learning and transfer of preparatory arithmetic strategies among young children with developmental lag. *Journal of Cognitive Education*, 5, 117-131.
- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Dev Sci*, 11 (5), 655-661. doi: 10.1111/j.1467-7687.2008.00714.x
- Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategy choice in addition and subtraction: How do children know what to do? I C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills* (s. 229-293). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sjøvoll, J. (2002). "Hjerne som en mus" eller matematikkvansker. *Spesialpedagogikk*, (2), 3-12.

- Slavin, E. R., & Lake, C. (2008). Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. *Review of Educational Research*, 78 (3), 427-515. doi: 10.3102/0034654308317473
- Smith, T. (2001). Discrete Trial Training in the Treatment of Autism. *Focus on Autism & Other Developmental Disabilities*, 16 (2), 86.
- Smith, T. M., Cobb, P., Farran, D. C., Cordray, D. S., & Munter, C. (2013). Evaluating Math Recovery: Assessing the Causal Impact of a Diagnostic Tutoring Program on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 50 (2), 397-428. doi: 10.3102/0002831212469045
- Solli, K.-A. (2005). *Kunnskapsstatus om spesialundervisning i Norge*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
- Stokes, F. T., & Baer, M. D. (1977). An implicit technology of generalization. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 10 (2), 349-367.
- Tunstad, H. (2013). Matte bestemmer frafall i skolen. Hentet 5. august, 2014, fra <http://www.forskning.no/artikler/2013/januar/344615>
- Tvedt, B., & Johnsen, F. (2008). Matematikkvansker. I B. Gjørum & B. Ellertsen (Eds.), *Hjerne og atferd* (2 ed.), (s. 515-559). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Tzanakaki, P., Grindle, C. F., Saville, M., Hastings, R. P., Hughes, C. J., & Huxley, K. (under utgivelse). An Individualized Curriculum to Teach Numeracy Skills to Children with Autism: Program Description and Pilot Data. *Support for Learning*.
- Tzanakaki, P., Hastings, R. P., Grindle, C. F., Hughes, C. J., & Hoare, Z. (2014). An Individualized Numeracy Curriculum for Children With Intellectual Disabilities: A Single Blind Pilot Randomized Controlled Trial. *Journal of Developmental and Physical Disabilities*. doi: 10.1007/s10882-014-9387-z



Willey, R., Holliday, A., & Martland, J. (2007). Achieving new height in Cumbria: Raising standards in early numeracy through mathematics recovery. *Educational & Child Psychology, 24* (2), 108-118.

Woodcock, R. W., McGrew, K. S., & Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson III Test of achievement*. Itasca, IL: Riverside Publishing.

Wright, R. J., Martland, J., Stafford, K. A., & Stanger, G. (2006). *Early Numeracy: Assessment for teaching & intervention* (2nd ed.). London, California, New Dehli, Singapore: SAGE publications Ltd.

### Sammendrag

Studien undersøker effekten av individuell og intensiv matematikkopplæring gjennom en norsk versjon av Math Recovery (Summa Summarum). Deltagerne var 5 elever i grunnskolealder med varierende utfordringer. Felles for dem var at de var blant de svakeste i klassen i matematikk. Intervensjonen foregikk over 6 uker, med til sammen 30 økter à 30 minutter. Denne studien er en systematisk replikasjon av Tzanakaki, Hastings, Grindle, Hughes og Hoare (2014), hvor de i en randomisert studie undersøkte effekten av Math Recovery i Storbritannia hos elever med utviklingshemming. De fant at Math Recovery gruppen gjorde det signifikant bedre på standardiserte matematikk tester etter intervensjonen. Denne studien fikk lignende resultater med moderat til stor effektstørrelse, målt med standardiserte tester for matematikk. I gjennomsnitt hadde elevene i denne studien en fremgang i matematisk alder på 8 måneder.

Resultatene fra dette prosjektet var positive, men Summa Summarum bør utprøves i større skala før jeg kan trekke mer generelle konklusjoner om effekt.

*Nøkkelord:* Individuell og intensiv matematikkopplæring, Math Recovery, Summa Summarum, matematikkvansker.

Til tross for at norske elever gjør det bedre både på Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) i 2011 og på Programme for International Students Assessment (PISA) i 2013 enn foregående år, er det ennå et stykke frem til de beste landene i matematikk (Grønmo et al., 2012; Kjærnsli & Olsen, 2013). For å kunne hjelpe norske elever til å få bedre matematikkferdigheter, er det helt nødvendig å vite hvilke opplæringsmetoder og programmer som er de mest effektive.

Elever med lærevansker har ofte særlige utfordringer med matematikkfaget, og de har ofte vanskeligheter med å etablere grunnleggende ferdigheter som tallforståelse, telling og mengdeforståelse (Buttler, Miller, Lee, & Pierce, 2001). Grunnleggende ferdigheter som for eksempel telling, forstå og benevne tall, mengdekunnskap, sammenhengen mellom tall (som enerplass, tierplass) og de fire regneartene (addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon) er viktige elementer i matematikk og som er godt beskrevet i læreplanen i Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2013).

Det er imidlertid lite forskning på effektive intervensjoner for matematikkvansker, og hoveddelen av den forskningen som er gjennomført har fokusert på teori og årsaksforklaringer (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). I forskning knyttet til effektive matematikkintervensjoner er det ofte få deltagere i hver studie, det er sjelden gjennomført replikasjonsstudier, det er mangelfull bruk av standardiserte tester for å evaluere effektene og det er få studier som har benyttet randomiserte kontrollerte studier med en eksperimentgruppe og en kontrollgruppe (Slavin & Lake, 2008).

Det er ikke etablert en internasjonal konsensusdefinisjon av matematikkvansker (Ostad, 2010), og forskere opererer med ulike seleksjonskriterier ved valg av målpersoner til sine studier (McLean & Rusconi, 2014). Det vises til definisjoner på matematikkvansker som for eksempel skåre under 35. percentilen (Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001), skåre under 25. percentilen (Fuchs, Fuchs, & Prentice, 2004) og elever som presterer signifikant lavere

enn deres jevnaldrende i matematikk (McLean & Rusconi, 2014). Mazzocco, Murphy, Brown, Rinne og Herold (2013) klassifiserer matematikkferdigheter i tre kategorier avhengig av percentilskårer. De elevene som skårer under 11. percentilen klassifiseres som å ha lærevansker i matematikk, en skåre mellom 11. og 25. percentilen klassifiseres som lav matematisk utførelse og en skåre over 25. percentilen kategoriseres som typisk matematisk utførelse.

Reduserte matematikk kunnskaper kan ha store konsekvenser for senere studier og arbeidsliv, og det kan blant annet resultere i redusert inntekt, nedsatte muligheter for valg av yrke og arbeidsoppgaver (Fuchs et al., 2008).

For å hjelpe elever som strever med matematikk, er det viktig å finne riktig pensum og de opplæringsmetodene som er mest effektive.

I en metaanalyse av 58 matematikkstudier for elever med spesielle behov fant Kroesbergen og Van Luit (2003) at valg av opplæringsmetode var en viktig variabel for effekten av intervensjonen. De finner at direkte instruksjon fra en voksen er mer effektivt enn opplæring basert på samarbeid med jevnaldrende og at individuell opplæring er mer effektivt enn opplæring i smågrupper. Fuchs et al. (2008) har evaluert to ulike matematikkprogram, The Math Flash og Pirate Math, og beskriver kjennetegn på effektive intervensjoner for elever med utfordringer i matematikk. De støtter Kroesbergen og Van Luit (2003) i at tydelig og direkte instruksjon fra en voksen er et viktig element for denne målgruppen. Videre fremhever de viktigheten av å "bygge stein på stein" med små konkrete delmål, mange repetisjoner og bruk av hjelpemidler som for eksempel tallinje og telleklosser. Tilrettelagte øvelser for generalisering av ferdigheter over flere formater (sortering, rollespill, ulike papir og blyant oppgaver), individuelt tilrettelagte motivasjonssystemer og detaljert registrering av elevens progresjon er andre kjennetegn på effektive intervensjoner (Fuchs et al., 2008). Det finnes tilstrekkelig dokumentasjon på at det å jobbe mot gode operasjonaliserte mål gjennom

systematisk instruksjon, med systematisk avtrapping av hjelp og bruk av feedback er effektivt og at slike framgangsmåter møter kriteriene for evidensbasert praksis (Browder, Spooner, Ahlgrim-Delzell, Harris og Wakeman, (2008). I tillegg fremhever de viktigheten av å gjøre ferdighetene funksjonelle gjennom opplæring i dagligdagse situasjoner, som en effektiv strategi for et godt utkomme (Browder et al., 2008).

Effektene av Math Recovery (Wright, Martland, Stafford, & Stanger, 2006a, 2006b), har blitt undersøkt i forhold til 343 elever i første trinn (Smith, Cobb, Farran, Cordray, & Munter, 2013). Elevene ble tilfeldig trukket ut til intervensjon versus venteliste. Elevene i intervensjonsgruppa mottok 30 minutter opplæring 4-5 ganger per uke i 11 uker. Det ble funnet signifikante effekter av Math Recovery etter det første året, med liten til moderat effektstørrelse på de tre deltestene på Woodcock Johnson III (2001) og stor effektstørrelse på kartleggingen til Math Recovery.

Noe av forskningen omkring Math Recovery er gjort i forhold til elever med autisme og utviklingshemming. Og i Tzanakaki et al. (under utgivelse) undersøkte de effektene av en modifisert versjon av Math Recovery i forhold til seks elever med autisme i grunnskolealder. Disse elevene hadde sitt skoletilbud i en spesialgruppe hvor opplæringsmetodikken var basert på anvendt atferdsanalyse. De mottok en-til-en opplæring basert på Math Recovery i 20 uker, i opplæringsformatet avgrensede forsøk (Discrete Trial Teaching) (Smith, 2001). Det ble foretatt standardiserte tester før og etter intervensjonen og resultatene viste at alle seks elevene hadde forbedret tallforståelse, funksjonelle ferdigheter i matematikk og hadde en økning i matematisk alder på mellom 9 og 15 måneder. Tzanakaki et al. (2014) undersøkte effektene av en tilpasset versjon av Math Recovery, i en litt større studie i forhold til 22 elever i grunnskolealder med utviklingshemming og autisme. Elevene ble tilfeldig plassert i en intervensjonsgruppe eller en kontrollgruppe, hvor intervensjonsgruppen mottok Math Recovery opplæring i 12 uker. Elevene i kontrollgruppen mottok opplæring som vanlig i

matematikk. Total opplæringstid med Math Recovery i løpet av disse 12 ukene varierte mellom 3 timer og 30 minutter til 10 timer og 20 minutter. Det ble gjennomført standardiserte tester før og etter intervensjonen samt follow-up testing syv måneder etter avsluttet intervensjon. Ni av elleve elever i intervensjonsgruppen forbedret sin matematiske alder fra pretest til posttest, med mellom 3 og 18 måneder, mens to elever ikke hadde noen fremgang. I kontrollgruppen var det kun 2 av 11 elever som hadde en positiv endring i matematisk alder, begge med en framgang på 3 måneder. Follow-up testingen viste at forskjellen mellom gruppene var opprettholdt syv måneder etter intervensjonen.

Felles for begge disse studiene var opplæringsformatet avgrensede forsøk.

Opplæringsmetodikken består i fem ledd: 1) klar og tydelig beskjed fra den voksne om hva eleven skal gjøre, 2) formidling av hjelp om det er behov for det, 3) elevens respons (svar), 4) konsekvens på elevens svar, og til slutt 5) en kort pause på mellom 1-5 sekunder før ny beskjed fra den voksne blir gitt (Smith, 2001). Opplæring gjennom avgrensede forsøk hviler på tre-terms kontingensen (Sd-R-Sr) hentet fra operant læringspsykologi (Cooper, Heron, & Heward, 2007).

I den tilpassede versjonen av Math Recovery ble programmene og målene som er beskrevet i Math Recovery konkretisert og tydeliggjort slik at de passet inn i dette opplæringsformatet. Det ble også laget generaliseringsoppgaver for hvert program, og komplekse ferdigheter ble delt opp i mindre mål og instruksjonene til hver oppgave ble laget kortere.

Opplæring av personalet ble i begge studiene gjennomført over en to timers økt. Her ble det gitt opplæring i manualen og programmene, opplæringsmateriell ble gjennomgått (tallrull, femmer-rammer, tier-ramme, tallsekvenser hvor et og et tall kan skjules/dekkes til), samt opplæringsformatet avgrensede forsøk. Etter pretesting og kartlegging for målvalg ble det i tillegg gjennomført to økter med hands-on veiledning slik at personalet kunne øve på

gjennomføringen av opplæring og motta veiledning. I løpet av intervensjonsperioden var det formelle og uformelle møter med personalet hvor opplæringen, progresjon og programmer ble diskutert.

Det er altså publisert lovende resultater på Math Recovery for vanlige skoleelever og en tilpasset (atferdsanalytisk) versjon av Maths Recovery for barn med autisme og utviklingshemming. Med bakgrunn i at det finnes lite forskning og dokumentasjon på hva som er effektive intervensjoner for elever med matematikkvansker i Norge ønsket jeg å prøve ut en norsk versjon av Math Recovery (Summa Summarum) i norske skoler. Summa Summarum tar utgangspunkt i den tilpassede versjonen siden beskrivelsene av programmene var tydeligere og derfor enklere å gjennomføre. Formålet med denne studien var å undersøke om opplæring gjennom Summa Summarum ville føre til bedre matematikkferdigheter hos elever med matematikkvansker og om en eventuell forbedring ville holde seg over tid.

## Metode

### Deltagere

Fem elever i grunnskolealder deltok i dette studiet, fire av elevene gikk på nærskolen og en elev gikk på privat grunnskole. Alle elevene hadde norsk som sitt førstespråk, og de ble karakterisert av sin kontaktlærer eller spesialpedagog som å ha matematikkvansker. Jonas var 6 år og 11 måneder, gikk i 2. trinn og mottok ingen form for spesialundervisning.

Ellen var 9 år og 6 måneder, gikk i 4. trinn og hadde innvilget 142,5 årstimer med ekstra hjelp på skolen. Hun var utredet av pedagogisk psykologisk tjeneste i kommunen der hun bodde og resultatene viste spesifikke vansker med lesing, skriving og matematikk. Anne var 7 år og 1 måned, gikk i 2. trinn og hadde fått innvilget 510 årstimer med ekstra hjelp på skolen. Hun var også utredet av pedagogisk psykologisk tjeneste i kommunen og resultatene viste forsinket utvikling, kognitivt, språklig og motorisk. Hun hadde diagnosene forstyrrelse av

aktivitet og oppmerksomhet og blandet utviklingsforstyrrelse i spesifikke ferdigheter. Sofie var 7 år og 4 måneder, gikk i 2. trinn på vanlig skole og mottok ingen form for spesialundervisning. Maia var 8 år og 3 måneder, gikk i 3. trinn og mottok 304 årstimer med ekstrahjelp på skolen. Hun var diagnostisert med epilepsi og Asperger syndrom. Se Tabell 1 for oppsummering av karakteristika ved elevene.

## **Setting**

Opplæringen gjennom Summa Summarum ble gjennomført på elevenes skoler, og for fire av elevene ble det benyttet egne grupperom eller møterom. En elev mottok opplæringen i lokalene til aktivitetsskolen. Størrelsen varierte fra ca. 8 kvm til ca. 30 kvm., og ingen av rommene var i nær tilknytning til klasserommene. På rommene var det annet materiell som leker, bøker, skap, tavler, stoler og bord. For tre av elevene ble all opplæringen gjennomført av studenter, mens for to av elevene ble opplæringen gjennomført av elevenes lærer, spesialpedagog eller assistent. For de elevene som mottok opplæringen fra studenter, var det som regel to studenter til stede under all opplæringen. For de elevene som mottok opplæring av skolens faste personale, var det som regel en voksen til stede under opplæringen. Det ble gjennomført daglige økter à 30 minutter i 6 uker, totalt 30 økter. En elev, Ellen, gjennomførte kun 27 økter på grunn av sykdom.

## **Materiell**

For å gjøre programmene forståelige og gjennomførbare i norsk skole, oversatte og konkretiserte jeg programmene beskrevet i Math Recovery boken "Teaching number: Advancing Children's Skills and Strategies" av Wright et al. (2006b) og i Tzanakaki et al. (2014). Dette arbeidet resulterte i en opplæringsmanual for Summa Summarum basert på de tre første nivåene (av 5 nivåer) av Math Recovery. Etter å ha oversatt nivå 1 og 2 fra



Tzanakaki et al. (2014), endret og tilpasset jeg nivå 3 fra Wright et al. (2006b), i tråd med hva som var gjort med de to første nivåene. De mest omfattende endringene jeg gjorde var å utarbeide en tydelig beskrivelse av treningsprosedyrene med forklaringer og bestemte mestringskriterier for hvert program, slik at det ville være enkelt å vurdere om målene var nådd eller om eleven hadde behov for ytterligere opplæring innenfor samme program. Jeg lagde også generaliseringsoppgaver til hvert program slik at elevene fikk øve på ferdighetene med andre voksne og elever, i andre settinger, annet materiell og lignende oppgaver. Til slutt beskrev jeg hvilke instruksjoner man skulle gi på de ulike programmene, og jeg satt også opp forslag til ulike typer hjelp som kunne gis og hvordan den kunne avtrappes for hvert program. Se appendiks A for et eksempel på et opplæringsprogram på nivå 1. I tillegg til opplæringsmanualen, som bestod av 3 nivåer, utarbeidet jeg materiell som beskrevet i Wright et al. (2006a) for eksempel: tallinjer, tallrull, tallbilder/kort, kort med terning mønster, tallinjer hvor ett og ett tall kunne skjules og ulike objekter til telling. Alle elevene i prosjektet fikk også et individuelt tilpasset tegnøkonomisystem (Cooper et al., 2007). Sluttforsterkeren kunne være aktiviteter og spill på nettbrett, fotballkort, klistremerker, brettspill og fargeleggingsaktiviteter.

### **Datainnsamling**

Det ble benyttet tre ulike standardiserte tester av matematikkferdigheter. Disse ble gjort før og etter intervensjonen, samt ved follow-up testingen. Testene som ble benyttet var: Alle teller (McIntosh, 2007), The Test of Early Mathematics Ability – (TEMA-3) (Ginsburg & Baroody, 2003) og The Early Numeracy Curriculum-Based Measurement (EN-CBM) (Clarke & Shinn, 2004). I tillegg til den standardisert testingen ble det gjort en kartlegging med Summa Summarum ved oppstart og deretter en gang i uka under intervensjonsperioden.

**Alle Teller.** Alle Teller er en håndbok for lærere som underviser i grunnskolen. Alle teller består av ulike kartleggingstester for elever fra 1. til 10. trinn. Kartleggingen skal hjelpe lærere å identifisere matematiske misforståelser samt å hjelpe de elevene som har slike misoppfatninger. Det er utarbeidet et progresjonsskjema for tallforståelse for de ulike nivåene, slik at lærerne kan se hva som forventes av elever på hvert trinn.

**The Test of Early Mathematics Ability – TEMA-3.** TEMA-3 er en standardisert test for barn mellom 3 år 0 måneder og 8 år 11 måneder, men den kan også brukes for eldre barn som har vansker med matematikk. Oppgavene i TEMA-3 omhandler blant annet: identifisering og benevning av tall, skrive tall, telle objekter, si tallet som kommer etter et gitt tall, si tallet som er nærmest et måltall og enkle addisjon, subtraksjon og multiplikasjonsoppgaver. Råskårene fra TEMA-3 konverteres til en standardskåre, hvor gjennomsnittet er på 100 og standardavviket (SD) er 15. TEMA-3 gir også percentilskåre og aldersekvivalenter (matematisk alder). I og med at TEMA-3 kun har normer for barn opp til 8 år og 11 måneder måtte vi bruke vi normene for denne aldersgruppen for Ellen da hun var 9 år og 6 måneder når intervensjonen startet opp.

**The Early Numeracy Curriculum-Based Measurement (EN-CBM).** EN-CBM (Clarke & Shinn, 2004) består av fire korte deltester som hver varer i 1 minutt. Dette er flyt baserte målinger som viser antall korrekte svar per minutt.

- ”Si tallene”: elevene skal si så mange tall de kan fra 1 og oppover på ett minutt, uten noen form for visuell støtte.
- ”Benevning av tall”: skrevne tall er presentert i tilfeldig rekkefølge på et A-4 ark og elevene skal benevne så mange som de klarer på ett minutt.
- ”Tall mangler”: skrevne tallsekvenser bestående av to tall og et blankt område, som er satt opp i tilfeldig rekkefølge på et A-4 ark. Elevene skal skrive tallet som mangler i det åpne området av sekvensen. De skal gjøre så mange de klarer på ett minutt.

- ”Størrelses diskriminasjon”: elevene skal lage en sirkel rundt det høyeste tallet av to. Oppgavene er satt opp i tilfeldig rekkefølge på et A-4 ark. De skal gjøre så mange oppgaver de rekker på ett minutt.

**Kartlegging med Summa Summarum.** Kartleggingen ble gjort med utgangspunkt i programmene på de tre nivåene i Summa Summarum. Elevene ble presentert en oppgave innenfor hvert program. Hvis eleven svarte feil på første presentasjon ble oppgaven gitt en gang til. Eleven fikk på denne måten to muligheter til å svare riktig på oppgaven. Om oppgaven ble registrert som feil etter to forsøk, ble de satt opp som et mulig mål å jobbe med i intervensjonsperioden. Siden elevene hadde litt varierende matematikkferdigheter endte jeg opp med at de hadde ulike startpunkter i Summa Summarum. Dette kunne bety at en elev begynte på nivå 1 med program som for eksempel: ”Eleven skal si tallene forlengs fra 1-20”, mens en annen elev kunne begynne på nivå 2 med program som for eksempel: ”Si hvor mange objekter det er i to samlinger når den ene samlingen først er talt og deretter holdes skjult”. I Summa Summarum er det fem ulike nivåer. Hvert nivå består av ulike områder og programmer. Det er økende vanskelighetsgrad for hvert nivå, se under prosedyre for nærmere beskrivelse av de ulike nivåene. Hvert nivå består igjen av ulike områder som for eksempel på nivå 1: a) tallsekvenser fra 1-20, b) tallene fra 1-20 og c) telle objekter/tegn og symboler. Innenfor hvert område finner vi så ulike programmer som for eksempel under nivå 1, område telle objekter/tegn og symboler: a) telle objekter, b) gi riktig antall og c) telle prikker og tegn forlengs og baklengs. For hvert program er det igjen ulike målsettinger som for eksempel under programmet å telle objekter finner vi målene å telle varierende antall klosser fra 1-5, fra 1-10 og varierende antall mellom 11-20.

All kartlegging og testing pre og post intervensjon samt ved follow-up tidspunktet ble gjennomført av meg. Det ble ikke formidlet feedback på riktig eller feil svar i løpet av

kartleggingen og testingen. Elevene fikk imidlertid positive tilbakemeldinger på samarbeid og atferd som ikke hadde direkte relasjon til korrekt eller feil svar på oppgaveutførelsen.

### **Design og dataanalyse**

Data fra de tre første programmene for hver elev inngår i et multiple baseline design (Barlow, Nock, & Hersen, 2009) bortsett fra at vi gikk til neste program i de tilfellene hvor det forekom generalisering, antagelig som følge av at enkelte av programmene var veldig like.

Alle områdene i Summa Summarum ble testet ved oppstart. Deretter ble alle programmene som eleven ikke hadde mestring på ved oppstart testet en gang i uken. I tillegg til de ukentlige testene, ble alle nye programmer testet for å undersøke om eleven fortsatt hadde behov for opplæring på dette programmet.

På bakgrunn av disse testene telte jeg opp hvor mange program som ble mestret etter opplæring og hvor mange program som ble mestret som følge av antatt generalisering fra mestrete programmer. I tillegg telte jeg opp hvor mange programmer som ble mestret uten direkte opplæring og som jeg ikke kunne forklare som generalisering fordi programmene var veldig ulike de som elevene hadde mestret.

Begrunnelsen for at jeg valgte å gjøre dette er at Summa Summarum består av til sammen av 109 programmer og at jeg forventet at mestring på enkelte av disse programmene ville lede til mestring på andre. Som eksempel kan nevnes oppgave 2.5 i nivå 1 hvor målet er benevnning av tall fra 1-10, og oppgave 2.6 i nivå 1 hvor målet er benevnning av tall på tallinje fra 1-10.

**Statistiske analyser.** En serie med avhengige (innen gruppe) t-tester ble gjort for å se om endringene fra pretest til posttest på de ulike målene (TEMA-3, EN-CBM og Alle Teller) var statistisk signifikante. Deretter kalkulerte jeg effektstørrelser med en online kalkulator (Becker, 2000).

## Prosedyre

Math Recovery er et individuelt og intensivt opplæringsprogram for elever i grunnskolealder som har utfordringer med matematikkfaget. Målet med Math Recovery er å identifisere og igangsette effektiv og intensiv opplæring på et tidlig tidspunkt i elevenes skoleforløp, slik at de senere kan ha nytte av ordinær opplæring sammen med klassekameratene (Wright et al., 2006a). Math Recovery er grundig beskrevet i fire bøker og består av kartleggingsverktøy samt opplæringsprogrammer delt inn i fem nivåer med ulike vanskelighetsgrader (Wright, Ellemor-Collins, & Tabor, 2012; Wright et al., 2006a, 2006b; Wright, Stanger, Stafford, & Martland, 2006c).

Nivå 1: Elever på dette nivået har reduserte telle ferdigheter og har vanskeligheter med å telle en samling objekter bestående av for eksempel 15 eller 19 klosser. Elevene mestrer ikke en-til-en korrespondansen i tellingen ved og samtidig peke på et objekt og si tallet. Elevene kan ikke benevne tallsekvensen forlengs fra 1-20, og de kan ha vanskeligheter med å si tallene baklengs fra 10-1. Elevene kan som regel benevne noen tall mellom 1-10, men ikke alle tallene opp til 10. De har vanskeligheter med å si hvilket tall som kommer før et gitt tall mellom 1-10. Elevene kan vise korrekt fingermønster opp til 5, når hun ser på fingrene mens de strekkes ut.

Nivå 2: Elever på nivå 2 kan telle en samling av objekter, men kan ikke løse enkle addisjonsoppgaver når en samling er skjult, til tross for at hun har blitt fortalt hvor mange objekter det er i den skjulte samlingen. Elevene kan tallsekvensene opp til 20, men har vanskeligheter med å svare på hvilket tall som kommer etter et gitt tall opp til 20. Eleven kan kjenne igjen tallene fra 1-10, men kan ha utfordringer med tallene fra 10-20. Når elevene skal skrive tallene mellom 10-20 kan de skrive 61 istedenfor 16. Elevene kan bruke fingrene for å løse addisjonsstykker når begge tallene er i område 1-5.

Nivå 3: Eleven kan løse addisjonsstykker med to skjulte samlinger ved å telle fra 1, dette innebærer at to hauger med ulikt antall klosser var tildekt og eleven fikk vite hvor mange klosser det var i hver haug. Elevene kan benevne tallsekvensene fra 1-30, men har enkelte utfordringer med tallene opp til 100. Elevene kan ha vanskeligheter med å si enkelte tall som kommer etter et gitt tall fra 30 og oppover, for eksempel ”Hvilket tall kommer etter 49?”. Ved baklengs telling vil eleven ha vanskeligheter med tier overgangene, og kan videre forveksle tall slik som 12 med 21 og 27 med 72.

Nivå 4: Elevene på dette nivået har utviklet en eller flere av tellestrategier og kan løse addisjonsoppgaver ved å telle videre fra den største samlingen. De mestrer å telle videre inntil 6 objekter fra den første samlingen for eksempel  $87 + 5 = 92$ . Elevene begynner da på 88, 89, 90, 91 og 92, de stopper på 92 altså fem tall etter 87. På enkle subtraksjonsoppgaver med visuelle hjelpemidler vil elevene kunne telle baklengs til riktig svar er funnet. Dette betyr at når samlingen består av 9 klosser og vi tar vekk 3, vil elevene kunne begynne å telle baklengs på 9 og samtidig mestre å stoppe når 3 klosser er telt. Elevene på dette nivået mestrer å benevne tallene forlengs opp til 100, og baklengs opp til 30.

Nivå 5: Eleven på nivå 5 kan telle forlengs og baklengs med toere, treere, femmere og tiere. Eleven kan identifisere og benevne tallene mellom 1-100, og ofte kan de også identifisere tall med tre siffer. Eleven kan bruke doble kombinasjoner til å finne riktig svar på lignende oppgaver som for eksempel  $5 + 5 = 10$  og derfor også  $5 + 4 = 9$ . Eleven vil også kunne bruke kunnskap om addisjon for å løse minustykker som for eksempel når  $9 + 3 = 12$ , må  $12 - 3 = 9$ .

**Intervensjon.** Alle elevene fikk individuell opplæring med Summa Summarum 30 minutter hver dag i seks uker. Opplæringen ble gjennomført i korte økter med en varighet fra 5-20 minutter, og korte pauser med en varighet på ca. 2-3 minutter. Elevene kunne derfor være ute av ordinær undervisning i opp til ca. 45 minutter per gang. Eleven kunne jobbe med

flere målsettinger i en arbeidsøkt, avhengig av hvor fort eleven lærte en oppgave. Det vil si at om eleven nådde mestringskriteriet på program x tidlig i økten, ville opplæring på program y starte i samme økt.

Læring gjennom avgrensede forsøk krever at den voksne igangsetter og styrer opplæringen med en klar beskjed som er knyttet til oppgaven. Det er en tydelig samhandlingssituasjon hvor de samme elementene gjentar seg i hvert forsøk. Et eksempel på dette opplæringsformatet kan være når eleven skulle lære å si tallene fra 1-5. Eleven og den voksne sitter rett ovenfor hverandre, den voksne gir beskjeden "Si tallene fra 1-5". Kriteriet var at eleven skulle svare innen 3 sekunder etter at oppgaven var gitt, og riktig svar var "1-2-3-4-5". Alle riktige svar ble etterfulgt av positive tilbakemeldinger som for eksempel "Flott, nå sa du tallene riktig" og en brikke på tegnøkonomibrettet. Et feil svar var definert som svar etter 3 sekunder etter at beskjeden var gitt, ingen svar eller feil som for denne bestemte oppgaven kunne være å hoppe over et tall i tallrekken eller si feil rekkefølge på tallene. Hvis eleven avga feil svar ble det ikke gitt noen tilbakemelding, og samme oppgave ble gjentatt i neste forsøk. Som hjelp kunne læreren være modell å si tallrekken før eleven avga sitt svar. Svar med hjelp ble etterfulgt av ros, men ingen brikker på tegnøkonomibrettet, dette endret seg gradvis avhengig av mestring slik at det etter 5 til 10 repetisjoner var det kun riktige svar uten hjelp som ledet til ros. Når et forsøk ble gjennomført med hjelp, ville de neste forsøkene i treningsøkten bestå av systematisk avtrapping av hjelp slik at man alltid skulle ende opp med et riktig svar uten hjelp. Det ble samlet data for alle programmene og det ble notert ned når målene ble introdusert og mestret. Mestringskriterier for alle mål var 3 riktige svar etter hverandre når kun en oppgave ble presentert, og 6 av 6 riktige svar når oppgaven ble presentert i tilfeldig miks med andre oppgaver som var mestret tidligere. Om eleven mestret en oppgave i en økt, ble det gjennomført en test i begynnelsen av neste økt, dagen etter, for å sjekke at eleven husket oppgaven. Om denne testen viste at eleven ikke mestret oppgaven

fortsatte man å øve på denne, ved mestring gikk man videre til neste program. Før opplæring ble startet i forhold til en ny målsetting, ble det alltid gjennomført en test for å sjekke om eleven nå mestret oppgaven (som mulig følge av generalisering) og for å sikre at opplæring ikke ble gitt på oppgaver som eleven kunne.

### **Opplæring av personalet**

I tillegg til fast personell på elevenes skoler var det 6 siste års studenter på bachelor i læringspsykologi fra Høgskolen i Oslo og Akershus som gjennomførte opplæringen. Studentene hadde lite erfaring med opplæring av barn, men gode kunnskaper om atferdsanalyse. Personalet på elevenes skoler hadde lite kunnskap om atferdsanalyse, men mellom 10 og 30 års erfaring i opplæring av barn med spesielle behov. Før implementeringen av Summa Summarum deltok alle ansatte og studenter på to timers opplæring med gjennomgang av opplæringsformatet avgrensede forsøk, ulike typer registreringer, forsterkerformidling, opplæringsmaterieell ble gjennomgått (som eksempel tallinjer, tallkort, kort med terning mønster) samt opplæring i bruk av manualen til Summa Summarum. Underveis i intervensjonsperioden ble det gjennomført ukentlig hands-on veiledning av teamet rundt hver elev og veiledningen ble gitt av meg samt en høgskolelektor og en professor ansatt ved Høgskolen i Oslo og Akershus. Veiledningen omhandlet observasjon av opplæringen, gjennomgang av ukens mål og progresjon, veiledning på opplæringsferdigheter hos den voksne, gjennomgang av nye målsettinger for kommende uke samt en gjennomgang av data og reliabilitetsskårer.

### **Behandlings integritet:**

Behandlingsintegritet i denne sammenhengen er et mål på hvorvidt intervensjonen ble gjennomført i henhold til opplæringsmetoden avgrensede forsøk og hvorvidt



opplæringsmanualen i Summa Summarum ble fulgt. Tzanakaki et al. (under utgivelse) utarbeidet en sjekklister som jeg også har benyttet i denne studien. Man registrerer den voksens ferdigheter knyttet til forberedelse og organisering av økten (mulig å oppnå 4 poeng), formidling av beskjeder (4 poeng), elevens respondering (2 poeng), forsterkerformidling (10 poeng), avtrapping av hjelp og feilkorreksjon (4 poeng), intervaller mellom forsøkene (4 poeng), tegn til fremgang innenfor økten (2 poeng) instrukskontroll (4 poeng) og generalisering (8 poeng). Det er totalt mulig å oppnå en poengsum på 42. På grunn av tekniske utfordringer ble det kun gjennomført registrering av behandlingsintegritet for 4 av de 5 elevene. Behandlingsintegritet ble registrert i 10% av øktene, og registreringene ble enten gjort underveis i opplæringen eller i etterkant ved å se videoklipp fra opplæringen. Øktene som ble skåret var på mellom 5-10 minutter. Utvelgelsen av videoklipp ble gjort ved loddtrekning og ved de øvrige registreringene ble det gjennomført i forbindelse med veiledningene. Cirka 50% av øktene ble registrert fra videoklipp og 50% av registreringene ble gjort i forbindelse med veiledningene. Jeg brukte følgende formel for utregning av behandlingsintegritet:  $(\text{antall poeng oppnådd} / \text{antall poeng mulig å oppnå}) \times 100$ . Behandlingsintegriteten var i gjennomsnitt på 83% (74%-100%). De områdene personalet og studentene hadde størst utfordringer i forhold til var å etablere elevens oppmerksomhet før oppgaven ble gitt samt avtrapping av hjelp. Dette endret seg underveis i intervensjonsperioden med hands-on veiledning og øvelse.

### **Reliabilitet**

Enighet på registreringene som ble gjort under opplæringen (riktig, feil eller hjelp) ble regnet ut på ca. 30% av et tilfeldig utvalg av øktene. For tre av elevene (Jonas, Anne og Ellen) var det studenter og/eller veileder som gjennomførte reliabilitetsjekkene, og da ble dette gjort underveis i opplæringen. Veileder og studenter registrerte fortløpende på hvert sitt skjema,

hvor hver respons fra eleven enten ble registrert som riktig, feil eller med hjelp. For de to siste elevene var det jeg som gjorde reliabilitetskåringene sammen med studentene for en elev (Sofie), og utfra videoklipp for en annen elev (Maia). Disse skårene ble sammenlignet med skårene som personalet og studentene hadde gjort underveis i opplæringen. Skåringene ble gjort på de programmene de jobbet med den dagen, eller ved loddtrekning når det ble registrert ut ifra videoklipp. Formelen jeg brukte for utregning av enighet var som følger:  $\text{enighet} = (\text{antall enige} / \text{antall mulige enig}) \times 100$  (Cooper et al., 2007). Gjennomsnittlig enighet var 88% (33%-100%).

## Resultater

Endring etter opplæring på de tre første programmene for hver elev er framstilt i et multiple baseline design (se Figur 1-5).

Figur 1 viser progresjonen Anne hadde under Summa Summarum. Det forekommer ingen økning i skårer under baseline målingene i forhold til programmene: a) si tallene mellom 1-20, b) Si tallene fra 10-1 og c) turtaking tallsekvenser 1-20 og 10-1. Opplæringen ble først igangsatt på programmet si tallene mellom 1-20. Når hun hadde mestret dette ble, ble de to andre programmene testet, uten at disse viste noen endring fra baseline. Opplæringen ble så igangsatt på program to som var å si tallene fra 10-1. Ved mestring av dette programmet ble det foretatt testing av program 3, som ikke hadde endret seg fra baseline. Opplæring ble deretter igangsatt på program 3 som var turtaking tallsekvenser fra 1-20 og 10-1. For Anne ble det foretatt en follow-up test 6 måneder etter at intervensjon var avsluttet, og mestringen var opprettholdt.

Figur 2 viser samme mønster for Sofie hvor programmene a) si tallene 10-1, b) si tallet etter x opp til 20 og c) si tallet før x opp til 20 ble testet under baseline. Det var ingen endring under baseline på noen av disse programmene. Opplæring ble først iverksatt for programmet si tallene fra 10-1, ved mestring ble det foretatt test av program nummer to som var si tallet

etter x opp til 20, da det ikke var endring her ble opplæringen iverksatt. Det samme mønsteret gjentok seg for program 3. Under follow-up test 6 måneder etter at intervensjon var avsluttet, hadde mestringen holdt seg på samme nivå.

Figur 3 viser samme mønster for programmene som Maia trente på. Ingen endring under baseline for noen av de tre programmene hun fikk opplæring i forhold til. Disse programmene var a) si tallene mellom 30-1, b) turtaking tallsekvenser 1-30 og 30-1 og c) benevne tall etter x opp til 30. Mestringen forble uendret under baselineperioden for de programmene som ikke ble trent, mens programmene som var gjenstand for opplæring endret seg relativt hurtig. Det var ikke mulig å få gjennomført en follow-up test med Maia.

For Jonas og Ellen var progresjonen noe annerledes. Under baseline hadde Jonas ingen mestring i forhold til målsettingene (se Figur 4): ”peke og si tallene fra 1-10”, ”telle opp til 20 prikker” og ”si tallene fra 30-1”. Opplæringen ble først startet på programmet ”peke og si tallene fra 1-10”. Når han hadde mestret dette, ble de to andre programmene testet, og disse var det ingen endring på. Opplæringen ble så startet på program to ”telle opp til 20 prikker”. Ved videre testing viste det seg at han mestret de to neste programmene uten direkte opplæring (antatt generalisering), mens for programmet deretter ”si tallene fra 30-1” var det ingen endring. Opplæring ble derfor igangsatt på dette programmet og mestring ble nådd etter 6 dager med opplæring. For Jonas ble det foretatt en follow-up test 6 måneder etter at intervensjon var avsluttet, og mestringen var opprettholdt.

Figur 5 viser Ellen sin progresjon i forhold til tre ulike målatferder, ”telle opp til 20 prikker”, ”telle objekter i to samlinger” og ”vise antall prikker i luften med en håndbevegelse”. Hun mestrer ingen oppgaver under baseline målingene, og har rask progresjon etter hvert som opplæring introduseres på de ulike områdene. Før opplæringen startet i forhold til ”vise antall prikker i luften med en håndbevegelse” (det tredje programmet) hadde hun mestret et program uten direkte opplæring (antatt følge av

generalisering). Også for Ellen holdt mestringsprosenten seg ved follow-up etter 6 måneder etter avsluttet intervensjon. Se Tabell 2 for en oversikt over når de ulike programmene i multiple baseline ble mestret i forhold til programmene som jeg antar skyldes generalisering.

Som beskrevet over mestret Jonas og Ellen noen få programmer uten direkte opplæring, før det siste programmet som er vist i multiple baseline design. Dette skjedde ikke for Anne, Sofie og Maia, men i løpet av hele intervensjonsperioden mestret alle elevene et varierende antall programmer uten direkte opplæring og dette er vist i Tabell 3. Tabellen viser det totale antall programmer som ble mestret etter direkte opplæring, for hver av de fem elevene. Tabellen viser også antall programmer som er mestret som en antatt følge av generalisering fra de programmene som er trent. Se appendiks B-F for en fullstendig oversikt over når de ulike programmene for hver av elevene ble mestret.

Resultatene på matematikk testene ble også analysert på gruppenivå. Resultatene viser signifikant fremgang på TEMA-3 testen. Gjennomsnittlig standardskåre på pretest var 74.4, og på posttest 82.6, ( $t(4) = 2.72, p < .05$ ). I råskårer tilsvarer dette et snitt på 29.8 ved pretest og 39.6 ved posttest, ( $t(4) = 8.80, p < .01$ ). Ved omregning til matematisk alder tilsvarer dette en endring fra 5 år og 7 måneder ved pretest til 6 år og 5 måneder ved posttest, ( $t(4) = 2.76, p < .05$ ). Når det gjelder percentilskårene er det en endring fra 6.6 ved pretest til 15.4 ved posttest, ( $t(4) = 2.36, p < .05$ ). I Figur 6 vises individuelle endringer i percentilskårer på TEMA-3. Benytter jeg definisjonen til Mazzocco et al. (2013) har to av elevene (Ellen og Maia) beveget seg fra kategorien matematiske lærevansker til lav matematisk utførelse, og at en elev (Jonas) har flyttet seg fra kategorien lav matematisk utførelse til typisk matematisk utførelse ved posttest. Under follow-up har Jonas gått tilbake til samme percentilskåre som ved pretest, og han er igjen i kategorien lav matematisk utførelse. For de andre 3 elevene som gjennomførte follow-up (Anne, Sofie og Ellen) ligger skårene i samme kategori som under posttesten.

På EN-CBM var ikke endringene statistisk signifikante. På delprøven ”si tallene” var skårene i snitt 64.6 ved pretest og 80.6 ved posttest. På delprøven ”tall mangler” var pretest gjennomsnittet på 8.0 og gjennomsnittet på posttest 9.6. Resultatene på delprøven ”identifisere tall” viser en økning fra 41.6 i pretest til 67.0 i posttest. Pretestskårene på størrelsesdiskriminasjon var i snitt 15.0 på pretesten mot 23.6 på posttesten.

Endringen på Alle Teller var heller ikke statistisk signifikante. Skårene var i snitt 12.2 på pretesten og 14.8 på posttesten. Tabell 4 viser de gjennomsnittlige skårene og standardavvik, samt effektstørrelser på TEMA-3, EN-CBM og Alle teller, før og etter intervensjonen samt ved follow-up.

Behandlingsintegriteten var som nevnt over i gjennomsnitt på 83% (74%-100%). Det viste seg at personalet og studentene som gjennomførte opplæringen hadde størst vanskeligheter med å etablere elevenes oppmerksomhet før oppgaven ble gitt og avtrapping av hjelp.

### **Diskusjon**

Formålet med denne studien var å undersøke om Summa Summarum kunne være en effektiv intervensjon for elever i grunnskolealder, som har faglige utfordringer med matematikk.

De individuelle dataene fremstilt gjennom multiple baseline design over atferder, viser at skårene på et gitt program stort sett bare endret seg etter at opplæring ble gitt i forhold til dette eller lignende programmer. Dette betyr at det er rimelig å anta at det er opplæringen gjennom Summa Summarum som er forklaringen på endringen (bedringen) og ikke andre variabler som generell modning eller annen undervisning elevene fikk i matematikk i løpet av prosjektperioden.

På gruppenivå viser resultatene på TEMA-3 en statistisk signifikant framgang etter 6 uker med Summa Summarum. To av elevene gikk fra lærevansker i matematikk til lav

matematisk utførelse og en elev gikk fra lav matematisk utførelse til typisk matematiske utførelse ved posttest ifølge kriteriene til Mazzocco et al. (2013). Dette tyder på at de bedre matematiske ferdighetene ikke bare var knyttet til enkelte programmer på Summa Summarum, men var av mer generell og praktisk signifikant karakter. Ved follow-up tidspunktet har percentilscorene til Jonas gått tilbake til resultatet fra pretesten. Årsaken til dette er uviss, men en mulig forklaring kan være at det var studenter som gjennomførte opplæringen i Summa Summarum og at læreren var lite involvert i intervensjonen. Dette kan bety at læreren ikke var godt nok informert om programmer og hvordan tilrettelegge for individuell undervisningsopplegg for Jonas etter at Summa Summarum var avsluttet.

De flyt baserte målingene (antall korrekte svar per minutt) EN-CBM viser fra liten til moderat effekt på alle deltestene. Det er en viss økning fra pretest til posttest på ”å si tallene” samt oppgaven ”å identifisere tall”. Minst endring er det på oppgaven ”tall mangler” og ”størrelsesdiskriminasjon” - hvor eleven må skrive tall og sette en sirkel rundt det høyeste tallet av tre. Det er mulig at det at de måtte skrive svaret begrenset økt hastighet og flyt. Tzanakaki et al. (2014) rapporterte også liten endring i forhold til størrelsesdiskriminasjon og tall mangler oppgavene, dette til tross for at hun hadde endret formatet til at oppgavene skulle løses gjennom peking eller identifisering av korrekt tall, og ikke skriving. Det var ingen signifikant framgang på Alle Teller. En mulig årsak til at noen tester viser signifikant framgang og andre ikke, kan være testenes validitet. Både TEMA-3 og de flyt baserte målingene (EN-CBM) har dokumentert tilfredsstillende validitet som mål på grunnleggende matematiske ferdigheter (Clarke & Shinn, 2004; Ginsburg & Baroody, 2003). For kartleggingen Alle Teller (McIntosh, 2007) har jeg ikke klart å finne dokumentasjon vedrørende validitet. Dette kan bety at Alle Teller ikke er egnet til å vise progresjon innenfor grunnleggende matematiske ferdigheter, på lik linje som TEMA-3 og EN-CBM. Clarke og Shinn (2004) skriver at oppgaven som omhandler størrelsesdiskriminasjon i EN-CBM ga best

skår både på reliabilitet og validitet og kan alene brukes som en indikator i forhold til grunnleggende matematiske ferdigheter. Dette kan bety at elever med matematikkvansker vil ha minst fremgang på denne deltesten, noe som gjenspeiler seg i Tzanakaki et al. (2014) og i Summa Summarum.

Denne undersøkelsen er en systematisk replikasjon av Tzanakaki et al. (2014). En systematisk replikasjon innebærer noen endringer fra den originale studien (Barlow et al., 2009). I tillegg til ulikheter i design og elevkarakteristika, var det forskjeller med hensyn til intensitet og skoleplassering. Elevene i Tzanakaki et al. (2014) gikk på spesialskole med fast personell som gjennomførte all opplæring, i tillegg deltok førsteforfatteren av studien i deler av opplæringen. I min studie gikk fire av elevene på vanlig norsk skole og en på privat grunnskole, og i tillegg til skolens personell deltok 6 studenter i opplæringen av Summa Summarum. Når det gjelder intensitet gjennomførte Tzanakaki et al. (2014) opplæringen over 12 uker, og total opplæringstid varierte mellom 3 timer og 30 minutter til 10 timer og 20 minutter. Summa Summarum gikk over 6 uker og elevene mottok 15 timer med opplæring (en elev fikk 13 timer og 30 minutters opplæring grunnet sykdom). Denne studien ga tilsvarende resultatene som Tzanakaki et al. (2014). I og med at jeg hadde høyere intensitet, mer opplæringstid og deltagere som fungerte på et bedre nivå i Summa Summarum enn i studien til Tzanakaki et al. (2014), kunne jeg forventet et bedre resultat for mine elever. En entydig forklaring på hvorfor jeg ikke fikk dette er vanskelig å gi, men følgende faktorer kan ha medvirket: a) personell på en spesialskole for barn med spesielle behov, kan ha mere erfaring og kunnskap om målrettet opplæring enn studenter og ansatte ved vanlige skoler for typiske elever og b) tre av elevene i Summa Summarum øvde på mere avanserte ferdigheter på nivå 3 i Math Recovery, mens ingen i Tzanakaki et al. (2014) kom lenger enn til nivå 2.

Effektene av Summa Summarum ble evaluert ved hjelp av et multiple baseline design. De tre første områdene for hver elev inngikk i denne evalueringen, bortsett fra for to av

elevene hvor vi så generalisering innen disse programmene. For disse to gikk vi derfor videre til neste program som ikke var mestret i testene og disse ble inkludert i multiple baseline designet. Rent pragmatisk er generaliseringseffekten hos Jonas og Ellen egentlig positiv og noe jeg ønsker skal skje. Rent vitenskapelig er det en utfordring siden dette bidrar til å svekke den eksperimentelle kontrollen og studiens indre validitet, ved at det oppstår tvil om det er selve tiltaket som resulterer i endringene eller om det er andre utenforliggende variabler som er årsaken (Arntzen, 2005; Shadish, Cook, & Campbell, 2001). Det må dog poengteres at jeg har et klart mønster over mange programmer for hver enkelt elev og data på at prestasjonene på programmene (eller veldig like programmer) endrer seg kun etter at opplæring ble iverksatt. Jeg mener at dette gjør det rimelig å anta at det er intervensjonen som er forklaringen på endringene i elevenes matematiske ferdigheter.

En annen trussel mot indre validitet i dette studiet kan være elevenes generelle modning. Selve intervensjonsperioden var kun 6 uker, men totaltiden frem til follow-up testingen var flere måneder. Fra pretesting og frem til follow-up deltok elevene i vanlig matematikkundervisning (i tillegg til Summa Summarum i 6 uker) sammen med sin egen klasse, og det er jo nærliggende å anta at elevene har lært matematikkferdigheter også i denne settingen. Jeg har delvis kontrollert for dette gjennom multiple baseline design, og som en anektode fortalte en av lærerne at hennes elev var mere aktiv i timene etter Summa Summarum, for ”nå vet hun at hun kan”. Dette kunne vært kontrollert for hvis jeg hadde hatt med en sammenlignings gruppe med elever som bare fikk vanlig undervisning.

Historie er ytterligere en faktor å vurdere med hensyn til indre validitet, og omhandler hendelser som skjer samtidig med tiltaket og som kan gi effekter i samme retning som tiltaket man iverksetter (Shadish et al., 2001). Dette betyr at lærere, foresatte og elever kunne ha planlagt og øvd mere på matematikk enn de vanligvis ville ha gjort nettopp fordi de var med i



et prosjekt. Det er ukjent om dette har forekommet underveis i intervensjonsperioden av Summa Summarum.

I dette prosjektet var det også ukentlig testing av elevenes progresjon. Dette kan være en trussel mot indre validitet ved at elevene lærer av selve testingen. I tillegg ble all testing knyttet til pre-, post og follow-up ble gjennomført av meg, og det faktum at det ikke ble foretatt reliabilitetskårer av disse testene svekker studiens kvalitet. Det optimale ville vært ha vært om en uavhengig tester hadde gjennomført disse målingene og at det var gjort reliabilitetskårer.

Kroesbergen og Van Luit (2003), Fuchs et al. (2008) og Browder et al.(2008) beskriver viktige kjennetegn på effektive intervensjoner for elever med matematikkvansker. Disse kjennetegnene er blant annet tydelige og direkte instruksjoner fra en voksen, små konkrete delmål, flere repetisjoner, tilrettelegging for generalisering, motivasjonssystemer, gjentatte målinger av elevenes progresjon og ulike strategier for avtrapping av hjelp. Opplæring gjennom Summa Summarum dekker alle disse elementene gjennom en konkret og nøye beskrevet opplæringsmanual, avgrensede forsøk, strategier for avtrapping av hjelp, daglige registreringer og individuelt tilpasset motivasjonssystemer. Det er dog ikke foretatt noen komponentanalyse (Baer, Wolf, & Risley, 1968) slik at det er vanskelig å si hvilke av disse elementene som har mest effekt. Kanskje er det slik at det er hele program pakken som må til for å oppnå ønsket effekt? Dette er et interessant spørsmål, men også spørsmål som det er veldig krevende å svare på og i utgangspunktet ikke en del av denne undersøkelsen.

Summa Summarum er et intensivt individuelt opplæringsprogram som strekker seg over 6 uker med 30 minutter effektiv opplæring hver dag. Erfaringene fra dette prosjektet er at metodikken og systematikken er ny og uvant for personalet på skolene. Implementering av Summa Summarum vil derfor kreve opplæring av personalet og veiledning underveis i gjennomføringen av opplæringen mot eleven. Personalet og studentene som deltok i denne

studien hadde varierende kunnskaper om anvendt atferdsanalyse og/eller opplæring av barn og det ble derfor gjennomført en to timers workshop før Summa Summarum tok til. Denne opplæringen sammen med ukentlig veiledning underveis i prosjektet og en konkret og systematisk opplæringsmanual resulterte i en behandlingsintegritet på 83 %. De områdene personalet og studentene hadde størst utfordringer i forhold til var å etablere elevens oppmerksomhet før oppgaven ble gitt samt avtrapping av hjelp. Dette endret seg underveis i intervensjonsperioden med hands-on veiledning og øvelse. Det ble registrert behandlingsintegritet for fire av fem elever og kun i 10% av øktene. Jeg burde hatt et bedre system for disse målingene, slik at jeg hadde sikret skåring av behandlingsintegritet for alle deltagerne.

Intensiteten på opplæringen (30 minutter hver dag) medfører ekstra utfordringer ovenfor elever som ikke har rett til spesialundervisning og derigjennom ikke har fått innvilget timer til ekstra hjelp, for hvem skal da gjennomføre Summa Summarum med eleven? Dette underbygger viktighetene av å identifisere de elevene med vansker tidlig slik at ressurser til effektiv opplæring blir gitt tidlig i skoleforløpet. Tidlig og effektiv innsats vil lønne seg.

Alle de fem elevene i Summa Summarum ble karakterisert av kontaktlærer eller spesialpedagog som elever med matematikkvansker, og pretesten viste at alle skåret under forventet matematisk alder. Da det ikke foreligger en konsensusdefinisjon av matematikkvansker (Ostad, 2010) og kun en av elevene har fått påvist spesifikke lærevansker i matematikk, kan jeg ikke uten videre konkludere med at Summa Summarum vil være en effektiv intervensjon for elever med matematikkvansker.

I denne studien ble det brukt forholdsvis mye tid på daglig og ukentlig testing. Dette var viktig i forhold til et multiple baseline design, men om videre forskning skal gjøres med Summa Summarum i større skala kan dette gjøres i et gruppe design slik at en ikke trenger

ukentlig testing i samme omfang. Dette vil gjøre det langt enklere å implementere Summa Summarum og øke graden av ytre validitet.

Det kan være mange forklaringer på at jeg ikke fikk signifikante endringer på EN-CBM og Alle teller. Det kan selvfølgelig være at opplæringen ikke var særlig effektiv i forhold til de ferdighetene som måles her. Men, man må også ta i betraktning at det er en veldig liten gruppe å bruke denne typen statistikk på, da jeg må ha veldig store effekter for å få signifikante resultater.

Til tross for begrensningene i denne studien anser jeg studien til å ha såpass mange kvaliteter (standardisert testing, manualbasert opplæring med mål på behandlingsintegritet, multipel baseline design) at resultatene av Summa Summarum kan underbygge videre utprøvinger. Når jeg vet at så mange som 10 prosent av elevene i norsk skole strever med matematikk (Ostad, 2010) og at det foreligger lite kunnskap og dokumentasjon om effekten av annen intensiv opplæring, kan Summa Summarum være en intervensjon som norske skoler burde prøve ut videre.

Videre forskning omkring Summa Summarum bør gjennomføres med et større utvalg elever og med et randomisert gruppedesign, eventuelt et multiple baseline design over flere elever, slik at man kan ha et bedre grunnlag til å si noe om effekten. Videre er det interessant å undersøke effekten av Summa Summarum når denne implementeres i mindre gruppe på 3-6 elever. Gode effekter her vil øke sannsynligheten for implementering i norske skoler, ved for eksempel at undervisningen kan organiseres som stasjonsundervisning hvor Summa Summarum er en egen stasjon.

## Referanser

- Arntzen, E. (2005). Eksperimentelle design, med spesiell vekt på ulike typer av N=1 design. In A. Howe, K. Høium, G. Kvernmo & I. Ruud Knutsen (Eds.), *Student som forskning i utdanning og yrke: vitenskapelig tenkning og metodebruk* (s. 101-132). Kjeller: Høgskolen i Akershus.
- Baer, D., Wolf, M., & Risley, T. (1968). Some current dimensions of applied behavior analysis. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 1 (1), 91-97.
- Barlow, D. H., Nock, M. K., & Hersen, M. (2009). *Single case experimental designs: Strategies for behavior change*. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Becker, L. A. (2000). Effect size (ES). Hentet 21.03.2014, fra <http://www.uccs.edu/lbecker/effect-size.html>
- Browder, D. M., Spooner, F., Ahlgrim-DeLzell, L., Harris, A. A., & Wakeman, S. (2008). A Meta-Analysis on Teaching Mathematics to Students With Significant Cognitive Disabilities. *Exceptional Children*, 74 (4), 407-432.
- Buttler, F. M., Miller, S. P., Lee, K. H., & Pierce, T. (2001). Teaching Mathematics to Students With Mild-to-Moderate Mental Retardation: A Review of the Literature. *Mental Retardation*, 39, 20-31.
- Clarke, B., & Shinn, M. R. (2004). A Preliminary Investigation Into the Identification and Development of Early Mathematics Curriculum-Based Measurement. *School Psychology Review*, 33 (2), 234-248.
- Cooper, J. O., Heron, T. E., & Heward, W. L. (2007). *Applied behavior analysis*. Upper Saddle River, N.J.: Pearson/Merrill Prentice Hall.
- Fuchs, L. S., Fucha, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven

- principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly*, 31, 79-92. doi: 10.2307/20528819
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., & Prentice, K. (2004). Responsiveness to mathematical problem-solving instruction: Comparing students at risk of mathematics disability with and without risk of reading disability. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 293-306. doi: 10.1177/0022194040370040201
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 293-304. doi: 10.1177/00222194050380040301
- Ginsburg, H. P., & Baroody, A. J. (2003). *TEMA-3, Test of Early Mathematics Ability*. (3rd ed.). Austin, Texas: Pro-ed.
- Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H., & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika forlag.
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93 (3), 615-626. doi: 10.1037/0022-0663.93.3.615
- Kjærnsli, M., & Olsen, V. R. (2013). *Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs: A Meta-Analysis. *Remedial and Special Education*, 24, 97-114. doi: 10.1177/07419325030240020501
- Mazzocco, M. M. M., Murphy, M. M., Brown, E., Rinne, L., & Herold, K. H. (2013). Persistent consequences of atypical early number concepts. *Frontiers in Psychology*, 4. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00486

- McIntosh, A. (2007). *Alle teller! Håndbok for lærere som underviser i matematikk i grunnskolen*. Trondheim: Skipnes kommunikasjon.
- McLean, J. F., & Rusconi, E. (2014). Mathematical difficulties as decoupling of expectation and developmental trajectories. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8. doi: 10.3389/fnhum.2014.00044
- Ostad, A. S. (2010). *Matematikkvansker. En forskningsbasert tilnærming*. Oslo: Unipub.
- Shadish, W. R., Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2001). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal inference*. (2.nd ed.). Boston, MA: Houghton Mifflin.
- Slavin, E. R., & Lake, C. (2008). Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. *Review of Educational Research*, 78 (3), 427-515. doi: 10.3102/0034654308317473
- Smith, T. (2001). Discrete Trial Training in the Treatment of Autism. *Focus on Autism & Other Developmental Disabilities*, 16 (2), 86.
- Smith, T. M., Cobb, P., Farran, D. C., Cordray, D. S., & Munter, C. (2013). Evaluating Math Recovery: Assessing the Causal Impact of a Diagnostic Tutoring Program on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 50 (2), 397-428. doi: 10.3102/0002831212469045
- Tzanakaki, P., Grindle, C. F., Saville, M., Hastings, R. P., Hughes, C. J., & Huxley, K. (under utgivelse). An Individualized Curriculum to Teach Numeracy Skills to Children with Autism: Program Description and Pilot Data. *Support for Learning*.
- Tzanakaki, P., Hastings, R. P., Grindle, C. F., Hughes, C. J., & Hoare, Z. (2014). An Individualized Numeracy Curriculum for Children With Intellectual Disabilities: A Single Blind Pilot Randomized Controlled Trial. *Journal of Developmental and Physical Disabilities*. doi: 10.1007/s10882-014-9387-z

Utdanningsdirektoratet. (2013). Læreplan i matematikk fellesfag. Hentet 27.06.2014, fra [www.udir.no](http://www.udir.no)

Woodcook, R. W., McGrew, K. S., & Mather, N. (2001). *Woodcook-Johnson III Test of achievement*. Itasca, IL: Riverside Publishing.

Wright, R. J., Ellemor-Collins, D., & Tabor, D. P. (2012). *Developing Number Knowledge. Assessment, Teaching & Intervention with 7-11-Year-olds*. London, California, New Dehli, Singapore: Sage publications Ltd.

Wright, R. J., Martland, J., Stafford, K. A., & Stanger, G. (2006a). *Early Numeracy: Assessment for teaching & intervention* (2nd ed.). London, California, New Dehli, Singapore: Sage publications Ltd.

Wright, R. J., Martland, J., Stafford, K. A., & Stanger, G. (2006b). *Teaching Number: Advancing children's skills & strategies*. (2nd ed.). London, California, New Dehli, Singapore.: Sage publications Ltd.

Wright, R. J., Stanger, G., Stafford, A., & Martland, J. (2006c). *Teaching Number in the Classroom with 4-8 year-olds*. London, California, New Dehli, Singapore: Sage publications Ltd.

Tabell 1.

*Karakteristika ved elevene og intervensjonen Summa Summarum.*

	Alder (år-mnd)	Trinn	Kjønn	Antall økter	Spesialundervisning	Skole	Personell
Jonas	6-11	2	Gutt	30		Offentlig	Studenter
Ellen	9-6	4	Jente	27	142, 5 årstimer	Offentlig	Pedagog
Anne	7-1	2	Jente	30	510 årstimer	Offentlig	Pedagog
Sofie	7-4	2	Jente	30		Offentlig	Pedagog
Maia	8-3	3	Jente	30	304 årstimer	Privat	Studenter



Tabell 2.

Oversikt over hvilke uker elevene mestret de fem første programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom.

Programmene med hel kantlinje inngår i et multiple baseline design.

		uke 1	uke 2	uke 3	uke 4	uke 5	uke 6
<b>Anne</b>	Program 1	0	100	100	100	100	100
	Program 2	0	0	0	100	100	100
	Program 3	0	0	0	0	100	100
	Program 4	0	0	0	0	100	100
	Program 5	0	0	0	0	0	100

<b>Sofie</b>	Program 1	0	100	100	100	100	100
	Program 2	0	0	100	100	100	100
	Program 3	0	0	0	100	100	100
	Program 4	0	0	0	100	100	100
	Program 5	0	0	0	100	100	100

<b>Maia</b>	Program 1	0	100	100	100	100	100
	Program 2	0	100	100	100	100	100
	Program 3	0	0	100	100	100	100
	Program 4	0	0	100	100	100	100
	Program 5	0	0	100	100	100	100

<b>Jonas</b>	Program 1	0	100	100	100	100	100
	Program 2	0	0	100	100	100	100
	Program 3	0	0	100	100	100	100
	Program 4	0	0	100	100	100	100
	Program 5	0	0	0	100	100	100

<b>Ellen</b>	Program 1	0	100	100	100	100	100
	Program 2	0	0	100	100	100	100
	Program 3	0	0	100	100	100	100
	Program 4	0	0	0	100	100	100
	Program 5	0	0	0	100	100	100

	Etter direkte opplæring
	Antatt generalisering
	Inngår i multiple baseline design

Tabell 3.

*Antall programmer mestret etter direkte opplæring, og antall programmer som ble mestret uten direkte opplæring.*

	Etter opplæring	Uten opplæring	
		Nesten like programmer	Veldig ulike programmer
Jonas	16	11	3
Ellen	22	13	1
Anne	7	7	0
Sofie	18	4	0
Maia	19	10	0

Tabell 4.

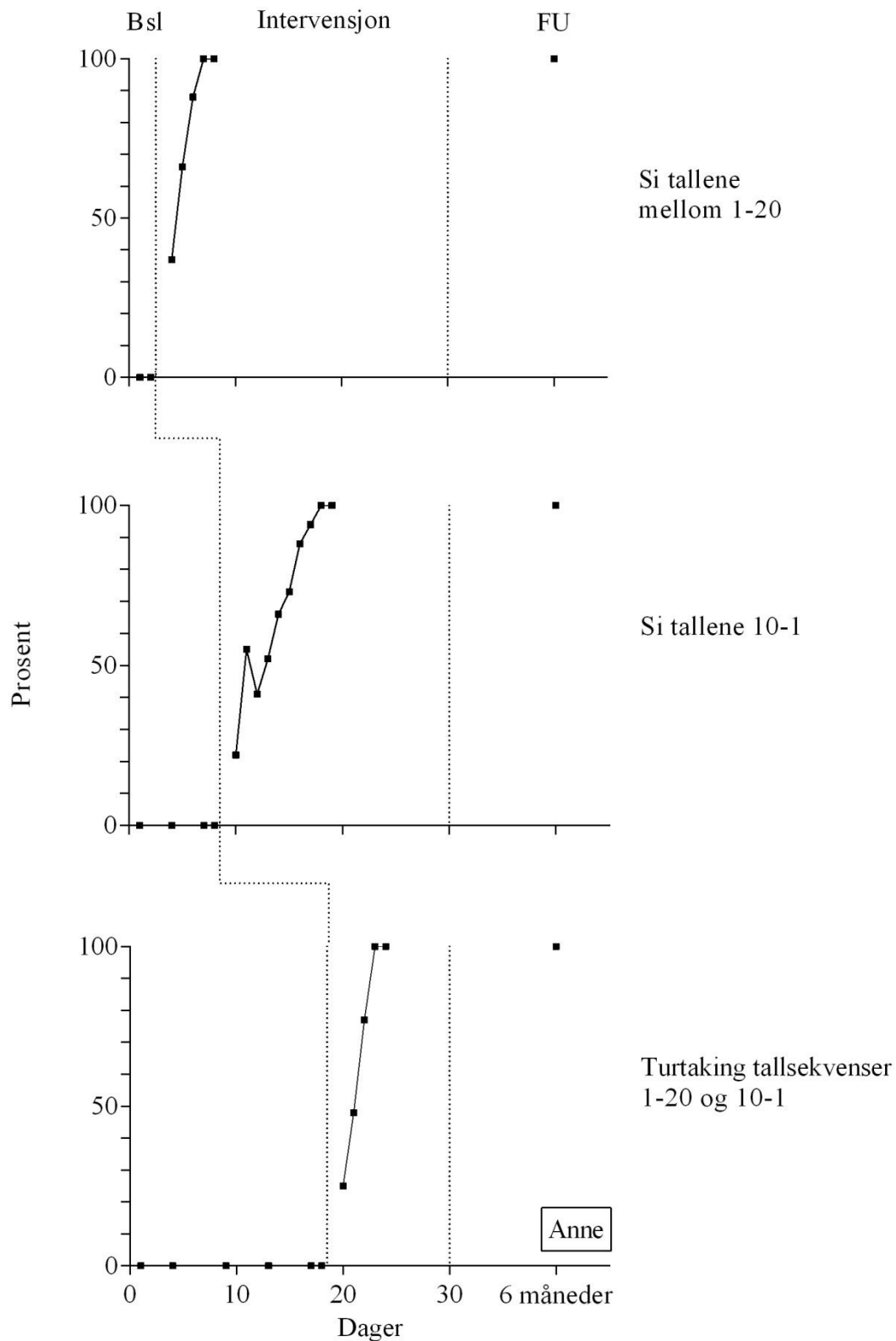
Gjennomsnittlig endring på TEMA-3, EN-CBM og Alle Teller etter 6 uker med Summa Summarum.

Test	Gjennomsnitt (SD)			Forandring etter 6 uker med Summa Summarum			
	Før	Etter	Follow-up <sup>b</sup>	Endring	<i>t</i>	<i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
<b>TEMA-3</b>							
Standard skårer	74.4 (9.4)	82.6 (8.7)	82.5 (3)	8.2	2.72	.023	0.67
Råskåre	29.8 (12.1)	39,6 (11,3)	41.7 (7.8)	9.8	8.80	.001	0.97
Aldersekvivalens (mnd)	5.8 (68)	6.4 (76)	6.8 (80)	0.8	2.76	.022	0.67
Percentil <sup>a</sup>	6.6 (8.1)	15.4 (13.0)	12.5 (4.3)	8.8	2.36	.042	0.61
<b>EN-CBM</b>							
Si tallene	64.6 (23.2)	80.6 (26.9)	88.5 (27.9)	16	1.05	.353	0.46
Tall mangler	8 (5.4)	9.6 (5.1)	15 (0.8)	1.6	0.93	.373	0.29
Identifisere tall	41.6 (17.4)	67 (22.9)	74.5 (22.2)	25.9	1.73	.116	0.50
Størrelses diskriminasjon	15 (10)	23.6 (6.7)	26.2 (7.6)	8.6	1.55	.154	0.46
<b>Alle teller</b>							
Nivå 2	12.2 (2.68)	14.8 (0.44)	14.7 (0.5)	2.6	1.99	.077	0.55

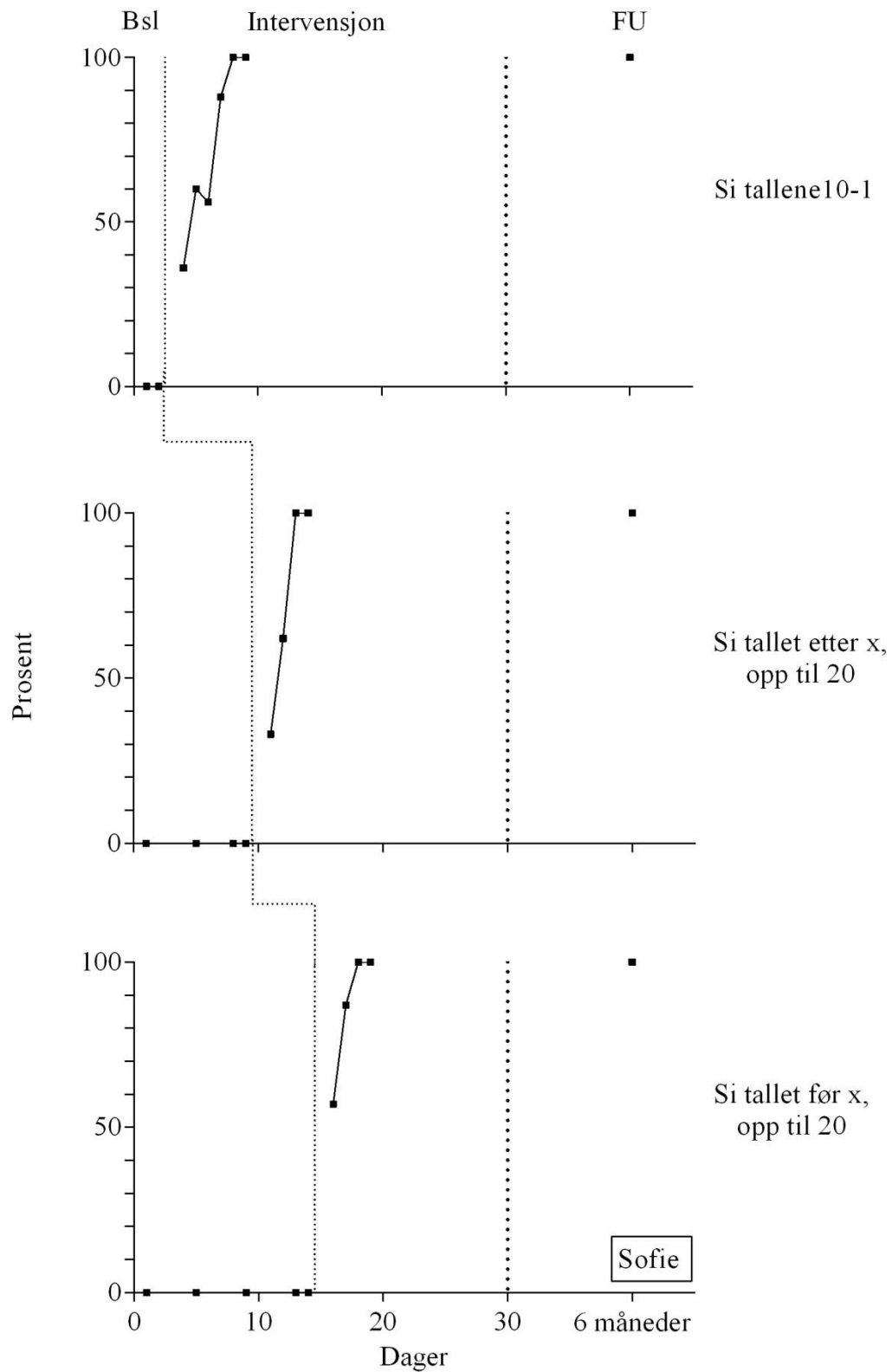
Note.

<sup>a</sup>TEMA-3 har kun normer for barn opp til 8 år og 11 måneder, derfor brukte jeg det høyeste aldersintervallet når jeg skulle regne ut Ellens skårer som percentil da hun var 9 år og 11 måneder når intervensjonen startet.

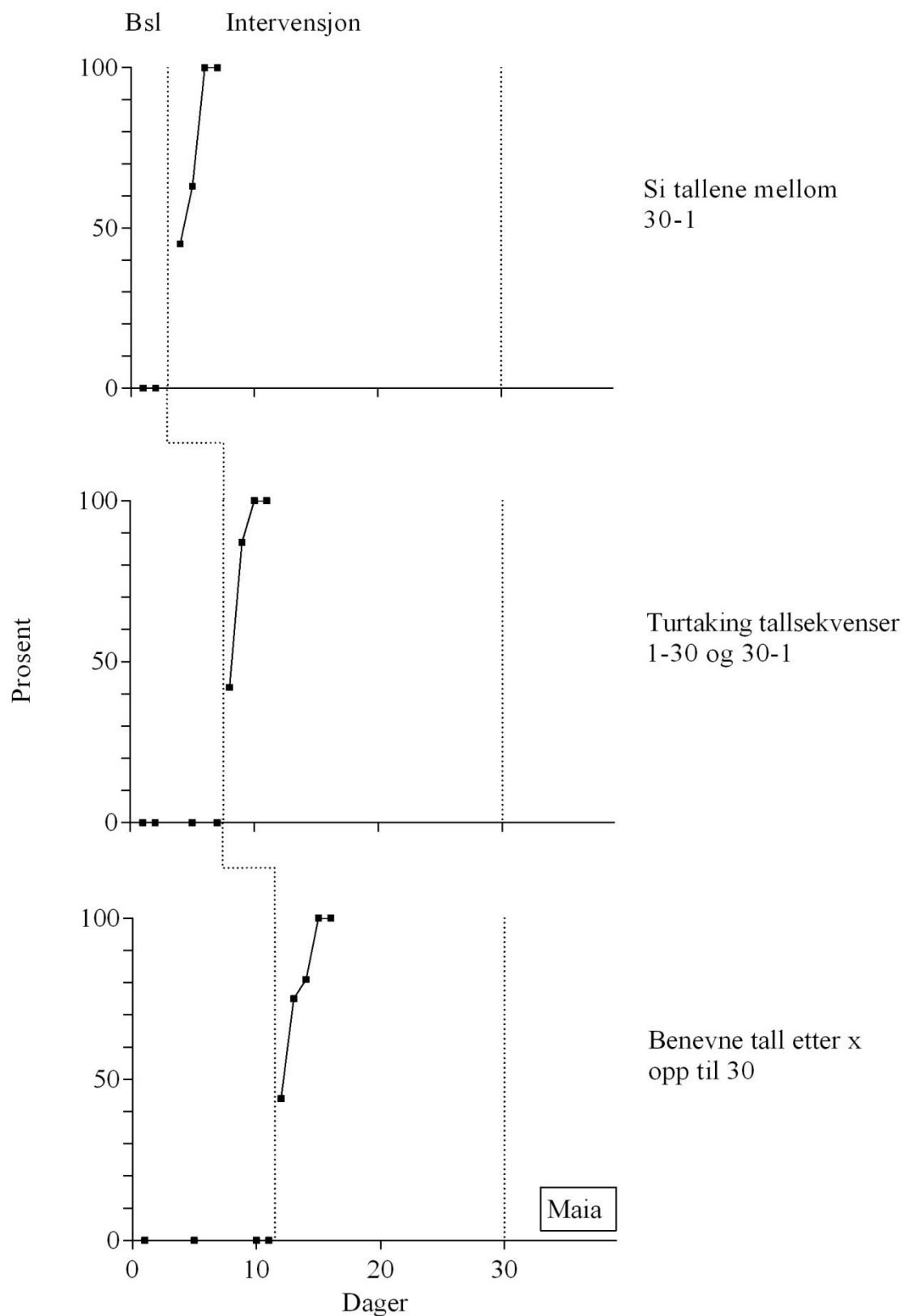
<sup>b</sup>Follow-up data er kun for fire av elevene.



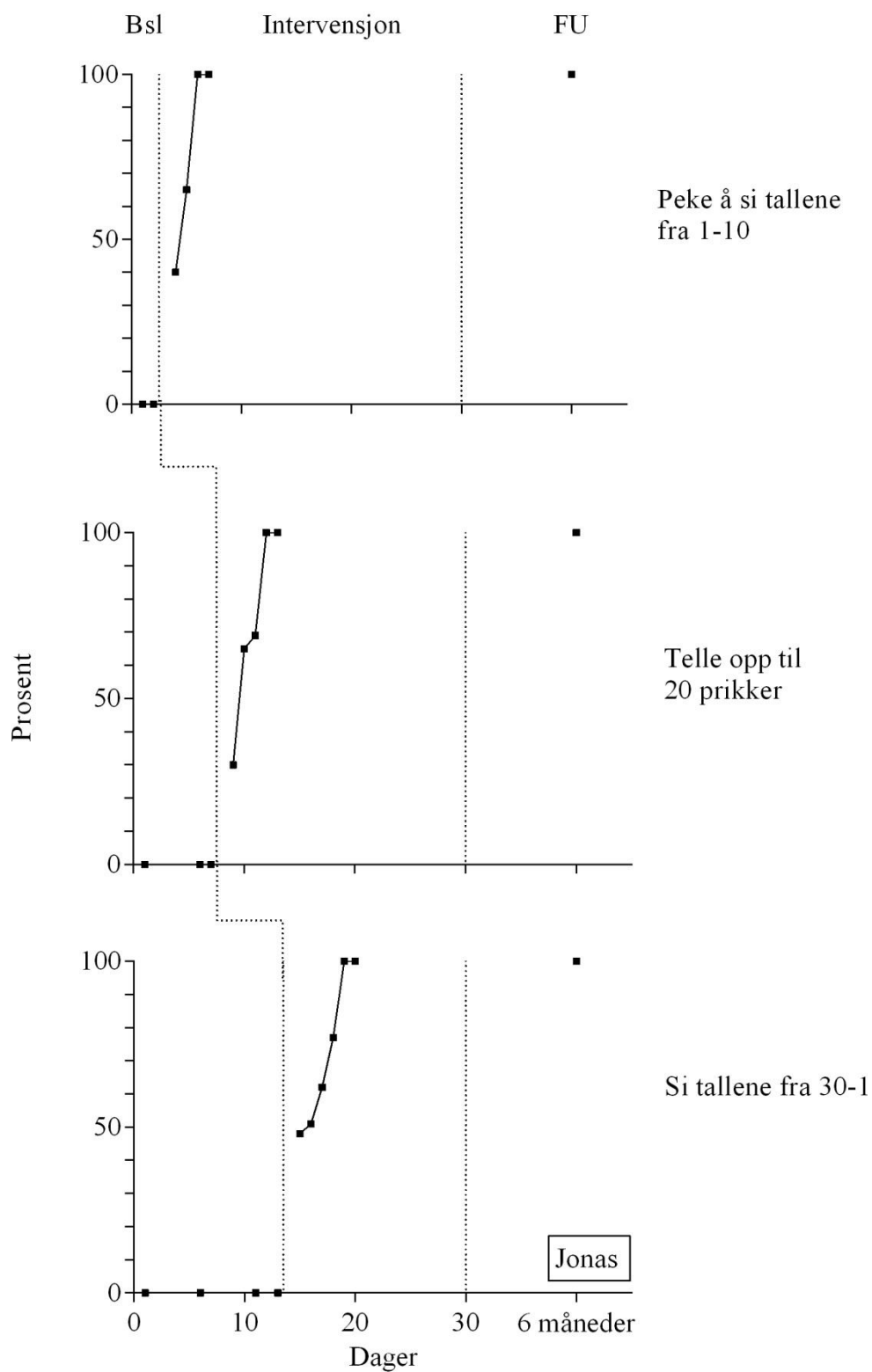
Figur 1. Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline (Bsl), intervensjonsperioden og follow-up (FU) for Anne. X-aksen viser antall dager i prosjektet og Y-aksen viser prosent riktige svar på testen.



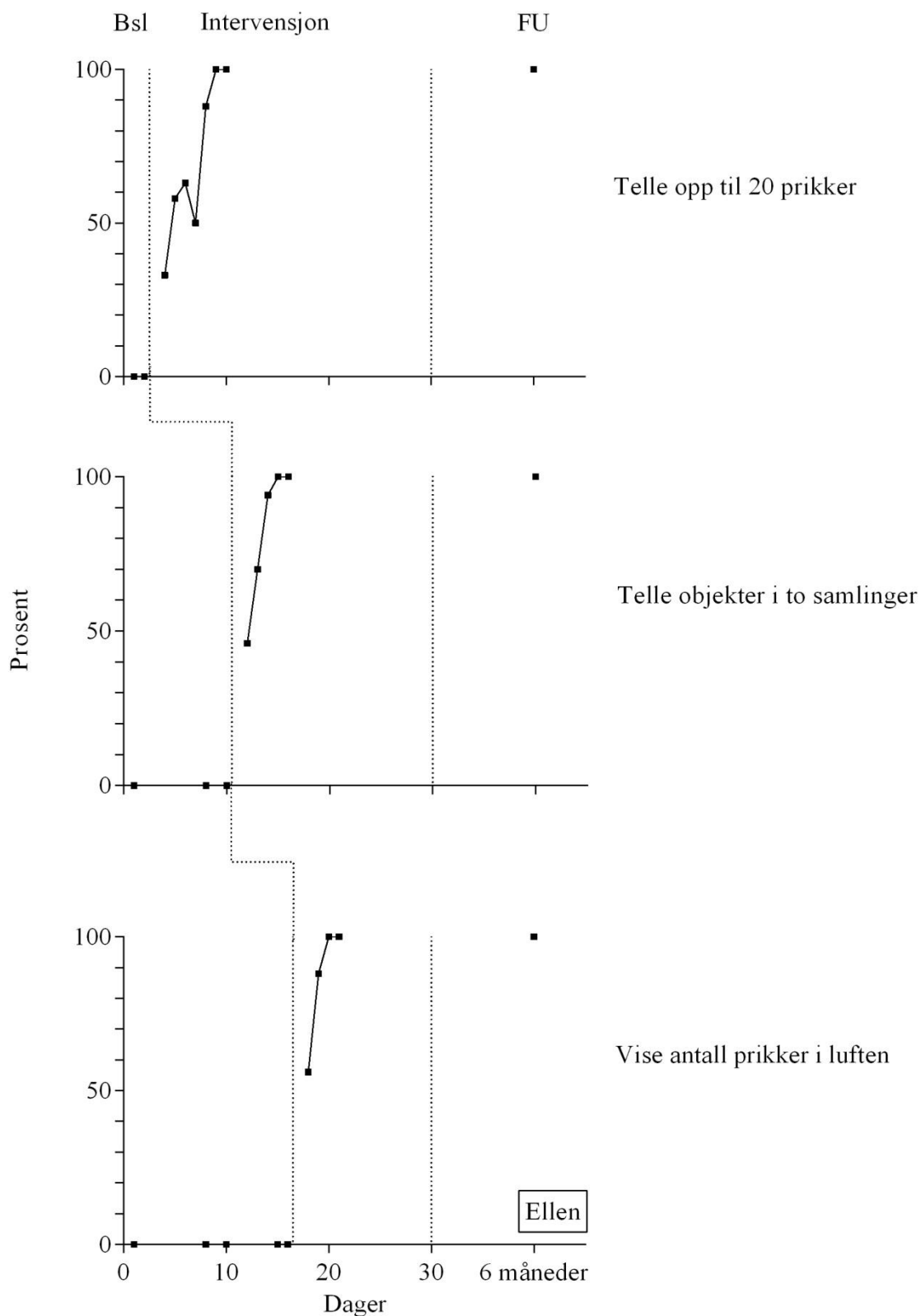
Figur 2. Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline (Bsl), intervensjonsperioden og follow-up (FU) for Sofie. X-aksen viser antall dager i prosjektet og Y-aksen viser prosent riktige svar på testen.



Figur 3. Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline (Bsl), og intervensjonsperioden for Maia. X-aksen viser antall dager i prosjektet og Y-aksen viser prosent riktige svar på testen.

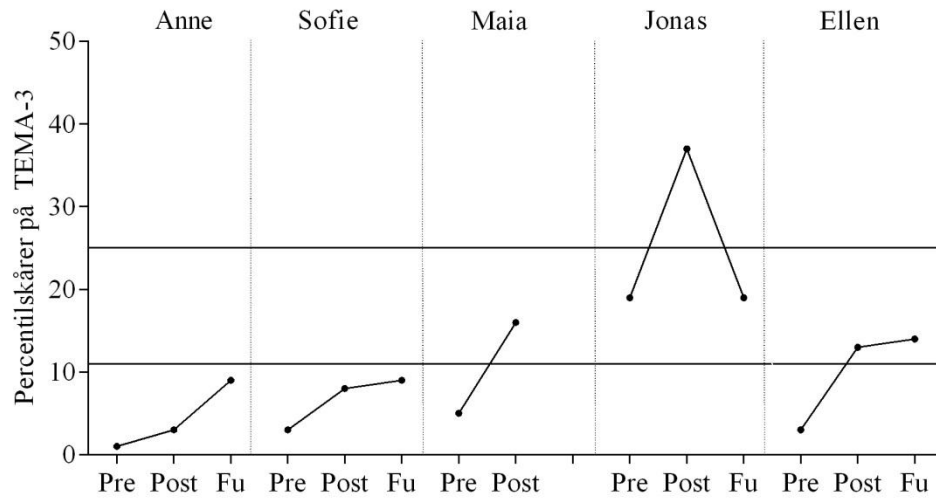


Figur 4. Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline (Bsl), intervensjonsperioden og follow-up (FU) for Jonas. X-aksen viser antall dager i prosjektet og Y-aksen viser prosent riktige svar på testen.



Figur 5 . Prosentvis korrekte oppgaver løst for tre program i baseline (Bsl), intervensjonsperioden og follow-up (FU) for Ellen. X-aksen viser antall dager i prosjektet og Y-aksen viser prosent riktige svar på testen.





*Figur 6.* Percentilskårer fra TEMA-3 på pre, post og follow-up testing test for de fem barna i studien. De horisontale linjene viser innslagspunktene for lærevansker i matematikk (under 11), lav matematisk utførelse (mellom 11-25) og typisk matematisk utførelse (over 25) etter Mazzocco et al. (2013). TEMA-3 er utarbeidet for barn opp til 8 år og 11 måneder, for Ellen brukte vi det høyeste aldersintervallet når vi skulle regne ut hennes skårer, da hun var 9 år og 6 måneder når intervensjonen startet opp. For Maia fikk jeg ikke gjennomført follow-up.

Appendiks A  
Et eksempel på et opplæringsprogram på nivå 1.

Mål: 2. 1	Eleven skal peke på og si tallene fra 1-10.
<b><i>Benevne tallsekvenser forlengs</i></b>	
Materiell	Tallbilder fra 1-10.
Test nytt mål/delmål	<p>Alle mål/delmål skal testes før opplæringen begynner. Eleven skal ikke ha hjelp under testen. Om eleven skårer pluss (+), gå videre til neste mål/delmål og test dette. Det skal <u>ikke</u> gjennomføres opplæring på mål/delmål hvor eleven har riktig svar på testen.</p> <p>Hvis eleven skårer minus (-) på test av mål/delmål, skal opplæring gis.</p>
Oppgave	<p>Elev og voksen sitter med et bord mellom seg. Etabler elevens oppmerksomhet før oppgaven presenteres. Tallene det skal jobbes med blir lagt på bordet foran eleven.</p> <p>Voksen: ”Pek og si tallene!” Eleven peker og sier: ”1,2,3!”</p> <p>Eleven svarer innen 3 sekunder etter at oppgaven er gitt, hvis ikke se: hjelp som kan gis.</p> <p>Ved mestring, jobb videre med: 1-4, 1-5, 1-6, 1-7, 1-8, 1-9, 1-10.</p> <p>Test hver ny oppgave for å se om eleven generaliserer, om eleven har riktig på første forsøk på ny oppgave skal denne ikke trenes og man går videre til neste. Husk å registrere dette i permen.</p>
Hjelp som kan gis	<p>Modell, voksen viser først. Peke og si tall navnene sammen med eleven. Kan øke avstanden mellom tallbildene, om det er vanskelig å peke samtidig som å si tallene. Husk at all hjelp skal fjernes, før oppgaven regnes som mestret.</p>
Konsekvenser	<p>Under nyinnlæring skal alle riktige svar, selv om den voksen gir hjelp, resultere i positive tilbakemeldinger som for eksempel: ”Flott, helt riktig!”, ”Supert, svaret er 5!” Dette avtrappes gradvis avhengig av mestring slik at resultatet er at kun riktige svar uten hjelp resulterer i positive tilbakemeldinger.</p> <p>Hvis eleven svarer feil skal det ikke formidles noen tilbakemeldinger, men man skal gjennomføre et nytt forsøk på samme oppgave og gi tilstrekkelig hjelp til at eleven svarer riktig.</p> <p>For noen elever er det behov for flere og større variasjon av motivasjonsfaktorer.</p>
Mestringskriterium	1. Øv på oppgave 1 til eleven klarer denne 3 ganger etter

	<p>hverandre uten hjelp.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. Øv på oppgave 2 til eleven klarer denne 3 ganger etter hverandre uten hjelp.</li> <li>3. Miks (tilfeldig presentasjon) av oppgave 1 + 2 til eleven klarer 6 av 6.</li> <li>4. Øv på oppgave 3 til eleven klarer denne 3 ganger etter hverandre uten hjelp.</li> <li>5. Miks (tilfeldig presentasjon) av oppgave 2 + 3 til eleven klarer 6 av 6.</li> <li>6. Følge samme protokoll til eleven mestrer 3 ny oppgaver på rad.</li> </ol> <p>Før vi avslutter arbeidet med programmet, skal alle (et tilfeldig utvalg av delmålene mikses i tilfeldig rekkefølge og man kan gå videre om alle svarene er riktige (6 av 6). Ved eventuelle feil, må det øves mer på denne oppgaven.</p> <p>Noen elever vil ha andre mestringskriterier enn det som er nevnt her, dette avtales med veilederen.</p> <p>Når mestringskriteriet er nådd under opplæringen, skal det gjennomføres ny test av delmålet i begynnelsen av økten dagen etter. Ved pluss på denne testen ansees delmålet som mestret og opplæringen fortsetter på andre delmål.</p> <p>Om testen skulle være minus, må opplæringen fortsette på dette delmålet til mestring er nådd.</p>
Generaliseringsplan	<p>En annen voksen eller elev gjennomfører aktiviteten sammen med målpersonen.</p> <p>Variér spørsmålsstillingen.</p> <p>Ulik setting og situasjoner.</p> <p>Ulikt materiell.</p>

## Appendiks B

Oversikt over hvilke uker Anne mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom.

Anne	uke 1	uke 2	uke 3	uke 4	uke 5	uke 6
Program 1	0	100	100	100	100	100
Program 2	0	0	0	100	100	100
Program 3	0	0	0	0	100	100
Program 4	0	0	0	0	100	100
Program 5	0	0	0	0	0	100
Program 6	0	0	0	0	0	100
Program 7	0	0	0	0	0	100
Program 8	0	0	0	0	0	100
Program 9	0	0	0	0	0	100
Program 10	0	0	0	0	0	100
Program 11	0	0	0	0	0	100
Program 12	0	0	0	0	0	100
Program 13	0	0	0	0	0	100
Program 14	0	0	0	0	0	100

	Etter direkte opplæring
	Antatt generalisering
	Mestret uten direkte opplæring
	Inngår i multiple baseline design

## Appendiks C

Oversikt over hvilke uker Sofie mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom.

Sofie	uke 1	uke 2	uke 3	uke 4	uke 5	uke 6
Program 1	0	100	100	100	100	100
Program 2	0	0	100	100	100	100
Program 3	0	0	0	100	100	100
Program 4	0	0	0	100	100	100
Program 5	0	0	0	100	100	100
Program 6	0	0	0	100	100	100
Program 7	0	0	0	0	100	100
Program 8	0	0	0	0	100	100
Program 9	0	0	0	0	100	100
Program 10	0	0	0	0	100	100
Program 11	0	0	0	0	100	100
Program 12	0	0	0	0	100	100
Program 13	0	0	0	0	100	100
Program 14	0	0	0	0	0	100
Program 15	0	0	0	0	0	100
Program 16	0	0	0	0	0	100
Program 17	0	0	0	0	0	100
Program 18	0	0	0	0	0	100
Program 19	0	0	0	0	0	100
Program 20	0	0	0	0	0	100
Program 21	0	0	0	0	0	100
Program 22	0	0	0	0	0	100

	Etter direkte opplæring
	Antatt generalisering
	Mestret uten direkte opplæring
	Inngår i multiple baseline design

## Appendiks D

Oversikt over hvilke uker Maia mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom.

Maia	uke 1	uke 2	uke 3	uke 4	uke 5	uke 6
Program 1	0	100	100	100	100	100
Program 2	0	100	100	100	100	100
Program 3	0	0	100	100	100	100
Program 4	0	0	100	100	100	100
Program 5	0	0	100	100	100	100
Program 6	0	0	100	100	100	100
Program 7	0	0	100	100	100	100
Program 8	0	0	100	100	100	100
Program 9	0	0	100	100	100	100
Program 10	0	0	100	100	100	100
Program 11	0	0	100	100	100	100
Program 12	0	0	100	100	100	100
Program 13	0	0	0	100	100	100
Program 14	0	0	0	100	100	100
Program 15	0	0	0	100	100	100
Program 16	0	0	0	100	100	100
Program 17	0	0	0	100	100	100
Program 18	0	0	0	0	100	100
Program 19	0	0	0	0	100	100
Program 20	0	0	0	0	100	100
Program 21	0	0	0	0	100	100
Program 22	0	0	0	0	100	100
Program 23	0	0	0	0	0	100
Program 24	0	0	0	0	0	100
Program 25	0	0	0	0	0	100
Program 26	0	0	0	0	0	100
Program 27	0	0	0	0	0	100
Program 28	0	0	0	0	0	100
Program 29	0	0	0	0	0	100

	Etter direkte opplæring
	Antatt generalisering
	Mestret uten direkte opplæring
	Inngår i multiple baseline design

## Appendiks E

Oversikt over hvilke uker Jonas mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom.

Jonas	uke 1	uke 2	uke 3	uke 4	uke 5	uke 6
Program 1	0	100	100	100	100	100
Program 2	0	0	100	100	100	100
Program 3	0	0	100	100	100	100
Program 4	0	0	100	100	100	100
Program 5	0	0	0	100	100	100
Program 6	0	0	0	100	100	100
Program 7	0	0	0	100	100	100
Program 8	0	0	0	100	100	100
Program 9	0	0	0	100	100	100
Program 10	0	0	0	100	100	100
Program 11	0	0	0	100	100	100
Program 12	0	0	0	100	100	100
Program 13	0	0	0	0	100	100
Program 14	0	0	0	0	100	100
Program 15	0	0	0	0	100	100
Program 16	0	0	0	0	100	100
Program 17	0	0	0	0	100	100
Program 18	0	0	0	0	100	100
Program 19	0	0	0	0	0	100
Program 20	0	0	0	0	0	100
Program 21	0	0	0	0	0	100
Program 22	0	0	0	0	0	100
Program 23	0	0	0	0	0	100
Program 24	0	0	0	0	0	100
Program 25	0	0	0	0	0	100
Program 26	0	0	0	0	0	100
Program 27	0	0	0	0	0	100
Program 28	0	0	0	0	0	100
Program 29	0	0	0	0	0	100
Program 30	0	0	0	0	0	100

	Etter direkte opplæring
	Antatt generalisering
	Mestret uten direkte opplæring
	Inngår i multiple baseline design

## Appendiks F

Oversikt over hvilke uker Ellen mestret de ulike programmene og til hvilke tidspunkter generalisering forekom.

Ellen	uke 1	uke 2	uke 3	uke 4	uke 5	uke 6
Program 1	0	100	100	100	100	100
Program 2	0	0	100	100	100	100
Program 3	0	0	100	100	100	100
Program 4	0	0	0	100	100	100
Program 5	0	0	0	100	100	100
Program 6	0	0	0	100	100	100
Program 7	0	0	0	100	100	100
Program 8	0	0	0	100	100	100
Program 9	0	0	0	100	100	100
Program 10	0	0	0	100	100	100
Program 11	0	0	0	100	100	100
Program 12	0	0	0	100	100	100
Program 13	0	0	0	0	100	100
Program 14	0	0	0	0	100	100
Program 15	0	0	0	0	100	100
Program 16	0	0	0	0	100	100
Program 17	0	0	0	0	100	100
Program 18	0	0	0	0	100	100
Program 19	0	0	0	0	100	100
Program 20	0	0	0	0	100	100
Program 21	0	0	0	0	100	100
Program 22	0	0	0	0	100	100
Program 23	0	0	0	0	0	100
Program 24	0	0	0	0	0	100
Program 25	0	0	0	0	0	100
Program 26	0	0	0	0	0	100
Program 27	0	0	0	0	0	100
Program 28	0	0	0	0	0	100
Program 29	0	0	0	0	0	100
Program 30	0	0	0	0	0	100
Program 31	0	0	0	0	0	100
Program 32	0	0	0	0	0	100
Program 33	0	0	0	0	0	100
Program 34	0	0	0	0	0	100
Program 35	0	0	0	0	0	100
Program 36	0	0	0	0	0	100

	Etter direkte opplæring
	Antatt generalisering
	Mestret uten direkte opplæring
	Inngår i multiple baseline design